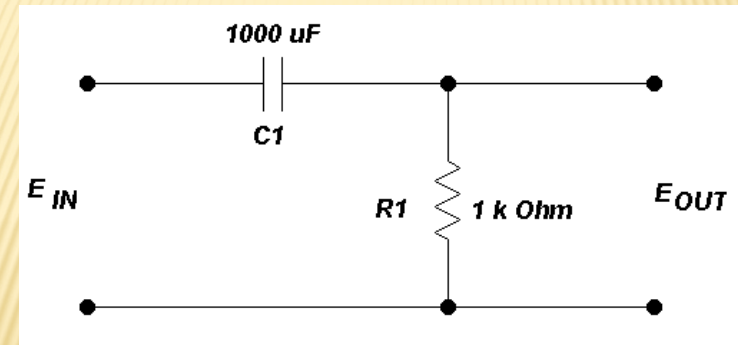


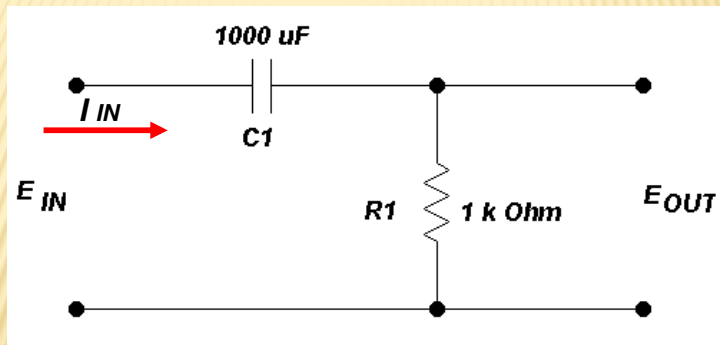
EJEMPLO DE TRAZO DE DIAGRAMAS POLARES

Por: Ing. Juan José García Abad

DADO EL SIGUIENTE CIRCUITO GRAFICAR EL DIAGRAMA POLAR

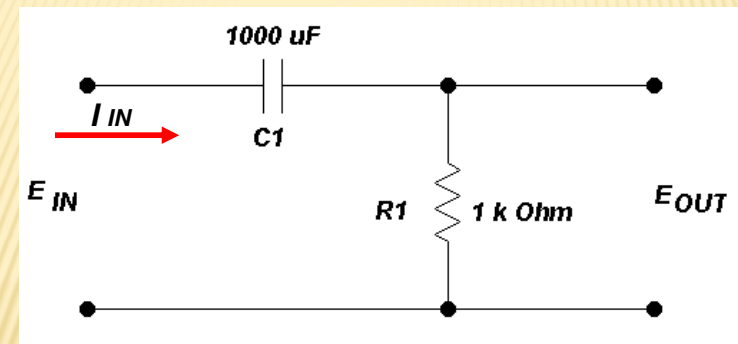


DADO EL SIGUIENTE CIRCUITO GRAFICAR EL DIAGRAMA POLAR



SUPONEMOS UNA CORRIENTE DE ENTRADA I_{IN}

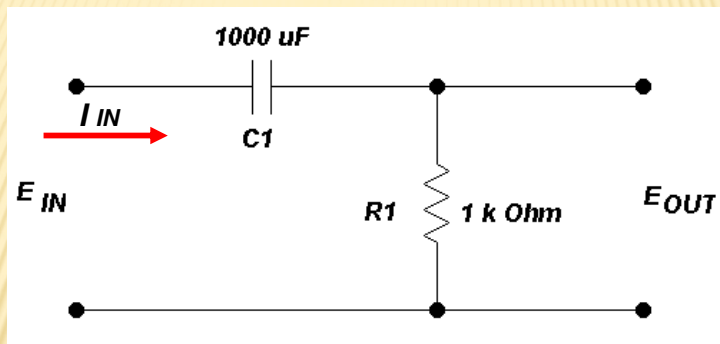
HACEMOS EL CÁLCULO DE FUNCION DE TRANSFERENCIA :



$$E_{OUT(P)} = I_{IN} * R1 \quad E_{IN(P)} = I_{IN} * \left(R1 + \frac{1}{C1 * P} \right)$$

$$F(P) = \frac{E_{OUT(P)}}{E_{IN(P)}} = \frac{I_{IN} * R1}{I_{IN} * \left(R1 + \frac{1}{C1 * P} \right)} = \frac{R1}{\left(R1 + \frac{1}{C1 * P} \right)} =$$

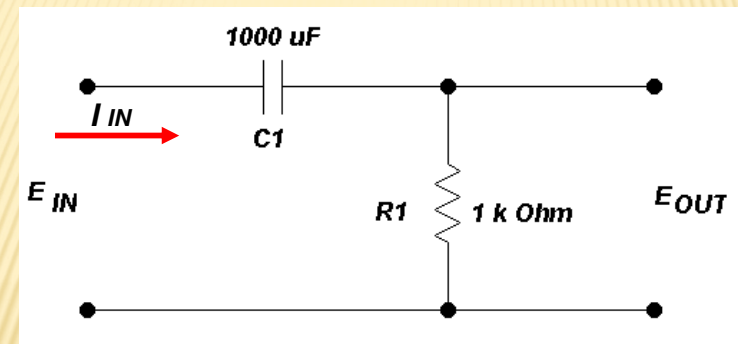
HACEMOS EL CÁLCULO DE FUNCION DE TRANSFERENCIA :



$$F_{(P)} = \frac{E_{OUT(P)}}{E_{IN(P)}} = \frac{R1}{\frac{1}{C1 * P} * (R1 * C1 * P + 1)} = \frac{R1 * C1 * P}{(R1 * C1 * P + 1)}$$

$$F_{(P)} = \frac{E_{OUT(P)}}{E_{IN(P)}} = \frac{P}{\left(P + \frac{1}{R1 * C1}\right)}$$

HACEMOS EL CÁLCULO DE FUNCION DE TRANSFERENCIA :

