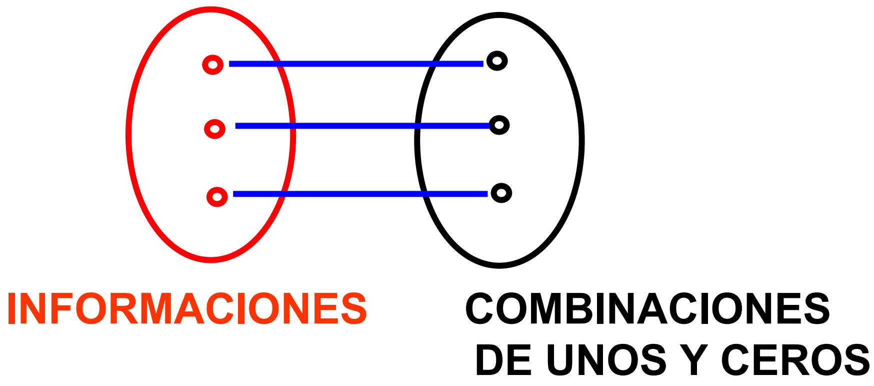
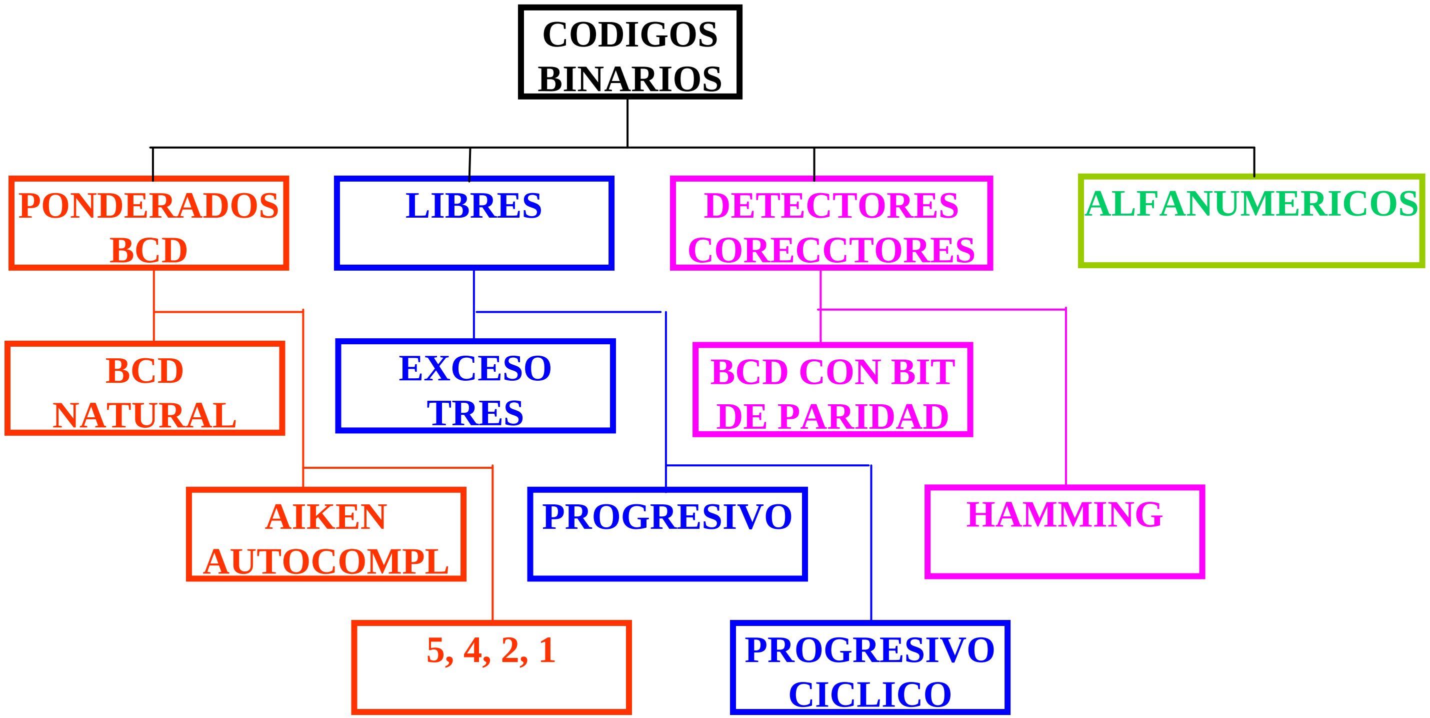
CODIGOS

