Filtros de k-cte:

de atenuación y fase de los filtros de k-cte

Pasabajos:

Z_{K1} = inductor
Z_{K2} = capacitor

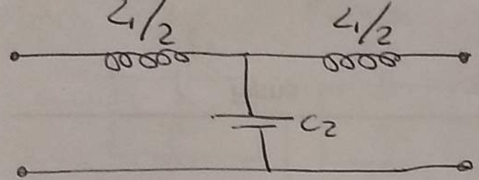
Elegimos el lado derecho de la curva valor de $XK=1$

$\omega_c = 2\pi f_c$

$Z_{K1} \cdot Z_{K2} = R_0^2$

$\boxed{L_1 = \frac{2 \cdot R_0}{\omega_c}}$; $\boxed{C_2 = \frac{2}{R_0 \cdot \omega_c}}$

como comprobación



$L_1 \cdot C_2 = \frac{2R_0}{\omega_c} \cdot \frac{2}{R_0 \cdot \omega_c}$

$L_1 \cdot C_2 = \frac{4}{\omega_c^2}$

$\boxed{\omega_c = \frac{2}{\sqrt{L_1 \cdot C_2}}}$ $\boxed{R_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}}$

Pasa altos

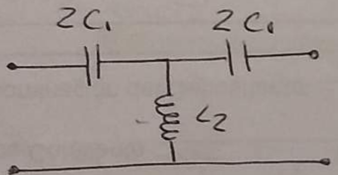
Z_{K1} = capacitor
Z_{K2} = inductor

Elegimos el lado izquierdo de la curva y la ω_c está determinado por $XK=-1$

$\boxed{R_0 = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}}$

$\boxed{C_1 = \frac{1}{2 \cdot R_0 \cdot \omega_c}}$; $\boxed{L_2 = \frac{R_0}{2\omega_c}}$

como comprobación



$L_2 \cdot C_1 = \frac{R_0}{2 \cdot \omega_c} \cdot \frac{1}{2 R_0 \cdot \omega_c}$

$L_2 \cdot C_1 = \frac{1}{4 \omega_c^2}$

$\boxed{\omega_c = \frac{1}{2\sqrt{L_2 \cdot C_1}}}$

23/09

Pasa banda

Z_{K1} = circ. resonante serie.
Z_{K2} = circ. antiresonante paralelo

Elegimos en la curva de xk elegimos los dos lados de la gráfica $\omega_{c1} = -1$; $\omega_{c2} = 1$

$\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{L_1 \cdot C_1}}$ $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 \cdot C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 \cdot C_2}}}$

$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\omega_{c1} \cdot \omega_{c2}}}$

$\boxed{B_W = \omega_{c2} - \omega_{c1}}$

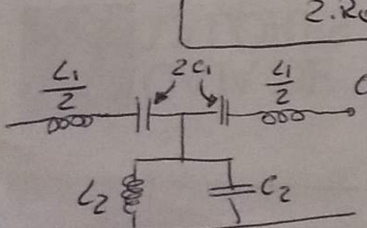
la media geométrica de las dos pulsaciones

$\boxed{L_1 = \frac{2R_0}{B_W}}$; $\boxed{C_2 = \frac{2}{B_W \cdot R_0}}$

$\boxed{\omega_{c1}^2 + \omega_{c1} \cdot B_W - \omega_0^2 = 0}$

$\boxed{R_0^2 = \frac{L_1}{C_2} = \frac{L_2}{C_1}}$

$\boxed{C_1 = \frac{B_W}{2 \cdot R_0 \cdot \omega_0^2}}$; $\boxed{L_2 = \frac{R_0 \cdot B_W}{2\omega_0^2}}$



como comprobación:

$\boxed{B_W = \frac{2}{\sqrt{L_1 \cdot C_2}}}$; $\boxed{B_W = \frac{2 \cdot R_0}{L_1}}$

viene de $L_1 \cdot C_2$

Elimina Banda

Z_{K1} = circuito antiresonante paralelo
Z_{K2} = circuito resonante serie.

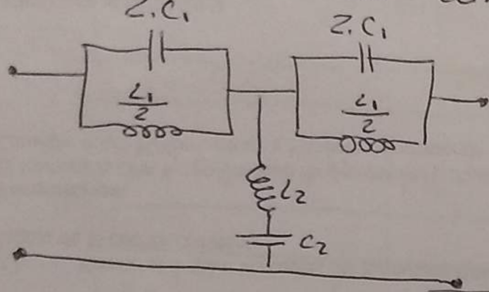
$w_{c1} = 1$; $w_{c2} = -1$ en las curvas de atenuación y fase de los filtros de K-cte.

$$\boxed{w_{c1}^2 + w_{c1} \cdot Bw - w_0^2 = 0}$$

$$\boxed{C_1 = \frac{1}{2 \cdot R_0 \cdot Bw}} ; \boxed{L_2 = \frac{R_0}{2Bw}}$$

$$\boxed{L_1 = \frac{2R_0 \cdot Bw}{w_0^2}} ; \boxed{C_2 = \frac{2Bw}{R_0 \cdot w_0^2}}$$

como comprobación:



$$\boxed{Bw = \frac{1}{2\sqrt{L_2 \cdot C_1}}}$$ → Sale de $C_1 \cdot L_2$

$$\boxed{Bw = \frac{1}{2R_0 \cdot C_1}}$$

$$\boxed{w_0 = \sqrt{w_{c1} \cdot w_{c2}}} \quad \boxed{w_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 \cdot C_1}}} ; \boxed{w_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 \cdot C_2}}}$$

$$\boxed{w_0^2 = \frac{1}{L_1 \cdot C_1}} \quad \boxed{w_0^2 = \frac{1}{L_2 \cdot C_2}}$$

Normalización:

- El nivel de impedancia resultante sea de $1[\Omega]$
- La frecuencia resultante sea de $1[rad/s]$

Escalado de impedancia

$Z_1 \Rightarrow Z_2 = b \cdot Z_1$

$R_1 \Rightarrow R_2 = b \cdot R_1$

$L_1 \Rightarrow L_2 = b \cdot L_1$

$C_1 \Rightarrow C_2 = \frac{C_1}{b}$

Escalado de frecuencia.

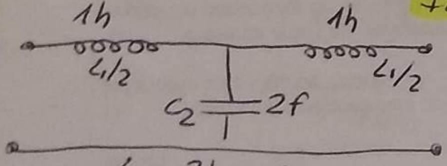
$S_1 \Rightarrow S_2 = W_N \cdot S_1 = a \cdot S_1$

$R_1 \Rightarrow R_2 = R_1$

$L_1 \Rightarrow L_2 = \frac{L_1}{a}$

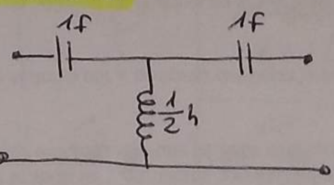
$C_1 \Rightarrow C_2 = \frac{C_1}{a}$ → ancho de banda.

Filtros Normalizados:



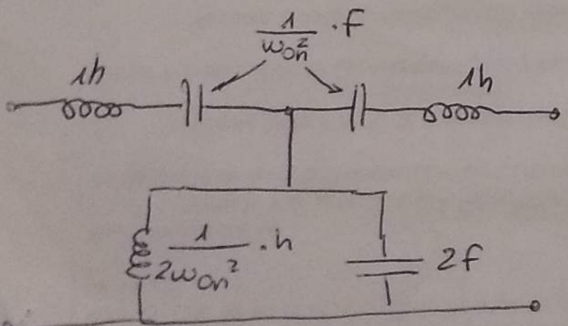
$L_1 = 2h$; $C_2 = 2f$

Pasa bajos K-cte

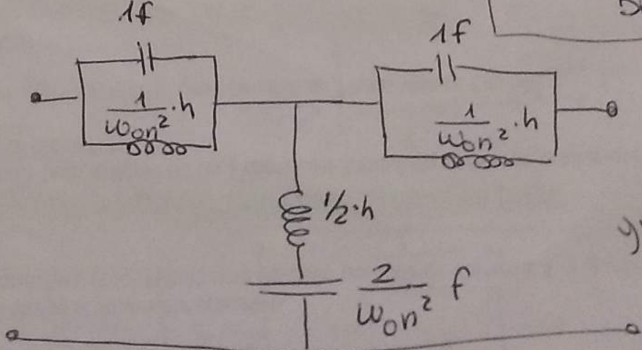


Pasa altos K-cte

$$\boxed{w_{on}^2 = \frac{w_0^2}{Bw^2}}$$



Pasa banda K-cte



Elimina banda K-cte.

9/11 - 1/3/11

Transformación de Frecuencia

Demostración de $j|X_K|_{Pb}$ = $\boxed{\text{pulsación normalizada}} = \dfrac{j\omega}{\omega_c}$

paso bajo $\boxed{X_K|_{Pb} = j\,|X_K|_{Pb} = \dfrac{j\omega}{\omega_c} = S}$

$$\boxed{X_K|_{Pa} = -j\,|X_K|_{Pa} = \frac{-j}{\frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{1}{\frac{j\omega}{\omega_c}} = \frac{1}{S}}$$

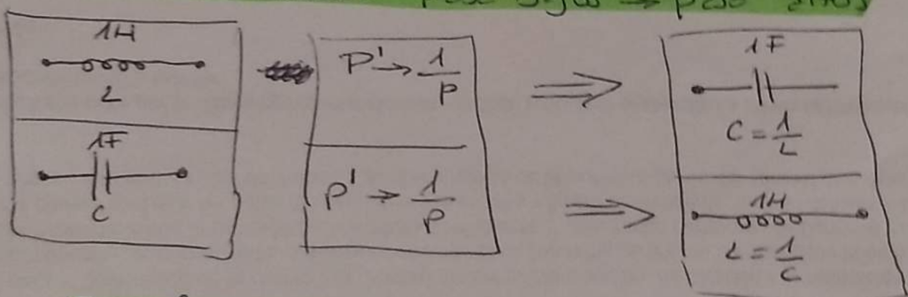
$$\boxed{X_K|_{PB} = j|X_K|_{PB} = S + \frac{\omega_{ON}^2}{S}}$$

$$\boxed{\omega_{ON}^2 = \frac{\omega_0^2}{B\omega^2}}$$

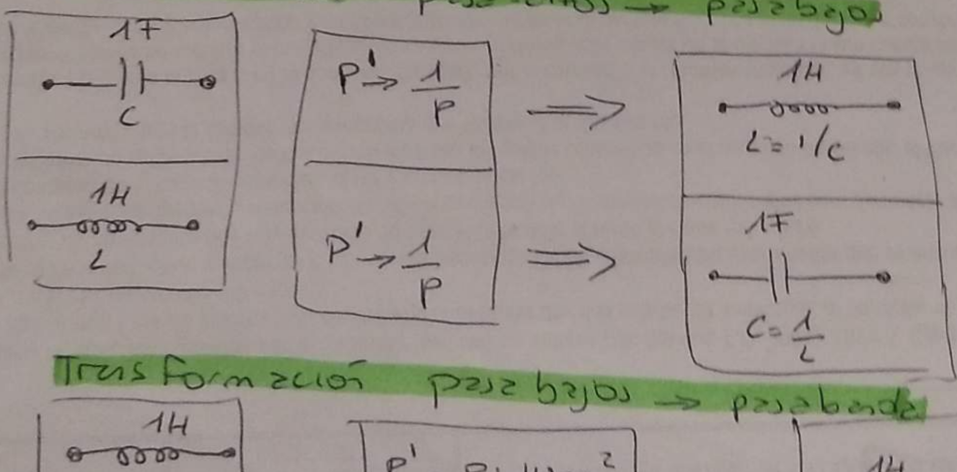
$$\boxed{X_K|_{EB} = j|X_K|_{EB} = \frac{1}{S + \frac{\omega_{ON}^2}{S}}}$$

$$\boxed{\frac{j\omega}{B\omega} = S}$$

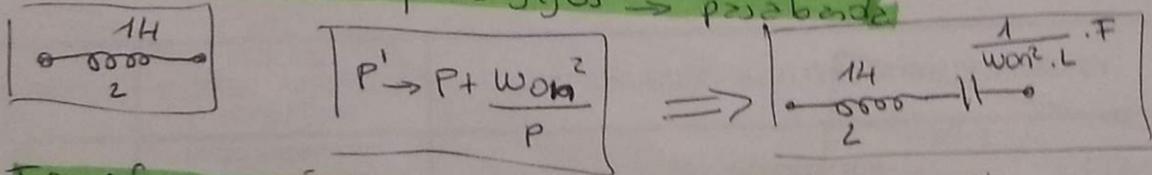
Trasformación paso-bajos → paso altos



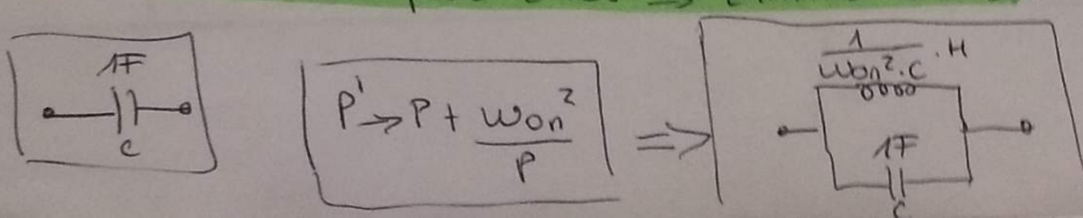
Transformación paso-altos → paso bajos



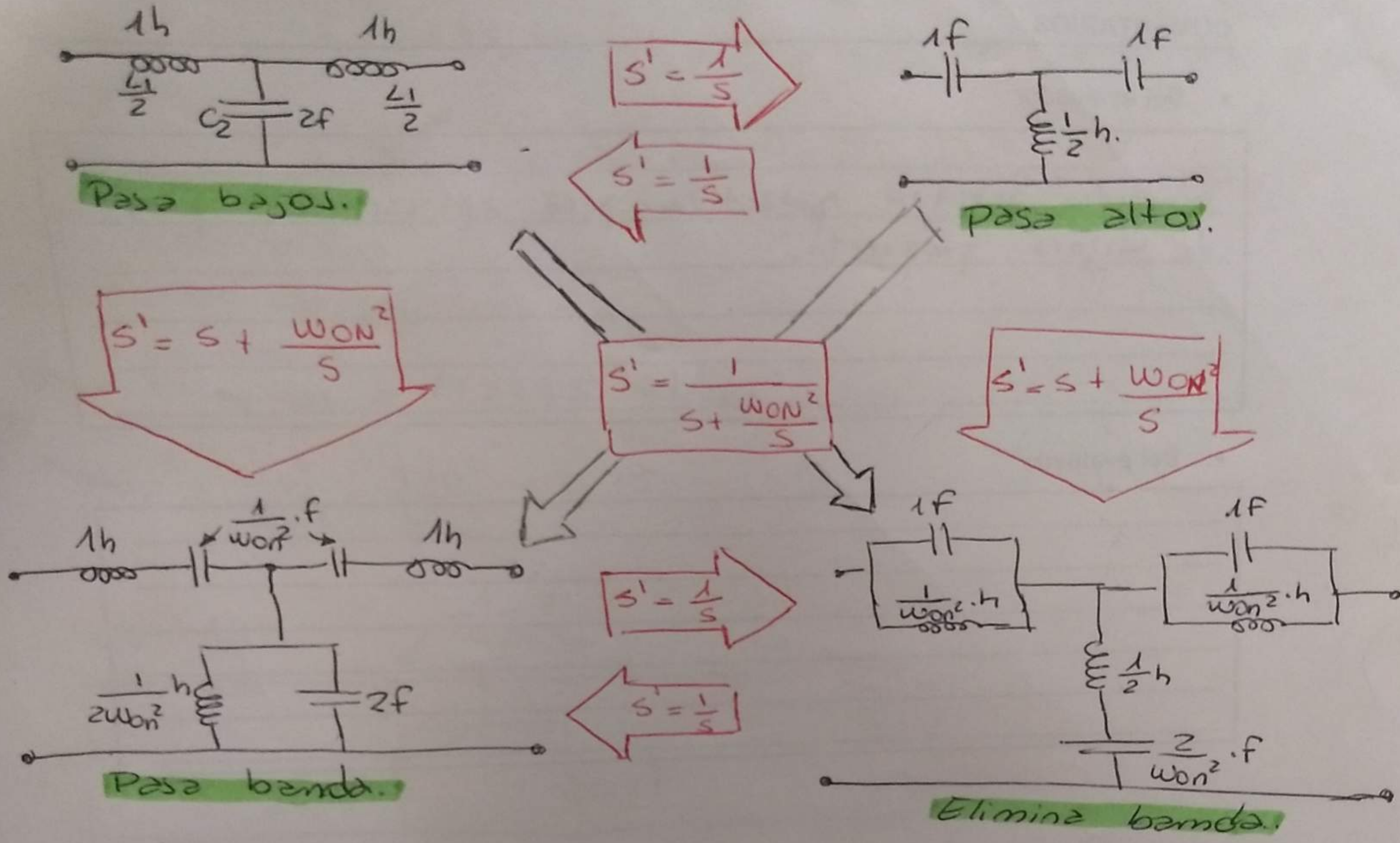
Transformación paso bajos → pasabanda



Transformación paso altos → elimina banda.



Resumen trasformaciones Filtros:



emplo filtro normalizado:

Filtro Pasa banda K-cte., imp. caract. $R_0 = 50\Omega$; ~~R_0~~

$f_{c1} = 159,154$ Hz ; $f_{c2} = 477,464$ Hz ; A partir de un filtro Kcte normalizado.