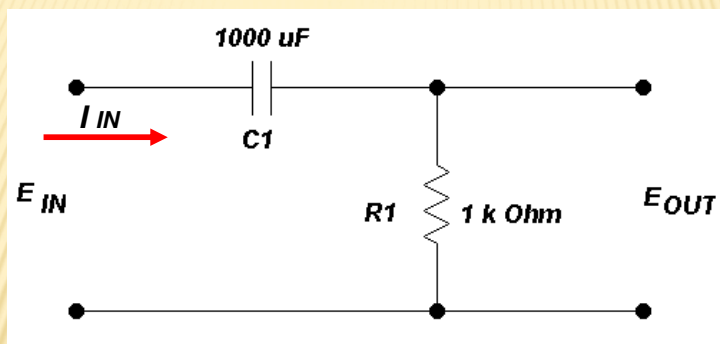


$$F_{(P)} = \frac{E_{OUT(P)}}{E_{IN(P)}} = \frac{P}{\left(P + \frac{1}{R1 * C1}\right)}$$

DANDO VALORES:

$$F_{(P)} = \frac{E_{OUT(P)}}{E_{IN(P)}} = \frac{P}{(P + 1)}$$

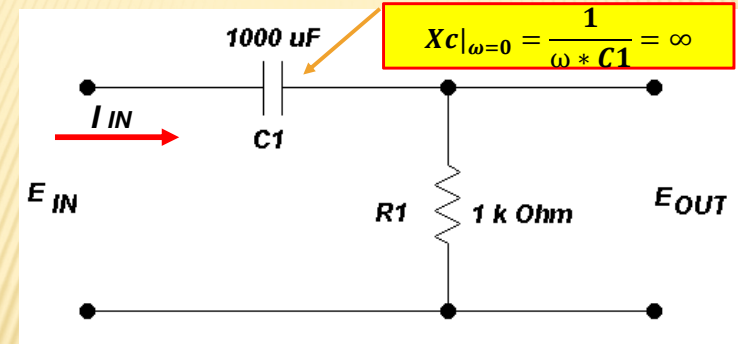
COMPROBAMOS LA FUNCION DE TRANSFERENCIA CALCULADA:



$$F_{(P)} = \frac{E_{OUT(P)}}{E_{IN(P)}} = \frac{P}{(P + 1)}$$

DANDO VALORES a P : $P \rightarrow 0$ $F_{(P)} = 0$
 $P \rightarrow \infty$ $F_{(P)} = 1$

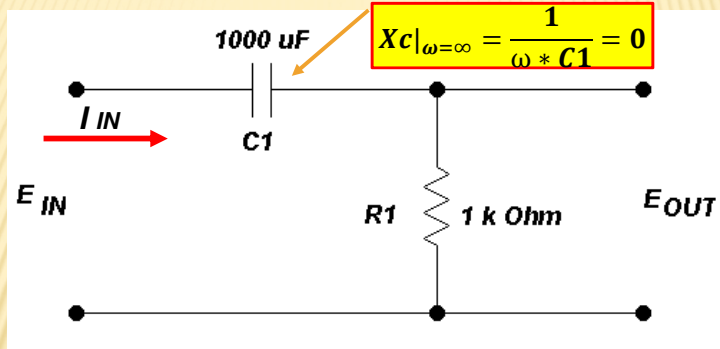
COMPROBAMOS LA FUNCION DE TRANSFERENCIA CALCULADA:



$$F_{(P)} = \frac{E_{OUT(P)}}{E_{IN(P)}} = \frac{P}{(P + 1)}$$

DANDO VALORES a P : $P \rightarrow 0$ $F_{(P)} = 0$
 $P \rightarrow \infty$ $F_{(P)} = 1$

COMPROBAMOS LA FUNCION DE TRANSFERENCIA CALCULADA:



$$F_{(P)} = \frac{E_{OUT(P)}}{E_{IN(P)}} = \frac{P}{(P + 1)}$$

DANDO VALORES a P $P \rightarrow 0$ $F_{(P)} = 0$

$P \rightarrow \infty$ $F_{(P)} = 1$

CAMBIAMOS P por $j\omega$ y separamos en parte Real +/- j Parte Imaginaria:

$$F_{(P)} = \frac{E_{OUT(P)}}{E_{IN(P)}} = \frac{P}{(P + 1)}$$

$$F_{(j\omega)} = \frac{E_{OUT(j\omega)}}{E_{IN(j\omega)}} = \frac{j\omega}{(j\omega + 1)} = \frac{j\omega}{(1 + j\omega)} * \frac{1 - j\omega}{(1 - j\omega)}$$

$$F_{(j\omega)} = \frac{E_{OUT(j\omega)}}{E_{IN(j\omega)}} = \frac{\omega^2}{(1 + \omega^2)} + j \frac{\omega}{(1 + \omega^2)}$$

$$F_{(j\omega)} = \frac{E_{OUT(j\omega)}}{E_{IN(j\omega)}} = Re + j Im$$

Hacemos una tabla dando valores a ω y calculamos parte Real, Parte Imaginaria, Módulo y Ángulo

$$F_{(j\omega)} = \frac{E_{OUT(j\omega)}}{E_{IN(j\omega)}} = \frac{\omega^2}{(1 + \omega^2)} + j \frac{\omega}{(1 + \omega^2)}$$