SE ESTABLECE UN CÓDIGO, CUANDO SE HA DEFINIDO UNA CORRESPONDENCIA UNO A UNO ENTRE ELEMENTOS DE DOS CONJUNTOS





CODIGOS PONDERADOS BCD

DIGITO DECIMAL	NATURAL BCD	5 4 2 1	AIKEN 2 4 2 1
0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 0 0 1
2	0 0 1 0	0 0 1 0	0 0 1 0
3	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1
4	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0
5	0 1 0 1	1 0 0 0	1 0 1 1
6	0 1 1 0	1 0 0 1	1 1 0 0
7	0 1 1 1	1 0 1 0	1 1 0 1
8	1 0 0 0	1 0 1 1	1 1 1 0
9	1 0 0 1	1 1 0 0	1 1 1 1

LINEA DE SEMETRIA

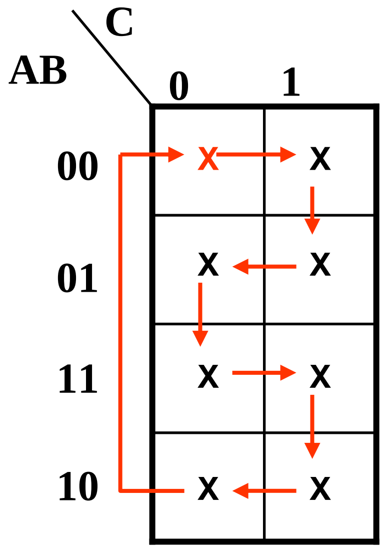
LA SUMA DE DOS COMBINACIONES SIMETRICAS ES SIEMPRE NUEVE (9)

CODIGOS LIBRES – CODIGO PROGRESIVOS

SE DICE QUE UN CÓDIGO ES PROGRESIVO (CONTINUO) SI LAS COMBINACIONES CORRESPONDIENTES A NUMEROS DECIMALES CONSECUTIVOS SON ADYACENTES (CAMBIA UN SOLO BIT) Y ES CICLICO SI LA PRIMERA Y LA ULTIMA SON ADYACENTES

CODIGO DE GRAY (CICLICO)

		DOS BITS	TRES BITS
0	0	0 0	0 0 0
1	1	0 1	0 0 1
	1	1 1	0 1 1
	0	1 0	0 1 0
			1 1 0
			1 1 1
			1 0 1
			1 0 0



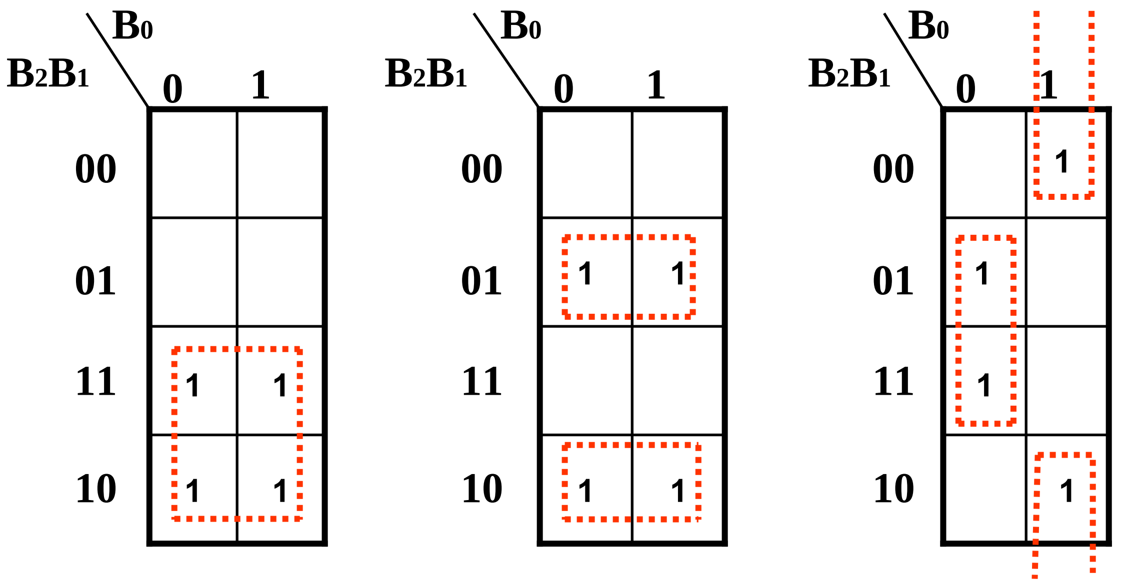
CONVERSION DE CÓDIGOS

N°	BINARIO B_2 B_1 B_0	GRAY G_2 G_1 G_0
0	0 0 0	0 0 0
1	0 0 1	0 0 1
2	0 1 0	0 1 1
3	0 1 1	0 1 0
4	1 0 0	1 1 0
5	1 0 1	1 1 1
6	1 1 0	1 0 1
7	1 1 1	1 0 0