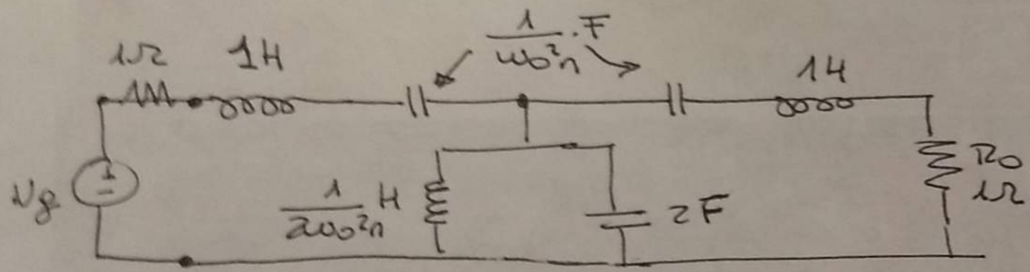
$b = 50\Omega$; $a = B_\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi(f_{c2} - f_{c1}) = 2000$ rad/seg

$\omega_{c1} = 1000$ rad/seg

$\omega_{c2} = 3000$ rad/seg

$\omega_0 = \sqrt{\omega_{c2} \cdot \omega_{c2}} = 1732,05$ rad/seg $\Rightarrow \omega_0^2 = 3 \cdot 10^6$

$$\omega_{0n}^2 = \frac{\omega_0^2}{B\omega^2} = \frac{3 \cdot 10^6}{2000^2} = 0,75$$



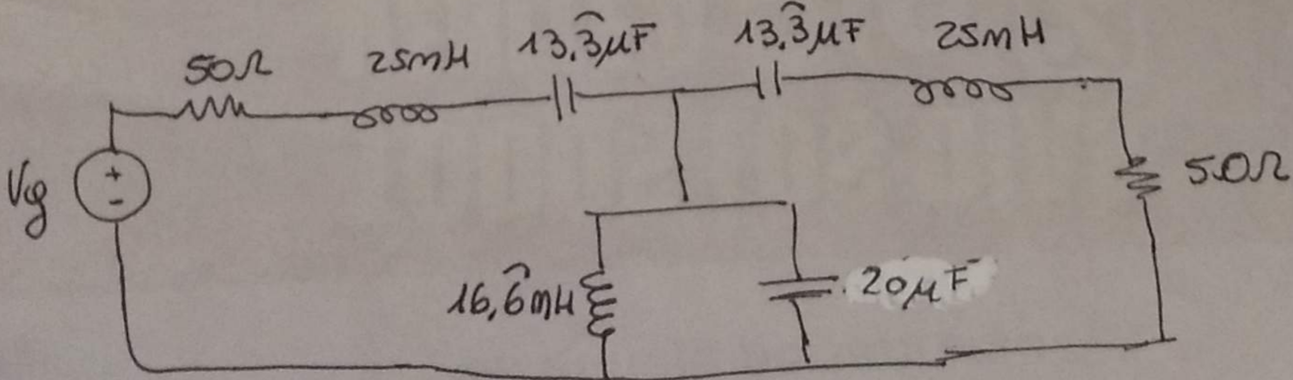
$$2F \Rightarrow \frac{2F}{a \cdot b} = \frac{2}{50\Omega \cdot 2000} = 20\mu F$$

$$R_0 \Rightarrow b \cdot R_{0n} = 1\Omega \cdot 50\Omega = 50\Omega$$

$$1H \rightarrow \frac{1H \cdot b}{a} = \frac{1H \cdot 50}{2000} = 25mH$$

$$\frac{1}{\omega_0^2 n} \cdot F \Rightarrow \frac{1}{\omega_0^2 n \cdot a \cdot b} = \frac{1}{0,75 \cdot 50 \cdot 2000} = 13,\overline{3}\mu F$$

$$\frac{1}{2\omega_{0n}^2} \cdot H \Rightarrow \frac{b}{2 \cdot \omega_0^2 n \cdot a} = \frac{50}{2 \cdot 0,75 \cdot 2000} = 16,\overline{66}\ mH$$



07/10/2020

Filtros m-derivados

$$\boxed{Z_{1km} = m \cdot Z_{1k}}$$

$$\boxed{Z_{2km} = \frac{Z_{2k}}{m} + Z_{1k}\left(\frac{1-m^2}{4m}\right)}$$

Para lograr la misma Ro

$0 \leq m \leq 1$

si esta normalizado va un 2

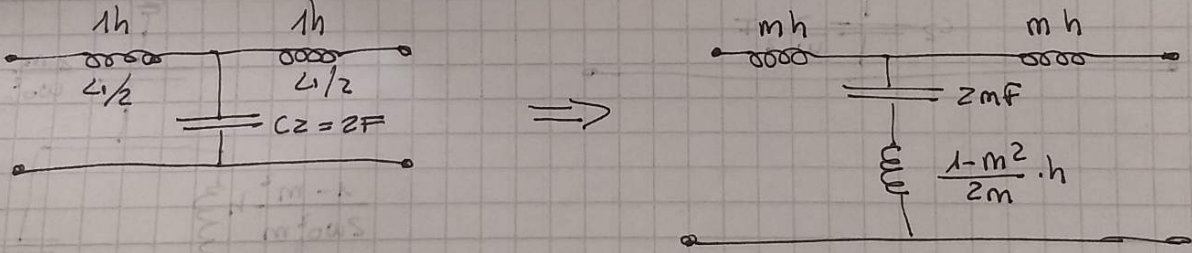
$$\boxed{X_{km} = \sqrt{\frac{Z_{1km}}{4 \cdot Z_{2km}}}}$$

$$\boxed{|X_k| = \frac{1}{\pm\sqrt{1-m^2}}}$$

$$\boxed{X_{km}\Big|_{X_K \to \infty} = \frac{m}{\sqrt{1-m^2}}}$$

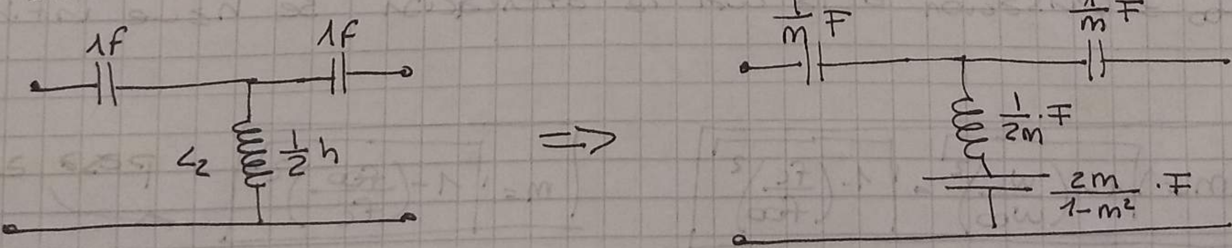
Diseño filtro pasa bajos m-derivados

Partimos de un pb normalizado kte

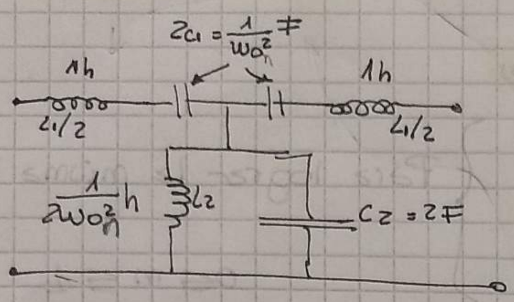


La Zk2 es un circuito resonante serie

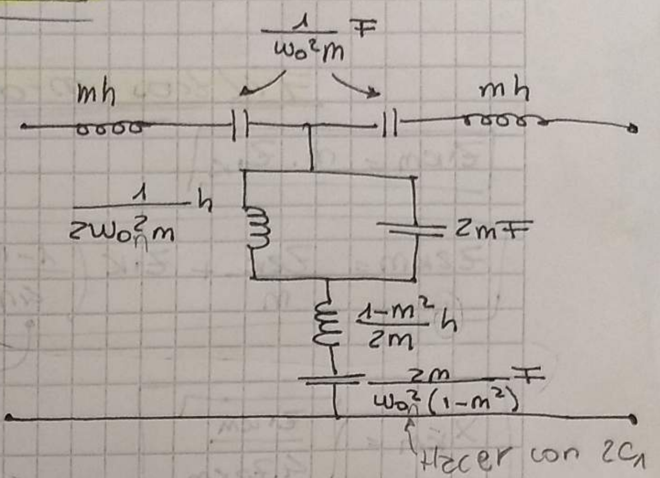
Diseño filtro pasa altos m-derivados



Diseño filtro pasa banda m-derivados

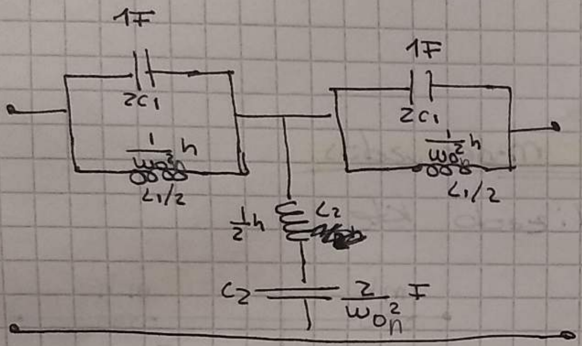


$\Rightarrow$

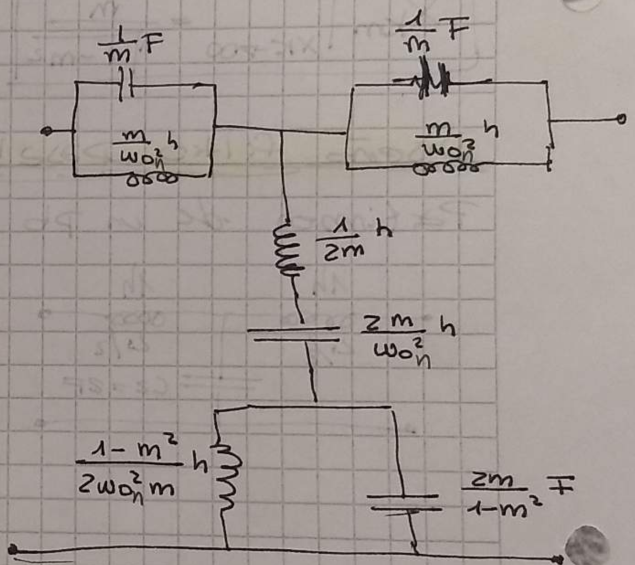


$w_{o_n} = w_o / BW$

Diseño filtro elimina banda m-derivados



$\Rightarrow$



Determinación del valor de m a partir de w_c y w_∞

w_∞ = pulsación a la cual la atenuación se hace infinito

$$\boxed{m = \sqrt{1-\left(\frac{w_c}{w_\infty}\right)^2} = \sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f_\infty}\right)^2}}$$

Para Pasa bajos

$$\boxed{m = \sqrt{1-\left(\frac{f_\infty}{f_c}\right)^2}}$$

pasa altos

$$\boxed{m = \sqrt{1-\left(\frac{BW}{BW_\infty}\right)^2} = \sqrt{1-\left(\frac{w_{c2}-w_{c1}}{w_{c2}\cdot\frac{w_{\infty 2}}{w_{c2}} - \frac{w_{c1}}{\frac{w_{\infty 2}}{w_{c2}}}}\right)^2}}$$

para pasa banda

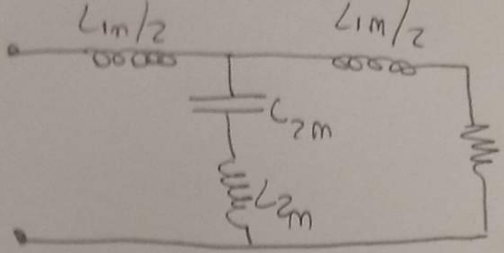
$$\boxed{w_{c1\infty} = \frac{w_{c1}}{w_{\infty 2}}\cdot w_{c2}}$$

$$\boxed{m = \sqrt{1-\left(\frac{BW_\infty}{BW}\right)^2} = \sqrt{1-\left[\frac{w_{c2}\cdot\frac{w_{\infty 2}}{w_{c2}} - \frac{w_{c1}}{\frac{w_{\infty 2}}{w_{c2}}}}{w_{c2}-w_{c1}}\right]^2}}$$

Para elimina banda

Valores mirando un M derivado

Pasa bajos ⇒



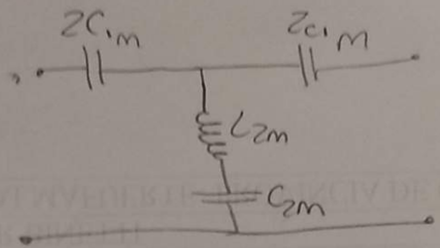
$$R_0 = \sqrt{\frac{L_{1n}}{C_{2m}}}$$

$$\omega_\infty = \frac{1}{\sqrt{C_{2m} \cdot L_{2m}}}$$

$$m = \sqrt{\frac{L_{1m}}{4L_{2m} + L_{1m}}}$$

$$\omega_c = \frac{2m}{\sqrt{L_{1m} \cdot C_{2m}}}$$

Pasa altos ⇒



$$\omega_\infty = \frac{1}{\sqrt{C_{2m} \cdot L_{2m}}}$$

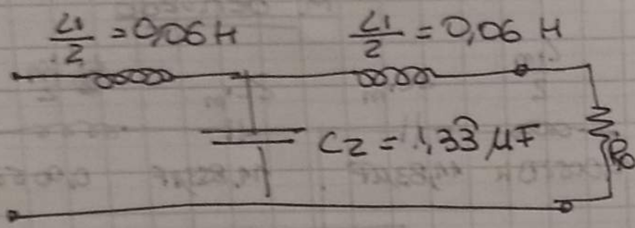
$$R_0 = \sqrt{\frac{L_{2m}}{C_{1m}}}$$

$$\omega_c = \frac{1}{2m\sqrt{L_{2m} \cdot C_{1m}}}$$

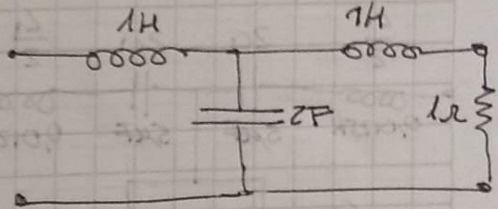
$$m = \sqrt{\frac{C_{2m}}{4C_{1m} + C_{2m}}}$$

Desarrollos por wpp
5/11/2020
en "cepullitos"

Ejemplo: Filtro pasa bajos ; $f_c = \frac{5000}{2\pi}$; $R_o = 300\,\Omega$



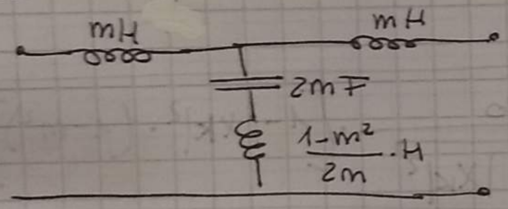
Normalizado ⟹



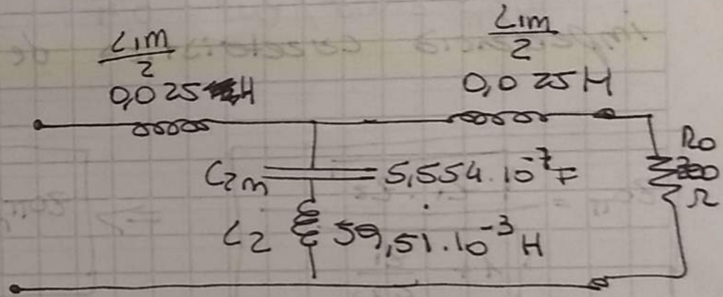
Si suponemos $f_\infty = \frac{5500}{2\pi}$

$$m = \sqrt{1-\left(\frac{\omega_c}{\omega_\infty}\right)^2} = m = \sqrt{1-\left(\frac{5000}{5500}\right)^2} = 0{,}41659$$

Filtro m-derivado:



⟹



$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{C_{2m} \cdot L_2}} = \frac{1}{\sqrt{5{,}554\cdot10^{-7} \cdot 59{,}51\cdot10^{-3}}} = \boxed{5500}$$

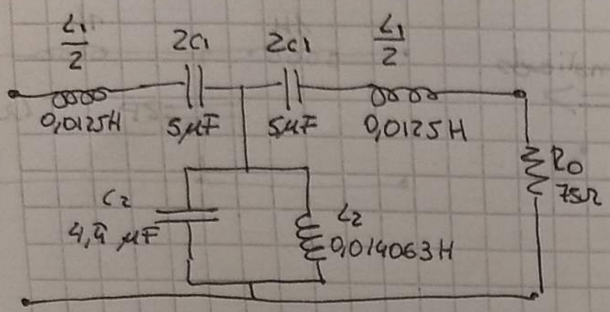
COMPROBACIÓN ⟶

$$R_o = \sqrt{\frac{L_{1m}}{C_{2m}}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0025}{5{,}554\cdot10^{-7}}} = \boxed{300}$$