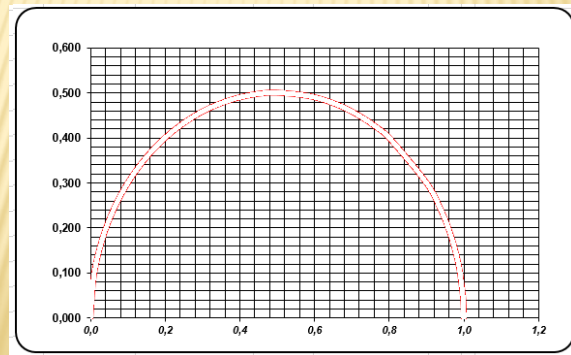
Hacemos una tabla dando valores a ω y calculamos parte Real, Parte Imaginaria, Módulo y Ángulo

$$F_{(j\omega)} = \frac{E_{OUT(j\omega)}}{E_{IN(j\omega)}} = \frac{\omega^2}{(1 + \omega^2)} + j \frac{\omega}{(1 + \omega^2)}$$

w	Re	Im	MODULO	ÁNGULO
0	0	0	0	90°
0,25	0,058823529	0,235294118	0,242535625	75,96375653
0,5	0,2	0,4	0,447213595	63,43494882
1	0,5	0,5	0,707106781	45
2	0,8	0,4	0,894427191	26,56505118
4	0,941176471	0,235294118	0,9701425	14,03624347
Infinito	1	0	1	0

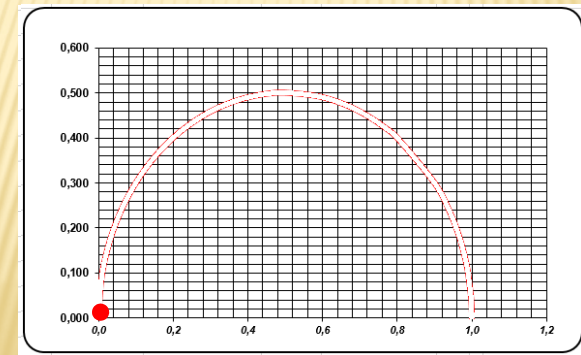
TRAZAMOS EL DIAGRAMA POLAR CON LOS VALORES OBTENIDOS:

w	Re	Im	MODULO	ÁNGULO
0	0	0	0	90°
0,25	0,058823529	0,235294118	0,242535625	75,96375653
0,5	0,2	0,4	0,447213595	63,43494882
1	0,5	0,5	0,707106781	45
2	0,8	0,4	0,894427191	26,56505118
4	0,941176471	0,235294118	0,9701425	14,03624347
Infinito	1	0	1	0



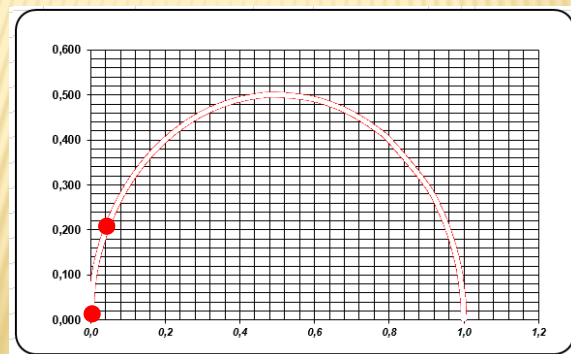
TRAZAMOS EL DIAGRAMA POLAR CON LOS VALORES OBTENIDOS:

w	Re	Im	MODULO	ÁNGULO
0	0	0	0	90°
0,25	0,058823529	0,235294118	0,242535625	75,96375653
0,5	0,2	0,4	0,447213595	63,43494882
1	0,5	0,5	0,707106781	45
2	0,8	0,4	0,894427191	26,56505118
4	0,941176471	0,235294118	0,9701425	14,03624347
Infinito	1	0	1	0



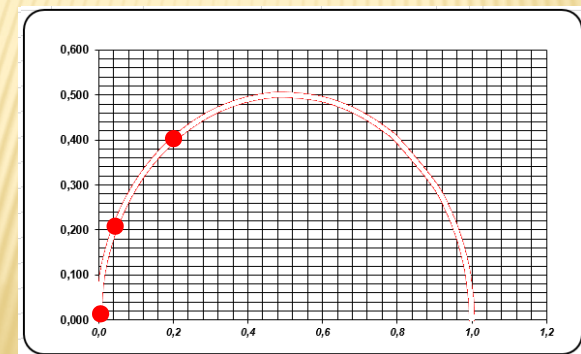
TRAZAMOS EL DIAGRAMA POLAR CON LOS VALORES OBTENIDOS:

w	Re	Im	MODULO	ÁNGULO
0	0	0	0	90°
0,25	0,058823529	0,235294118	0,242535625	75,96375653
0,5	0,2	0,4	0,447213595	63,43494882
1	0,5	0,5	0,707106781	45
2	0,8	0,4	0,894427191	26,56505118
4	0,941176471	0,235294118	0,9701425	14,03624347
Infinito	1	0	1	0



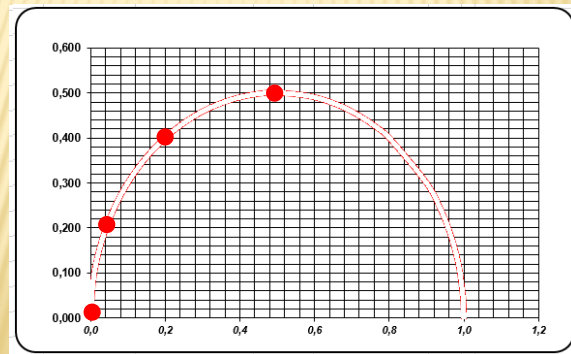
TRAZAMOS EL DIAGRAMA POLAR CON LOS VALORES OBTENIDOS:

w	Re	Im	MODULO	ÁNGULO
0	0	0	0	90°
0,25	0,058823529	0,235294118	0,242535625	75,96375653
0,5	0,2	0,4	0,447213595	63,43494882
1	0,5	0,5	0,707106781	45
2	0,8	0,4	0,894427191	26,56505118
4	0,941176471	0,235294118	0,9701425	14,03624347
Infinito	1	0	1	0