$G2 = \Sigma\ 4,5,6,7$

$G1 = \Sigma\ 2,3,4,5$

$G0 = \Sigma\ 1,2,5,6$



$G2 = B2$

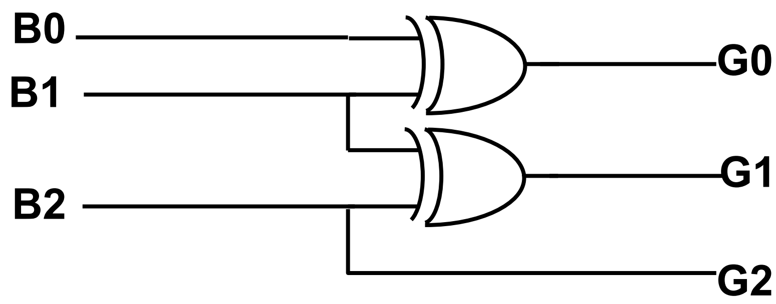
$G1=\overline{B2}B1+B2\overline{B1}$

$G1=B2 \oplus B1$

$G0=B1\overline{B0}+\overline{B1}B0$

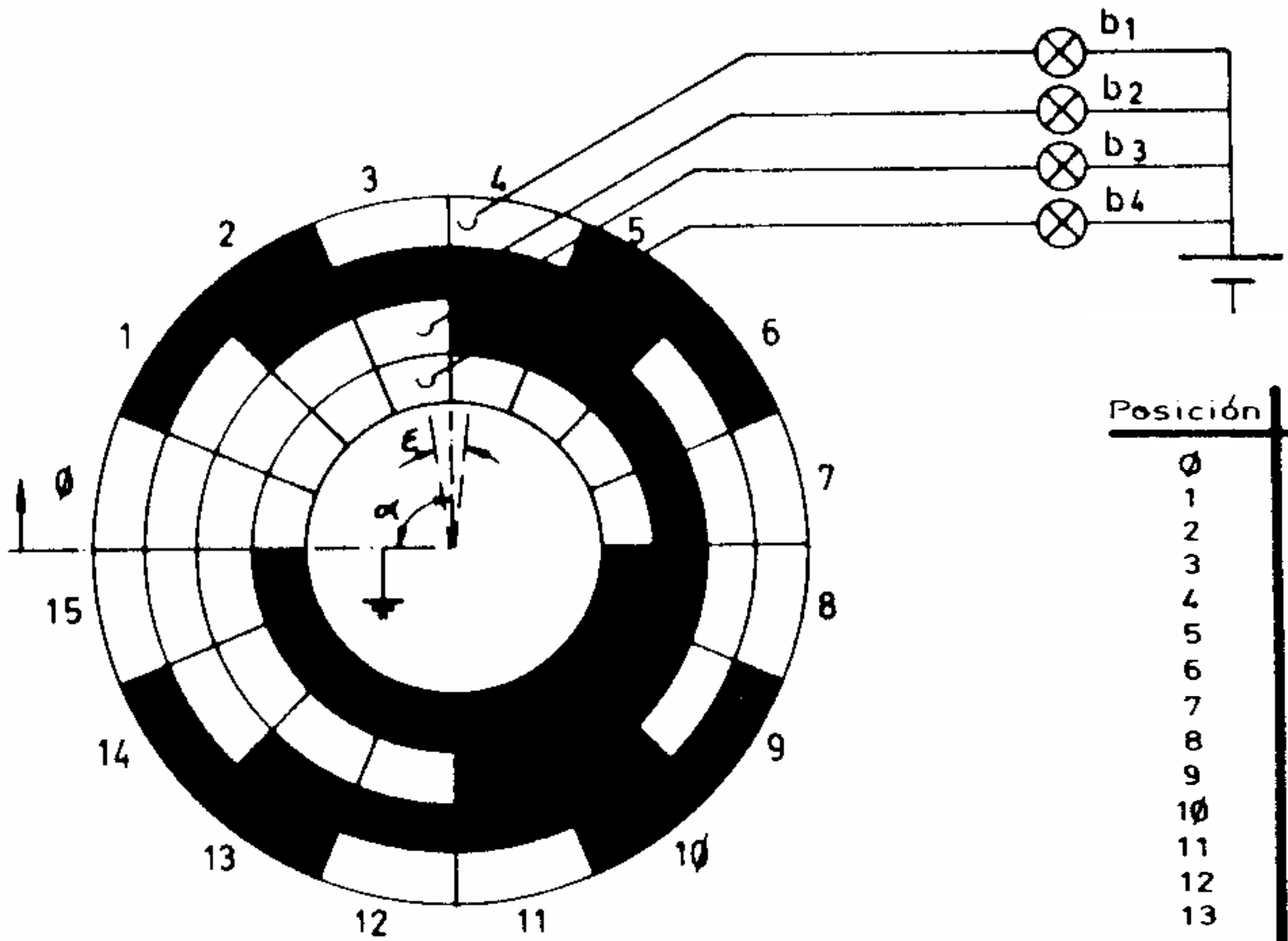
$G0 = B1 \oplus B0$

CIRCUITO DE CONVERSIÓN



