

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

FACULTAD REGIONAL MENDOZA

DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA

CÁTEDRA DE TECNOLOGÍA ELECTRÓNICA

INDUCTORES CON NÚCLEO DE HIERRO LAMINADO

PROFESOR TITULAR:

ING. ADOLFO F. GONZÁLEZ

PROFESOR ADJUNTO:

ING. RICARDO M. CESARI

AYUDANTE TRABAJOS PRÁCTICOS:

ING. RUBÉN O. VICIOLI

2009

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	3
Analizando la expresión de la inductancia	4
GENERALIDADES	5
VERIFICACIÓN DE INDUCTORES CON NÚCLEO DE HIERRO SIN CIRCULACIÓN DE CC	6
Planteo	6
Desarrollo	7
PROYECTO DE INDUCTORES CON NÚCLEO DE HIERRO SIN CIRCULACIÓN DE CC	13
Planteo	13
Desarrollo	13
INDUCTORES O TRANSFORMADORES CON NÚCLEO DE HIERRO CON CIRCULACIÓN DE CC. Y CA	
SUPERPUESTAS	15
Método de HANNA	17
caso a:	18
Proyecto de inductores con el método de HANNA	20
Desarrollo:	21
Método de las curvas M	21
Caso b:	22
$F = N \cdot I_{cc} / l_h$	26
Proyecto de inductores con el método de las curvas M	26
Desarrollo:	26
BIBLIOGRAFÍA	28

INTRODUCCIÓN

Cuando se aplica una tensión a un arrollamiento, se induce una tensión, si en ese mismo arrollamiento participa un núcleo magnético que se supone el Φ varía sinusoidalmente, lo cual corresponde con bastante aproximación a la casi totalidad de las aplicaciones prácticas.

(tensión aplicada)	$e = E_{\text{máx}} \sin \omega t$	Voltios eficaces
(tensión inducida)	$e_i = -N \, d\Phi / dt$	Voltios y Φ en Weber
	$e_i = -N \, d\Phi / dt \cdot 10^{-8}$	Voltios eficaces Φ en Maxwell = Gauss. cm^2

Φ es el flujo total

La ecuación de equilibrio entre tensión aplicada e inducida

$$e + e_i = 0$$

$$N \cdot d\Phi / dt \cdot 10^{-8} = E_{\text{máx}} \cdot \sin \omega t$$

$$d\Phi = 10^8 / N \cdot E_{\text{máx}} \cdot \sin \omega t \cdot dt$$

integrando

$$\Phi = - \frac{10^8 \cdot E_{\text{máx}}}{N \cdot \omega} \cos \omega t$$

$$\Phi = \frac{10^8 \cdot E_{\text{máx}}}{N \cdot \omega} \cdot \sin (\omega t - \pi/2)$$

el valor máximo de Φ será:

$$\Phi_{\text{máx}} = \frac{10^8 \cdot E_{\text{máx}}}{N \cdot \omega} \quad (\text{Gauss} \cdot \text{cm}^2)$$

expresada la tensión en valor eficaz:

$$\frac{\Phi_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \Phi = \frac{E \cdot \sqrt{2}}{N \cdot 2 \cdot \pi \cdot f} 10^8$$

$$E = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot N \cdot \Phi \cdot 10^{-8} \quad \text{Voltios}$$

$$E = 4,44 \cdot f \cdot N \cdot \Phi \cdot 10^{-8}$$

Aquí la expresión del flujo es independiente de las dimensiones y calidad del núcleo, siempre que la resistencia del bobinado sea tal que la caída de tensión que sobre ella se desarrolle, sea despreciable frente al valor de la tensión aplicada).

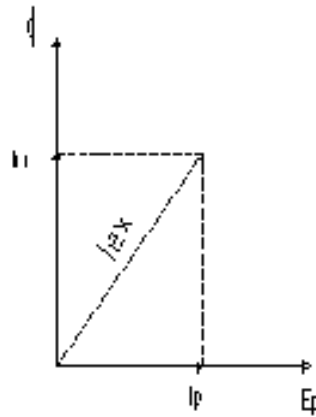
Las dimensiones y calidad del núcleo intervienen eso sí, en la determinación del valor de la corriente de excitación requerida para mantener el flujo magnético necesario.

Si se supone al flujo senoidal, la corriente de excitación en general no es senoidal, pero en la técnica se trata como si lo fuese. Las armónicas de la corriente de excitación, no contribuyen para nada en la potencia, absorbida por el inductor, pero sí aumentan el valor eficaz de dicha corriente.

Por esta razón, la aproximación de suponerla senoidal esta ampliamente justificada, con excepción de algunos problemas específicos.

De esta manera la corriente de excitación tiene dos componentes:

I_m (corriente magnetizante), en fase con el flujo y en cuadratura con la tensión aplicada.
 I_p (corriente de pérdidas), en fase con dicha tensión.



$$I_{ex} = \sqrt{I_p^2 + I_m^2}$$

$$\cos \theta = \frac{P_p}{E \cdot I_{ex}}$$

I_{ex} = corriente de excitación.

P_p = potencia debido a las pérdidas.

La corriente I_m esta vinculada a las demás magnitudes del circuito por medio de la relación

$$0,4 \cdot \pi \cdot N \cdot I = H \cdot l \quad (\text{Oesterd.cm})$$

Analizando la expresión de la inductancia

$$L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot S}{l}$$

que proviene de $L = N \cdot \Phi / I$

$$\Phi = B \cdot S$$

$$B = \mu \cdot H$$

$$H = N \cdot I / l$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

reemplazando

$$L = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot N \cdot N \cdot I \cdot S / I \cdot l$$

Se observa que el valor de la inductancia es directamente proporcional a la permeabilidad del material μ_r del núcleo, de lo que se desprende que utilizando núcleos de materiales magnéticos de alto valor de μ_r se pueden obtener altos valores de inductancias, con menor números de espiras, (menor caída óhmica), o menor sección, (menor costo y volumen), lográndose en consecuencia un óptimo diseño.

Además en estos casos al ser μ_r grande, el flujo queda confinado en el material magnético y por consiguiente la dispersión es mucho menor que con núcleo de aire.

En contraposición a estas ventajas, estos inductores tienen inconvenientes tales como:

- pérdidas en el material del núcleo.
- no constancia en el valor de la inductancia, ya que va a depender de la corriente circulante, como consecuencia de las características no lineales de magnetización, de los materiales magnéticos, etc.

Los materiales usados como núcleos son:

- hierro laminado (aleaciones Fe-Si; Fe-Ni, etc.).
- hierro pulverizado.
- cerámicas magnéticas (ferritas).

A continuación se estudiarán los inductores con núcleo laminados.

GENERALIDADES

Se usan principalmente como filtro o bobinas de choque, y su campo de aplicación se extiende desde los 10 Hz a los 50 KHz. Generalmente se construyen con laminaciones normales, siendo las más comunes E-I o U-L. Desde el punto de vista constructivo, se pueden presentar tres casos:

- 1- Con circulación de corriente alterna (c.a.) solamente.
- 2- Con circulación de c.a. y c.c. superpuestas.
- 3- con circulación de c.c. solamente.

Si a la fórmula de L se reemplaza μ_0 por su valor en el sistema MKS = (Hy / m) = $4\pi \cdot 10^{-7}$, se obtiene la siguiente expresión general:

$$L = \frac{4\pi \cdot N^2 \cdot S}{\frac{1}{\mu_r} \cdot l} \cdot 10^{-7} \quad (\text{Hy})$$

Fórmula práctica, que despreciando las correcciones, da una exactitud de L del orden del 10%. En esa expresión μ_r puede ser:

1- permeabilidad normal $\mu = B / H$.

2- permeabilidad incremental $\mu_\Delta = \Delta B / \Delta H$ (en el caso de haber una componente de c.a. superpuesta a una c.c.).