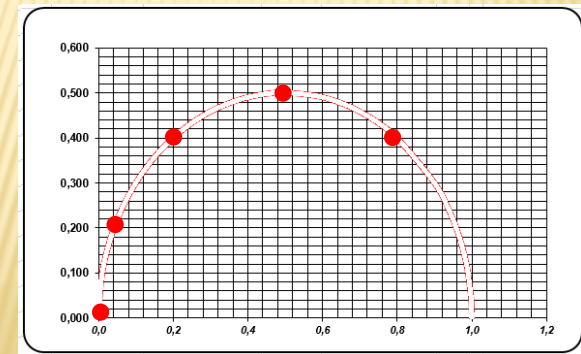
TRAZAMOS EL DIAGRAMA POLAR CON LOS VALORES OBTENIDOS:

w	Re	Im	MODULO	ÁNGULO
0	0	0	0	90°
0,25	0,058823529	0,235294118	0,242535625	75,96375653
0,5	0,2	0,4	0,447213595	63,43494882
1	0,5	0,5	0,707106781	45
2	0,8	0,4	0,894427191	26,56505118
4	0,941176471	0,235294118	0,9701425	14,03624347
Infinito	1	0	1	0



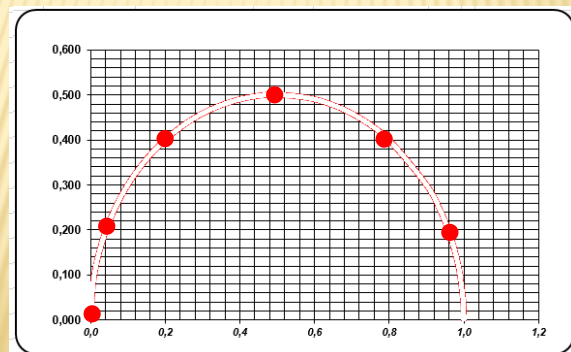
TRAZAMOS EL DIAGRAMA POLAR CON LOS VALORES OBTENIDOS:

w	Re	Im	MODULO	ÁNGULO
0	0	0	0	90°
0,25	0,058823529	0,235294118	0,242535625	75,96375653
0,5	0,2	0,4	0,447213595	63,43494882
1	0,5	0,5	0,707106781	45
2	0,8	0,4	0,894427191	26,56505118
4	0,941176471	0,235294118	0,9701425	14,03624347
Infinito	1	0	1	0



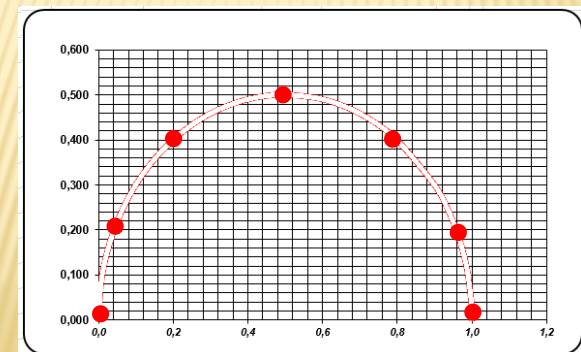
TRAZAMOS EL DIAGRAMA POLAR CON LOS VALORES OBTENIDOS:

w	Re	Im	MODULO	ÁNGULO
0	0	0	0	90°
0,25	0,058823529	0,235294118	0,242535625	75,96375653
0,5	0,2	0,4	0,447213595	63,43494882
1	0,5	0,5	0,707106781	45
2	0,8	0,4	0,894427191	26,56505118
4	0,941176471	0,235294118	0,9701425	14,03624347
Infinito	1	0	1	0



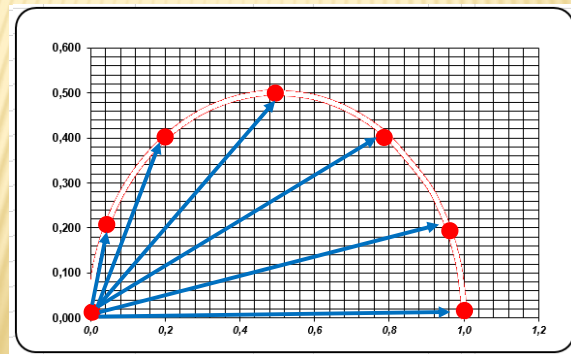
TRAZAMOS EL DIAGRAMA POLAR CON LOS VALORES OBTENIDOS:

w	Re	Im	MODULO	ÁNGULO
0	0	0	0	90°
0,25	0,058823529	0,235294118	0,242535625	75,96375653
0,5	0,2	0,4	0,447213595	63,43494882
1	0,5	0,5	0,707106781	45
2	0,8	0,4	0,894427191	26,56505118
4	0,941176471	0,235294118	0,9701425	14,03624347
Infinito	1	0	1	0



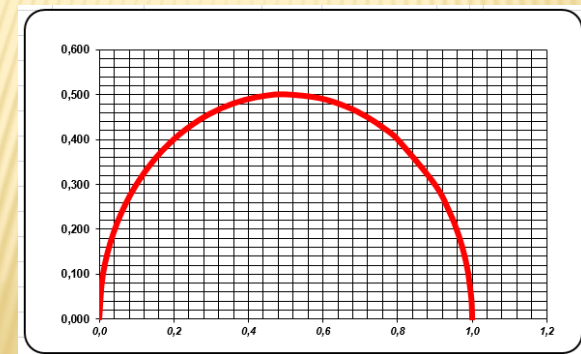
TRAZAMOS EL DIAGRAMA POLAR CON LOS VALORES OBTENIDOS:

w	Re	Im	MODULO	ÁNGULO
0	0	0	0	90°
0,25	0,058823529	0,235294118	0,242535625	75,96375653
0,5	0,2	0,4	0,447213595	63,43494882
1	0,5	0,5	0,707106781	45
2	0,8	0,4	0,894427191	26,56505118
4	0,941176471	0,235294118	0,9701425	14,03624347
Infinito	1	0	1	0