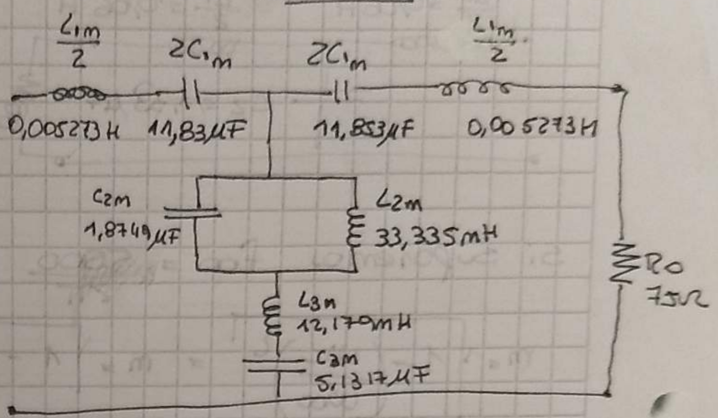
14/10/2020

ejemplo de Filtro pasa banda, $\omega_{c1} = 2000$
$\omega_{c2} = 8000$

Kte



M derivado



$m = 0,42185$

$\omega_0 = \sqrt{\omega_{c1} . \omega_{c2}} = 4000$

$\omega_{0n}^2 = \omega_0^2 / B\omega^2 = 0,\overline{4}$

impedancia característica de un filtro tipo π m-derivado.

$$\boxed{Z_{0\pi} = \frac{\sqrt{Z_1 . Z_2}}{\sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}}} \Rightarrow \boxed{Z_{0\pi_m} = \frac{R_0}{\sqrt{1 - |X_K|^2}} \cdot \left[1 - |X_K|^2 \cdot (1 - m^2)\right]}$$

La $\boxed{m = 0,6}$ es la que mejor mantiene de la curva de impedancia característica

valor de la imp. característica del filtro π m derivado con valor mínimo

$$\boxed{Z_{0\pi m}\Big|_{(minimo)} = 2 . R_0 . m . \sqrt{1 - m^2}}$$ para $m = 0,6$; $Z_{0\pi_{minimo}} = 0,96$

Tolerancia: (ε)

Es la diferencia entre la impedancia característica de un filtro m derivado en conf. π cuando $|X_K| = 0$ y la misma impedancia cuando $|X_K| = |X_K|_{minimo}$ dividido el valor de Ro

$$\varepsilon = \frac{Z_{0\pi_m}\Big|_{|X_K|=0} - Z_{0\pi_m}\Big|_{|X_K| = |X_K|_{minimo}}}{R_0} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = 1 - 2m\sqrt{1 - m^2}}$$

cuando $m = 0,6 \Rightarrow \varepsilon = 0,04$

$$\boxed{Z_{o\pi m}\Big|_{máximo} = R_o + \varepsilon} = \boxed{Z_{o\pi m}\Big|_{máximo} = R_o \cdot \left[1 + \frac{(1-2m\sqrt{1-m^2})}{R_o}\right]}$$

$$Z_{o\pi m}\Big|_{máximo}\Big|_{m=0,6} = 1,04$$

$$|xk|^4 \cdot (1-m^2)^2 + |xk|^2 \cdot \left[Z_{o\pi m}^2 - 2(1-m^2)\right] + (1 - Z_{o\pi m}^2) = 0$$

si obtemos los valores $|xk|$ para cada valor notable de $Z_{o\pi m}$

$$|xk|_{Z_{o\pi m}=0,96} = \pm 0,66143 \Rightarrow Z_{o\pi m} \text{ (mínimo)}$$

$$|xk|_{Z_{o\pi m}=1} = \pm 0,8267 \Rightarrow Z_{o\pi m} \; (R_o)$$

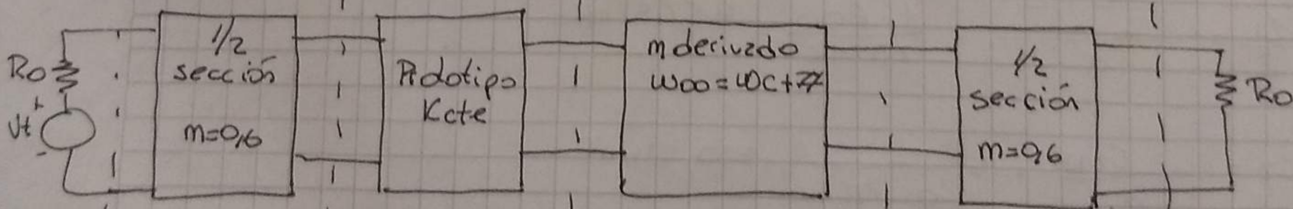
$$|xk|_{Z_{o\pi m}=1,04} = \underbrace{\pm 0,86602} \Rightarrow Z_{o\pi m} \text{ (máximo)}$$

Define la cobertura del filtro.

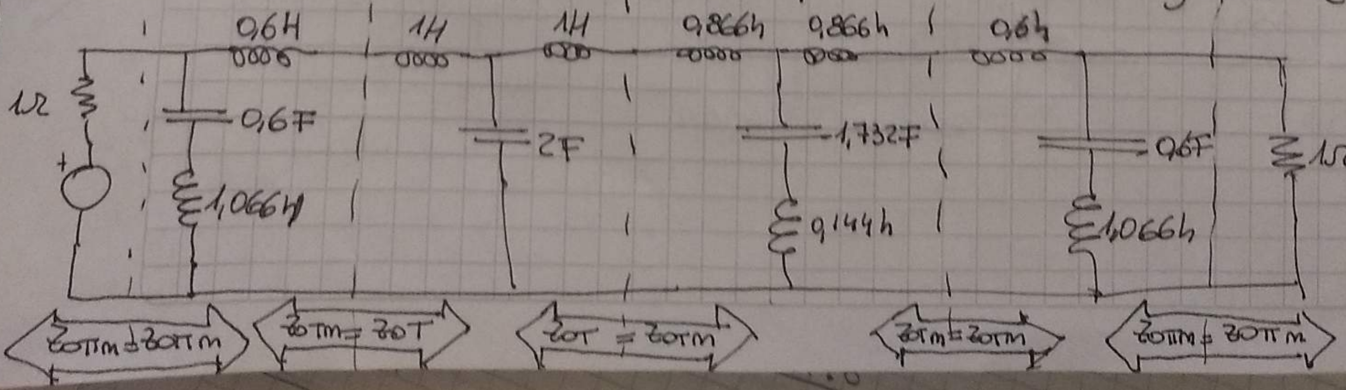
para $m=0,6$ la cobertura es $86,6\%$.

Formato de Filtro compuesto. minuto 41 de la clase 13/10/2020

las semisecciones con $m=0,6$ son para adaptar impedancias.

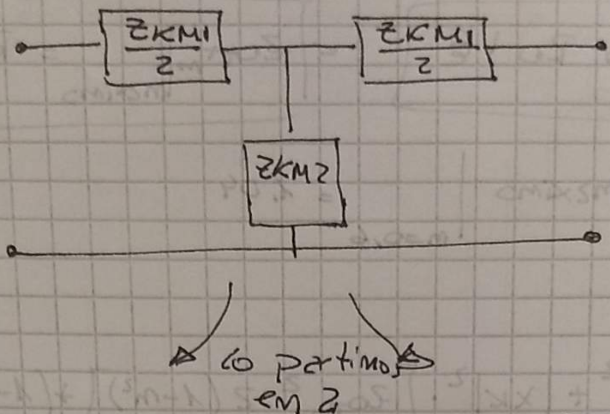


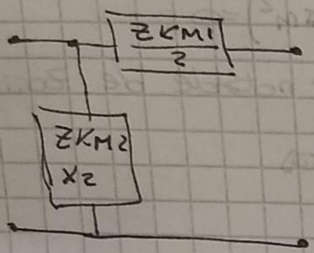
ejemplo Filtro pasa bajos compuesto normalizado y $\omega_\infty = 2$ [rps]

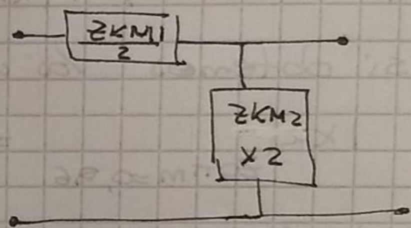


Desarrollo de semisecciones adaptadoras de impedancia.

Filtro "T"
m-derivado
con m=0,6

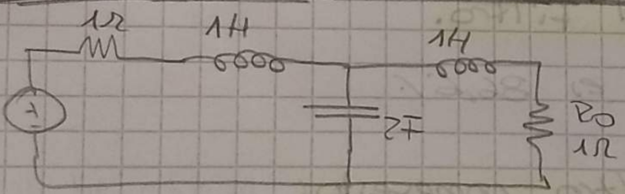






Ejemplo: Diseñar un filtro paso bajo compuesto con $f_c = 1KHz$ $f_{\infty} = 1,05\ KHz$ y $Z_0 = 600\ \Omega$. emplee secciones de terminación con $m=0,6$

Cálculo de la sección K cte: Partimos del filtro normalizado.



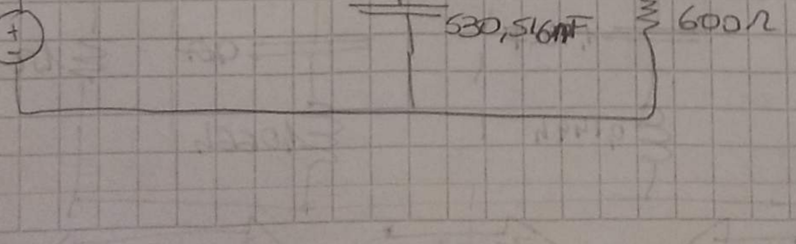
$b = 600\Omega$

$a = w_c = 2\pi \cdot 1KHz = 6283,185 \frac{rad}{s}$

$w_c = 1 rad/s$

$$\frac{L_1}{2} = \frac{\frac{L_{1N}}{2} \cdot b}{a} = \frac{1 \cdot 600}{2\pi\ 1K} = 95,492\ mH$$

$$C_2 = \frac{C_{2N}}{a \cdot b} = \frac{2}{600 \cdot 2\pi\ 1K} = 530,516\ nF$$



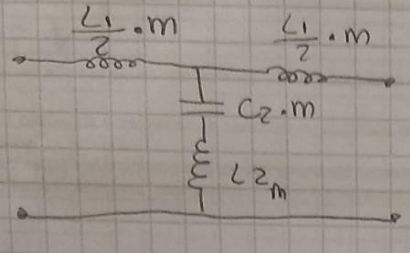
Comprobación

$$w_c = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}}$$

05/01/18

Cálculo de la sección m-derivada

$$m=\sqrt{1-\left(\frac{\omega c}{\omega\infty}\right)^2}=\sqrt{1-\left(\frac{fc}{f\infty}\right)^2}=\sqrt{1-\left(\frac{1000}{1500}\right)^2}=0{,}305$$



$\frac{L_{1m}}{2}=\frac{L_1}{2}\cdot m=95{,}492\cdot 0{,}305=29{,}12\ mH$

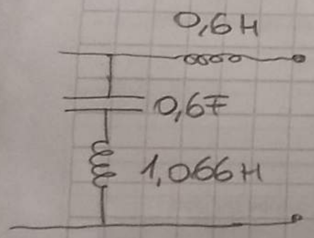
$C_{2m}=C_2\cdot m=530{,}56\ nF\cdot 0{,}305=161{,}82\ nF$

$L_{2_m}=L_1\cdot\frac{1-m^2}{4m}=190{,}984\cdot\frac{1-0{,}305^2}{4\cdot 0{,}305}=141{,}98\ mH$

Cálculo de la sección m-derivada adaptadora

$m=0{,}6$

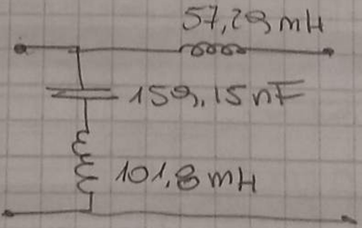
Partimos de un normalizado



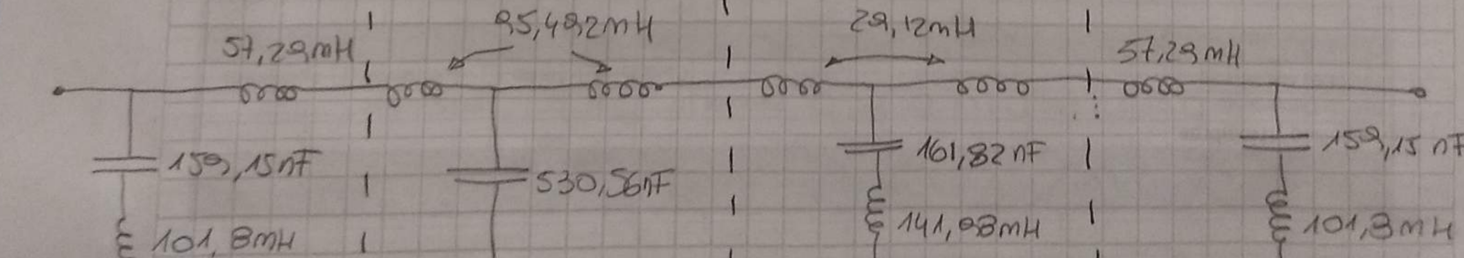
$\frac{0{,}6H\cdot b}{a}=\frac{0{,}6\cdot 600}{6283{,}185}=57{,}29\ mH$

$\Rightarrow \frac{0{,}6F}{a\cdot b}=\frac{0{,}6}{6283{,}185\cdot 600}=159{,}15\ nF$

$\frac{1{,}066\cdot b}{a}=\frac{1{,}066\cdot 600}{6283{,}185}=101{,}8\ mH$



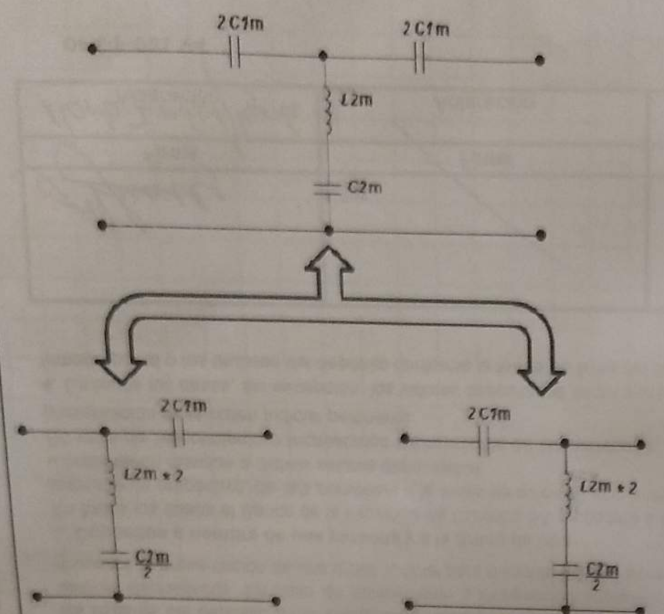
Finalmente:



semiadaptadora $m=0{,}6$ | sección Kcte $m=1$ | sección m-derivada $m=0{,}305$ | semi sección adaptadora $m=0{,}6$

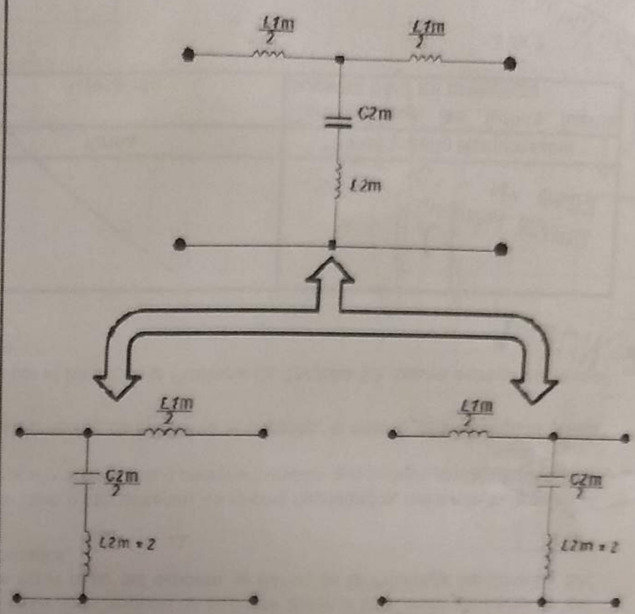
Se pueden sumar los inductores en serie.