3- en el caso de haber entrehierro, está la llamada permeabilidad efectiva:

Con c.a

$$\mu_e = \frac{B}{H_{total}} = \frac{B}{Hh + H\Delta} = \frac{1}{\frac{Hh}{B} + \frac{H\Delta}{B}} = \frac{1}{\frac{1}{\mu} + \frac{la}{lh}} \Rightarrow \frac{1}{\mu_e} = \frac{1}{\mu} + \frac{la}{lh}$$

Con c.c. y c.a. superpuesta

$$\mu_e = \frac{\Delta B}{\Delta H_{total}} = \frac{\Delta B}{\Delta Hh + \Delta H\Delta} = \frac{1}{\frac{\Delta Hh}{\Delta B} + \frac{\Delta H\Delta}{\Delta B}} = \frac{1}{\frac{1}{\mu_\Delta} + \frac{la}{lh}}$$

$$\mu_e = \frac{1}{\frac{1}{\mu_\Delta} + \frac{la}{lh}} \Rightarrow \frac{1}{\mu_e} = \frac{1}{\mu_\Delta} + \frac{la}{lh}$$

En este último caso la expresión de L se puede escribir:

$$L = \frac{4.\pi.N^2.S}{\left(\frac{1}{\mu_{\Delta}} + \frac{la}{lh}\right).l} .10^{-7} \quad (\text{Hy})$$

al denominador de esta expresión se lo puede llamar, longitud efectiva del circuito magnético l_e .

$$l_e = \left(\frac{1}{\mu_{\Delta}} + \frac{la}{lh}\right).l$$

y en este caso se tiene:

$$L = \frac{4.\pi.N^2.S}{l_e} .10^{-7} \quad (\text{Hy})$$

VERIFICACIÓN DE INDUCTORES CON NÚCLEO DE HIERRO SIN CIRCULACIÓN DE CC

La verificación consiste en determinar, en inductores ya diseñados el valor de L, partiendo de los siguientes datos:

- 1) Sección del hierro.
- 2) Longitud del circuito magnético.
- 3) Característica B-H del material del núcleo.
- 4) Número de vueltas.
- 5) Tensión aplicada.
- 6) Frecuencia de trabajo.
- 7) Eventualmente nº de juntas o valor del entrehierro.

Planteo

La determinación del valor de L es inmediata, cuando se llega a conocer la corriente de magnetización I_m ya que:

$$L = \frac{E}{\omega . I_m}$$

E = voltios pico.

I_m = corriente de magnetización pico.

La etapa sería entonces, la obtención de la corriente de magnetización la que es igual a:

$$I_m = \frac{(N.I)_{\text{totales}}}{N}$$

Pero los (N.I) totales, son los Amperios-espiras necesarios para obtener una inducción dada en el hierro, más los amperios-espiras necesarios para forzar el flujo a través de las juntas o entrehierro (cuando las hay).

$$(N.I)_{\text{totales}} = (N.I)_{\text{hierro}} + (N.I)_{\text{aire}}$$

Los (N.I) hierro se obtienen de la expresión:

$$0,4 . \pi . N . I = H . l$$

previamente de haber despejado el correspondiente valor de H de la curva B-H del material magnético, entrando con el valor de B, el que puede despejarse de la expresión:

$$E = 4,44. N. f. Sh. B. 10^{-8} \text{ Vrms}$$

esto proviene de $E = 4,44. N. \Phi. 10^{-8}$ donde $\Phi = B.Sh$.

Los (N.I) aire se obtienen del gráfico Amperios-espiras para forzar el flujo a través de una junta conocido B.

Desarrollo

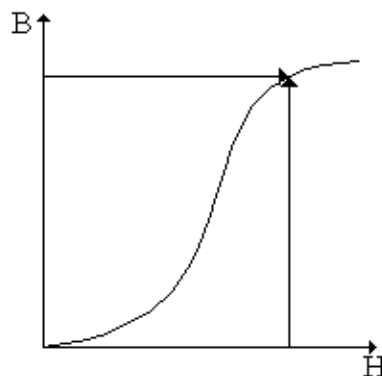
1) Obtención del valor de B de la expresión:

$$E = 4,44. N. f. Sh. B. 10^{-8} \text{ Vrms}$$

f en Hz, Sh en cm² y B en Gauss.
se despeja B

2) Obtención del valor de H en el material magnético.

Conociendo las características B-H del material magnético, se halla el valor de H en el hierro, partiendo del valor de B ya obtenido



3) Caso de circuitos sin juntas ni entrehierro. Obtención directa de I de la fórmula:

$0,4. \pi. N. I = H. l$ se despeja I (I pico), que reemplazado en $L = E/\omega I$ permite obtener directamente el valor de la inductancia L.

4) Caso de laminaciones con juntas

Obtención de los (N.I)_h; (N.I)_j y luego el valor de I.

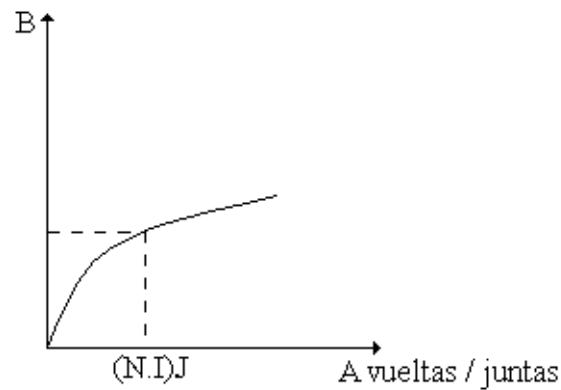
Los (N.I)_h se obtienen de la expresión

$$(N.I)_h = \frac{H_h.l_h}{0,4.\pi} = \frac{H_h.l_h}{1,25} = 0,796.H_h.l_h$$

Los (N.I)_j se buscan en el gráfico B función de los amperios-espiras para forzar el flujo a través de una junta (Av._j).

La corriente pico será:

$$I = \frac{(N.I)_h + (N.I)_j}{N} \quad (\text{I magnetizante})$$



luego:

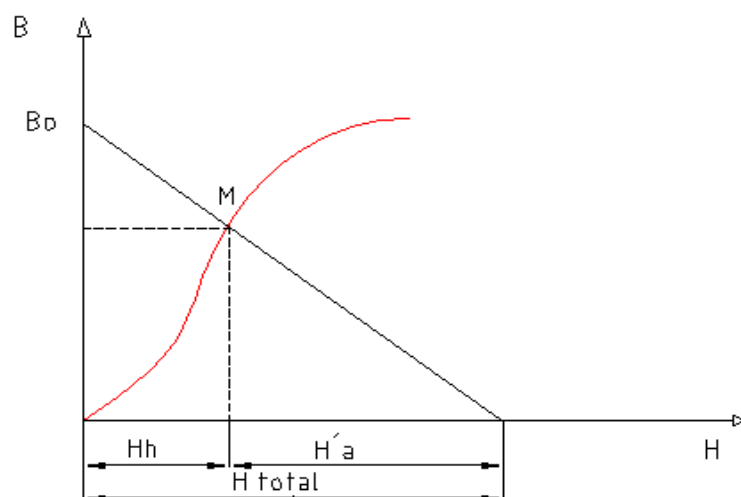
$$L = \frac{E}{\omega \cdot I} \quad E \text{ e } I \text{ valores pico.}$$

5) Caso de laminaciones con entrehierro

Obtención del H total y luego el valor de I.

Se entra con el valor hallado de B a las características B-H del material magnético, y se obtiene el punto M. Por M se traza una recta de pendiente con signo cambiado $\tan \alpha = l_a / l_h$ que corte al eje de abscisas en el punto correspondiente a H_{total} , de la expresión:

$$H_t \cdot l_h = 0,4 \cdot \pi \cdot N \cdot I_m \quad \text{se despeja } I_m$$



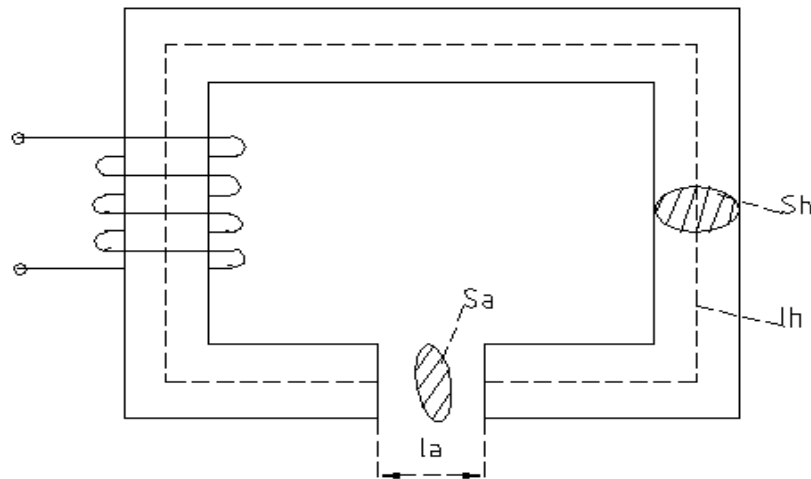
luego la expresión $L = E/(\omega \cdot I)$ nos da el valor de L.

