

PROBLEMAS RESUELTOS TEMA CUADRIPOLOS PASIVOS

TEMA 1: a) Escriba las ecuaciones que definen los parámetros de impedancia del cuadrupolo de la figura.

b) Escriba las relaciones entre los parámetros de impedancia y las tensiones y corrientes de entrada y salida.

c) En el punto anterior indique los valores y las unidades correspondientes de cada parámetro.

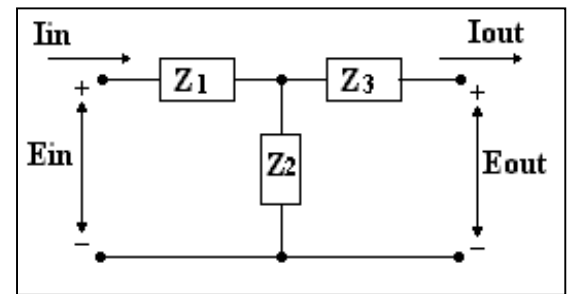
a)

$$Z \begin{cases} E_{IN} = I_{IN} * Z_{11} - I_{OUT} * Z_{12} \\ -E_{OUT} = -I_{IN} * Z_{21} + I_{OUT} * Z_{22} \end{cases}$$

b y c)

$$Z_{11} = \left. \frac{E_{IN}}{I_{IN}} \right|_{I_{OUT}=0} = Z_1 + Z_2 = [\Omega]$$

$$Z_{21} = \left. \frac{E_{OUT}}{I_{IN}} \right|_{I_{OUT}=0} = Z_2 = [\Omega]$$



$$Z_{12} = \left. \frac{E_{IN}}{I_{OUT}} \right|_{I_{IN}=0} = Z_2 = [\Omega]$$

$$Z_{22} = \left. \frac{E_{OUT}}{I_{OUT}} \right|_{I_{IN}=0} = Z_2 + Z_3 = [\Omega]$$

TEMA 2: a) Escriba las ecuaciones que definen los parámetros de admitancia del cuadrupolo de la figura..

b) Escriba las relaciones entre los parámetros de admitancia y las tensiones y corrientes de entrada y salida.

c) En el punto anterior indique los valores y las unidades correspondientes de cada parámetro.

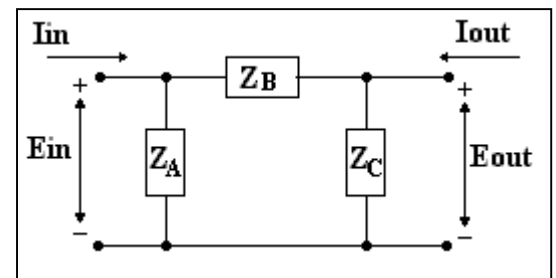
a)

$$Y \begin{cases} I_{IN} = E_{IN} * Y_{11} - E_{OUT} * Y_{12} \\ I_{OUT} = -E_{IN} * Y_{21} + E_{OUT} * Y_{22} \end{cases}$$

b y c)

$$Y_{11} = \left. \frac{I_{IN}}{E_{IN}} \right|_{E_{OUT}=0} = \frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} = [S]$$

$$Y_{21} = \left. \frac{I_{OUT}}{E_{IN}} \right|_{E_{OUT}=0} = \frac{1}{Z_B} = [S]$$



$$Y_{12} = \left. \frac{I_{IN}}{E_{OUT}} \right|_{E_{IN}=0} = \frac{1}{Z_B} = [S]$$

$$Y_{22} = \left. \frac{I_{OUT}}{E_{OUT}} \right|_{E_{IN}=0} = \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} = [S]$$

TEMA 3: a) Escriba las ecuaciones que definen los parámetros de Transmisión directa (A, B, C y D) del cuadrupolo de la figura..

b) Escriba las relaciones entre los parámetros de Transmisión directa (A, B, C y D) y las tensiones y corrientes de entrada y salida.

c) En el punto anterior indique los valores y las unidades correspondientes de cada parámetro.

a)

$$ABCD \begin{cases} E_{IN} = E_{OUT} * A + I_{OUT} * B \\ I_{IN} = E_{OUT} * C + I_{OUT} * D \end{cases}$$