FILTRO PASA-ALTOS m-DERIVADO CON m=0,6



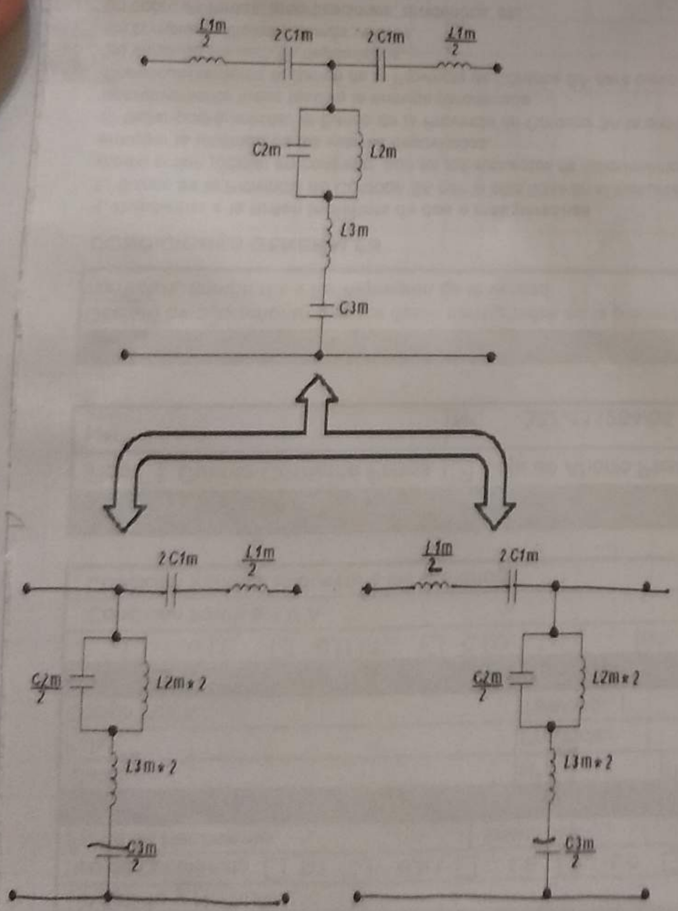
SEMI-SECCIONES ADAPTADORAS DE IMPEDANCIA PASA-ALTOS
m-DERIVADO CON m = 0,6

FILTRO PASA-BAJOS m-DERIVADO CON m = 0,6



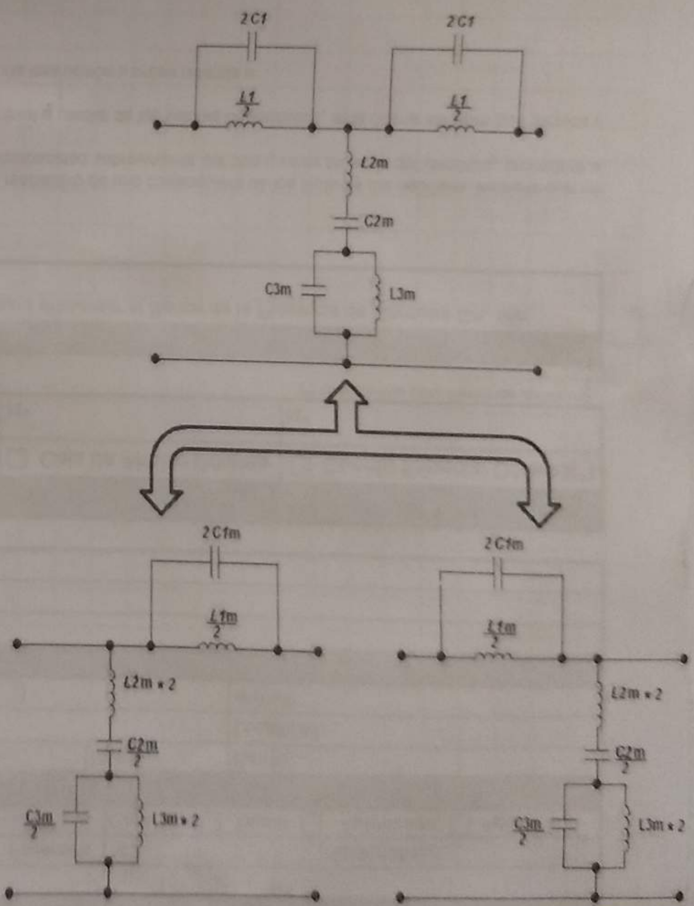
SEMI-SECCIONES ADAPTADORAS DE IMPEDANCIA PASA-BAJOS
m-DERIVADO CON m = 0,6

FILTRO PASA-BANDA m-DERIVADO CON m=0,6



SEMI-SECCIONES ADAPTADORAS DE IMPEDANCIA PASA-BANDA
m-DERIVADO CON m = 0,6

FILTRO ELIMINA-BANDA m-DERIVADO CON m=0,6



SEMI-SECCIONES ADAPTADORAS DE IMPEDANCIA ELIMINA-BANDA
m-DERIVADO CON m = 0,6

$\frac{\text{CAPACITOR}}{2}$

inductor X2

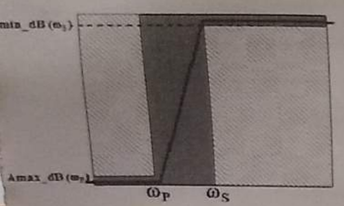
21/10/2020

En octave = 1º = Filtros_KCTE
2º = KCTE_MDER
3º = Semi_sec_adap

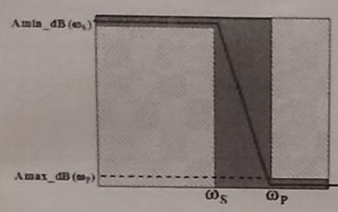
Filtros modernos: Funciones de aproximación.

Método de las plantillas: ya sea con atenuación o con ganancia.

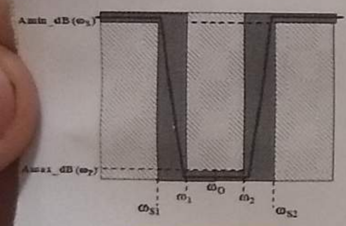
CARACTERÍSTICAS DE ATENUACIÓN DEPENDIENDO DEL TIPO DE FILTRO



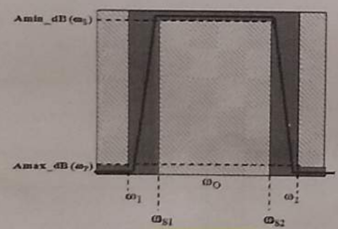
FILTRO PASA BAJOS



FILTRO PASA ALTOS

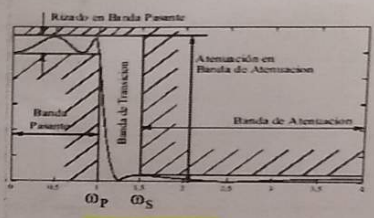


FILTRO PASA BANDA

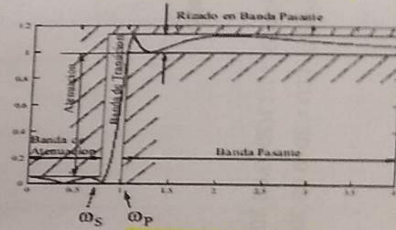


FILTRO ELIMINA BANDA2

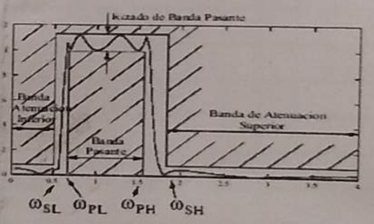
CARACTERÍSTICAS DE GANANCIA DEPENDIENDO DEL TIPO DE FILTRO



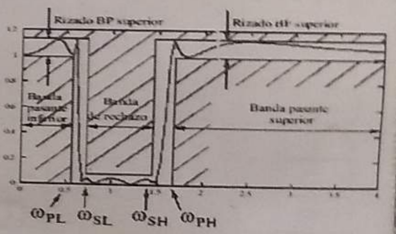
a) Filtro Pasa Bajos



b) Filtro Pasa Altos



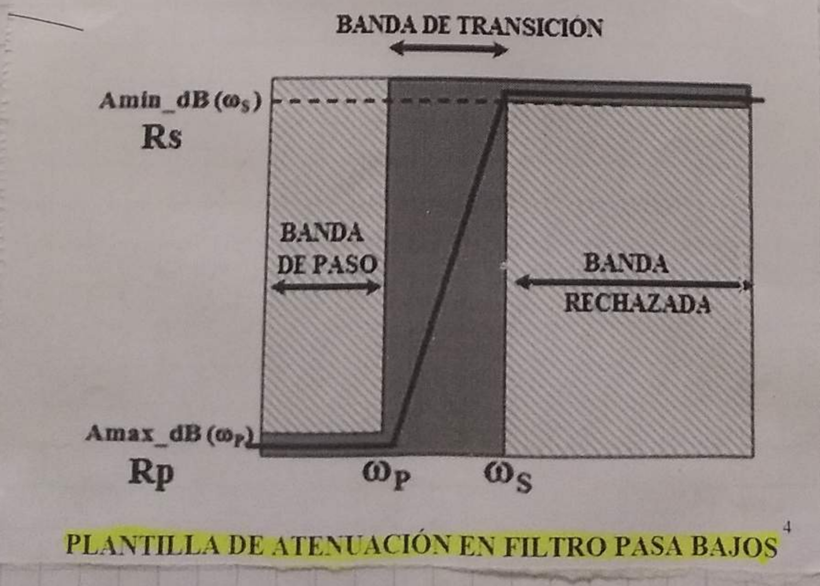
c) Filtro Pasa Banda



d) Filtro Elimina Banda

3

PROCESO DE APROXIMACIÓN : Encontrar la función matemática que se corresponde con la característica de transferencia del filtro.



4

PLANTILLA DE ATENUACIÓN EN FILTRO PASA BAJOS

DEFINICIONES:

ω_p → Pulsación de corte de la banda pasante en filtros pasabajos y pasa altos.

ω_{P1} y ω_{P2} → Pulsaciones que delimitan el ancho de banda (BW) en filtros pasa banda y elimina banda.

ω_s → Pulsación de corte de la banda detenida en filtros pasabajos y pasa altos.

ω_{S1} y ω_{S2} → Pulsaciones que delimitan la banda detenida en filtros pasa banda y elimina banda.

DEFINICIONES:

$A_{max\_dB} \equiv Rp$ → Atenuación máxima en la banda pasante ó Ripple en la banda pasante.

$A_{min\_dB} \equiv Rs$ → Atenuación mínima en la banda detenida ó Ripple en la banda detenida.

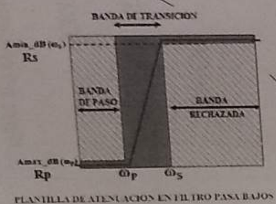
$0 < \omega < \omega_p$ → Banda pasante en filtros pasabajos.

$\omega_p < \omega < \omega_s$ → Banda de Transición en filtros pasabajos.

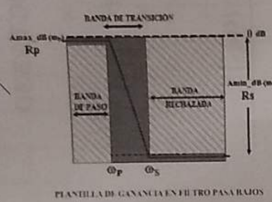
$\omega_s < \omega < \infty$ → Banda detenida en filtros pasabajos.

MÉTODOS DE APROXIMACIÓN

Hallar en forma manual la función de atenuación que cumpla con la plantilla solicitada.



PLANTILLA DE ATENUACION EN FILTRO PASA BAJOS

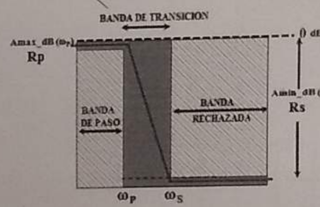


PLANTILLA DE GANANCIA EN FILTRO PASA BAJOS

Aprovechamos nuestro conocimiento sobre diagramas de Bode y Método Asintótico.

ESPECIFICACIONES

ω_p = 1 [rad/seg]
ω_s = 3 [rad/seg]
Rp = 4 [dB]
Rs = 20 [dB]



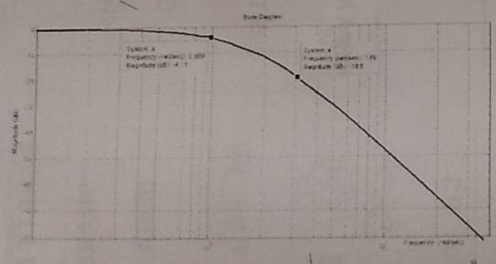
PLANTILLA DE GANANCIA EN FILTRO PASA BAJOS

SOLUCIÓN PROPUESTA :

producto de 1,7² por 1,5

$$F(p) = \frac{4.335}{(s+1.7)^2\,(s+1.5)} = \frac{4.335}{s^3 + 4.9\,s^2 + 7.99\,s + 4.335}$$

Minuto 28



VENTAJAS Y DESVENTAJAS DEL MÉTODO :

El método es simple de aplicar cuando la pendiente requerida entre ω_p y ω_s es de 60 dB o menos.

Cada requerimiento de filtro pasa a ser un desafío distinto.

La síntesis e implementación del filtro, ya sea pasiva o activa puede ser dificultosa al tratar de asociar una F(p) con la respuesta de un circuito eléctrico.

En la práctica es más simple emplear diferentes funciones de aproximación predefinidas. Entre las más conocidas tenemos :

BESSEL

Presenta una fase máximamente recta
Característica de módulo *mediocre*

BUTTERWORTH

Es máximamente plana
Atenuación monótonamente creciente
Característica de fase *bastante* lineal

CHEBYSHEV

La banda de paso tiene ondulaciones
Atenuación monótonamente creciente fuera de la banda de paso. Más abrupta que la de Butterworth
Característica de fase peor que la de Butterworth

CAUER o ELÍPTICA

Tanto la banda de paso como la de atenuación tienen ondulaciones
Se logran bandas de transición más estrechas que con filtros Butterworth o Chebyshev de *similar* complejidad
Presenta la peor característica de fase

Se parte de la ecuación de Feldtkeller:

$$\left|\frac{V_{IN}(j\omega)}{V_{out}(j\omega)}\right|^2 = |A(j\omega)|^2 = 1 + |K(j\omega)|^2 = 1 + \left|\frac{N(j\omega)}{D(j\omega)}\right|^2$$

Atenuación.

Función de aproximación

$$\left|\frac{V_{IN}(s)}{V_{out}(s)}\right|^2 = |A(s)|^2 = 1 + |K(s)|^2 = 1 + \left|\frac{N(s)}{D(s)}\right|^2$$

A(S) = función de atenuación deseada
K(S) = función característica (Función de aproximación)

Polinomio de Butterworth.

$$\boxed{K(S) = B_n(S) = \varepsilon\left(\frac{s}{\omega_p}\right)^n}$$ donde $\varepsilon > 0$

$$|A(j\omega)| = \left|\frac{V_{IN}(j\omega)}{V_{OUT}(j\omega)}\right| = \sqrt{1 + \varepsilon^2\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{2n}}$$

$$|A(j\omega)|_{dB} = 10\log_{10}\left[1 + \varepsilon^2\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{2n}\right]$$

Si $\omega = \omega_p$

$$A(\omega_p) = 10\log(1+\varepsilon^2) = \boxed{A_{max}} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = \sqrt{10^{0,1A_{max}} - 1}}$$

Si $\omega = \omega_s$

$$A(\omega_s) = 10\log\left[1 + \varepsilon^2\left(\frac{\omega_s}{\omega_p}\right)^{2n}\right] = \boxed{A_{min}} \Rightarrow n = \frac{\log\left(\frac{10^{0,1A_{min}} - 1}{\varepsilon^2}\right)}{\log\left(\frac{\omega_s}{\omega_p}\right)^2}$$

grado del filtro a implementar

Para pasabanda $\Rightarrow \log\left(\frac{\omega_{s2} - \omega_{s1}}{\omega_{p2} - \omega_{p1}}\right)^2$

independiente del grado en wp hay un error de 3dB

ε se toma generalmente igual a 1

$$\varepsilon = \sqrt{10^{(0,1 \cdot A_{max})} - 1} = 1 \therefore \boxed{A_{max} \approx 3dB} \; \Big| \; \varepsilon = 1$$

ripple de la banda pasante.

Calculo de las raices

$$H(s)\,H(-s) = \underbrace{\frac{1}{1+(-1)^n \cdot s^{2n}}}_{\text{expresión de Butterworth}} = \frac{1}{1+(-s^2)^n}$$

Hay tantas raices como dos veces el orden del filtro

localización de los polos:

$$1+(-s^2)^n = 0$$

la solución de esta expresión es:

$$\boxed{s_K = 1 \exp\left\{ j\, \frac{(2K+n-1)\pi}{2n} \right\}} \quad K = 1, 2, \ldots, 2n$$

Para definir $H(s)$ se toman las raices del semiplano izquierdo (raices con parte real negativa)

Para cualquier n, las raices de la aproximación de Butterworth normalizada estan distribuidas en forma uniforme sobre un circulo de radio unitario en el plano S. Las del semiplano izquierdo se identifican con $H(s)$ y las del semiplano derecho con $H(-s)$

Hay una expresión general, que dice que para n impar, la 1° raiz, está en +1, y que las raices restantes estarán equidistantes para cualquier n a $\frac{360°}{2n}$

n	Denominador de $H(s)$ para filtros Butterworth
1	$s+1$
2	$s^2+1,414s+1$
3	$(s^2+s+1)(s+1)$
4)	$(s^2+0,765s+1)(s^2+1,848s+1)$
5)	$(s+1)(s^2+0,618s+1)(s^2+1,618s+1)$
⋮	⋮

Cálculos del orden en filtros Butterworth

Forma 1° = $K_s \Rightarrow$ Factor de selectividad

$$K_s = \frac{\omega_p}{\omega_s}$$ $K_s < 1$ en filtros pasa bajos

$K_d \Rightarrow$ Factor de discriminación

$$K_d = \sqrt{\frac{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1}{10^{\frac{A_{min}}{10}} - 1}} = \frac{\varepsilon}{\delta}\ ;\quad 0 < K_d < 1$$ A_{max} y A_{min} en dB

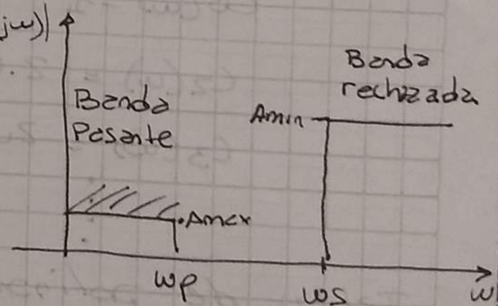
$$\boxed{n \geq \frac{\log_{10}(K_d)}{\log_{10}(K_s)}}$$ ← ORDEN del Filtro

2) Forma 2°

$$\boxed{n = \frac{\log_{10}\left(\frac{\delta}{\varepsilon}\right)}{\log_{10}\left(\frac{\omega_s}{\omega_p}\right)}}$$

3) Forma 3° mediante método gráfico.

ejemplo: Datos: $\omega_p = 150$ rad/s
$A_{max} = 3$ dB
$\omega_s = 550$ rad/s
$A_{min} = 30$ dB
$R_L = 10\,\Omega$



$$K_s = \frac{\omega_p}{\omega_s} = \frac{150}{550} = 0,\overline{27}\ ;\quad K_D = \frac{\sqrt{10^{(0,1\cdot 3)} - 1}}{\sqrt{10^{(0,1\cdot 30)} - 1}} = 0,0315635$$

$$n \geq \frac{\log(0,0315635)}{\log(0,\overline{27})} = 2,6593$$

entonces $\boxed{n = 3}$

Aproximación de chevyshev.

$$K^2(\omega) = \varepsilon^2 C_n^2(\omega) \Rightarrow |H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+K^2(\omega)} = \frac{1}{1+\varepsilon^2 C_n^2(\omega)}$$

$0 < \varepsilon < 1$

Donde

$$C_n(\omega) \begin{cases} \cos[n \cdot \arccos(x)] & \omega \leq 1 \\ \cosh[n \cdot \arccos(x)] & \omega > 1 \end{cases}$$

$\boxed{n = 0 \Rightarrow C_0(\omega) = 1}$ $\boxed{n = 1 \Rightarrow C_1(\omega) = \omega}$

$$\boxed{C_{n+1}(\omega) + C_{n-1}(\omega) = 2\omega C_n(\omega)}$$

raices $\Rightarrow$ $S_k = 1 \exp\left\{ j \frac{(2k+n-1)\pi}{2n} \right\}$ $k = 1, 2, \dots, 2n$

$C_{n+1}(\omega) = 2\omega C_n(\omega) - C_{n-1}(\omega)$

¿Donde estan los polinomios?