TRAZAMOS EL DIAGRAMA POLAR CON LOS VALORES OBTENIDOS:

w	Re	Im	MODULO	ÁNGULO
0	0	0	0	90°
0,25	0,058823529	0,235294118	0,242535625	75,96375653
0,5	0,2	0,4	0,447213595	63,43494882
1	0,5	0,5	0,707106781	45
2	0,8	0,4	0,894427191	26,56505118
4	0,941176471	0,235294118	0,9701425	14,03624347
Infinito	1	0	1	0



MÉTODO GRÁFICO :

CONSIGNA 1 : Debemos identificar en la $F(p)$ los ceros y los polos

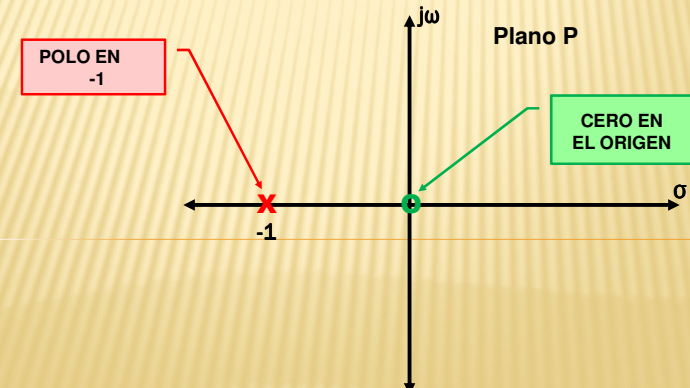
$$F_{(P)} = Kcte \times \frac{(P + Z_1) \times (P + Z_2) \dots \times (P + Z_N)}{(P + P_1) \times (P + P_2) \dots \times (P + P_N)} \rightarrow F_{(P)} = \frac{P}{P + 1}$$

MÉTODO GRÁFICO :

CONSIGNA 1 : Debemos identificar en la $F(p)$ los ceros y los polos

$$F_{(P)} = Kcte \times \frac{(P + Z_1) \times (P + Z_2) \dots \times (P + Z_N)}{(P + P_1) \times (P + P_2) \dots \times (P + P_N)} \rightarrow F_{(P)} = \frac{P}{P + 1}$$

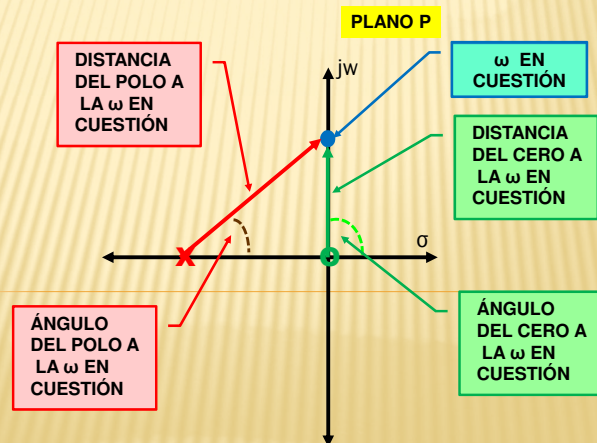
CONSIGNA 2 : En el Plano de la variable (P) ó (S) , Debemos ubicar la posición de los ceros y los polos de $F(p)$



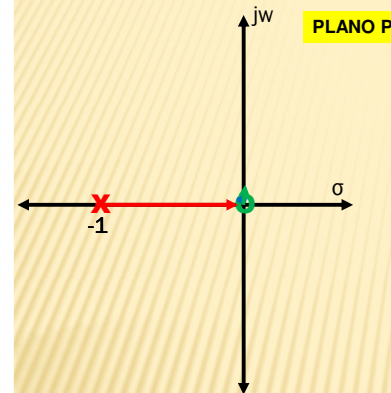
MÉTODO GRÁFICO :

$$\text{MÓDULO} = K_{cte} \cdot \frac{\prod (\text{DE LA DISTANCIA DE LOS CEROS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN})}{\prod (\text{DE LA DISTANCIA DE LOS POLOS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN})}$$

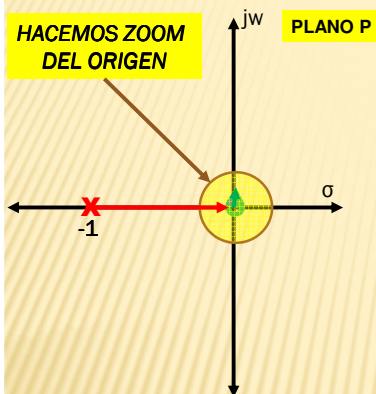
$$\text{FASE} = \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS CEROS} - \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS POLOS}$$