Normalmente no se utiliza la construcción con entrehierro en inductores sin circulación de c.c., en algunos casos se introducen pequeños entrehierros para efectuar ajustes o evitar saturaciones.

Justificación del paso 5

Los circuitos magnéticos se asemejan en algunos aspectos a los circuitos eléctricos y se resuelven en general en forma analítica gráfica, ya que las características alinéales son difíciles de expresar por ecuaciones suficientemente sencillas.

Ante todo consideramos como primera aproximación, que la región del entrehierro la densidad de flujo B está distribuida uniformemente por lo que en dicho espacio $H = B$ dado que en el aire $\mu_r = 1$



$$H = \frac{0,4.\pi.N.I}{l} = B(\text{aire})$$

$$N.I = F_{mm.} = 0,796.l.B \text{ (Gauss.cm)}$$

además $\Phi = B.S$ y la $F_{mm.}$ total del circuito será:

$$(N.I)t = F_{mm.} = H_a.l_a + H_h.l_h = H_t(l_h + l_a) \cong H_t.l_h \cong (H_h + (H_a.l_a/l_h)).l_h \quad (1)$$

El paréntesis es el campo magnético total, que es igual al campo en el material magnético, más un campo ficticio en el aire, cuya característica es tal que multiplicado por l_h , da la parte de la $F_{mm.}$ que corresponde al entrehierro (aire).

$$H_a \cdot \frac{l_a}{l_h} = H'_a \text{ (campo ficticio en el aire)}$$

Dado que se consideran despreciables los efectos de bordes, se cumple

$$S_h = S_a = S$$

y también se cumple que $\Phi_a = \Phi_h$ (2) es decir que el flujo en el hierro es igual al que atraviesa el entrehierro.

Una solución gráfica que satisfaga las ecuaciones (1) y (2), se obtendrá superponiendo al gráfico de:

$$\Phi_h = (F_{mm.}h) \text{ la representación de } \Phi_a = f(F_{mm.}a)$$

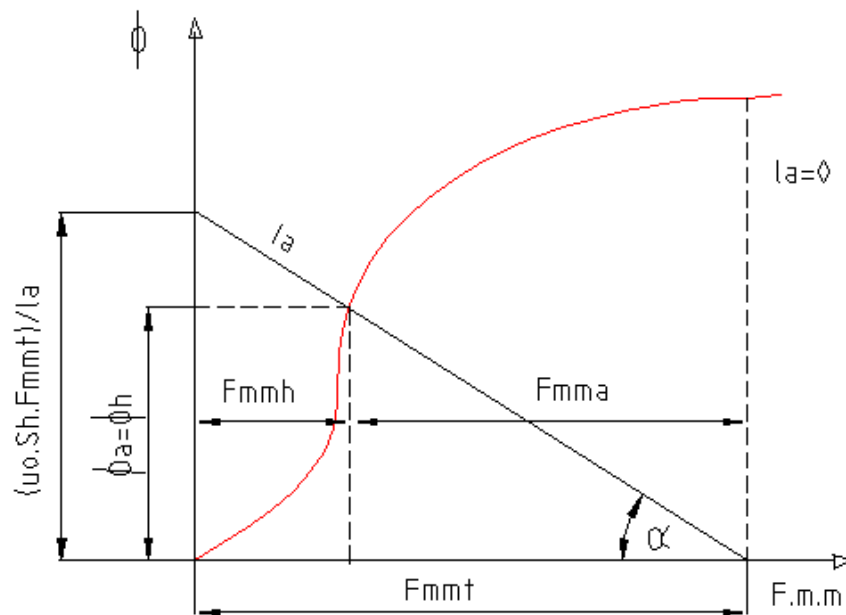


Figura 1

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu_0 \cdot Sh}{l_a}$$

En el origen de coordenadas para la características del hierro, se ubica también el origen para la representación de la Fmm total (Fmmt) aplicada.

Las coordenadas de intersección, nos darán respectivamente el flujo total y la caída de potencial magnético en el hierro, Fig. 1. En esa Fig. la relación de Φ_h y F_{mmh} se obtienen de la curva normal de magnetización del material magnético empleado, que es la curva B-H que da el fabricante, no así la curva de la Fig. 1.

Por esta razón conviene trabajar directamente con el gráfico B-H Fig. 2, esto se logra dividiendo al eje de ordenada por Sh y el eje de abscisa por l_h , entonces la curva Φ_h en función de F_{mmh} se transforma en B_h como función de H_h . Los valores de B_a y H_a no se dan directamente, sino que para calcular sus respectivas magnitudes al origen se hará:

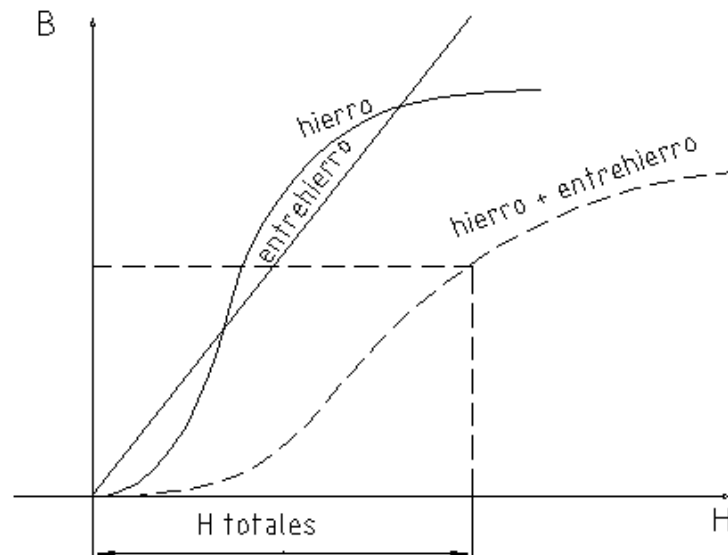
$$B_a = B_h \cdot \frac{Sh}{Sa}$$

La línea de entrehierro intercepta al punto B_h y H_h en:

Como $\mu_0 = 1$ entonces $S_a = Sh$ y la expresión $B_a = H_a l_h / l_a$

Por lo tanto $B_a / H_a = l_h / l_a$.

Otra solución es sumar los H de las curvas del hierro y entrehierro.

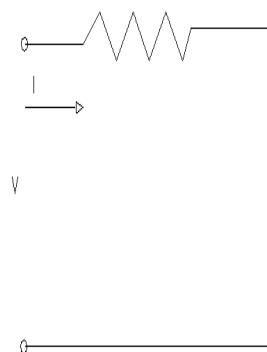
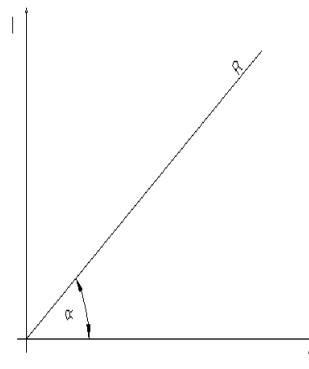


La justificación del cambio de signo a la pendiente de α en Fig. 1 y 2 proviene de la equivalencia de resolver un circuito eléctrico gráficamente.

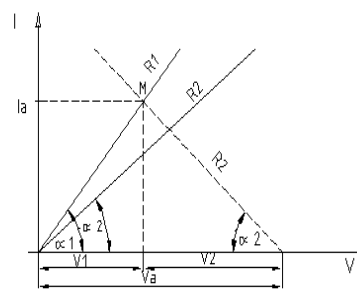
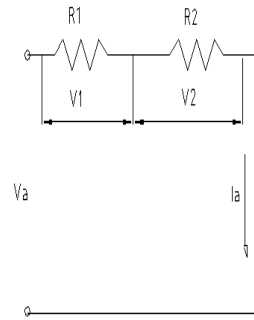
Por ejemplo

$$V = R \cdot I$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I}{V} = \frac{i}{R}$$