$C_0(\omega) = 1$; $C_1(\omega) = \omega$ directamente de la definición

$C_2(\omega) = 2 \cdot \omega C_1(\omega) - C_0(\omega) = 2\omega^2 - 1$

$C_3(\omega) = 2\omega C_2(\omega) - C_1(\omega) = 4\omega^3 - 3\omega$

$\vdots$

Tabla de polinomio de chevyshev.

n	$C_n(\omega)$
0	1
1	ω
2	$2\omega^2 - 1$
3	$4\omega^3 - 3\omega$
4	$8\omega^4 - 8\omega^2 + 1$
5	$16\omega^5 - 20\omega^3 + 5\omega$
$\vdots$	

La cantidad de crestas y valles que vamos a tener en la banda pasante es igual al orden del filtro.

Localización de los polos

$$S_k = \sigma_k + j\omega_k \qquad k = 1, 2 \dots 2n$$

Donde

$$\sigma_k = \operatorname{senh}(a) \cdot \operatorname{sen}\left[\frac{(2k-1)\pi}{2n}\right] \qquad \omega_k = \cosh(a) \cdot \cos\left[\frac{(2k-1)\pi}{2n}\right]$$

$$\boxed{a = \frac{\operatorname{arc\,senh}\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)}{n}}$$ coeficiente de compresión

están sobre una elipse (mas estirada y angosta cuando el coef de compresión sea mas bajo)

$$\boxed{\frac{\sigma_k^2}{\operatorname{senh}^2(a)} + \frac{\omega_k^2}{\cosh^2(a)} = 1}$$

Calculo de n

$$\boxed{n = \frac{\operatorname{arccosh}\sqrt{\frac{10^{(0,1\,A_{min})} - 1}{\varepsilon^2}}}{\operatorname{arccosh}\left(\frac{\omega_s}{\omega_p}\right)}} \Rightarrow \boxed{n = \frac{\operatorname{arccosh}\left(\frac{d}{\varepsilon}\right)}{\operatorname{arccosh}\left(\frac{\omega_s}{\omega_p}\right)}}$$

Aproximación de Bessel.

$$H(S) = \frac{E_{out}}{E_{in}} = \frac{B_n(0)}{B_n(S)}$$

Donde
$$B_0(S) = 1$$
$$B_1(S) = (S+1)$$
$$B_n(S) = (2n-1)\,B_{n-1}(S) + S^2 B_{n-2}(S)$$

ejemplo:

$$H(S)\Big|_{n=2} = \frac{3}{S^2+3S+3} \quad ; \quad H(S)\Big|_{n=3} = \frac{15}{S^3+6S^2+15S+15}$$

Las raíces están en un círculo de radio 1 pero no están equidistantes unas de otras.

Aproximación de CAUER o ELÍPTICA.

- introduce ceros de transmisión intermedios.
- Presenta oscilaciones en la banda de paso (de altura cte)
- Presenta oscilaciones en la banda de atenuación (de altura cte)

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+D^2(\omega)} = \frac{1}{1+\varepsilon^2 Z_n^2(\omega)}$$

$Z_n(\omega)$ es un cociente de polinomios (funciones racionales de chebyshev) y ε juega un papel de control de las oscilaciones similar al de la aproximación de chebyshev

Tenemos riple en la banda pasante y en la banda atenuada

Hay ceros y polos.

comparación de los distintos filtros:

	Bessel	Butterworth	Chevyshev	Cauer
pendiente de corte para un orden determinado	Muy Mediocre	Mediocre	Buena	Muy Buena
Regularidad del tiempo de propagación de grupo	Excelente	Buena	mediocre	muy mediocre
Regularidad de la curva de respuesta Amplitud/Frec	Excelente	Excelente	Riple en BP	Riple en BP y BA
Deformaciones en regimen transitorio	Muy pequeñas	pequeñas	Grandes	Muy grandes
Número de componentes para determinada selectividad	Muy elevado	Elevado	Bajos	Bajo
coeficientes de sobretensión	Muy Bajos	Bajos	Medios	Elevados
Ceros de transmisión	No	No	No	Si
Dificultad de ajuste y sensibilidad	pequeñas	pequeñas	Medias	Altas
Disparidad de los valores de los Elementos	Muy Pequeñas	pequeñas	considerable	pequeñas

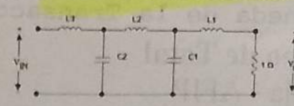
Sintesis de Filtros Modernos

(9)

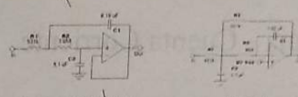
28/10/2020

SINTESIS :

CIRCUITOS PASIVOS



CIRCUITOS ACTIVOS



RED ESCALERA CON ELEMENTOS PASIVOS

Emplearemos un circuito basado en reactancias.

Partiremos de un circuito *NORMALIZADO* con $R_{OUT} = 1\ [\Omega]$ y $\omega_c = 1$ [rad/seg].

Supondremos en primer lugar que la impedancia del Generador es $R_{GEN} = 0\ [\Omega]$.

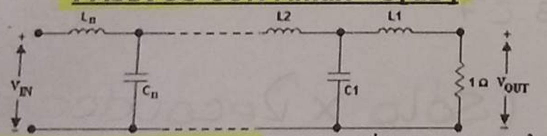
El circuito propuesto se genera para un valor de Amax = 3 [dB].

Para desnormalizar a cualquier valor de Amax , de Ro y de pulsación de corte ω_C ó ω_p usaremos :

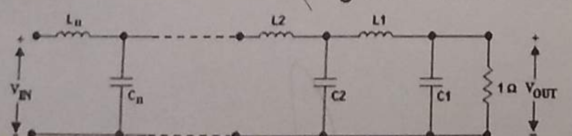
$$\boxed{\varepsilon = \sqrt{10^{(0{,}1 * Amax_{dB})} - 1}}$$

$$\boxed{R_X = R_{OUT}} \qquad \boxed{L_X = R_{OUT} * \varepsilon^{1/n} * \frac{1}{\omega_p} * L_N} \qquad \boxed{C_X = \frac{1}{R_{OUT}} * \varepsilon^{1/n} * \frac{1}{\omega_p} * C_N}$$

RED ESCALERA CON ELEMENTOS PASIVOS CON Amax =3[dB]

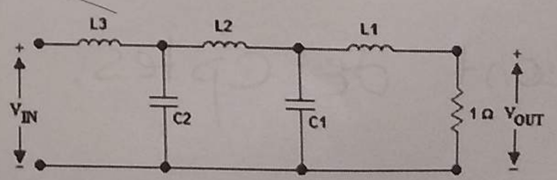


CIRCUITO PARA n IMPAR ⇒ empieza con un L y termina con un L

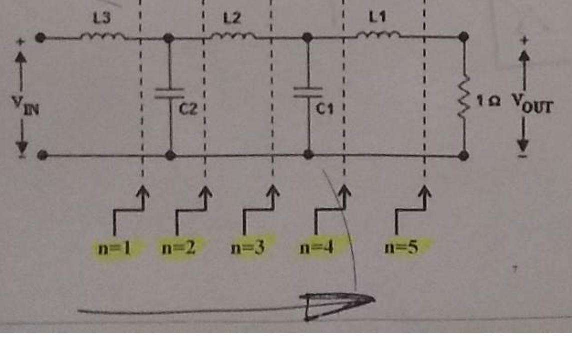


CIRCUITO PARA n PAR ⇒ empieza con un L y termina con un C

RED ESCALERA PASA-BAJOS PASIVA GENERALIZADA DE 5 ELEMENTOS

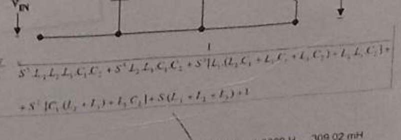


RED ESCALERA PASA-BAJOS PASIVA GENERALIZADA DE 5 ELEMENTOS



RED ESCALERA PASIVA PASA-BAJOS DE BUTTERWORTH CON Amax = 3 [dB] Y n =5

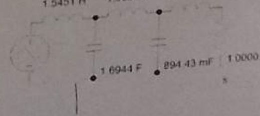
n = 5



$$G_5(S) = \frac{V_{OUT}}{V_{in}} = \frac{1}{S^5 L_1L_2L_3C_1C_2 + S^4 L_2L_3C_1C_2 + S^3[L_1(L_2C_1 + L_3C_1 + L_3C_2) + L_2L_3C_2] + S^2[C_1(L_2+L_3) + L_3C_2] + S(L_1+L_2+L_3) + 1}$$

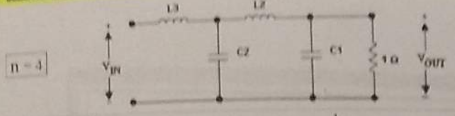
5th Order Low Pass Butterworth

$$\frac{1}{S^5 + 3.236 S^4 + 5.236 S^3 + 5.236 S^2 + 3.236 S + 1}$$



RED ESCALERA PASIVA PASA-BAJOS DE BUTTERWORTH CON Amax = 3 [dB] Y n =4

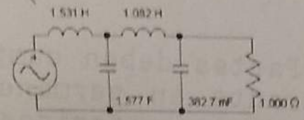
n = 4



$$G_4(S)=\frac{V_{OUT}}{V_{IN}}=\frac{1}{S^4 L_3 L_2 C_2 C_1 + S^3(L_3 L_2 C_1) + S^2[C_1(L_2+L_3)+L_3 C_2] + S(L_2+L_3)+1}$$

4th Order Low Pass Butterworth

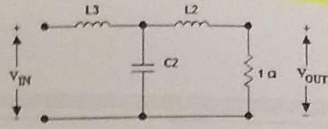
$$\frac{1}{S^4+2.613*S^3+3.414*S^2+2.613*S+1}$$



9

RED ESCALERA PASIVA PASA-BAJOS DE BUTTERWORTH CON Amax = 3 [dB] Y n =3

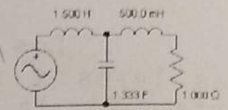
n = 3



$$G_3(S)=\frac{V_{OUT}}{V_{IN}}=\frac{1}{S^3(L_2 L_3 C_2)+S^2 L_3 C_2 + S(L_2+L_3)+1}$$

3rd Order Low Pass Butterworth

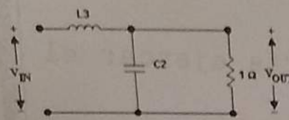
$$\frac{1}{S^3+2.000*S^2+2.000*S+1}$$



10

RED ESCALERA PASIVA PASA-BAJOS DE BUTTERWORTH CON Amax = 3 [dB] Y n =2

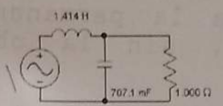
n = 2



$$G_2(S)=\frac{V_{OUT}}{V_{IN}}=\frac{1}{S^2 L_3 C_2 + S L_3 + 1}$$

2nd Order Low Pass Butterworth

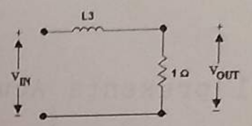
$$\frac{1}{S^2+1.414*S+1}$$



11

RED ESCALERA PASIVA PASA-BAJOS DE BUTTERWORTH CON Amax = 3 [dB] Y n =1

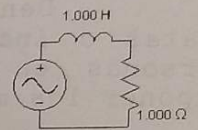
n = 1



$$G_1(S)=\frac{V_{OUT}}{V_{IN}}=\frac{1}{S.L_3+1}$$

1st Order Low Pass Butterworth

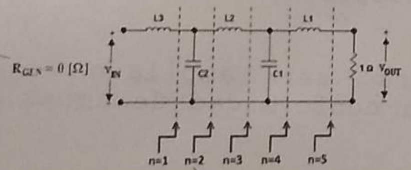
$$\frac{1}{S+1}$$



12

RED ESCALERA CON 5 ELEMENTOS PASA-BAJOS DE BUTTERWORTH - GENERALIZADA

$R_{GEN} = 0\ [\Omega]$



VALORES DE COMPONENTES PARA Amax = 3 dB

n	Epsilon^(1/n)	L1	C1	L2	C2	L3
1	1					1
2	1				0,70710678	1,41421356
3	1			0,5	1,33333333	1,5
4	1		0,382683	1,08239	1,57716	1,53073
5	1	0,309017	0,894427	1,38197	1,69443	1,54508

$\sqrt{0,5}$

$\leftarrow \sqrt{2}$

13

VALORES DE COMPONENTES PARA Amax = 2 dB

n	Epsilon^(1/n)	L1	C1	L2	C2	L3
1	0,764783102					0,7647831
2	0,874518789				0,61837816	1,23675632
3	0,914490983			0,45724549	1,21932131	1,37173647
4	0,93515709		0,35786872	1,01220468	1,47489236	1,43147301
5	0,947780255	0,29288021	0,84772025	1,30980388	1,6059475	1,46439632

VALORES DE COMPONENTES PARA Amax = 1 dB

n	Epsilon^(1/n)	L1	C1	L2	C2	L3
1	0,50884714					0,50884714
2	0,713335223				0,50440417	1,00880835
3	0,798354505			0,39917725	1,06447267	1,19753175
4	0,844591749		0,3232109	0,91417766	1,33205682	1,29284193
5	0,87360974	0,26996026	0,78138014	1,20730245	1,48027055	1,34979694

VALORES DE COMPONENTES PARA Amax = 0,5 dB

n	Epsilon^(1/n)	L1	C1	L2	C2	L3
1	0,3493114					0,3493114
2	0,591025719				0,41791829	0,83583659
3	0,704267401			0,3521337	0,9390232	1,0564011
4	0,768781971		0,29419979	0,83212192	1,21249217	1,17679763
5	0,810293867	0,25039456	0,72474871	1,11980182	1,37298624	1,25196835

14

PARA OBTENER LOS VALORES DE LOS COMPONENTES PARA CUALQUIER VALOR DE Amax, SE CALCULA ε MEDIANTE LA SIGUIENTE EXPRESIÓN :

$$\boxed{\varepsilon=\sqrt{10^{(0,1\cdot Amax_{dB})}-1}}$$

Y SE MULTIPLICA EL VALOR DE CADA UNO DE LOS COMPONENTES DE LA TABLA PARA Amax = 3[dB] POR $\varepsilon^{(1/n)}$

VALORES DE COMPONENTES PARA Amax = 3 dB

n	Epsilon^(1/n)	L1	C1	L2	C2	L3
1	1					1
2	1				0,70710678	1,41421356
3	1			0,5	1,33333333	1,5
4	1		0,382683	1,08239	1,57716	1,53073
5	1	0,309017	0,894427	1,38197	1,69443	1,54508

EJEMPLO PARA Amax = 0,25 [dB] Y ε = 0,243420881

VALORES DE COMPONENTES PARA Amax = 0,25 dB

n	Epsilon^(1/n)	L1	C1	L2	C2	L3
1	[illegible]					0,24342088
2	[illegible]				[illegible]	0,69774047
3	[illegible]			[illegible]	[illegible]	[illegible]
4	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,041766	[illegible]	[illegible]

15

CÁLCULO DE EPSILON A PARTIR DEL VALOR DE Amax [dB]

$$\boxed{\varepsilon=\sqrt{10^{(0,1\cdot Amax_{dB})}-1}}$$

Amax [dB]	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Epsilon	0,152620	0,217091	0,267431	0,310609	0,349311	0,384907	0,418208	0,449738	0,479863	0,508847
Epsilon^(1/2)	0,390667	0,465930	0,517137	0,557323	0,591026	0,620409	0,646690	0,670625	0,692722	0,713335
Epsilon^(1/3)	0,534405	0,601009	0,644274	0,677233	0,704267	0,727420	0,747820	0,766161	0,782899	0,798355
Epsilon^(1/4)	0,625033	0,682591	0,719123	0,746541	0,768782	0,787660	0,804170	0,818917	0,832299	0,844592
Epsilon^(1/5)	0,686690	0,736764	0,768149	0,791485	0,810294	0,826173	0,839998	0,852299	0,863423	0,873610