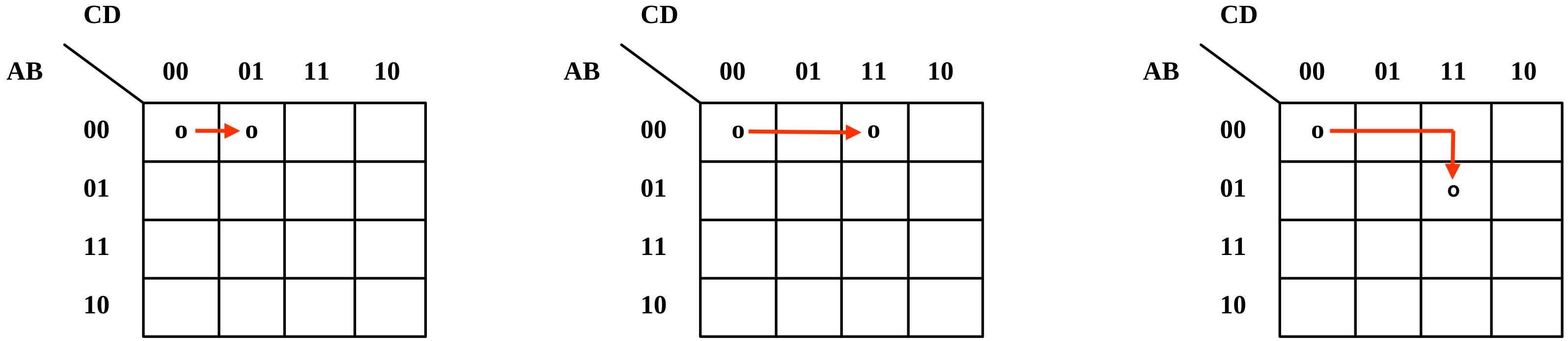
DISCO GRAY

Codificador GRAY de 16 posiciones.



Posición	Código GRAY b4	b3	b2	b1
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
1	Ø	Ø	Ø	1
2	Ø	Ø	1	1
3	Ø	Ø	1	Ø
4	Ø	1	1	Ø
5	Ø	1	1	1
6	Ø	1	Ø	1
7	Ø	1	Ø	Ø
8	1	1	Ø	Ø
9	1	1	Ø	1
1Ø	1	1	1	1
11	1	1	1	Ø
12	1	Ø	1	Ø
13	1	Ø	1	1
14	1	Ø	Ø	1
15	1	Ø	Ø	Ø