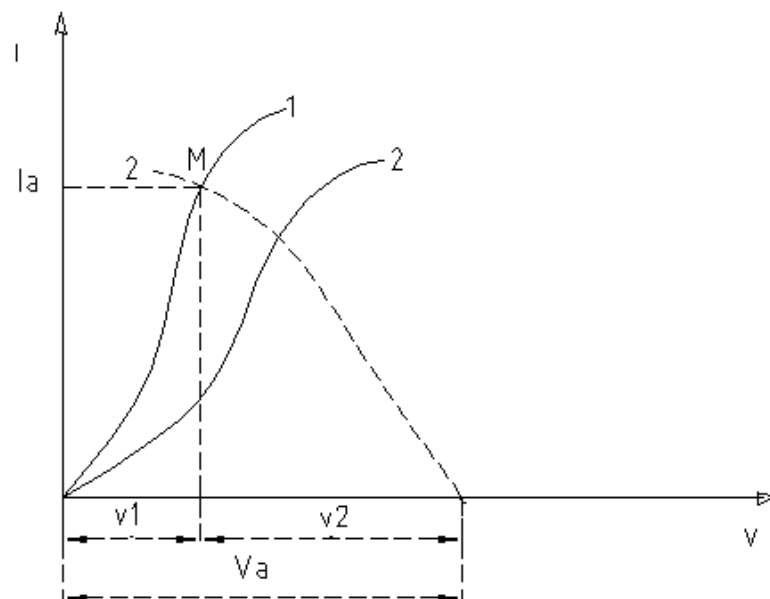
Supongamos otro ejemplo con dos resistencias en serie:



Cambiando de signo a una de las pendientes de las resistencias, haciéndola pasar por el punto M. Dado que es un circuito serie la $I_a = \text{cte}$. A partir de la se traza una paralela al eje de abscisa hasta cortar el otro valor de R y ese es el punto M. Luego a partir de allí se traza la pendiente invertida hasta cortar el eje de abscisa.

De esta manera se obtiene gráficamente la caída total y las parciales. Podría haberse invertido R1 y el resultado de V_a hubiera sido el mismo, excepto que a partir del origen aparece V2 y luego V1.

Por supuesto, si en vez de resistencias, hubieran sido dos cargas alinéales, el procedimiento es el mismo.



PROYECTO DE INDUCTORES CON NÚCLEO DE HIERRO SIN CIRCULACIÓN DE CC

Datos:

- 1) valor de la inductancia deseado L.
- 2) Tensión eficaz sobre el inductor E.
- 3) Frecuencia de trabajo.
- 4) Curva de magnetización B-H, del material del núcleo.

Planteo

Una de las primeras etapas en el proyecto de un inductor, es la elección del circuito magnético, y por lo tanto de la laminación a emplear. Se parte de la base que se utilizan laminaciones comerciales. La elección de la laminación se basa en estimar, la sección de la rama central del circuito magnético, en base a la potencia a manejar, y considerando, en primera aproximación, a la sección cuadrada, se despeja el valor del ancho de la rama central de la laminación. Luego se elige una laminación cuya rama central tenga este valor.

Desarrollo

- 1) Determinación de la corriente circulante.

$$I = E/\omega.L$$

- 2) Estimación de la sección de la rama central del circuito magnético.

Se parte de la expresión:

$$Sh = K.(VA)^{1/2}$$

siendo K una constante que se elige entre 1 y 2. Cuando se quiere una buena regulación se toma 2, caso contrario 1 o valores intermedios.

$$VA = E_{ef}.I_{ef} \quad (\text{potencia aparente})$$

más sección de hierro significa menor número de vueltas y mejor regulación; al ser menor la resistencia del alambre, (ver diseño de transformadores).

- 3) Elección de la laminación.

conociendo la sección del hierro, y suponiendo en una primera estimación que sea cuadrada.

$$Sh = 0,95 a^2$$

0,95 factor de apilado que según la calidad de la laminación. podrá ser menor o mayor se obtiene el valor de a:

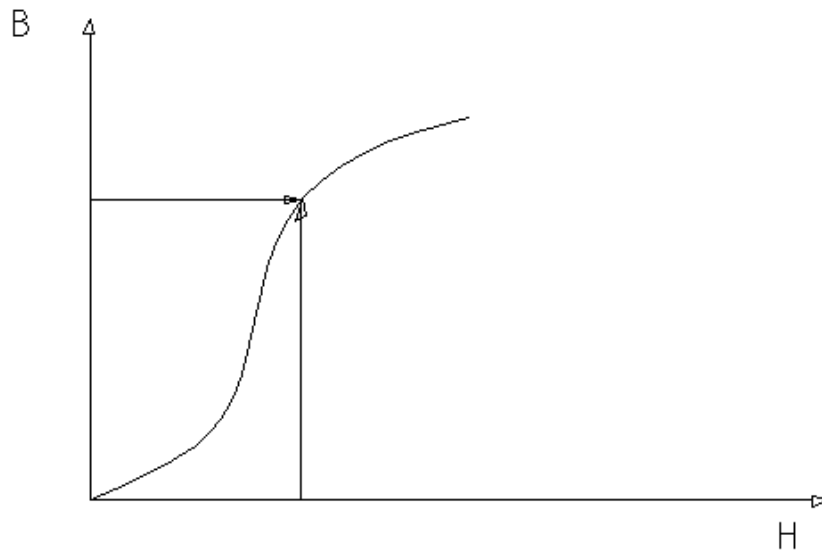
$$a = \sqrt{\frac{Sh}{0,95}}$$

Con el valor de a se puede elegir una laminación cuya rama central tenga este valor.

- 4) Adopción de un valor de B.

Se adopta un valor de inducción, lo más alto posible, pero en forma tal que no sature al material magnético.

5) Obtención del valor de H en el hierro, y de los (N.I)_h una vez fijado B, se busca el correspondiente valor de H_h en las curvas B-H del material magnético.

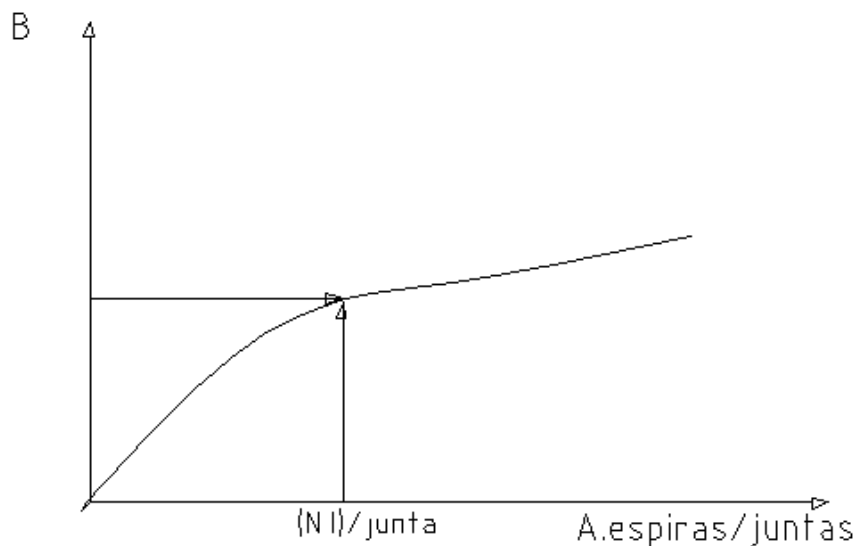


Con este valor de H los (N.I)_h se obtienen de la expresión siguiente.

$$(N.I)_h = \frac{H_h \cdot l_h}{0,4 \cdot \pi}$$

6) Obtención de los (N.I)_j

del gráfico correspondiente, pueden obtenerse los amperios-espiras necesarios para forzar el flujo a través de una junta y multiplicarlo por el número de juntas se obtienen los (N.I)_j.



7) Obtención de N.

$$N = \frac{(N.I)_h + (N.I)_j}{I(\text{Pico})}$$

8) Determinación de la sección del conductor y del diámetro del mismo. Se adopta una densidad de corriente, en principio:

$$J = 2 \text{ Amp} / \text{mm}^2$$

y como se conoce la corriente circulante, se puede obtener la sección requerida del conductor:

$$S_c = I / J$$

9) Verificación de la sección de la ventana.

Si se multiplica a N por la sección del alambre se obtiene la sección del cobre que debe colocarse en la ventana. Este valor debe estar entre 0,3 y 0,4 (30 o 40 %) de la sección de la ventana. Si es mayor el número de espiras no cabe en la ventana y si es menor puede sobrar mucho espacio de ventana y el proyecto es antieconómico.

A esto se lo suele llamar verificación rápida, ya que se toma un margen de seguridad por el espacio que ocupa el carrete, aislación, etc.

Cuando se maneja baja tensión entre capa y capa de devanado el cobre puede ocupar más espacio de ventana que el 40%.

$$S_{Cu} = N.S_c = 0,3 \text{ a } 0,4 \text{ ventana}$$

Para un cálculo más exacto, debe dibujarse la sección de la ventana a escala y en la misma ubicarse los conductores.