Amax [dB]	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
Epsilon	0,536889	0,564142	0,590781	0,616753	0,642291	0,667418	0,692177	0,716632	0,740822	0,764783
Epsilon^(1/2)	0,732727	0,751094	0,768590	0,785886	0,801431	0,816953	0,831971	0,846541	0,860710	0,874519
Epsilon^(1/3)	0,812758	0,826284	0,839067	0,851211	0,862801	0,873906	0,884584	0,894881	0,904839	0,914491
Epsilon^(1/4)	0,855995	0,866657	0,876693	0,886192	0,895227	0,903855	0,912125	0,920077	0,927745	0,935157
Epsilon^(1/5)	0,883033	0,891821	0,900078	0,907867	0,915264	0,922314	0,929059	0,935533	0,941765	0,947780

Amax [dB]	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3
Epsilon	0,788549	0,812150	0,835610	0,858953	0,882201	0,905373	0,928486	0,951557	0,974600	0,997628
Epsilon^(1/2)	0,888003	0,901193	0,914117	0,926797	0,939256	0,951511	0,963580	0,975478	0,987218	0,998813
Epsilon^(1/3)	0,923867	0,932994	0,941892	0,950563	0,959082	0,967407	0,975570	0,983584	0,991461	0,999209
Epsilon^(1/4)	0,942339	0,949312	0,956095	0,962703	0,969152	0,975454	0,981621	0,987663	0,993589	0,999407
Epsilon^(1/5)	0,953599	0,959240	0,964719	0,970050	0,975245	0,980315	0,985270	0,990118	0,994868	0,999525

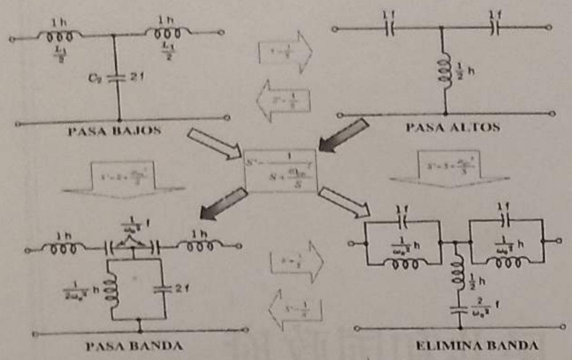
16

Para 3dB $\varepsilon \approx 1$

Para 3,010299 $\varepsilon = 1$

11

TRANSFORMACIÓN DE FRECUENCIAS:

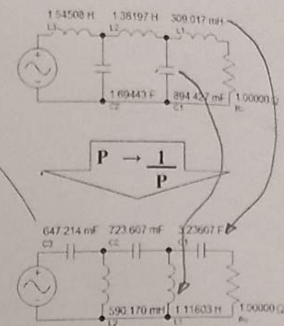


17

TRANSFORMACIÓN PASA-BAJOS A PASA-ALTOS :

$$\frac{1}{S^5 + 3.23607 S^4 + 5.23607 S^3 + 5.23607 S^2 + 3.23607 S + 1}$$

la inversa de cada valor



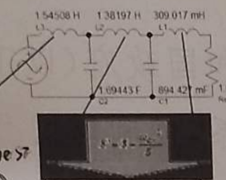
$$\frac{S^5}{S^5 + 3.23607 S^4 + 5.23607 S^3 + 5.23607 S^2 + 3.23607 S + 1}$$

18

Minuto 30:55

TRANSFORMACIÓN PASA-BAJOS A PASA-BANDA :

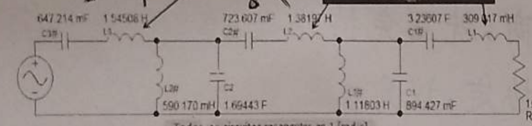
$$\frac{1}{S^5 + 3.23607 S^4 + 5.23607 S^3 + 5.23607 S^2 + 3.23607 S + 1}$$



igual

inversa

inversa

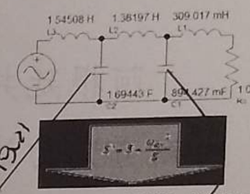


Todos los circuitos resonantes en 1 [rad/s]

$$\frac{S^5}{S^{10} + 3.23607 S^9 + 10.2361 S^8 + 18.1803 S^7 + 28.9443 S^6 + 30.8885 S^5 + 28.9443 S^4 + 18.1803 S^3 + 10.2361 S^2 + 3.23607 S + 1}$$

TRANSFORMACIÓN PASA-BAJOS A PASA-BANDA :

$$\frac{1}{S^5 + 3.23607 S^4 + 5.23607 S^3 + 5.23607 S^2 + 3.23607 S + 1}$$

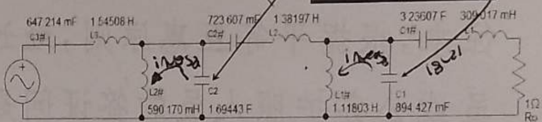


igual

inversa

inversa

igual



Todos los circuitos resonantes en 1 [rad/s]

$$\frac{S^5}{S^{10} + 3.23607 S^9 + 10.2361 S^8 + 18.1803 S^7 + 28.9443 S^6 + 30.8885 S^5 + 28.9443 S^4 + 18.1803 S^3 + 10.2361 S^2 + 3.23607 S + 1}$$

PARA DESNORMALIZAR A LOS VALORES REQUERIDOS APLICAMOS LAS SIGUIENTES TRANSFORMACIONES , PARA LOS COMPONENTES ORIGINALES DEL FILTRO PASA BAJOS:

$$R_X = R_O \qquad L_X = L_N \frac{Ro * \varepsilon^{1/n}}{BW} \qquad C_X = C_N \frac{\varepsilon^{1/n}}{BW * Ro}$$

MIENTRAS QUE PARA LOS ELEMENTOS QUE COMPLETARON LOS CIRCUITOS RESONANTES Y ESTAN MARCADOS CON # UTILIZAMOS :

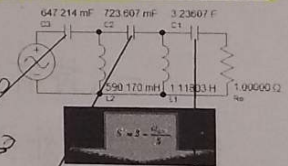
$$L_X\# = L_N \frac{Ro}{\omega_{on}^2 * BW \cdot \varepsilon^{1/n}} \qquad C_X\# = C_N \frac{1}{\omega_{on}^2 * BW * Ro \cdot \varepsilon^{1/n}}$$

RECORDANDO QUE : $\omega_{on}^2 = \frac{\omega_o^2}{BW^2} = \frac{(\omega_{C2} \times \omega_{C1})}{(\omega_{C2} - \omega_{C1})^2}$

21

TRANSFORMACIÓN PASA-ALTOS A ELIMINA-BANDA :

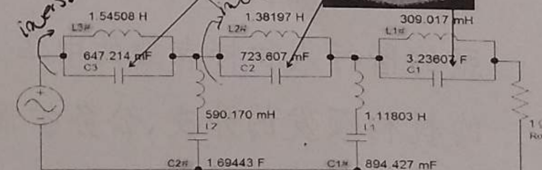
$$\frac{S^5}{S^5 + 3.23607 S^4 + 5.23607 S^3 + 5.23607 S^2 + 3.23607 S + 1}$$



lo deja

inversa

inversa

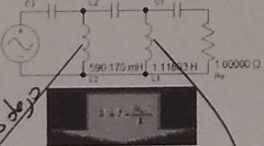


Todos los circuitos resonantes en 1 [rad/s]

$$\frac{S^{10} + 5 S^8 + 10 S^6 + 10 S^4 + 5 S^2 + 1}{S^{10} + 3.23607 S^9 + 10.2361 S^8 + 18.1803 S^7 + 28.9443 S^6 + 30.8885 S^5 + 28.9443 S^4 + 18.1803 S^3 + 10.2361 S^2 + 3.23607 S + 1}$$

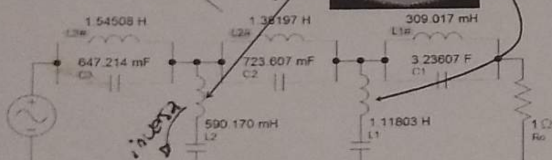
TRANSFORMACIÓN PASA-ALTOS A ELIMINA-BANDA :

$$\frac{S^5}{S^5 + 3.23607 S^4 + 5.23607 S^3 + 5.23607 S^2 + 3.23607 S + 1}$$



lo deja

inversa



Todos los circuitos resonantes en 1 [rad/s]

$$\frac{S^{10} + 5 S^8 + 10 S^6 + 10 S^4 + 5 S^2 + 1}{S^{10} + 3.23607 S^9 + 10.2361 S^8 + 18.1803 S^7 + 28.9443 S^6 + 30.8885 S^5 + 28.9443 S^4 + 18.1803 S^3 + 10.2361 S^2 + 3.23607 S + 1}$$

PARA DESNORMALIZAR A LOS VALORES REQUERIDOS APLICAMOS LAS SIGUIENTES TRANSFORMACIONES , PARA LOS COMPONENTES ORIGINALES DEL FILTRO PASA BAJOS:

$$R_X = R_O \qquad L_X = L_N \frac{Ro * \varepsilon^{1/n}}{BW} \qquad C_X = C_N \frac{\varepsilon^{1/n}}{BW * Ro}$$

MIENTRAS QUE PARA LOS ELEMENTOS QUE COMPLETARON LOS CIRCUITOS RESONANTES Y ESTAN MARCADOS CON # UTILIZAMOS :

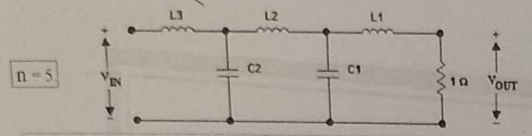
$$L_X\# = L_N \frac{Ro}{\omega_{on}^2 * BW \cdot \varepsilon^{1/n}} \qquad C_X\# = C_N \frac{1}{\omega_{on}^2 * BW * Ro \cdot \varepsilon^{1/n}}$$

RECORDANDO QUE : $\omega_{on}^2 = \frac{\omega_o^2}{BW^2} = \frac{(\omega_{C2} \times \omega_{C1})}{(\omega_{C2} - \omega_{C1})^2}$

24

APLICACIÓN A OTROS TIPOS DE APROXIMACIONES:

A PARTIR DEL TIPO DE APROXIMACIÓN Y DEL GRADO DEL FILTRO DESEADO, SE OBTIENE LA ECUACIÓN CARACTERÍSTICA Y LUEGO LOS VALORES DE LOS COMPONENTES A PARTIR DEL CIRCUITO BÁSICO DE CINCO REACTANCIAS PASA BAJOS :



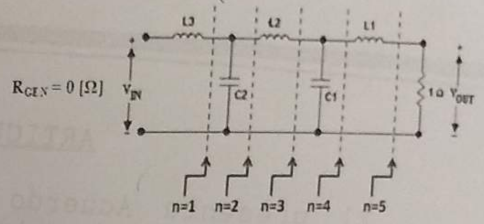
$$G_s(S)=\frac{V_{OUT}}{V_{IN}}=\frac{1}{S^5 L_1 L_2 L_3 C_1 C_2+S^4 L_2 L_3 C_1 C_2+S^3[L_1(L_2 C_1+L_3 C_1+L_3 C_2)+L_2 L_3 C_2]+S^2[C_1(L_2+L_3)+L_3 C_2]+S(L_1+L_2+L_3)+1}$$

25

APLICACIÓN A OTROS TIPOS DE APROXIMACIONES:

ELIMINAR DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA ORIGINAL LOS COMPONENTES QUE CORRESPONDAN DE ACUERDO AL GRADO DEL FILTRO REQUERIDO :

$$G_s(S)=\frac{V_{OUT}}{V_{IN}}=\frac{1}{S^5 L_1 L_2 L_3 C_1 C_2+S^4 L_2 L_3 C_1 C_2+S^3[L_1(L_2 C_1+L_3 C_1+L_3 C_2)+L_2 L_3 C_2]+S^2[C_1(L_2+L_1)+L_3 C_2]+S(L_1+L_2+L_3)+1}$$



POLINOMIOS DE CHEBYSHEV CON Amax= 0,5 y 1 [dB]

$\frac{1}{\varepsilon}$

Coeficientes de los polinomios de Chebychev ($\alpha_p = 0{,}5dB$). ($\varepsilon = 0.3493$ y $a_n = 1$)

n	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
1	2.8627752				
2	1.5162026	1.4256245			
3	0.7156938	1.5348954	1.2529130		
4	0.3790506	1.0254553	1.7168662	1.1973856	
5	0.1789234	0.7525181	1.3095747	1.9373675	1.1724909

$\frac{1}{\varepsilon}$

Coeficientes de los polinomios de Chebychev ($\alpha_p = 1dB$) ($\varepsilon = 0.5089$)

n	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
1	1.9652267				
2	1.1025103	1.0977343			
3	0.4913067	1.2384092	0.9883412		
4	0.2756276	0.7426194	1.4539248	0.9527114	
5	0.1228267	0.5805342	0.9743961	1.6888160	0.9368201

Polinomios de Bessel y ecuación de recurrencia

$B_0(p)=1$

$B_1(p)=p+1$ ➡ Amax = 3 [dB]

$B_2(p)=p^2+3p+3$ ➡ Amax = 1,597 [dB]

$B_3(p)=p^3+6p^2+15p+15$ ➡ Amax = 0,903 [dB]

$B_4(p)=p^4+10p^3+45p^2+105p+105$ ➡ Amax = 0,63 [dB]

$B_5(p)=p^5+15p^4+105p^3+420p^2+945p+945$ ➡ Amax=0,4865 [dB]

$B_6(p)=p^6+210p^4+1260p^3+4725p^2+10395p+10395$

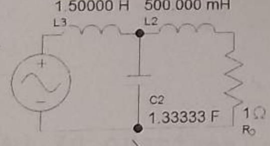
$\vdots$

$B_{N+1}(p)=(2N+1)B_N(p)+p^2B_{N-1}(p)$

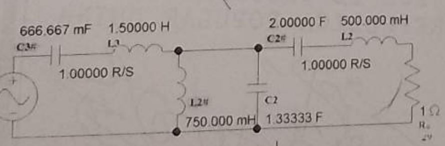
28

Ejemplo pasa bajos a Pasa Banda N=3 Y Amax = 3 [dB]

a pasa altos
Amax=3dB



$P \to \frac{1}{P}$



29

PARA DESNORMALIZAR A LOS VALORES REQUERIDOS APLICAMOS LAS SIGUIENTES TRANSFORMACIONES , PARA LOS COMPONENTES ORIGINALES DEL FILTRO PASA BAJOS:

$R_X = R_O$ $\qquad L_X = L_N\frac{Ro * \varepsilon^{1/n}}{BW}$ $\qquad C_X = C_N\frac{\varepsilon^{1/n}}{BW * Ro}$

MIENTRAS QUE PARA LOS ELEMENTOS QUE COMPLETARON LOS CIRCUITOS RESONANTES Y ESTAN MARCADOS CON # UTILIZAMOS :

$$L_X\# = L_N\frac{Ro}{\omega_{on}^2 * BW \cdot \varepsilon^{1/n}} \qquad C_X\# = C_N\frac{1}{\omega_{on}^2 * BW * Ro \cdot \varepsilon^{1/n}}$$

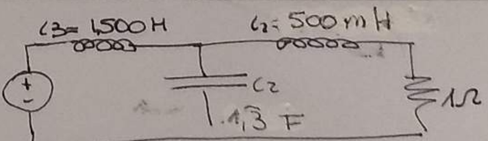
RECORDANDO QUE : $\omega_{on}^2 = \frac{\omega_o^2}{BW^2} = \frac{(\omega_{c2}\times\omega_{c1})}{(\omega_{c2}-\omega_{c1})^2}$

30

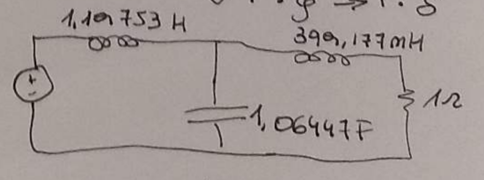
Ejemplo: pasa bajos Butterworth N=3
y Amax = 3dB

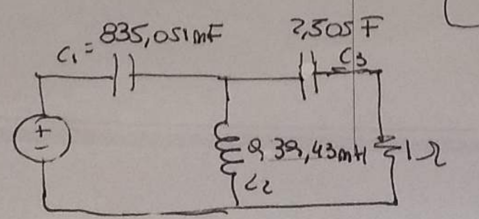
a pasa altos → Amax=1dB

Entonces $\varepsilon = 0{,}508847 \therefore \varepsilon^{1/3} = 0{,}798354$



$\Downarrow P\cdot\varepsilon' \to P\cdot\varepsilon^{1/3}$





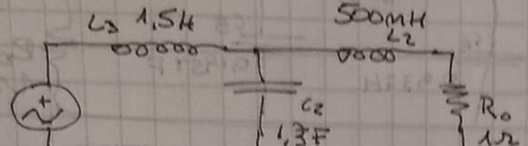
$P \to \frac{1}{P}$

Síntesis de filtros modernos
Filtros pasivos.