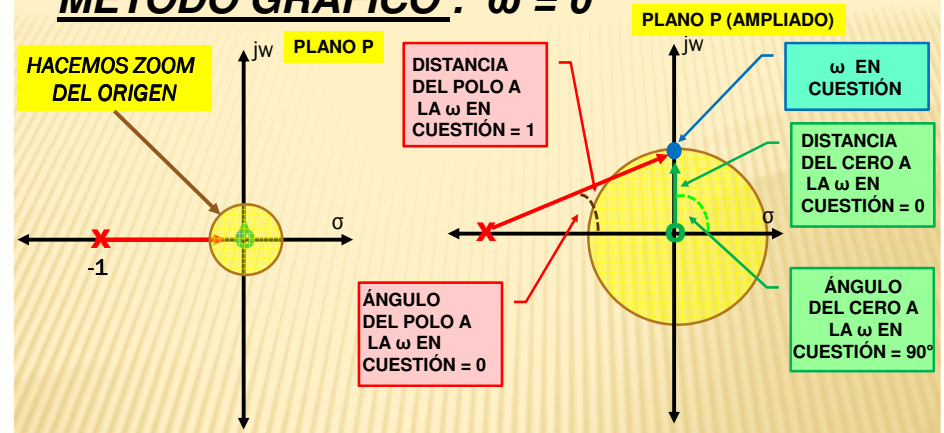
MÉTODO GRÁFICO : $\omega = 0$



MÉTODO GRÁFICO : $\omega = 0$



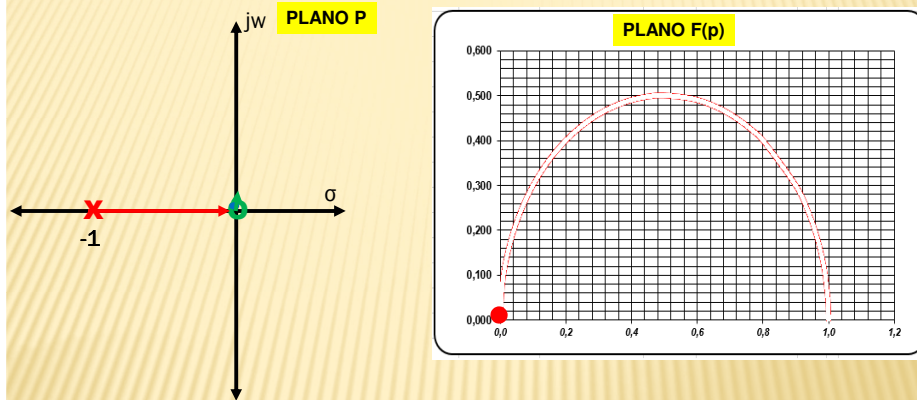
MÉTODO GRÁFICO : $\omega = 0$



$$\text{MÓDULO} = K_{cte} \cdot \frac{\prod (\text{DE LA DISTANCIA DE LOS CEROS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN})}{\prod (\text{DE LA DISTANCIA DE LOS POLOS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN})} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\text{FASE} = \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS CEROS} - \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS POLOS} = 90^\circ - 0^\circ = +90^\circ$$

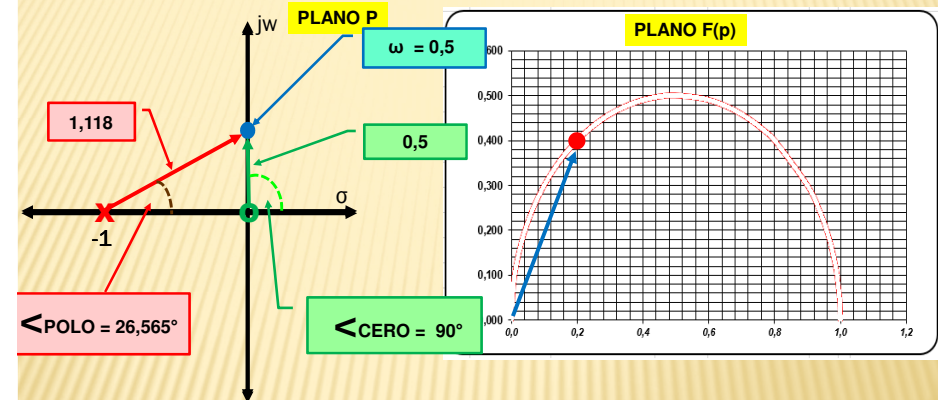
MÉTODO GRÁFICO : $\omega = 0$



$$\text{MÓDULO} = K_{cte} \cdot \frac{\pi \text{ (DE LA DISTANCIA DE LOS CEROS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN)}}{\pi \text{ (DE LA DISTANCIA DE LOS POLOS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN)}} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\text{FASE} = \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS CEROS} - \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS POLOS} = 90^\circ - 0^\circ = +90^\circ$$

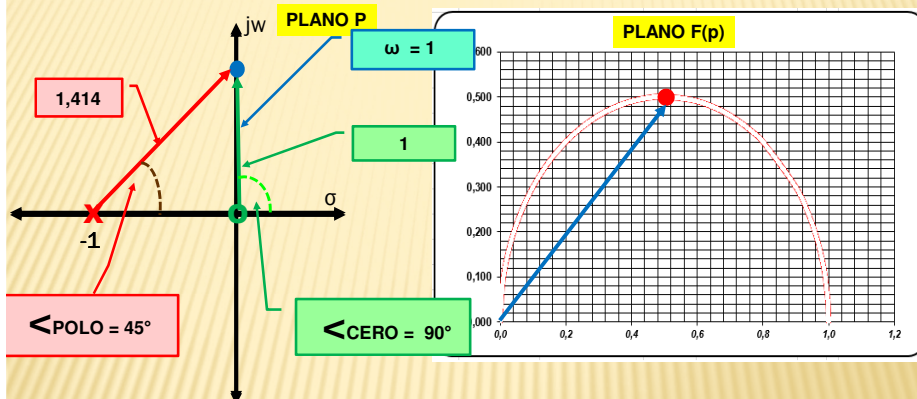
MÉTODO GRÁFICO : $\omega = 0,5$



$$\text{MÓDULO} = K_{cte} \cdot \frac{\pi \text{ (DE LA DISTANCIA DE LOS CEROS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN)}}{\pi \text{ (DE LA DISTANCIA DE LOS POLOS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN)}} = \frac{0,5}{1,118} = 0,447$$

$$\text{FASE} = \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS CEROS} - \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS POLOS} = 90^\circ - 26,565^\circ = +63,43^\circ$$

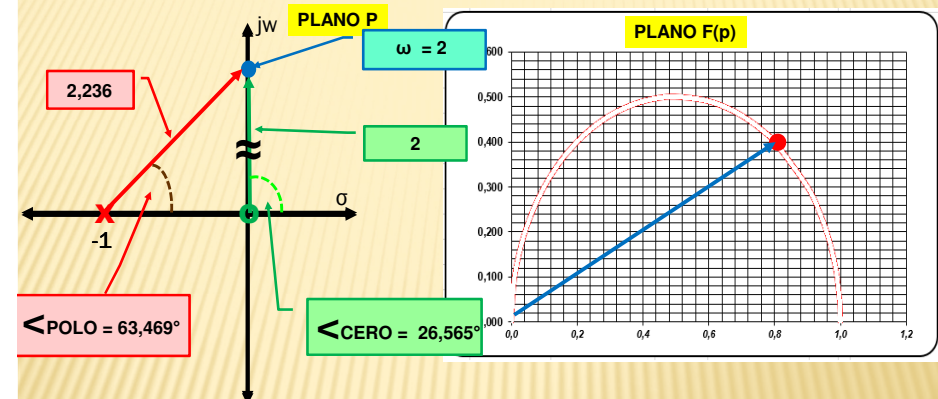
MÉTODO GRÁFICO : $\omega = 1$



$$\text{MÓDULO} = K_{cte} \cdot \frac{\pi \text{ (DE LA DISTANCIA DE LOS CEROS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN)}}{\pi \text{ (DE LA DISTANCIA DE LOS POLOS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN)}} = \frac{1}{1,414} = 0,707$$

$$\text{FASE} = \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS CEROS} - \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS POLOS} = 90^\circ - 45^\circ = +45^\circ$$