10) Determinación del verdadero valor de la rama central y el apilado de la expresión:

$$E_{ef} = 4,44.N. B. Sh. f. 10^{-8} \text{ Voltios}$$

se despeja Sh y como

$$Sh = 0,95.a.A_p \quad A_p \text{ es el apilado y será} \quad A_p = Sh / (0,95. a)$$

Hay que tener en cuenta que el apilado debe estar comprendido entre 1 y 1,5 de a .

11) Verificación de la sobre elevación de temperatura.

La etapa final es la verificación de la sobre elevación de temperatura. Si la misma supera los valores fijados, habrá que disminuir el valor de B o J y recalcular al inductor.

INDUCTORES O TRANSFORMADORES CON NÚCLEO DE HIERRO CON CIRCULACIÓN DE CC. Y CA SUPERPUESTAS

La presencia de una componente de c.c. hace que la zona de funcionamiento se desplace hacia la zona de Saturación, y como consecuencia se produce una disminución de la permeabilidad incremental μ_A lo que trae aparejado una disminución de la inductancia o un aumento del volumen del hierro y / o un aumento del número de espiras para lograr el mismo valor de inductancia.

Podría pensarse que este problema puede evitarse limitando el valor de la c.c. que circula por el inductor o en el transformador, pero esto no es posible, pues el valor de I_{cc} es función de factores ajenos al inductor. Por ejemplo reactores para eliminar el "ripple" en fuentes de alimentación. En amplificadores clase B con transformador, donde se hace circular una pequeña componente de c.c. para eliminar la distorsión de cruce.

(En adelante utilizaremos el término inductor, ya que el transformador desde el punto de vista del diseño se trata como a dos inductores con núcleo).

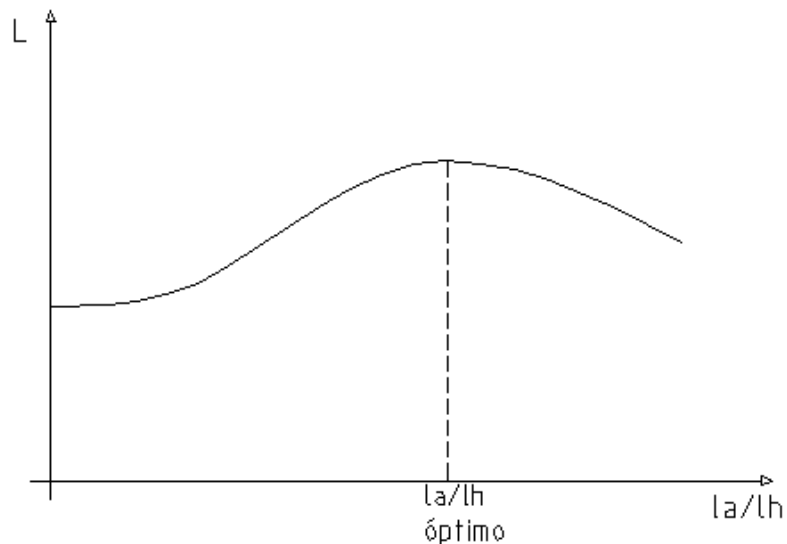
En la práctica se trata de solucionar el problema de los inductores con circulación de c.c. y c.a. superpuestas, mediante la introducción de un entrehierro, por lo que la componente de F.m.m. en el material magnético disminuye, alejándose el punto de funcionamiento de la zona de saturación; esto trae aparejado un aumento de la permeabilidad incremental y lógicamente un aumento de la inductancia, pero en contraposición a esta ventaja, se tiene un aumento de la reluctancia del circuito, lo que hace disminuir el valor de la inductancia. El entrehierro l_a ; tamaño del núcleo y número de espiras N, depende de tres factores relacionados entre si:

- Inductancia deseada.
- Corriente continua en el bobinado.

- Tensión alterna aplicada.

Existe un entrehierro óptimo para el cual, el aumento de inductancia como consecuencia del aumento de permeabilidad incremental compensa la disminución que se obtiene como consecuencia del aumento de reluctancia.

El problema de diseño es, encontrar una relación que dé la máxima inductancia para un determinado valor de c.c. circulante y con la mínima cantidad de material magnético.



Variación de la inductancia en función de la relación la / lh

La expresión de la inductancia en el caso de inductores con entrehierro puede obtenerse de la expresión general de la inductancia reemplazando μ por el valor de μ_e .

$$L = \frac{0,4 \cdot \pi \cdot N^2 \cdot Sh}{lh} \cdot \mu_e \cdot 10^{-8} \text{ (Hy)}$$

$$L = \frac{0,4 \cdot \pi \cdot N^2 \cdot Sh}{lh} \cdot \left(\frac{1}{\frac{1}{\mu_\Delta} + \frac{la}{lh}} \right) \cdot 10^{-8} \text{ (Hy)}$$

Analizando las expresiones:

$$\frac{1}{\mu_e} = \frac{1}{\mu_\Delta} + \frac{la}{lh} \quad \text{y} \quad le = \left(\frac{1}{\mu_\Delta} + \frac{la}{lh} \right) \cdot l$$

observamos que en ambas expresiones un aumento de "la", produce un aumento de $1/\mu_e$ y de le , términos que contribuyen a disminuir la inductancia.

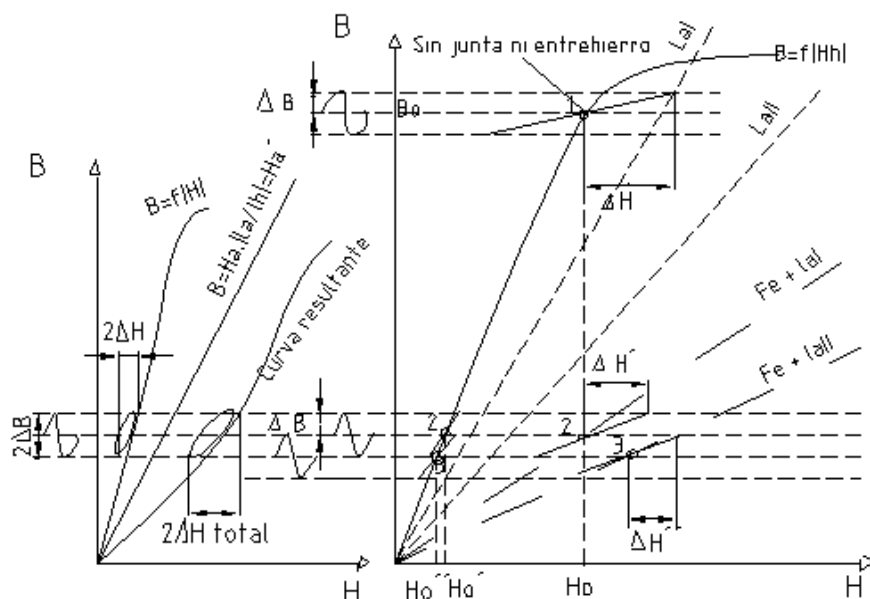
Si partimos de $la = 0$, la intensidad de campo continuo será $H_o = \frac{0,4 \cdot \pi \cdot N \cdot I_o}{lh}$

La introducción de un entrehierro, disminuirá el H_o . Cuanto mayor sea la dado que la F.m.m. debe repartirse entre el material del núcleo y el entrehierro (donde $\mu = 1$), entonces ahora:

$$H_t \cdot (lh + la) = H_h \cdot lh = H_a \cdot la \cong H_o \cdot lh \quad \text{dado que } lh \gg la$$

H_o es el punto de funcionamiento estático o de c.c.

Bo " " " " "

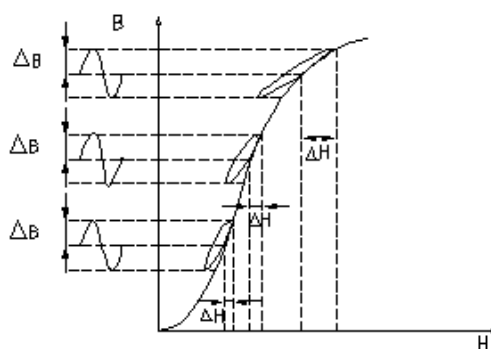


Las figuras muestran claramente, como influye la ΔB con sus distintos valores para un mismo ΔB .

Existen varios métodos de resolución, que permiten encontrar la relación óptima. Se analizarán dos métodos:

- El método de Hanna.
- El método de las curvas M.

A modo de repaso se grafica, la variación de B para un inductor con núcleo con circulación de c.c. y c.a. superpuestas sin junta ni entrehierro, para un mismo valor de ΔB .