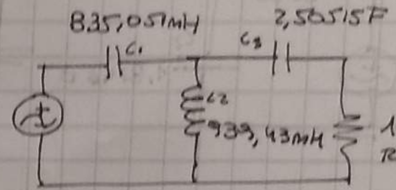
Ejemplo: pasa bajo Butterworth N=3
y Amax = 3 dB
a pasa altos → Amax = 1dB

Minuto 43:49

$\varepsilon = 0{,}50884 \quad \therefore \quad \varepsilon^{1/3} = 0{,}798354$

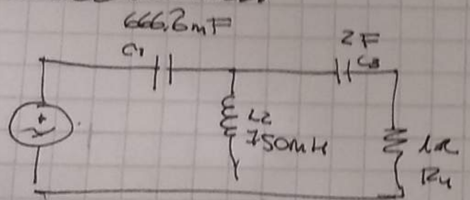


⇒



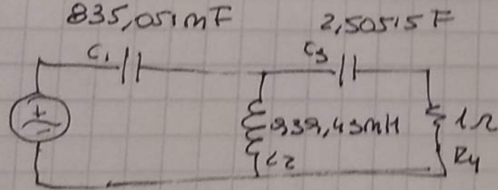
$P \times \varepsilon' \rightarrow \dfrac{1}{P \cdot \varepsilon^{1/3}}$

Ejemplo:



Pasa altos Butterworth N=3
y Amax = 3dB
a pasa altos Amax = 1dB

$\varepsilon = 0{,}508847 \quad \therefore \quad \varepsilon^{1/3} = 0{,}798354$

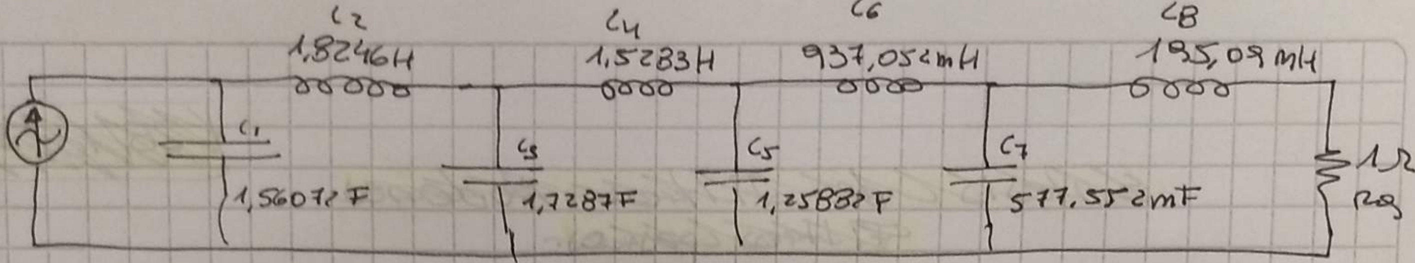


$\dfrac{P}{\varepsilon'} \rightarrow \dfrac{P}{\varepsilon^{1/3}}$

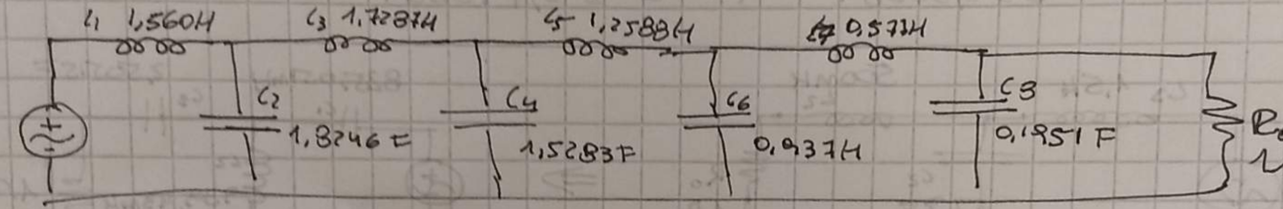
importante

→ Las tablas por ejemplo de Butterworth tienen como primer elemento un capacitor para cuando se usa una fuente de corriente. Cuando se usa fuente de tensión el primer elemento es un inductor

ejemplo →



N	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7	L_8
8	1,5607	1,8246	1,7287	1,5283	1,2588	0,937	0,5776	0,1951
N	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7	C_8



ahora si las finales tienen impedancia asociada puedo usar cualquier 1º elemento.

CALCULO DE FILTRO DE BUTTERWORTH PASA BANDA

DATOS :

$\omega_{P1} = 1000$ [rps]	$\omega_{P2} = 3000$ [rps]	BW = 2000 [rps]	Amax = 1 [dB]
$\omega_{S1} = 800$ [rps]	$\omega_{S2} = 3750$ [rps].		Amin = 11 [dB]
Ro = 150 [Ω]			

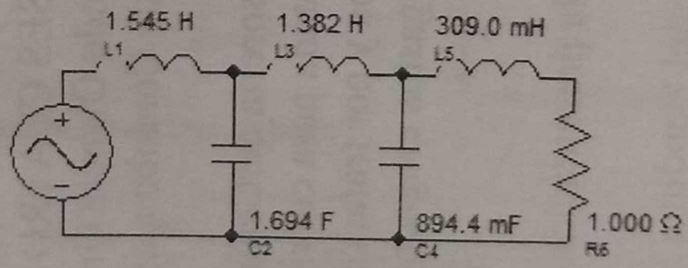
$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1*Amax} - 1} = \sqrt{10^{0,1*1} - 1} = 0,50884714$$

$$\delta = \sqrt{10^{0,1*Amin} - 1} = \sqrt{10^{0,1*11} - 1} = 3.40429935$$

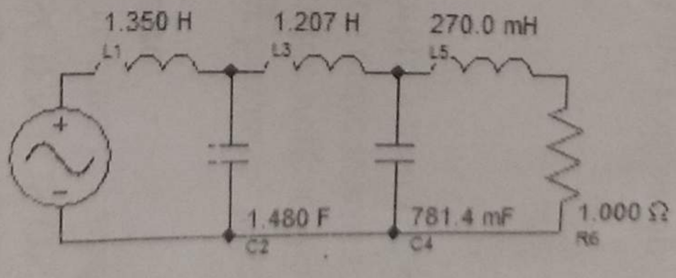
Calculamos el valor del grado del polinomio :

$$n \geq \frac{log_{10}\left(\frac{\delta}{\varepsilon}\right)}{log_{10}\left(\frac{\omega_{S2}-\omega_{S1}}{\omega_{P2}-\omega_{P1}}\right)} \geq 4,8902 \; \therefore n = 5$$

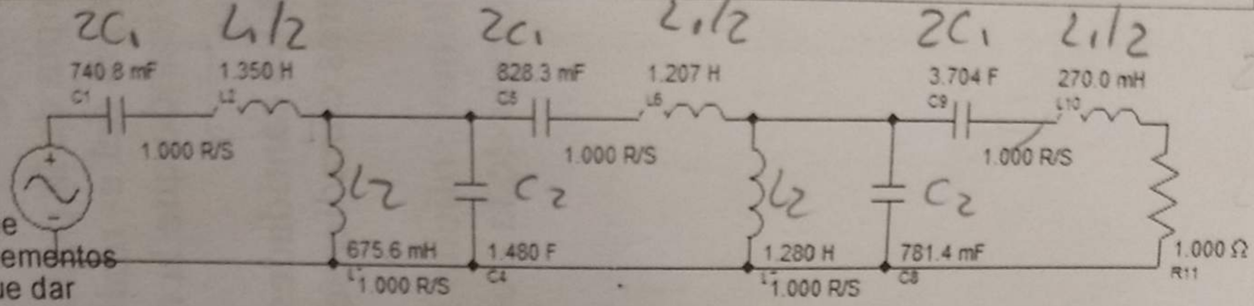
Partimos de un circuito de Butterworth normalizado de grado n=5



Multiplicamos todos los componentes del circuito por $\varepsilon^{1/5} = 0,873609$ para cumplir con el requerimiento de Amax = 1 [dB].



Transformamos de circuito pasa bajos normalizado a Pasa Banda normalizado.



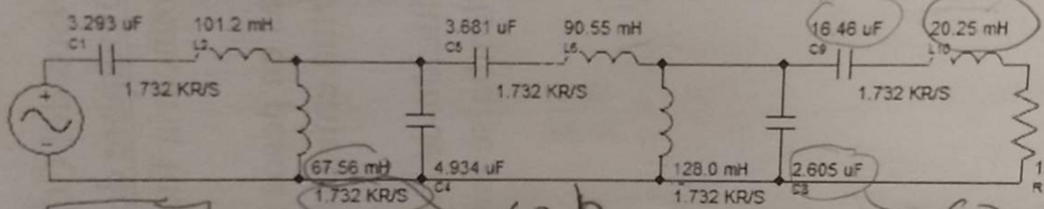
1/raiz(LC) de cualquier elementos me tiene que dar igual a 1 para corroborar

Desnormalizamos para Ro = 150[Ω], BW = 2000 [rps] y $\omega_{on}^2 = 0,75$ recordando que :

b a

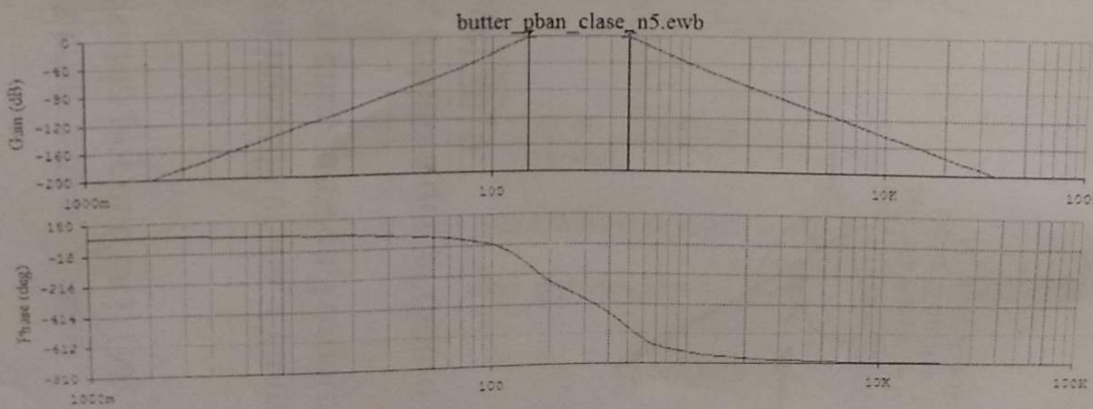
$$\omega_{on}^{2} = \frac{\omega_{C1} * \omega_{C2}}{(\omega_{C2} - \omega_{C1})^{2}}$$

$\frac{2C_1}{\omega_{on}^2 . a . b}$ $\frac{L_1/2 . b}{a}$



$\omega_{p1} . \omega_{p2}$ $\frac{L_2 . b}{\omega_{on}^2 . a}$ $\frac{C_2}{a . b}$

Simulamos y obtenemos Bode mediante EWB5 o cualquier otro programa de diseño y simulación.



Nota : recuerde que la escala de la respuesta en frecuencia de EWB5, está en Hz y no en rad/seg.

ω_{P1} = 1000 [rps] por lo tanto f_{P1} = 1000 [rps] / (2 * π) = 159,15 [Hz]
ω_{P2} = 3000 [rps] por lo tanto f_{P2} = 3000 [rps] / (2 * π) = 477,46 [Hz]
BW = 2000 [rps] por lo tanto BW_{Hz} = 2000 [rps] / (2 * π) = 318,3 [Hz]

CALCULO DE FILTRO DE CHEBYSHEV PASA BANDA

DATOS *:* se emplearán los mismos que para el filtro Pasa Banda de Butterworth.

$\omega_{P1} = 1000$ [rps]	$\omega_{P2} = 3000$ [rps]	BW = 2000 [rps]	Amax = 1 [dB]	$\varepsilon = 0{,}50884714$
$\omega_{S1} = 800$ [rps]	. $\omega_{S2} = 3750$ [rps]		Amin = 11 [dB]	$\delta = 3.40429935$
Ro = 150 [Ω]				

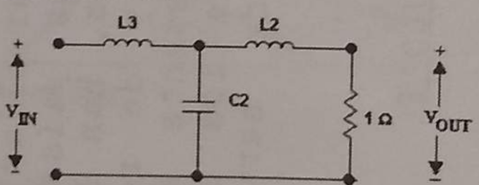
Calculamos el orden del filtro :

$$n \geq \frac{\cosh^{-1}\left(\frac{\delta}{\varepsilon}\right)}{\cosh^{-1}\left(\frac{\omega_{S2}-\omega_{S1}}{\omega_{P2}-\omega_{P1}}\right)} \geq 2{,}7541 \therefore n = 3$$

La función de transferencia a utilizar es la siguiente : por tabla

$$\boxed{C_3\Big|_{Amax=1\,[dB]} = \frac{4913}{S^3 + 9883{*}S^2 + 1.238{*}S + .4913}}$$

El circuito a utilizar es el de la figura →



Cuya función de transferencia está dada por :

$$\boxed{G_3(S) = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{1}{S^3(L_2.L_3.C_2) + S^2.L_3.C_2 + S.(L_2+L_3) + 1}} = \frac{1}{S^3.(2{,}0354) + S^2(2{,}0116) + S(2{,}5198) + 1}$$

Comparando los coeficientes con la función de transferencia de Chevyshev de orden 3, obtenemos los valores de los componentes para el filtro pasa bajos normalizado :

$$L_2 = \frac{L_2 * L_3 * C_2}{L_3 * C_2} = \frac{1/0{,}4913}{0.9883/0{,}4913} = 1{,}01179[H]$$

$$L_3 = \frac{L_2 + L_3}{0{,}4913066} - L_2 = \frac{1{,}2384}{0.4913066} - 1{,}01179[H] = 1{,}50882\ [H]$$

$$C_2 = \frac{L_3 * C_2}{L_3 * 0{,}4913066} = \frac{0.988341}{1{,}50882 * 0{,}4913} = 1{,}33325[F]$$

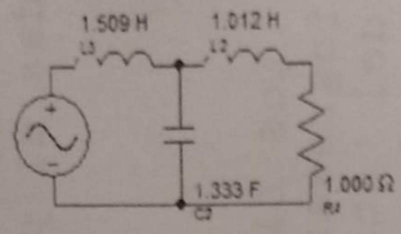
$$L_2 = \frac{L_2.L_3.C_2}{L_3.C_2} = \frac{2{,}0354}{2{,}0116} = 1{,}011$$

$$L_3 = 2{,}5198 - L_2 = 1{,}508$$

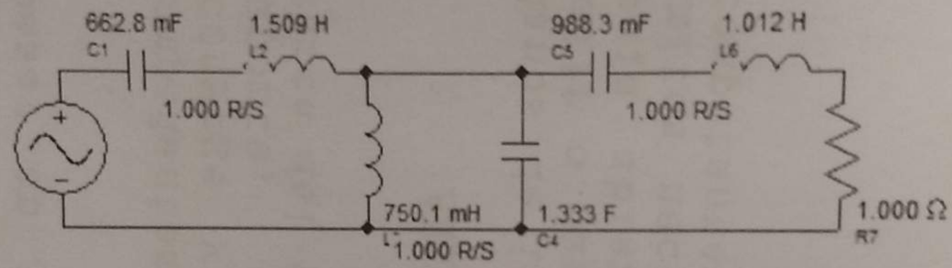
$$C_2 = \frac{2{,}0116}{L_3} = 1{,}\overline{3}$$

igual

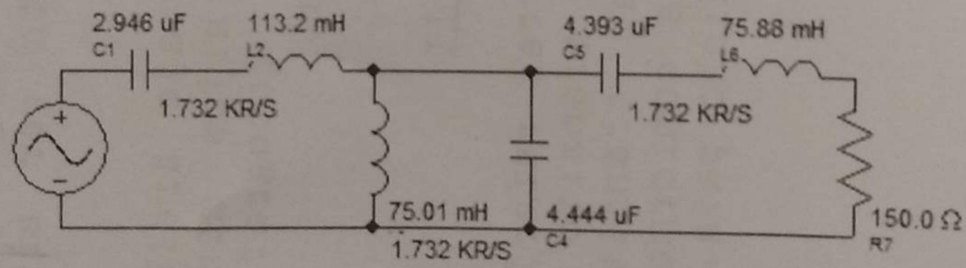
El circuito pasa bajos normalizado de Chevyshev de orden 3 obtenido es el siguiente :



Transformamos de pasa bajos normalizado a Pasa Banda normalizado



Desnormalizamos para Ro = 150[Ω], BW = 2000 [rps] y $\omega_{on}^2 = 0,75$ (ver como se obtuvo en el filtro de Butterworth)



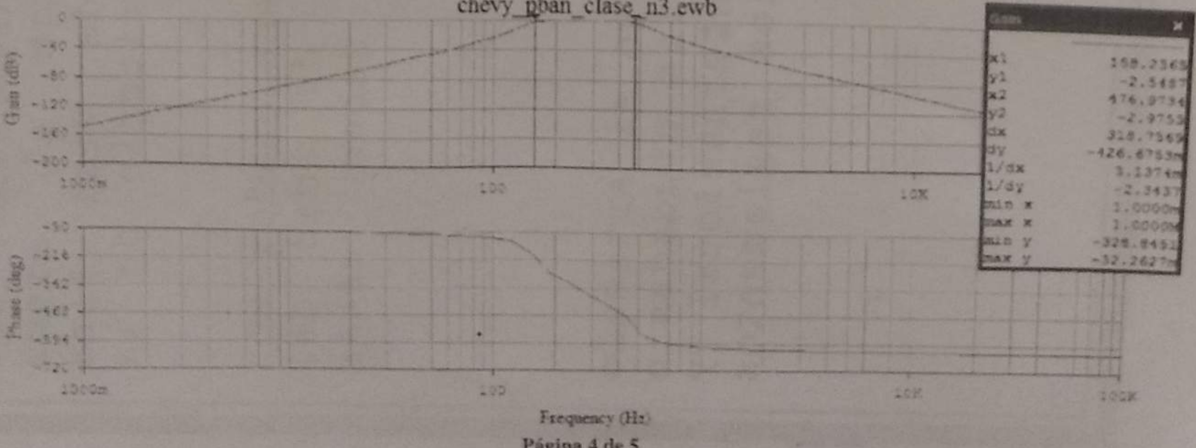
5198)+1

Simulamos y obtenemos Bode mediante EWB5 o cualquier otro programa de diseño y simulación.

