



TECNICAS DIGITALES III

Guía N° 7: *Respuesta en Frecuencia - Diseño de Filtros FIR*

Objetivos:

Comprender los detalles de implementación de un filtro FIR

Bibliografía recomendada:

Título: **The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing.**

Autor: Steven W. Smith.

Editorial: California Technical Publishing.

(Este libro puede ser obtenido en formato electrónico del sitio web: www.dspguide.com)

Título: **Tratamiento de Señales en Tiempo Discreto.**

Autores: Oppenheim – Schafer – Buck.

Editorial: Prentice Hall.

Título: **Tratamiento Digital de Señales.**

Autores: Proakis - Manolakis.

Editorial: Prentice Hall.

Título: **The Student Edition of MATLAB.**

Autores: Hanselman – Littlefield.

Editorial: Prentice Hall

Referencias a terminología de filtros

dspguru.com/dsp/reference/filter-terminology

Enunciado:

7 Respuesta en frecuencia de un filtro FIR

El Filtro FIR está caracterizado completamente por sus coeficientes, que componen al mismo tiempo la respuesta temporal impulso $h[n]$. De la teoría de señales, la transformada de Fourier de esta respuesta al impulso, es la respuesta en frecuencia del sistema $H[k]$.

En tiempo discreto, dicha respuesta se obtiene utilizando la transformada discreta de Fourier (DFT) definida por la siguiente ecuación:

$$H[k] = \sum_{n=0}^{K-1} h[n] e^{-\frac{2\pi i}{N} kn}$$

Esto puede interpretarse como la correlación de N muestras de la secuencia $h[n]$ con K exponenciales complejas de N muestras cada una.



TECNICAS DIGITALES III

En matlab, podemos calcular la DFT fácilmente utilizando la función **fft**

La frecuencia digital se expresa de -1 a 1, donde 1 corresponde a $F_s/2$

Los primeros $K/2$ elementos de $H[k]$ corresponden a las frecuencias positivas. El primer elemento de $H[k]$ ($k=0$) corresponde a la frecuencia digital 0 (continua o DC), el elemento que le sigue corresponde a la frecuencia digital $2/K$ y el último punto de la primer mitad ($k=K/2-1$) corresponde a la frecuencia digital $(K-2)/K$ (frecuencia mas alta).

- Los segundos $K/2$ elementos de $H[k]$ corresponden a las frecuencias negativas. El elemento de índice $K/2$ corresponde a la frecuencia digital -1, mientras que el último elemento ($k=K-1$) corresponde a la frecuencia $-2/K$.

Para pasar de frecuencia digital a real solo hay que multiplicar por la frecuencia de muestreo.

7.1 Representación de la respuesta en frecuencia de un filtro FIR pasa-bajos

7.1.1 Cargar el archivo *filtro.dat* en un variable **h**, utilizando la función **load**.

7.1.2 Graficar la respuesta al impulso de filtro mediante la función **stem**

7.1.3 Obtener la DFT de la respuesta al impulso mediante **H = fft(h,K)**; donde K es la cantidad de frecuencias a calcular, para este caso usar $K=100$. Tener en cuenta que K siempre debe ser mayor al tamaño del filtro.

7.1.4 Graficar la respuesta en frecuencia del filtro, calculando el valor absoluto de H mediante la función **abs** y convirtiendolo a dB. Expresar el eje x en frecuencia digital, de 0 a casi 1.

7.1.5 Incorporar en el título del gráfico anterior los siguientes valores:

- Ripple en la banda de paso
- Ganancia en continua
- Atenuación en la banda de rechazo
- Frecuencia de corte

7.1.6 Generar una señal senoidal s de frecuencia digital 0.1. Filtrar la señal con el filtro **h** utilizando la función **filter(h,1,s)**. El resultado es exactamente igual a de la función **conv**, con la excepción de las últimas muestras que en la función **filter** son eliminadas para mantener la cantidad de muestras original. Graficar entrada y salida en el mismo gráfico, indicando en el título amplitud de la señal de salida y el retardo en muestras entre la señal de entrada y la filtrada.