Método de HANNA

Aquí tenemos que distinguir claramente dos tipos de proyectos de inductores o transformadores que se presentan en la práctica.

- a) Aquellos a los que se les aplica una tensión de corriente alterna (E) variable en un rango bastante grande (por ejemplo transformadores de audio Inter. etapa, de salida de etapa simple, de modulación, inductores de acoplamiento, etc.).
- b) Aquellos a los que se le aplica una E_{ca} constante, (por ejemplo inductores de filtro, transformadores conectados a la red-de 220 V-50 Hz).

caso a:

Este se presenta con los siguientes datos:

- Corriente continua circulante I_{cc} .
- Tensión alterna aplicada, variable generalmente entre $E_{ca} \cong 0$ (para un pianísimo) a $E_{ca} \text{ máx.}$ (para un fortísimo).
- Rango de frecuencias a reproducir, $f_{mín}$ a $f_{máx}$, con una determinada atenuación.

De este último dato, se parte para realizar el proyecto y se calcula la L que debe tener el transformador o inductor para cumplir con la atenuación pedida en la frecuencia mínima a reproducir, (se recuerda que la inductancia primaria, es función de la respuesta en frecuencias mínimas y debe ser tanto mayor cuanto menor sea esa frecuencia mínima y menor la atenuación pedida).

Justamente el caso a) es donde debe aplicarse la curva de Hanna.

La hipótesis de este método es suponer despreciable la amplitud ΔB de la componente de c.a.

$$\Delta B = 0$$

Observando la fórmula

$$L = \frac{0,4.\pi.N^2.Sh}{lh} \cdot \mu_e \cdot 10^{-8} \quad (\text{Hy}) \quad \text{Ec. 1}$$

Se ve que en la misma figuran cuatro incógnitas: N ; Sh ; lh ; y μ_e .

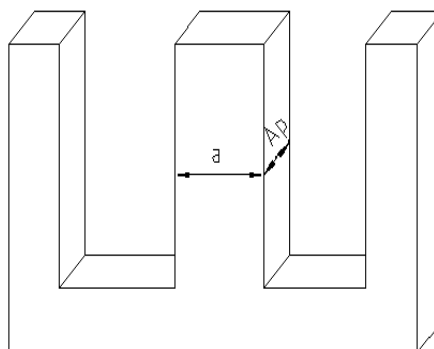
Se buscará de fijar el valor de alguna de estas incógnitas.

Se puede fijar el valor de la sección mediante el criterio de la potencia a manejar por el núcleo.

$$Sh = 1,2. a. 2. \sqrt{P}$$

Siendo P la potencia reactiva y eligiéndose el coeficiente según los requerimientos de la regulación de tensión que se impusieren. Se puede fijar también el valor de lh . Para esto se parte de que:

$$Sh = 0,95.a.A_p$$



de aquí se puede despejar a , teniendo en cuenta que: $A_p = 1$ a $1,5 a$

Una vez obtenido el valor aproximado de a se puede seleccionar la laminación a emplear, con lo cual quedan fijados los valores definitivos de a y lh .

Determinando lh y Sh , quedan dos incógnitas N y μ_e , evidentemente cuanto mayor sea μ_e , menor será N y más económico será el inductor.

El propósito será entonces hacer μ_e máximo

$$\frac{1}{\mu_e} = \frac{1}{\mu_\Delta} + \frac{la}{lh}$$

Para el análisis de la solución se parte de:

$$L = \frac{0,4.\pi.N^2.Sh}{lh} \cdot \left(\frac{1}{\frac{1}{\mu_\Delta} + \frac{la}{lh}} \right) \cdot 10^{-8} = \frac{1,256.N^2.Sh}{lh} \cdot \left(\frac{1}{\frac{1}{\mu_\Delta} + \frac{la}{lh}} \right) \cdot 10^{-8} \quad (\text{Hy}) \quad \text{Ec. 2}$$

Aquí se reemplaza a N por una función de B, que se obtiene de:

$$0,4.\pi.N.I_{cc} = Hh.lh + Ha.la = \mu.Hh.\frac{lh}{\mu} + Ha.la$$

haciendo los siguientes reemplazos

$$Ha = B \quad (\mu_r = 1); \quad \mu.Hh = B \quad \text{y operando:}$$

$$0,4.\pi.N.I_{cc} = Bcc.\left(\frac{lh}{\mu} + la\right) = Bcc.lh.\left(\frac{1}{\mu} + \frac{la}{lh}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{N.I_{cc}}{lh} = \frac{Bcc}{0,4.\pi} \cdot \left(\frac{1}{\mu} + \frac{la}{lh}\right) \quad \text{Ec. 3}$$

luego

$$N = \frac{Bcc.lh}{0,4.\pi.I_{cc}} \cdot \left(\frac{1}{\mu} + \frac{la}{lh}\right)$$

reemplazando este valor de N en Ec. 2 se obtiene:

$$L = \frac{Bcc^2.Sh.lh}{0,4.\pi.I_{cc}^2} \cdot \frac{\left(\frac{1}{\mu} + \frac{la}{lh}\right)^2}{\left(\frac{1}{\mu_\Delta} + \frac{la}{lh}\right)} \cdot 10^{-8} \quad (\text{Hy})$$

reagrupando factores y teniendo en cuenta que Sh.lh = Vh, se obtiene:

$$\frac{L.I_{cc}^2}{Vh} = \frac{Bcc^2}{0,4.\pi} \cdot \frac{\left(\frac{1}{\mu} + \frac{la}{lh}\right)^2}{\left(\frac{1}{\mu_\Delta} + \frac{la}{lh}\right)} \cdot 10^{-8} \quad (\text{Hy}) \quad \text{Ec. 4}$$

El μ empleado es el estático de funcionamiento en continua

$$\mu = Bcc / Hh \quad \text{ya que supuso a } \Delta B = 0$$

En la ecuación 4

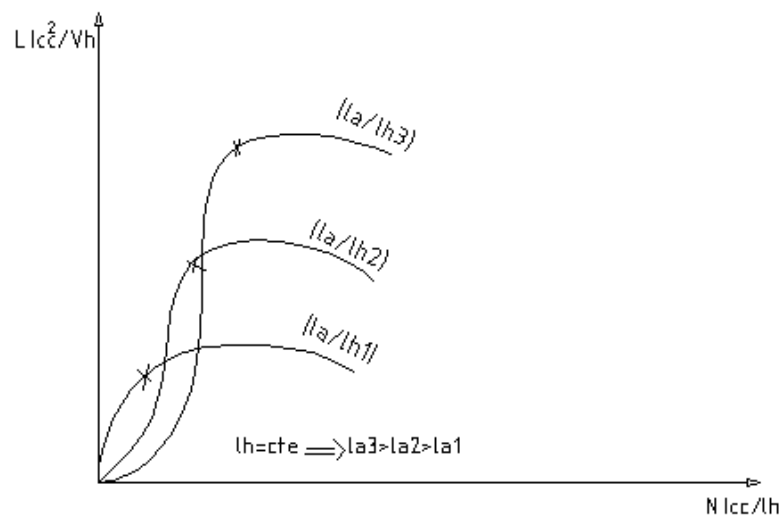
μ_A = pendiente de la curva de magnetización del material en el punto de funcionamiento.

μ = permeabilidad relativa del punto de funcionamiento estático.

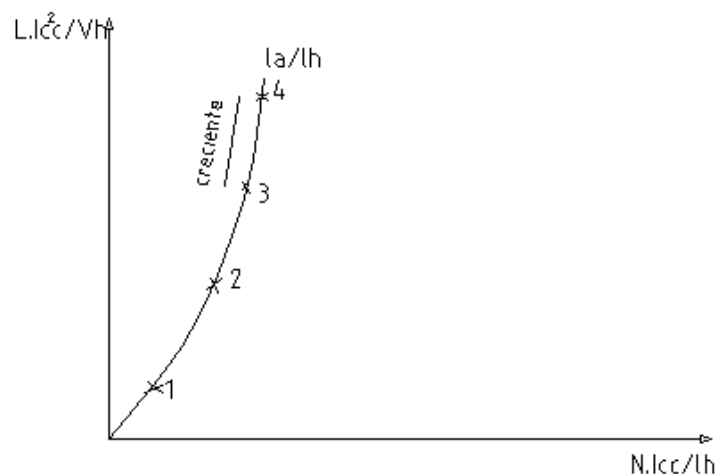
Partiendo de 3 y 4 se hace la representación de $(L.I_{cc}^2)/V_h$ en función de $(N.I_{cc})/l_h$ para cada valor de B, tomando a l_a/l_h como parámetro.