DETECCCIÓN Y CORRECCIÓN DE ERRORES

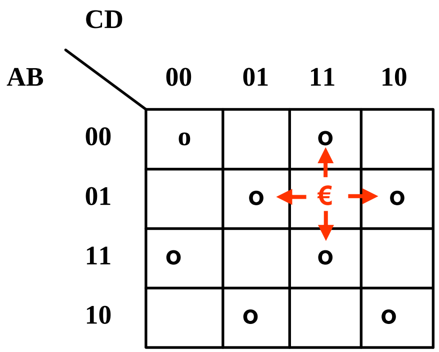


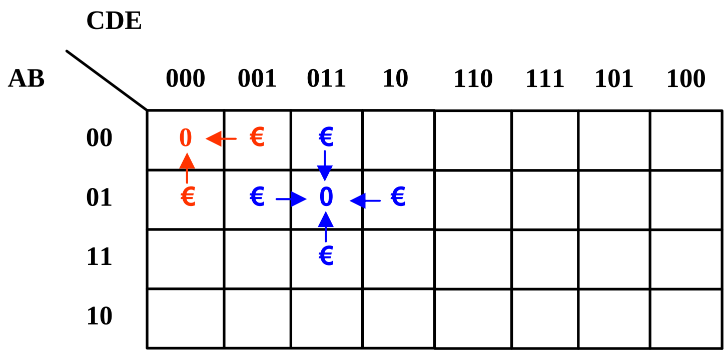
dm = 1 dm = 2 dm = 3

CODIGO DE 3 BITS

A \ BC	00	01	11	10
0	I0	I1	I2	I3
1	I4	I5	I6	I7

TODAS LAS COMBINACIONES SON ADYACENTES - NO SE PUEDEN DETECTAR ERRORES





4 VARIABLES

dm = 2

5 VARIABLES

dm = 3

CÓDIGOS DETECTORES DE ERROR

<u>DISTANCIA:</u> N° BITS A SER MODIFICADOS
EJ.: EN EL CÓDIGO BCD 8421

	B C D	BIT	PARIDAD
N°	A B C	PAR P_P	IMPAR P_I
0	0 0 0	0	1
1	0 0 1	1	0
2	0 1 0	1	0
3	0 1 1	0	1
4	1 0 0	1	0
5	1 0 1	0	1
6	1 1 0	0	1
7	1 1 1	1	0

7 – 1 1 1
D = 3
0 – 0 0 0

<u>DISTANCIA MÍNIMA</u> – DM –

1 – 0 0 1
DM = 1
3 – 0 1 1

TOMEMOS LOS 3 BITS MENOS SIGNIFICATIVOS

$$P_P = \sum 1, 2, 4, 7$$

$$P_P = \bar{A}\,\bar{B}\,C + \bar{A}\,B\,\bar{C} + A\,\bar{B}\,\bar{C} + A\,B\,C$$

$$P_P = \bar{A}\,(\bar{B}\,C + B\,\bar{C}) + A\,(\bar{B}\,\bar{C} + B\,C)$$

$$P_P = \bar{A}\,(B \oplus C) + A\,(\overline{B \oplus C})$$

$$P_P = A \oplus B \oplus C$$

CODIGO DE HAMMING

Este codigo utiliza control de paridad, pero no sobre la palabra completa que se va a transmitir, sino por grupos de bits. Cada grupo posee un bit de paridad, al existir varios grupos hay varios bits de paridad que deben agregarse a la palabra código para formar la palabra de transmisión.

$$m + k = T$$

m: bits de la palabra código

k: bits de paridad

T: bits de la palabra de transmisión

Según Hamming se debe cumplir la siguiente inigualdad:

$$2^k => m + k + 1$$

Ej. Para un código BCD, $m = 4$ tenemos $k = 3$ bits de paridad por lo que habrá que formar al menos 3 grupos de bits y habrá 3 controladores de grupo

GRUPOS

	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
G_2	0	0	0	0	1	1	1	1
G_1	0	0	1	1	0	0	1	1
G_0	0	1	0	1	0	1	0	1

= H , matriz de verificación de paridad

Observemos la paridad de los grupos:

$$G0 \rightarrow b1 \oplus b3 \oplus b5 \oplus b7=0$$
$$G1 \rightarrow b2 \oplus b3 \oplus b6 \oplus b7=0$$
$$G2 \rightarrow b4 \oplus b5 \oplus b6 \oplus b7=0$$

Otra representación es la matricial haciendo el producto de la matriz de verificacion de paridad (H) y la de transmisión (T).

$$[H]\ [T] = 0$$

Haciendo $b_1=k_1$, $b_2=k_2$, $b_4=k_4$; $b_3=m_3$, $b_5=m_5$, $b_6=m_6$, $b_7=m_7$

REALICEMOS EL PRODUCTO MATRICIAL

PRODUCTO MATRICIAL

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} k_1 & k_2 & m_3 & k_4 & m_5 & m_6 & m_7 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} * \begin{bmatrix} k_1 = & 1 \\ k_2 = & 0 \\ m_3 = & 1 \\ k_4 = & 1 \\ m_5 = & 0 \\ m_6 = & 1 \\ m_7 = & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A cada termino de la matriz H se le realiza el producto lógico con un termino de la matriz T y luego se realiza la operación O-Exclusiva entre ellos.

EJEMPLO:

$$0.1 \oplus 0.0 \oplus 0.1 \oplus 1.1 \oplus 1.0 \oplus 1.1 \oplus 1.0 = 0$$

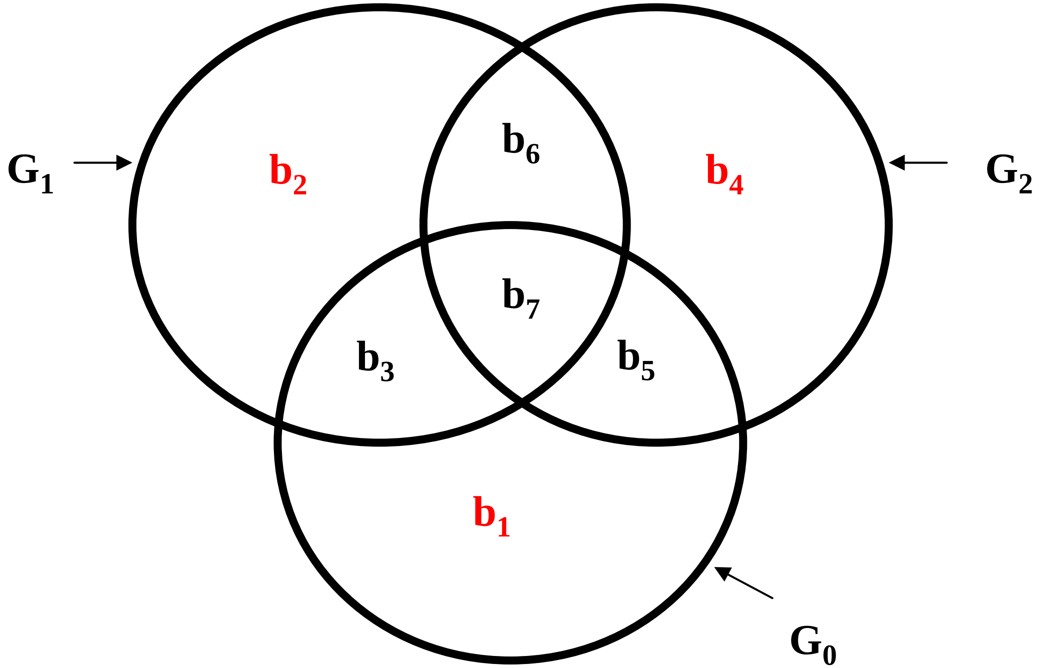
(Primer fila de H por columna de T)

PARIDAD VISUALIZADA EN DIAGRAMA DE CIRCULOS

Si la palabra recibida la representamos por círculos que se interceptan indicando los bits comunes a cada grupo, podemos apreciar que b_7 es comun a los tres grupos, que b_4 solo esta en el grupo G_2 y así sucesivamente.-

Recordemos la paridad de los grupos:

G0 → b1 ⊕ b3 ⊕ b5 ⊕ b7=0
G1 → b2 ⊕ b3 ⊕ b6 ⊕ b7=0
G2 → b4 ⊕ b5 ⊕ b6 ⊕ b7=0



<u>En cada grupo la paridad debe ser par</u>

Asi asignamos a los bits b_1, b_2, y b_4 como los bits de paridad (k_1, k_2, y k_4) respectivamente, y al resto los bits de información (m_7, m_6, m_5, m_3).

A continuación proponemos el sgte. Ejemplo. Suponemos que la palabra a transmitir es :

0	**1**	**0**	**1**
m7	**m6**	**m5**	**m3**

Debemos determinar cual sera el valor de los bits de paridad (k4, k2, k1), para lo cual aplicamos la paridad de los grupos

$G_0 \rightarrow b_1 \oplus b_3 \oplus b_5 \oplus b_7 = 0$, $b_1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$, $b1 = k1 = 1$

$G_1 \rightarrow b_2 \oplus b_3 \oplus b_6 \oplus b_7 = 0$, $b_2 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$, $b2 = k2 = 0$

$G_2 \rightarrow b_4 \oplus b_5 \oplus b_6 \oplus b_7 = 0$, $b_4 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$, $b4 = k4 = 1$

Entonces la palabra a transmitir estará formada por los mi + ki con lo que:

0	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**
m7	**m6**	**m5**	**k4**	**m3**	**k2**	**k1**

Veremos que sucede con esta palabra si se produce un error en la transmisión , y como realizamos la verificación. Supongamos que el error se produce en m3, y recibimos la siguiente palabra:

0	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**
m_7	m_6	m_5	k_4	m_3	k_2	k_1

Realicemos la paridad por grupos:

G2 → $k4 \oplus m5 \oplus m6 \oplus m7=0$, $1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$ bits correctos
G1 → $k2 \oplus m3 \oplus m6 \oplus m7=0$, $0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$ hay un bit incorrecto
G0 → $k1 \oplus m3 \oplus m5 \oplus m7=0$, $1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$ hay un bit incorrecto

El bit incorrecto tiene que estar compartido por dos grupos, con lo que los unicos compartidos son m3 y m7. Pero m7 no puede ser pues esta correcto en el grupo 2 (G2)

Por lo tanto es m3. Si le asignamos peso binario a la paridad de los grupos vemos que obtenemos el valor de <u>0 1 1 = 3</u>

<u>DISEÑAR UN HAMMING PARA CODIFICAR CINCO BITS DE INFORMACIÓN (m = 5)</u>

Ejemplo 1:
Se necesitan cuatro bits de verificación (k = 4), ya que para un k = 3, m= 23 – 3 – 1 = 4 < 5 . Sin embargo, para k = 4, m = 24 – 4 – 1 = 11 > 5.