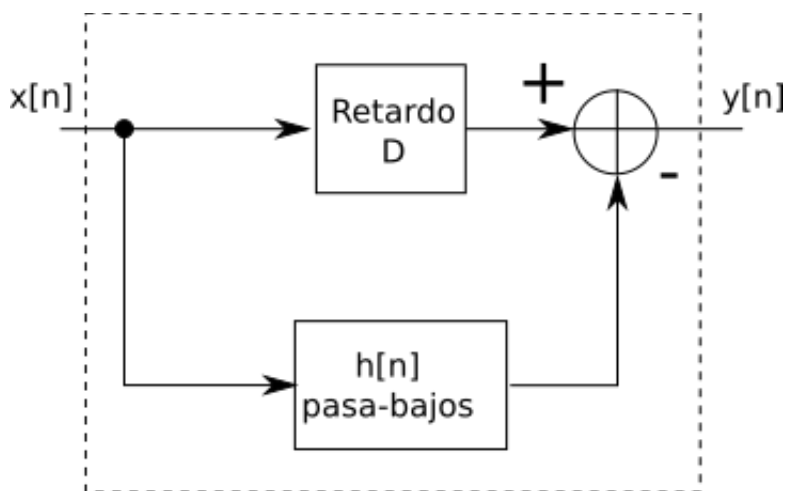
7.1.7 Normalice la ganancia en continua del filtro (Para mantener la amplitud d salida igual a la entrada) dividiendo $h[n]$ por el valor obtenido en el punto 7.1.5 y vuelva a graficar la respuesta en frecuencia.



TECNICAS DIGITALES III

7.2 Obtención de filtro pasa-altos a partir de filtro pasa bajos

7.2.1 Método de inversión de espectro: Obtener la respuesta al impulso del siguiente diagrama, utilizando el filtro normalizado y el valor de retardo obtenidos en el ejercicio anterior.



7.2.2 Obtener la respuesta en frecuencia de la nueva respuesta al impulso y repetir las gráficas del punto 7.1.4

7.2.3 Método de reversión de espectro: Se logra multiplicando los coeficientes del filtro por una secuencia de 1 y -1 alternados. Dicho de otro modo, se cambia el signo de todas las muestras impares.

$$h_{pa}[n] = (-1)^n h_{pb}[n]$$

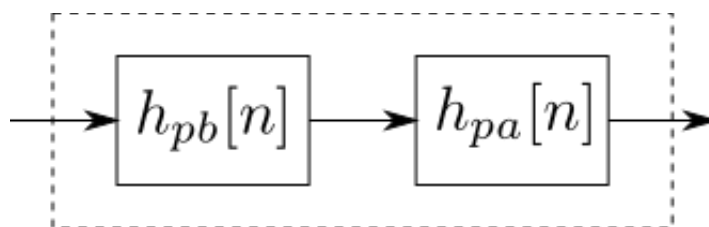
Esto revierte el espectro resultante, obteniendo un filtro pasa-altos con distinta frecuencia de corte. Aplicar reversión de espectro al filtro pasa bajos y graficar respuesta en frecuencia original y modificada.



TECNICAS DIGITALES III

7.3 Obtención de filtros pasa banda y rechaza banda a partir de filtros pasa altos y pasa bajos

Se puede obtener un filtro pasa banda utilizando un filtro pasa altos en serie con un pasa bajos, como se ve en la siguiente figura:

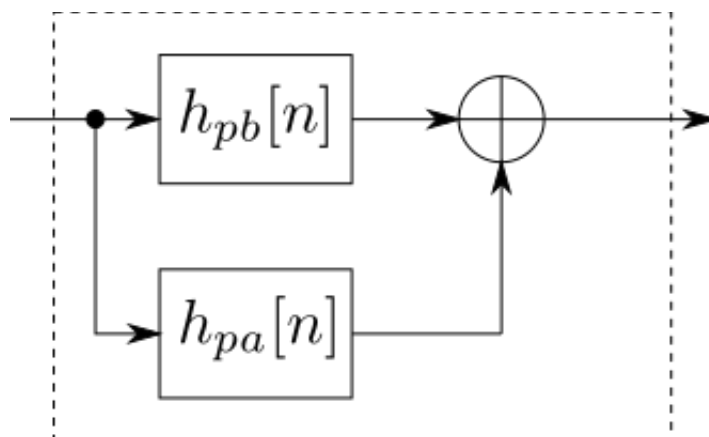


Es importante que la frecuencia de corte del filtro pasa bajos se mayor a la frecuencia de corte del pasa altos para que se solapen los espectros y existe una respuesta pasa banda, es decir

$$w_{c_{PB}} > w_{c_{PA}}$$

La obtención del kernel final se realiza convolucionando los kernels de los dos filtros.

- 7.3.1 Obtener los coeficientes de filtro pasa banda a partir de los filtros *filtro1.dat* y *filtro2.dat*. Graficar respuesta al impulso.
- 7.3.2 Graficar la respuesta en frecuencia. Superponer las respuestas de los filtros originales e identificar la frecuencia de corte 1 y 2.
- 7.3.3 Obtener un filtro rechaza banda combinando el *filtro1.dat* y un filtro pasa altos obtenido mediante la reversión de este mismo filtro. Aplicar el siguiente esquema para lograr la respuesta rechaza banda:





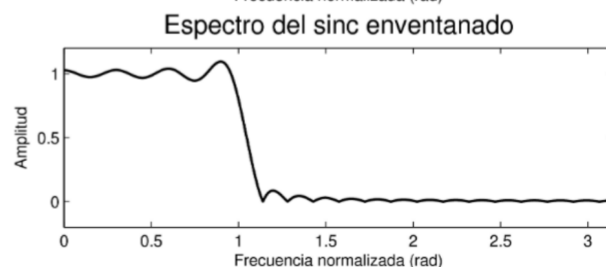
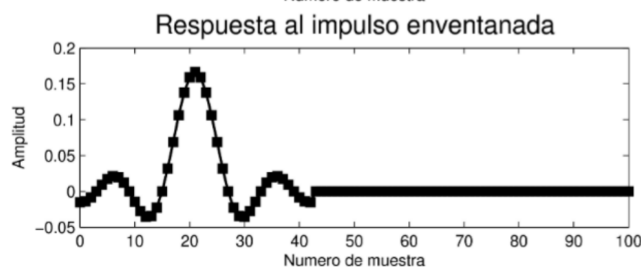
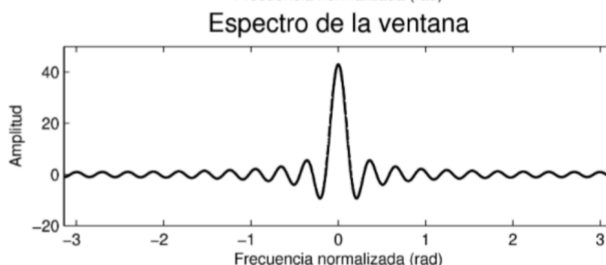
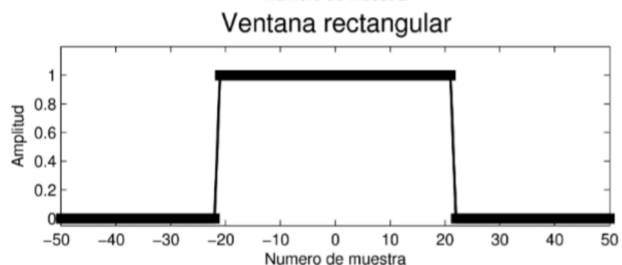
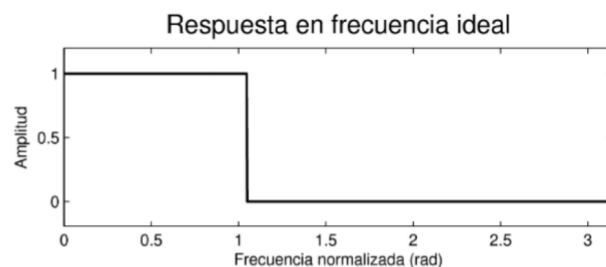
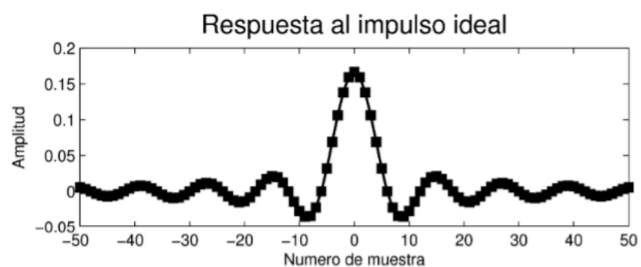
TECNICAS DIGITALES III

Graficar respuesta al impulso del filtro.

7.3.4 Graficar la respuesta en frecuencia. Superponer las respuestas de los filtros originales e identificar la frecuencia de corte 1 y 2.