Haciendo variar B y utilizando en cada caso las permeabilidades correspondientes, se pueden calcular los pares de valores $(N.I_{cc})/l_h$ y $(L.I_{cc}^2)/V_h$ y graficarlos.

Es natural que independiente de N; l_a/l_h debe elegirse de manera de hacer L máximo, por lo que nos interesan los puntos marcados con (x), pues a la derecha de los mismos, pequeños incrementos de L requieren grandes aumentos de $(N.I_{cc})/l_h$.



Por lo tanto estos puntos, determinan una nueva curva (envolvente) a lo largo de la cual pueden marcarse los valores de l_h/l_a óptimos.



Proyecto de inductores con el método de HANNA

Datos:

- 1) Valor de la inductancia deseada L.
- 2) Corriente circulante I_{cc} (continua).
- 3) Tensión alterna aplicada E_{ca}.
- 4) Frecuencia de trabajo.

Desarrollo:

1) Determinación de la sección del material magnético Sh. se parte de:

$$\hat{I}_{ca} = \hat{E}_{ca} / \omega L$$

luego:

$$P = (\hat{E}_{ca} \cdot \hat{I}_{ca}) / 2$$

finalmente

$$Sh = 1,2 \text{ a } 2 \sqrt{P}$$

2) Elección de la laminación y determinación de a; A_p; y l_h

Se predetermina a:

$$a \cong \sqrt{\frac{Sh}{0,95}}$$

Se busca una laminación apropiada y se determina: el área real de a; el Apilado A_p y la longitud del circuito magnético l_h.

Con esto queda fijado el valor de V_h:

$$V_h = Sh \cdot l_h = 0,95 A_p \cdot a \cdot l_h$$

3) Determinación de N y l_a:

Se calcula L. I_{cc}² y con este dato se entra en las curvas hasta obtener el N mínimo, o sea, hasta encontrar la envolvente de todas las curvas que esta graduada en valores de l_a / l_h óptimos. Esto da N y l_a óptimos.

4) Determinación de la sección del conductor:

La corriente eficaz a través del devanado será I_{ef} = (I_{ca} + I_{cc})^{1/2} y tomando una densidad de corriente admisible J.

J = 2 a 3 A / mm², se determina la sección del alambre a utilizar

$$S_c = I_{ef} / J$$

5) Análisis de la sección de la ventana.

Se realiza el cálculo de la distribución del devanado en la ventana en forma similar a otros inductores.

6) Análisis de la sobre elevación de temperatura del devanado y el núcleo.

Método de las curvas M

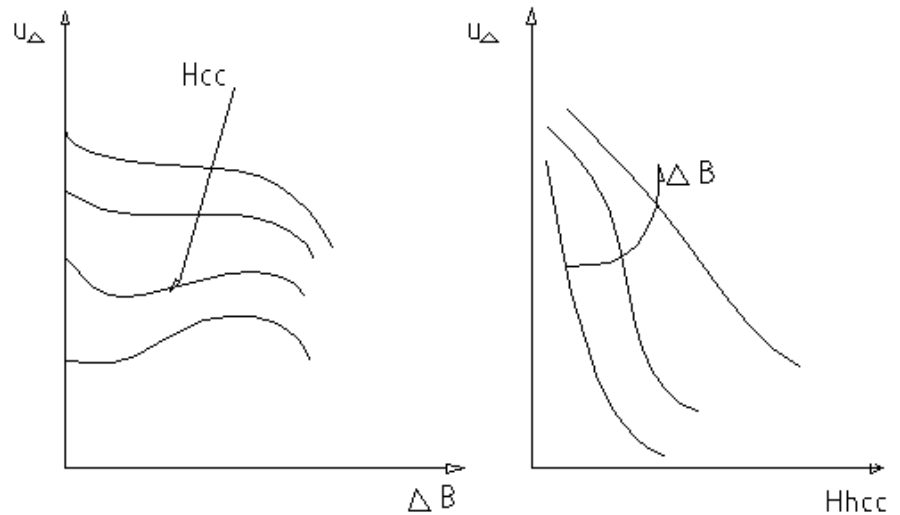
Es resolver el caso b mencionado al principio, antes del desarrollo de los métodos.

Caso b:

Aquí se tiene una tensión E_{ca} fija y por lo general elevada. Por lo tanto resolverlo por el método de Hanna resultaría antieconómico, pues se diseñaría el inductor para que tuviera una determinada inductancia para $\Delta B = 0$ y ahora ΔB tiene un valor determinado:

$$\Delta B = \frac{E_{ca} \cdot 10^8}{4,44 \cdot Sh \cdot N \cdot f} \quad (\text{Gauss})$$

Observando las curvas siguientes



Es evidente, (dado que H_{cc} no ha variado), que aumenta μ_{Δ} y por lo tanto μ_e y en igual proporción aumenta L . Este aumento puede ser, en algunos casos, del orden de tres veces. Por otra parte, el entrehierro que se obtiene de la curva de Hanna ya no es el óptimo, pues los resultados valen solo para $\Delta B \cong 0$.

En el método de las curvas M se tienen en cuenta esas variaciones.

Se parte de la fórmula:

$$L = \frac{0,4 \cdot \pi \cdot N^2 \cdot Sh}{lh} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{\mu_{\Delta}} + \frac{la}{lh} \right)} \cdot 10^{-8} \quad (\text{Hy})$$

Multiplicando ambos miembros por I_{cc}^2 y multiplicando numerador y denominador del segundo miembro por lh y además teniendo en cuenta que $Sh \cdot Lh = Vh$, se obtiene:

$$\frac{L \cdot I_{cc}^2}{Vh} = \frac{0,4 \cdot \pi \cdot 10^{-8}}{\frac{1}{\mu_{\Delta}} + \frac{la}{lh}} \cdot \frac{N^2 \cdot I_{cc}^2}{lh^2}$$

por simplicidad se hace:

$$K = \frac{L \cdot I_{cc}^2}{Vh} \quad ; \quad C = 0,4 \cdot \pi \cdot 10^{-8} \quad ; \quad F^2 = \frac{N^2 \cdot I_{cc}^2}{lh^2}$$

y sabiendo que

$$\frac{1}{\frac{1}{\mu_{\Delta}} + \frac{la}{lh}} = \mu_e$$

se obtiene:

$$K = C \cdot \mu_e \cdot F^2$$

Se observa en las fórmulas precedentes, que para un valor de F dado, el volumen V_h del hierro será mínimo cuando μ_e sea máximo. Por lo tanto el problema es diseñar un inductor con un entrehierro de longitud tal que para una amplitud de inducción (pico a pico) B dada, se tenga una permeabilidad μ_e máxima, de modo que se obtenga el valor de inductancia L empleando la menor cantidad de hierro posible.

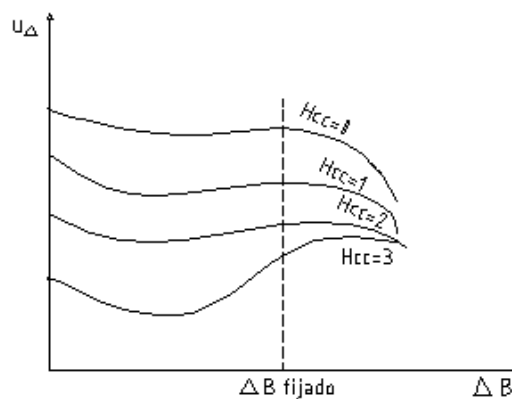
Para obtener el valor máximo de μ_e se realiza el siguiente procedimiento:

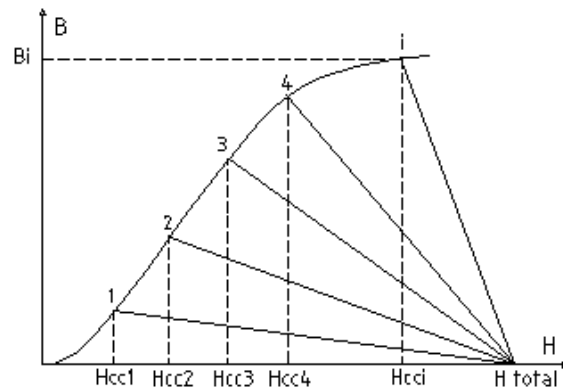
Se fija un valor de ΔB y se consideran distintos valores de H_{cc} . Con estos datos se realizan las siguientes dos etapas:

- se toman las curvas de μ_{Δ} en función de ΔB y H_{cc} y con el valor de ΔB fijado, se obtiene una serie de valores de μ_{Δ} para distintos valores de H_{cc} .
- Se toma la curva de magnetización del material B-H y fijando un campo continuo H_{cc} total en el circuito magnético total (hierro + entrehierro), y considerando los distintos valores de H_{cc} , se obtienen los distintos valores de la / lh que corresponden a los valores de la pendiente de la recta negativa, modificada del entrehierro.