(Podemos obtener un codigo 9,5 (m + k = 9) eliminando 6 columnas cualesquieras de una matriz de 4x15)

G_3	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
G_2	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
G_1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0
G_0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
	m_{15}	m_{14}	m_{13}	m_{12}	m_{11}	m_{10}	m_9	m_7	m_6	m_5	m_3	k_8	k_4	k_2	k_1

La ultima fila corresponde a la codificación de cada columna. El bit de menor peso de la columna es el de la ultima fila (G_0)

Determinemos los bits de paridad (k_8, k_4, k_2, k_1) utilizando el producto matricial, en la cual hemos eliminado los columnas de m_3, m_5, m_6, m_7, m_9, m_{10}

$$
\begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ k_8 \\ k_4 \\ k_2 \\ k_1
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 \\ 0 \\ 0 \\ 0
\end{bmatrix}
$$

$1.1 \oplus 1.0 \oplus 1.0 \oplus 1.1 \oplus 1.0 \oplus 1.k_8 = 0$, por lo que $k_8 = 0$

$1.1 \oplus 1.0 \oplus 1.0 \oplus 1.1 \oplus 0.0 \oplus 1.k_4 = 0$, por lo que $k_4 = 0$

$1.1 \oplus 1.0 \oplus 0.0 \oplus 0.1 \oplus 1.0 \oplus 1.k_2 = 0$, por lo que $k_2 = 1$

$1.1 \oplus 0.0 \oplus 1.0 \oplus 0.1 \oplus 1.0 \oplus 1.k_1 = 0$, por lo que $k_1 = 1$

Observamos que los bits de paridad son : 0 0 1 1

Supongamos que se produce un error en la transmisión en el bit m_{14}

m_{15}	m_{14}	m_{13}	m_{12}	m_{11}	k_8	k_4	k_2	k_1
1	1	0	1	0	0	0	1	1

$$
\begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

VERIFICACION

$1.1 \oplus 1.1 \oplus 1.0 \oplus 1.1 \oplus 1.0 \oplus 1.0 = 1$

$1.1 \oplus 1.1 \oplus 1.0 \oplus 1.1 \oplus 0.0 \oplus 1.0 = 1$

$1.1 \oplus 1.1 \oplus 0.0 \oplus 0.1 \oplus 1.0 \oplus 1.1 = 1$

$1.1 \oplus 0.1 \oplus 1.0 \oplus 0.1 \oplus 1.0 \oplus 1.1 = 0$

Observe que hay tres grupos en donde hay error, y son G_3 , G_2 , y G_1 por lo tanto el error debe ser comun a los tres y el unico bit comun a los tres es: m_{14}

Codifiquemos el resultado de la verificacion = 1 1 1 0 = 14

PRACTICOS DE HAMMING

CODIGO 9:5

	b_{15}	b_{14}	b_{13}	b_{12}	b_{11}	b_{10}	b_9	b_8	b_7	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1
G1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
G2	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
G3	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
G4	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

TOMEMOS LOS MENOS SIGNIFICATIVOS: b_9, b_8, b_7, b_6, b_5,b_4,b_3, b_2,b_1

DETERMINEMOS PARIDADES:

		b_9	b_8	b_7	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1
G1		1	0	1	0	1	0	1	0	1
G2		0	0	1	1	0	0	1	1	0
G3		0	0	1	1	1	1	0	0	0
G4		1	1	0	0	0	0	0	0	0

INTRODUCIR UN ERROR EN b_3 Y COMPROBAR

b_9 b_7 b_6 b_5 b_3

INFORMACION A TRANSMITIR : 1 0 0 1 1

DETERMINACION DE LOS BIT DE PARIDAD

REALIZAREMOS OTRA TRANSMISION CON LA MISMA INFORMACION, PERO CON OTRA MATRIZ DE VERIFICACION DE PARIDAD, ELEJIMOS LO SGTE.