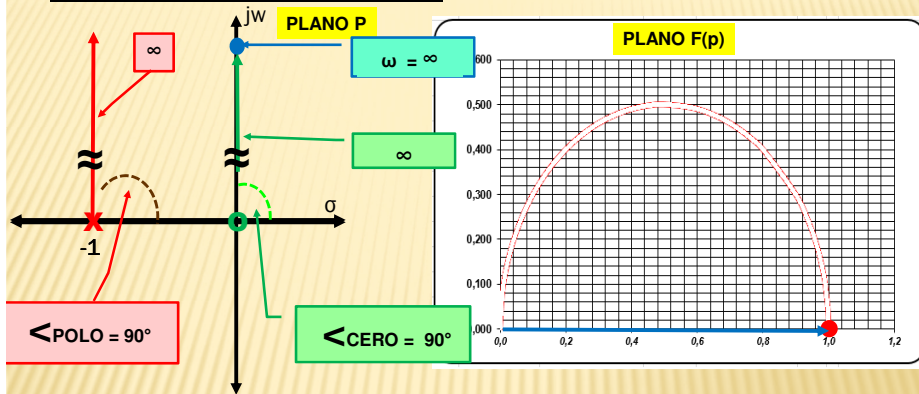
MÉTODO GRÁFICO : $\omega = 2$



$$\text{MÓDULO} = K_{cte} \cdot \frac{\pi \text{ (DE LA DISTANCIA DE LOS CEROS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN)}}{\pi \text{ (DE LA DISTANCIA DE LOS POLOS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN)}} = \frac{2}{2,236} = 0,894$$

$$\text{FASE} = \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS CEROS} - \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS POLOS} = 90^\circ - 63,469^\circ = +26,565^\circ$$

MÉTODO GRÁFICO : $\omega = \infty$



$$\text{MÓDULO} = \frac{K_{cte} \cdot \pi \text{ (DE LA DISTANCIA DE LOS CEROS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN)}}{\pi \text{ (DE LA DISTANCIA DE LOS POLOS A LA } \omega \text{ EN CUESTIÓN)}}$$

$$= \frac{\infty}{\infty} = 1$$

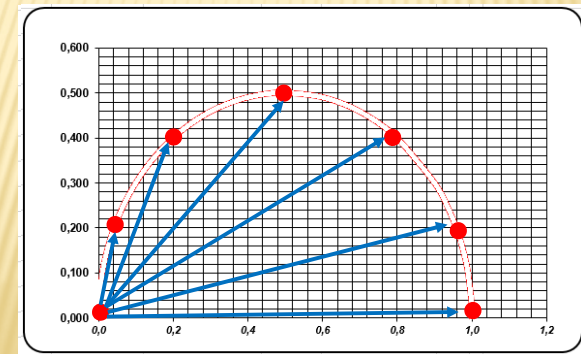
$$\text{FASE} = \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS CEROS} - \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS POLOS}$$

$$= 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$$

MÉTODO GRÁFICO :

TRAZAMOS EL DIAGRAMA POLAR CON LOS VALORES OBTENIDOS:

w	MODULO	ÁNGULO
0	0	90°
0,25	0,242535625	75,96375653
0,5	0,447213595	63,43494882
1	0,707106781	45
2	0,894427191	26,56505118
4	0,9701425	14,03624347
Infinito	1	0

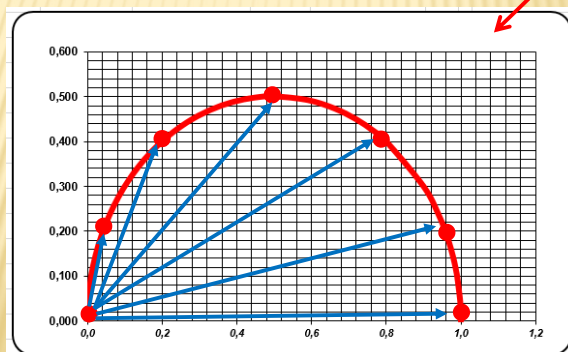


MÉTODO GRÁFICO :

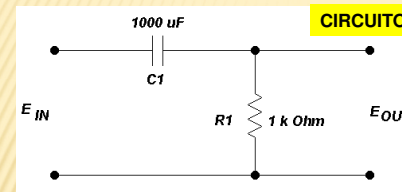
TRAZAMOS EL DIAGRAMA POLAR CON LOS VALORES OBTENIDOS:

w	MODULO	ÁNGULO
0	0	90°
0,25	0,242535625	75,96375653
0,5	0,447213595	63,43494882
1	0,707106781	45
2	0,894427191	26,56505118
4	0,9701425	14,03624347
Infinito	1	0

IDENTICO
RESULTADO AL
MÉTODO
ANALÍTICO



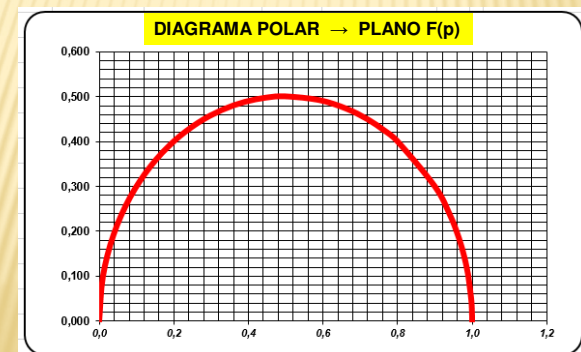
ANÁLISIS Y CONCLUSIONES:



FUNCIÓN TRANSFORMADA

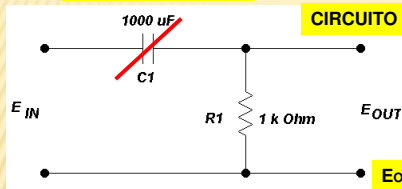
$$F_{(P)} = \frac{E_{OUT(P)}}{E_{IN(P)}} = \frac{P}{(P + 1)}$$

DIAGRAMA POLAR \rightarrow PLANO F(p)



ANÁLISIS Y CONCLUSIONES: $P = j\omega = 0$

CIRCUITO ABIERTO



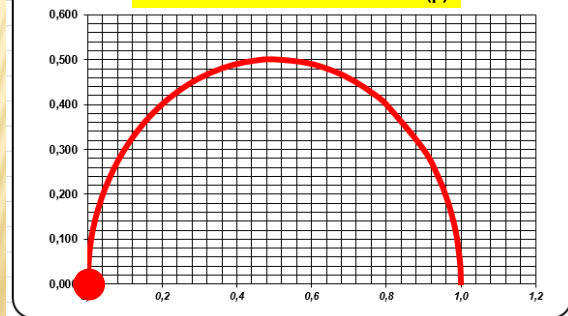
CIRCUITO

FUNCIÓN TRANSFORMADA

$$F(p) = \frac{E_{OUT}(p)}{E_{IN}(p)} \bigg|_{p \rightarrow 0} = \frac{p}{(p+1)} \bigg|_{p \rightarrow 0} = 0$$

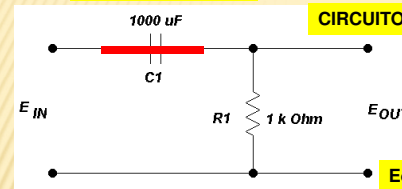
$E_{OUT} = 0$ [Volts]

DIAGRAMA POLAR \rightarrow PLANO $F(p)$



ANÁLISIS Y CONCLUSIONES: $P = j\omega = \infty$

CORTO - CIRCUITO



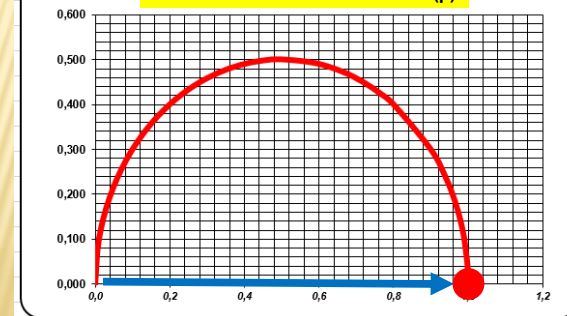
CIRCUITO

FUNCIÓN TRANSFORMADA

$$F(p) = \frac{E_{OUT}(p)}{E_{IN}(p)} \bigg|_{p \rightarrow \infty} = \frac{p}{(p+1)} \bigg|_{p \rightarrow \infty} = 1$$

$E_{OUT} = E_{IN}$

DIAGRAMA POLAR \rightarrow PLANO $F(p)$

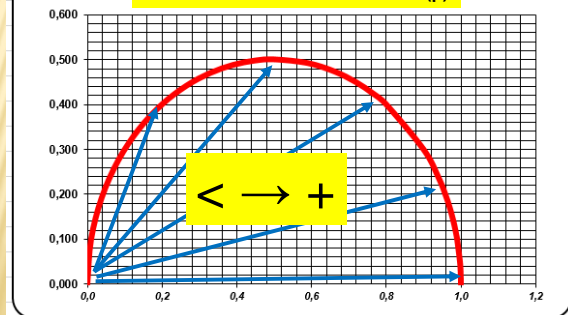


ANÁLISIS Y CONCLUSIONES:

EL DIAGRAMA INDICA QUE EL CIRCUITO ES ADELANTADOR DE FASE PUES LOS ÁNGULOS DE LOS VECTORES SON TODOS POSITIVOS

$$F(p) = \frac{E_{OUT}(p)}{E_{IN}(p)} = \frac{p}{(p+1)}$$

DIAGRAMA POLAR \rightarrow PLANO $F(p)$



ANÁLISIS Y CONCLUSIONES:

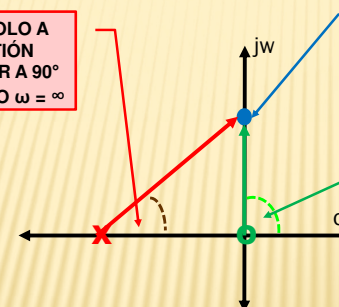
ADEMÁS ANALIZANDO LA $F(p)$,

$$F(p) = \frac{E_{OUT}(p)}{E_{IN}(p)} = \frac{p}{(p+1)}$$

Y ... "IMAGINANDO" LA POSICIÓN DE LOS CEROS Y POLOS DE LA $F(p)$

ÁNGULO DEL POLO A LA ω EN CUESTIÓN SIEMPRE MENOR A 90° SALVO CUANDO $\omega = \infty$

CUALQUIER VALOR DE ω



ÁNGULO DEL CERO A LA ω EN CUESTIÓN SIEMPRE IGUAL A 90°

ESTO, TAMBIÉN NOS INDICA LA QUE DICHA $F(p)$, PERTENECE A UN CIRCUITO QUE ES : ADELANTADOR DE FASE . RECORDAR :

$$\text{FASE} = \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS CEROS} - \sum \text{DE LOS ÁNGULOS DE LOS POLOS}$$