Hay que recordar que:

$$\frac{la}{lh} = \frac{H_{total} - H_i}{B_i}$$



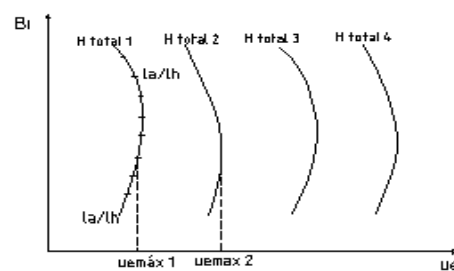


Con los valores obtenidos, se pueden calcular los valores de μ_e para cada par de valores de μ_Δ y l_a / l_h , mediante la expresión:

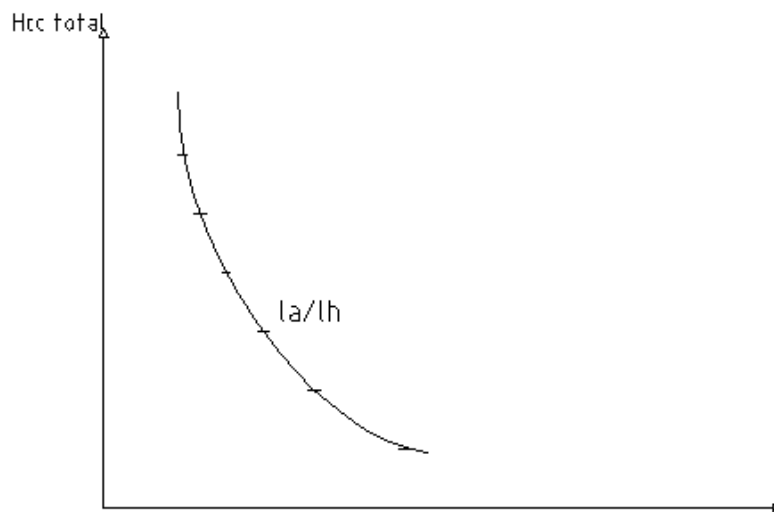
$$\mu_e = \frac{1}{\frac{1}{\mu_\Delta} + \frac{l_a}{l_h}}$$

Estos valores de μ_e pueden graficarse en función de B_i (inducción magnética continua presente en el circuito magnético), llevando como parámetro a H_{eq} , cc y graduando las curvas así obtenidas en valores de l_a / l_h .

Tomando otros valores del campo magnético continuo H_{total2} , H_{total3} , ..., y el mismo valor de ΔB , se repite el cálculo anterior obteniéndose el siguiente gráfico:



Del gráfico pueden obtenerse para cada H_{total} el μ_e máximo y la correspondiente relación l_a / l_h ; valores que se grafican llevando como parámetro a l_a / l_h .



Se observa que:

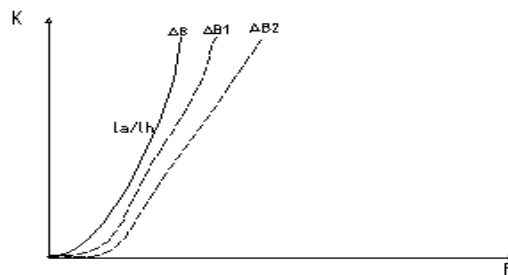
$$Hcctotal = 0,4.\pi.\frac{N.Icc}{lh} = 0,4.\pi.F$$

De modo que si se varía la escala de ordenada de la figura, en el factor $0,4.\pi$ se obtiene una curva de F en función de μ_e máx.

Ahora bien se sabe que:

$$K = C.\mu_e.F^2$$

De modo que si a cada valor de F (correspondiente al gráfico anterior) se lo eleva al cuadrado y se lo multiplica por C y por el valor de μ_e máx. correspondiente al punto en cuestión, se obtienen valores de K que pueden graficarse, obteniéndose la curva siguiente:



Hasta el momento se ha considerado un solo valor fijo de ΔB , a continuación se repite el procedimiento para otros valores de ΔB , obteniéndose una familia de curvas $K-F$, cada una de las cuales se tendrá como parámetro a ΔB y estará graduada en valores de la/lh .

Con todo, estas curvas no nos son prácticas para realizar el diseño, pues para utilizarlas debe conocerse el valor de que depende de N a través de la expresión:

$$\Delta B = \frac{\hat{E}.10^8}{2.\pi.f.Sh.N}$$

y justamente el número de espiras N es una de las incógnitas del diseño.

Para eliminar este problema, se multiplican ambos miembros de la última expresión por:

$$F = N \cdot I_{cc} / l_h$$

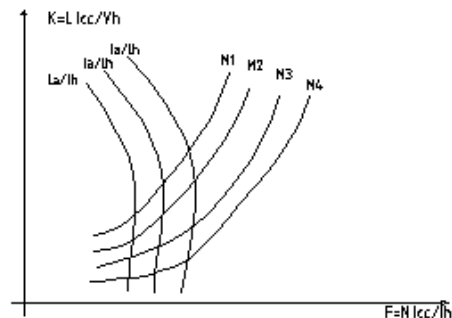
obteniéndose la expresión:

$$M = \Delta B \cdot F = \frac{\hat{E} \cdot I_{cc} \cdot 10^8}{V_h \cdot \omega}$$

que va a permitir trazar una familia de curvas, que posibilitará la solución del problema.

Para trazarla se calcula en cada uno de los puntos de las curvas, el correspondiente valor de M, y se unen, mediante curvas los puntos del plano K-F, que poseen los mismos valores del parámetro M.

Asimismo se unen los puntos que tengan los mismos valores de la relación l_a/l_h . Se obtiene con esto, la siguiente familia de curvas.



Proyecto de inductores con el método de las curvas M

Datos:

- 1) Valor de la inductancia deseada L
- 2) Corriente continua circulante I_{cc}
- 3) Tensión alterna aplica E_{ca}
- 4) Frecuencia de trabajo f

Desarrollo:

- 1) Determinación de la sección del material magnético, Sh.

Se parte de:

$$I_{ca} = \frac{E_{ca}}{\omega \cdot L}$$

luego:

$$P = \frac{\hat{E}_{ca} \cdot \hat{I}_{ca}}{2}$$

finalmente:

$$Sh = 1,2 \text{ a } 2 \cdot P^{1/2}$$

2) Elección de laminación y determinación de a ; A_p y l_h .

Se predetermina \underline{a} :

$$a \cong \sqrt{\frac{Sh}{0,95}}$$

Se busca una laminación apropiada y se determina: el área real \underline{a} , el apilado A_p y la longitud del circuito magnético l_h .

Con esto queda fijado V_h

$$V = Sh.l_h = 0,95.A_p.a.l_h$$

3) Cálculo de $(L \cdot I_{cc}^2)/V_h$ y de M .

$$M = \frac{\hat{E}.I_{cc}.10^8}{\omega.V_h}$$

4) Determinación de N y l_a .

Se entra al gráfico de las curvas M con el valor de ordenada calculado en 3), hasta interceptar a la curva que tenga como parámetro el valor de M obtenido en 3).

De la abscisa correspondiente a este punto, se despeja a $N = F.l_h / I_{cc}$. Además de la curva de l_a/l_h que pasa por el punto determinado, se despeja la longitud del entrehierro l_a a utilizar.

5) Determinación de la sección del conductor.

La corriente eficaz a través del devanado será $I_{ef} = (I_{cc}^2 + I_{ca}^2)^{1/2}$ y tomando una densidad de corriente $J_{ad} = 2$ a 3 A/mm^2 , se determina la sección del alambre a usar:

$$S_c = I_{ef} / J$$

6) Análisis de la sección de la ventana:

Se realiza el cálculo de la distribución del devanado en la ventana, en forma similar a otros inductores.

7) Análisis de la sobre elevación de temperatura.

Se debe verificar la sobre elevación de temperatura del devanado y del núcleo.

BIBLIOGRAFÍA

- MAGNETIC MATERIALS AND THEIR APPLICATIONS-Carl Heck-Ed. Butterword.
- Datos de laminaciones de la fábrica ALAMTEC