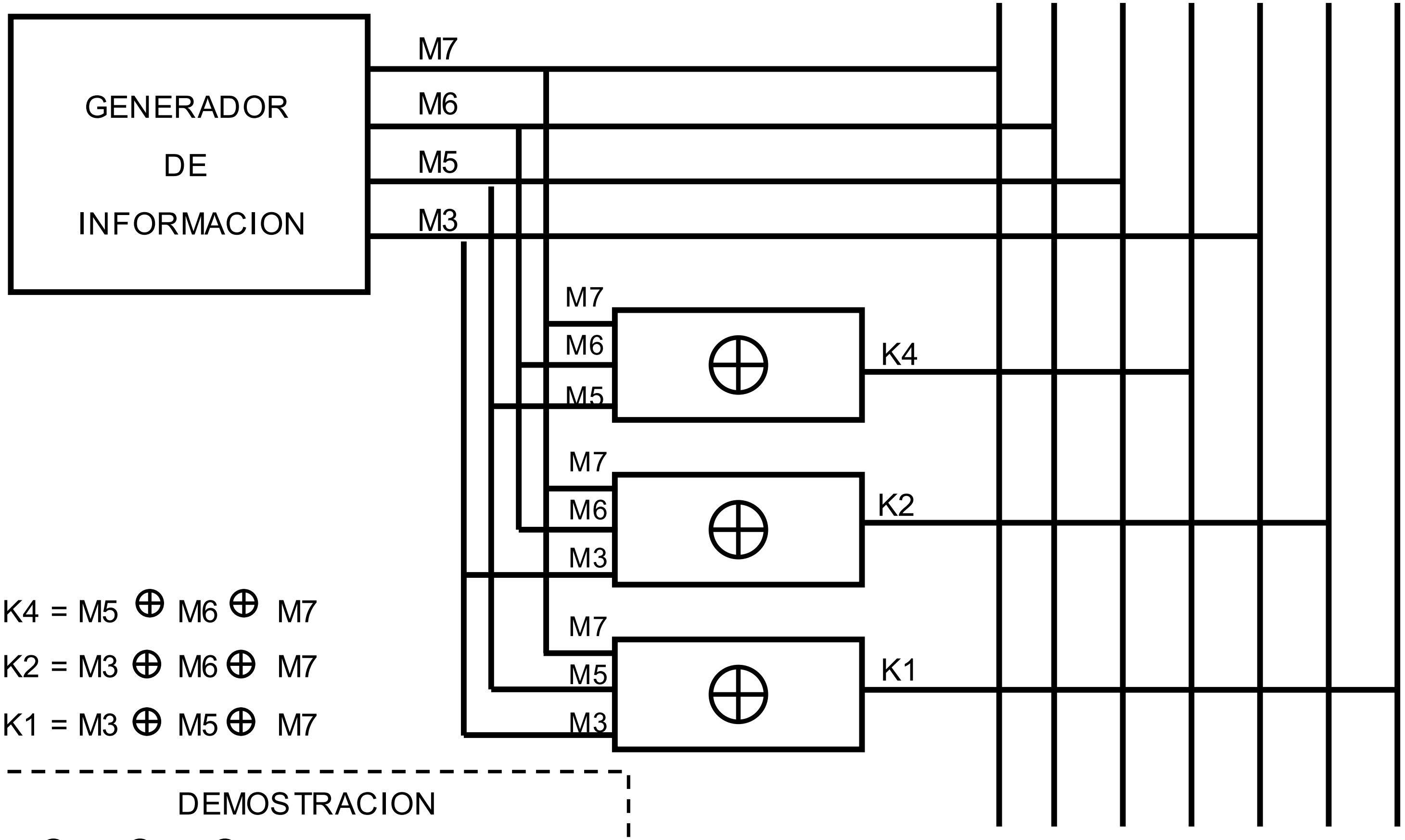
	b_{15}	b_{14}	b_{13}	b_{12}	b_{11}		b_8		b_4		b_2	b_1
G1	1	0	1	0	1		0		0		0	1
G2	1	1	0	0	1		0		0		1	0
G3	1	1	1	1	0		0		1		0	0
G4	1	1	1	1	1		1		0		0	0

DETERMINACION DE LOS BIT DE PARIDAD

INTRODUCIR UN ERROR EN b_{11} Y COMPROBAR

IMPLEMENTACION GENERADOR

IMPLEMENTACION GENERADOR



$K4 = M5 \oplus M6 \oplus M7$

$K2 = M3 \oplus M6 \oplus M7$

$K1 = M3 \oplus M5 \oplus M7$

DEMOSTRACION

$K1 \oplus M3 \oplus M5 \oplus M7 = 0$

$\underbrace{K1 \oplus (K1} \oplus M3 \oplus M5 \oplus M7) = \underbrace{0 \oplus K1}$

$\underbrace{0 \oplus M3} \oplus M5 \oplus M7 = K1$

$M3 \oplus M5 \oplus M7 = K1$

CIRCUITO DETECTOR – CORRECTOR
CÓDIGO DE HAMMING