=1,011

1,508

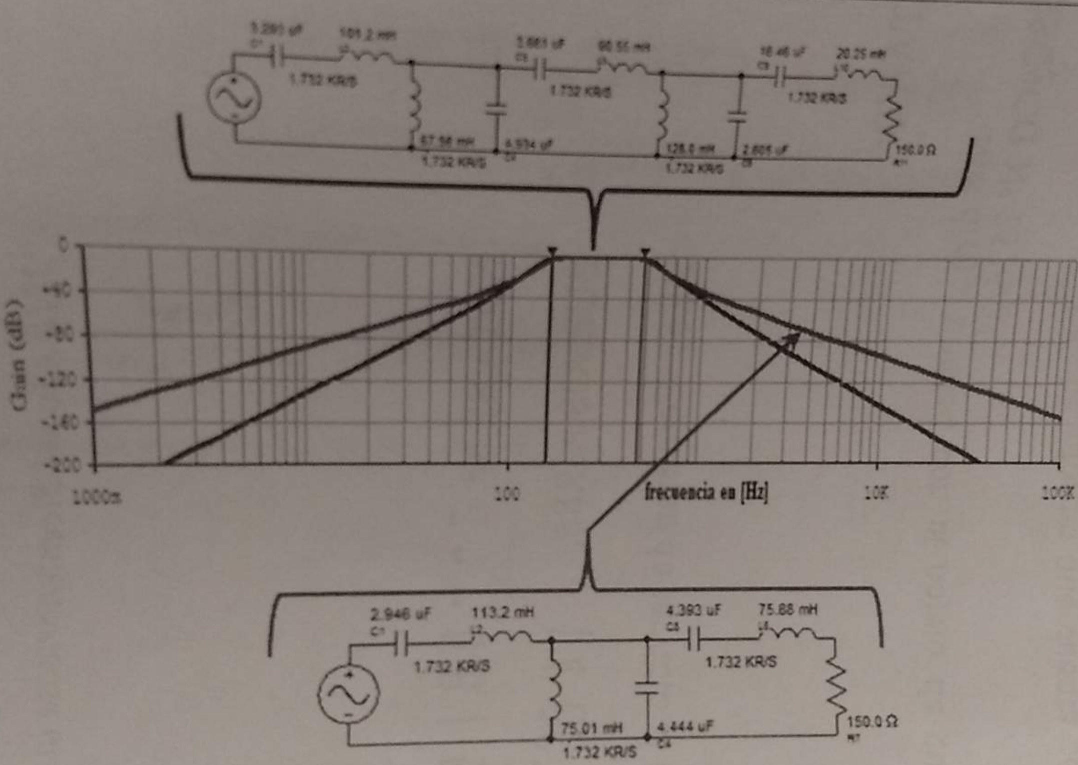
1,3̄



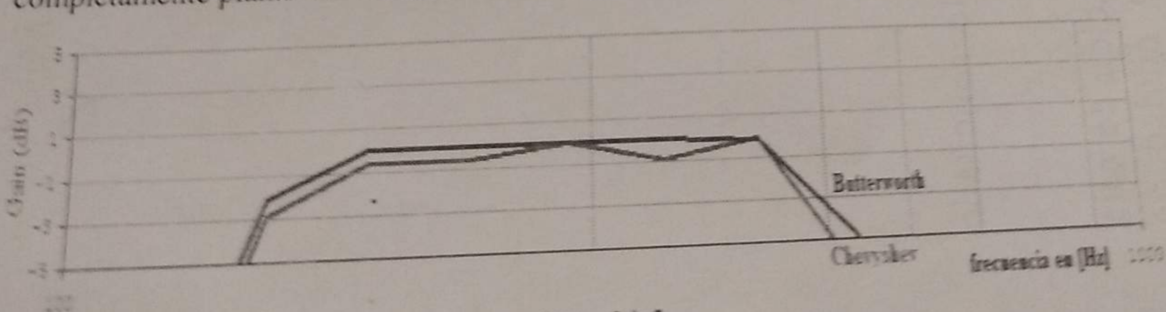
CONCLUSIONES

En la siguiente figura se comparan los diagramas Bode de módulo de los dos filtros, el de Butterworth de orden 5 y el de Chebyshev de orden 3, recordando que ambos tienen las mismas especificaciones.

$\omega_{P1} = 1000$ [rps] $\omega_{P2} = 3000$ [rps]   BW = 2000 [rps]   Amax = 1 [dB] $\varepsilon = 0{,}50884714$
$\omega_{S1} = 800$ [rps] $\omega_{S2} = 3750$ [rps]
Ro = 150 [Ω]   Amin = 11 [dB] $\delta = 3.40429935$



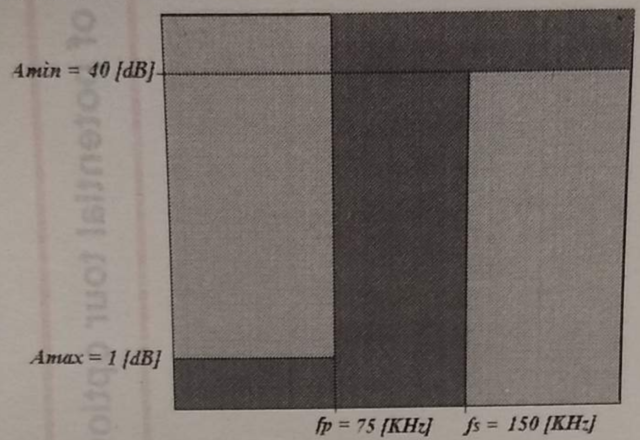
De los diagramas observamos que el filtro de Chebyshev de orden 3, cumple con los mismos requerimientos que el filtro de Butterworth de orden 5. Como ventaja el circuito de Chevyshev tiene 4 componentes menos, pero como desventaja en la banda pasante tendremos un ripple de 1 dB, mientras que en el caso de Butterworth la respuesta será completamente plana. Ver zoom en la banda pasante.



CALCULO DE FILTRO PASIVO PASA BAJOS DE CHEVYSHEV DE ORDEN 5

Se desea calcular un filtro pasivo pasa bajos de Chevyshev con un rizado en la banda pasante de 1 [dB], con frecuencia de corte f_C = 75 [KHz], con 40 [dB]de atenuación en la banda detenida cuya frecuencia fs =150 [KHz] y una impedancia de 50 Ω.

La plantilla correspondiente será :



Calculamos en primer lugar el valor de ***n*** para conocer el orden del filtro

$$n \geq \frac{cosh^{-1}\sqrt{\frac{10^{(0,1*Amin)}-1}{10^{(0,1*Amax)}-1}}}{cosh^{-1}\left(\frac{\omega_S}{\omega_P}\right)} = \frac{cosh^{-1}\sqrt{\frac{10^{(0,1*40)}-1}{10^{(0,1*1)}-1}}}{cosh^{-1}\left(\frac{150000*2*\pi}{75000*2*\pi}\right)} = 4{,}5361$$

$$\therefore \quad n = 5$$

Usamos la Tabla correspondiente para R_P = 1 [dB] :

Coeficientes de los polinomios de Chebychev ($\alpha_p = 1dB$) ($\varepsilon = 0.5089$)

n	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
1	1.9652267				
2	1.1025103	1.0977343			
3	0.4913067	1.2384092	0.9883412		
4	0.2756276	0.7426194	1.4539248	0.9527114	
5	0.1228267	0.5805342	0.9743961	1.6888160	0.9368201

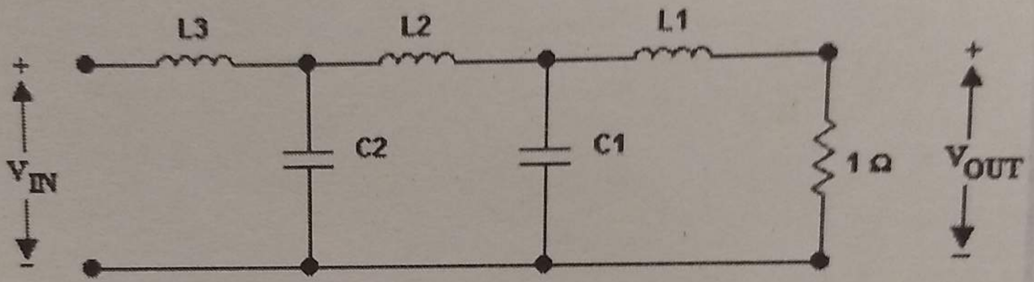
Para el caso de n=5 y Rp = 1 [dB], la función de Chevyshevl normalizada para $\omega_C = 1$ [rad/s] y Ro = 1 [Ω] está dada por :

$$C_5(S) = \frac{.1228}{S^5 + .9368 * S^4 + 1.689 * S^3 + .9744 * S^2 + .5805 * S + .1228}$$

Reordenando la última expresión :

$$C_5(S) = \frac{1}{\frac{S^5}{.1228} + \frac{.9368}{.1228} * S^4 + \frac{1.689}{.1228} * S^3 + \frac{.9744}{.1228} * S^2 + \frac{.5805}{.1228} * S + 1}$$

Partiremos de una estructura normalizada de cinco reactancias :



La función de transferencia estará dada por la siguiente expresión :

$$G_5(S) = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{1}{S^5.L_1.L_2.L_3.C_1.C_2 + S^4.L_2.L_3.C_1.C_2 + S^3[L_1.(L_2.C_1 + L_3.C_1 + L_3.C_2) + L_2.L_3.C_2] + S^2.[C_1.(L_2 + L_3) + L_3.C_2] + S.(L_1 + L_2 + L_3) + 1}$$

$$C_5(S) = \frac{1}{A * S^5 + B * S^4 + C * S^3 + D * S^2 + E * S + 1}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &L_1.L_2.L_3.C_1.C_2 = A \\ &L_2.L_3.C_1.C_2 = B \\ &[L_1.(L_2.C_1 + L_3.C_1 + L_3.C_2) + L_2.L_3.C_2] = C \\ &[C_1.(L_2 + L_3) + L_3.C_2] = D \\ &L_1 + L_2 + L_3 = E \end{aligned}}$$

$$L_1 = \frac{A}{B} = \frac{1/_{0,1228}}{0,9368/_{0,1228}} = 1,0674[H]$$

$$[L_1.(L_2.C_1 + L_3.C_1 + L_3.C_2) + L_2.L_3.C_2] = C$$
$$[L_1.(L_2.C_1 + L_3.C_1 + L_3.C_2)] = C - L_2.L_3.C_2$$
$$(L_2.C_1 + L_3.C_1 + L_3.C_2) = \frac{C - L_2.L_3.C_2}{L_1}$$
$$[C_1.(L_2 + L_3) + L_3.C_2] = D \qquad y\ L_2.L_3.C_2 = \frac{B}{C_1}$$
$$\therefore \frac{C - L_2.L_3.C_2}{L_1} = D = \frac{C - \frac{B}{C_1}}{L_1}$$

$$C_1 = \frac{B}{C - D * L_1} = \frac{0,9368/_{0,1228}}{1,689/_{0,1228} - 0,9744/_{0,1228} * 1,0674} = 1,444\ [F]$$

$$L_1 + L_2 + L_3 = E \quad \rightarrow L_2 + L_3 = E - L_1 = 0,5805/_{0,1228} - 1,0674 = 3,6598\ [H]$$

$$[C_1.(L_2 + L_3) + L_3.C_2] = D$$
$$[L_1.(L_2.C_1 + L_3.C_1 + L_3.C_2) + L_2.L_3.C_2] = C$$
$$L_2.L_3.C_2 = C - L_1.(L_2.C_1 + L_3.C_1 + L_3.C_2) = C - D * L_1$$
$$L_2.L_3.C_2 = C - D * L_1$$

$$L_2 * L_3 * C_2 = \frac{1,689}{0,1228} - \frac{0,9744}{0,1228} * 1,0674 = 5,2844$$

$$L_2 = \frac{5,2844}{L_3 * C_2} = \frac{5,2844}{D - C_1.(L_2 + L_3)} = \frac{5,2844}{\frac{0,9744}{0,1228} - 1,444 * 3,6598}$$

$$L_2 = 1,994[H]$$

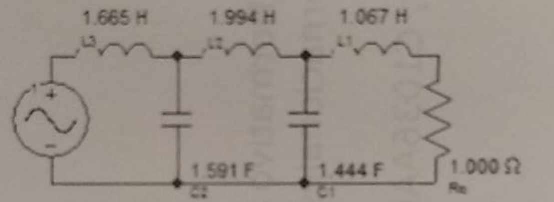
$$L_1 + L_2 + L_3 = E \quad \rightarrow \quad L_3 = E - L_1 - L_2 = \frac{0,5805}{0,1228} - 1,0674 - 1,994$$

$$L_3 = 1.6657[\mathrm{H}]$$

$$L_1 * L_2 * L_3 * C_1 * C_2 = A$$

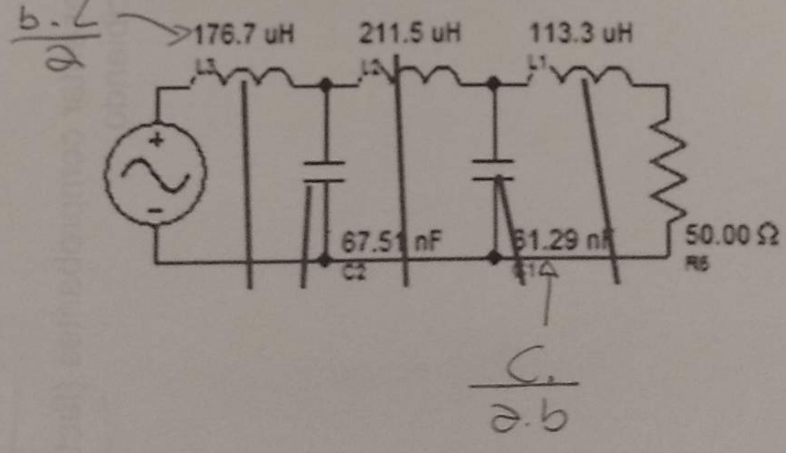
$$\therefore C_2 = \frac{A}{L_1 * L_2 * L_3 * C_1} = \frac{\frac{1}{0,1228}}{1,0674 * 1,994 * 1,6657 * 1,444} = 1,591[F]$$

El circuito normalizado que se obtiene es el siguiente :



Para desnormalizar para f_C = 75000[Hz] ó ωc=471238,898 [rad/s] y Ro = 50 [Ω] aplicamos las siguientes expresiones:

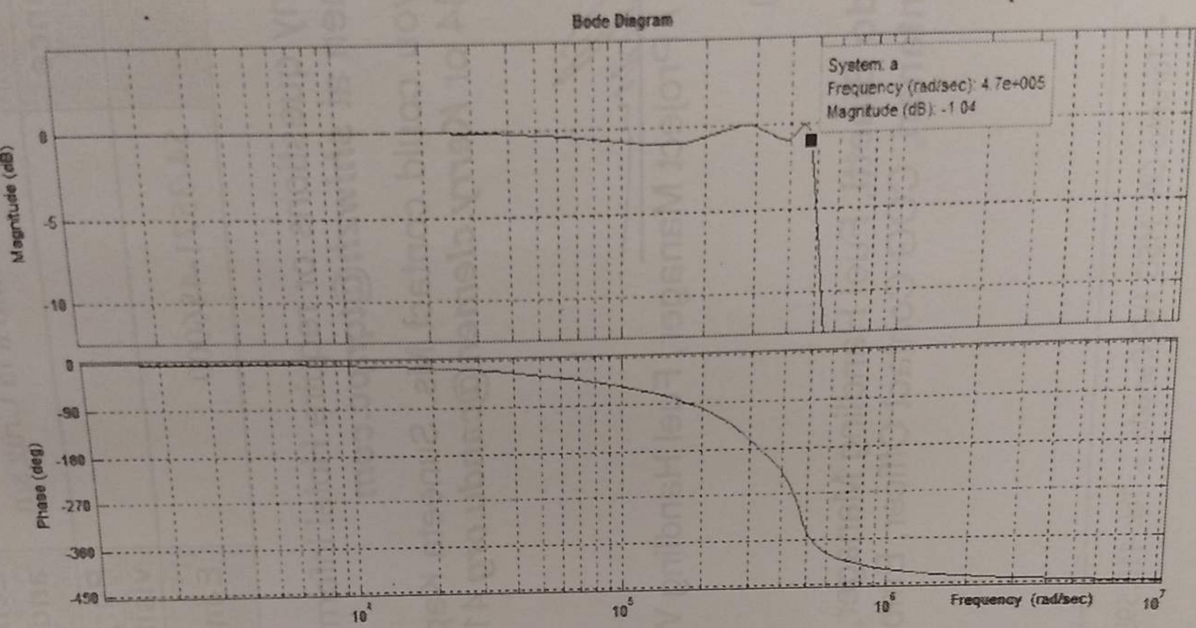
$$R_X = R_O \qquad L_X = L_N \frac{Ro}{\omega_c} \qquad C_X = C_N \frac{1}{\omega_c * Ro}$$



La función de transferencia del circuito propuesto está dada por :

$$C_5(S) = \frac{2.854e+27}{S^5 + 4.415e+05*S^4 + 3.75e+11*S^3 + 1.02e+17*S^2 + 2.863e+22*S + 2.854e+27}$$

Representamos esta función mediante MATLAB :



NOTA: Recuerde que la escala X, está en [rad/seg] y que la pulsación de corte

$\omega_P = 2*\pi*f_P = 2*\pi*75000 = 471238{,}898$ [rad/seg].

y

$\omega_s = 2*\pi*f_S = 2*\pi*150000 = 942477{,}796$ [rad/seg].