7.4 Diseño de filtros pasa bajos mediante función sinc con ventana

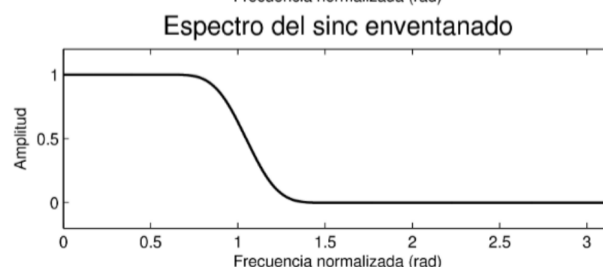
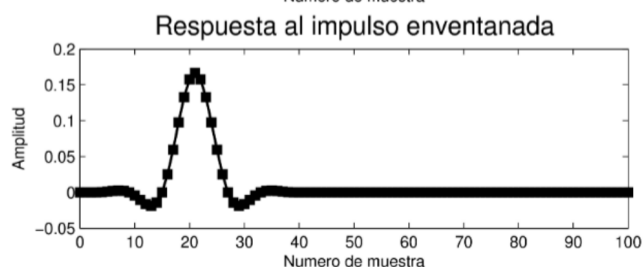
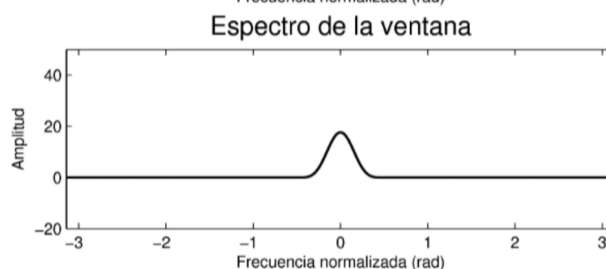
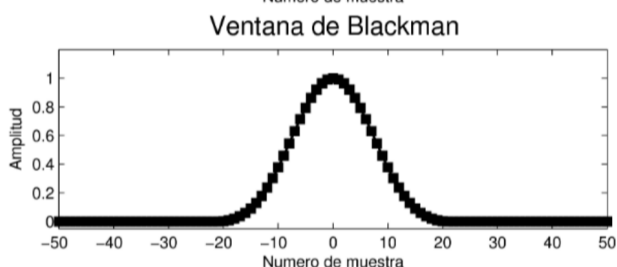
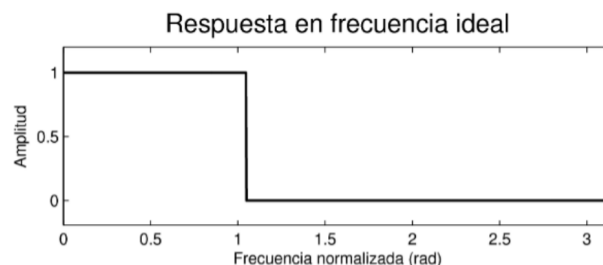
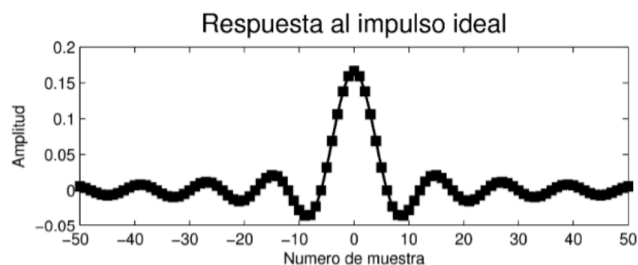
La función *sinc* es de extrema utilidad en el diseño de filtros pues su transformada de Fourier es una función rectángulo. El problema de esta función es que posee colas infinitamente largas, por lo que es necesario truncar la respuesta para lograr un filtro realizable. Se puede considerar el truncado como la operación de multiplicar la respuesta original por una ventana compuesta por ceros en la zona de las colas de la función, y unos en la región central. Como esta función rectángulo posee su propia respuesta, el filtro resultante termina muy lejos del ideal.





TECNICAS DIGITALES III

Es en este punto donde se modifica la función ventana para en lugar de utilizar un rectángulo, utilizar otras funciones que permitan una mejor respuesta, aproximándose a la respuesta ideal. Una ventana muy conocida con estas propiedades es la ventana de Blackman.



Los pasos para diseñar un filtro pasa bajos son:

- Definir el número de taps. Este número va a depender de la banda de transición esperada y de la ventana utilizada. Una aproximación genérica que se puede utilizar independiente de la ventana es:

$$M = \frac{8}{BT}$$

Donde M es la cantidad de taps y BT la banda de transición deseada del filtro expresado en frecuencia digital (De 0 a 1)

- Cálculo de la función *sinc*: La función *sinc* se calculará según la siguiente ecuación



TECNICAS DIGITALES III

$$s[n] = \text{sinc}(n * f_c) \quad -\frac{(M-1)}{2} \leq n \leq \frac{(M-1)}{2} \quad \text{para } M \text{ impar}$$
$$-\frac{M}{2} + 1 \leq n \leq \frac{M}{2} \quad \text{para } M \text{ par}$$

Donde f_c es la frecuencia de corte digital del filtro.

- Calculo de la ventana $w[n]$. Esto depende de la ventana en particular a usar y en general se encuentran disponibles como funciones en matlab.
- Multiplicar punto a punto los elementos de la ventana $w[n]$ por los elementos de la función $\text{sinc } s[n]$
- Normalizar amplitud de ser necesario.

- 7.4.1 Diseñar un filtro pasa bajos con frecuencia de corte en 3KHz y BT de 500Hz. Considerar una frecuencia de muestreo de 44.1KHz. Utilizar las siguientes ventanas
- Blackman (**blackman**)
 - Kaiser (**kaiser**)
 - Chebyshev (**chebwin**)
- 7.4.2 Graficar la respuesta en frecuencia de los 3 filtros y determinar frecuencia de corte, atenuación de banda de stop y ripple en la banda de paso.
- 7.4.3 Calcular un filtro pasa banda de 50 Hz, con BT de 1Hz y frecuencia de muestreo de 1KHz utilizando la ventana que provea el roll off mas pequeño. Graficar respuesta en frecuencia del filtro.