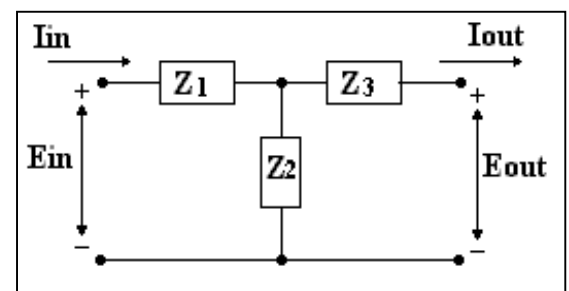
b y c)

$$A = \left. \frac{E_{IN}}{E_{OUT}} \right|_{I_{OUT}=0} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} = [Ad]$$

$$B = \left. \frac{E_{IN}}{I_{OUT}} \right|_{E_{OUT}=0} = \frac{\ddot{A} Z}{Z_{21}} = \frac{(Z_1 + Z_2) * (Z_2 + Z_3) - (Z_2)^2}{Z_2} = [\Omega]$$

$$C = \left. \frac{I_{IN}}{E_{OUT}} \right|_{I_{OUT}=0} = \frac{1}{Z_{21}} = \frac{1}{Z_2} = [S]$$

$$D = \left. \frac{I_{IN}}{I_{OUT}} \right|_{E_{OUT}=0} = \frac{Z_{22}}{Z_{21}} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2} = [Ad]$$



TEMA 4: Dada la siguiente matriz que corresponde a los parámetros de impedancia de un cuadripolo pasivo, determine el valor de los componentes que formarán un cuadripolo del tipo T. Dibuje el circuito equivalente.

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 18 & -8 \\ -8 & 32 \end{bmatrix}$$

SOLUCIÓN: 1) el circuito en "T", tendrá el siguiente formato \Rightarrow

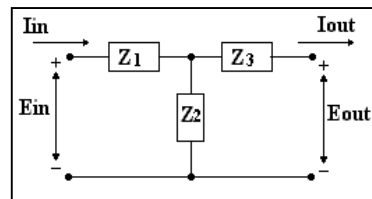
2) Recordando que :

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & -\mathbf{Z}_{12} \\ -\mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} \end{bmatrix}$$

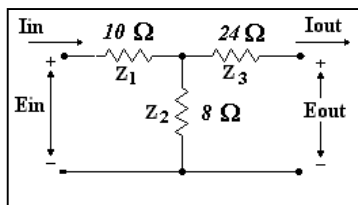
3) Obtenemos que : $\mathbf{Z}_{11} = 18 [\Omega]$, $\mathbf{Z}_{12} = \mathbf{Z}_{21} = 8 [\Omega]$ y $\mathbf{Z}_{22} = 32 [\Omega]$

4) Recordando que : $\mathbf{Z}_{12} = \mathbf{Z}_{21} = \mathbf{Z}_2 = 8 [\Omega]$ despejamos de $\mathbf{Z}_{11} = \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2$, el valor de \mathbf{Z}_1 $\therefore \mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_{11} - \mathbf{Z}_2 = 18 - 8 = 10 [\Omega]$.

5) Luego el valor de \mathbf{Z}_3 lo obtenemos a partir de $\mathbf{Z}_{22} = \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3$ $\therefore \mathbf{Z}_3 = \mathbf{Z}_{22} - \mathbf{Z}_2 = 32 - 8 = 24 [\Omega]$.



6) Circuito final \Rightarrow



NOTA: es conveniente verificar a partir del circuito equivalente los valores de \mathbf{Z}_{11} , $\mathbf{Z}_{12} = \mathbf{Z}_{21}$ y \mathbf{Z}_{22} como comprobación

TEMA 5: Dada la siguiente matriz que corresponde a los parámetros de admitancia de un cuadripolo pasivo, determine el valor de los componentes que formarán un cuadripolo del tipo π . Dibuje el circuito equivalente.

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0,375 & -0,125 \\ -0,125 & 0,1875 \end{bmatrix}$$

SOLUCIÓN: 1) El circuito en " π ", tendrá el siguiente formato \Rightarrow

2) Recordando que :

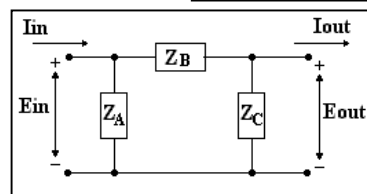
$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11} & -\mathbf{Y}_{12} \\ -\mathbf{Y}_{21} & \mathbf{Y}_{22} \end{bmatrix}$$

3) Obtenemos que : $\mathbf{Y}_{11} = 0,375 [\text{S}]$, $\mathbf{Y}_{12} = \mathbf{Y}_{21} = 0,125 [\text{S}]$ y $\mathbf{Y}_{22} = 0,1875 [\text{S}]$

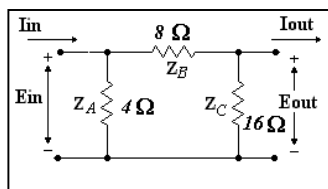
4) Recordando que : $\mathbf{Y}_{12} = \mathbf{Y}_{21} = 1/\mathbf{Z}_B = 0,125 [\text{S}]$, obtenemos que $\mathbf{Z}_B = 1/\mathbf{Y}_{12} = 1/0,125 = 8 [\Omega]$

5) Despejamos de $\mathbf{Y}_{11} = 1/\mathbf{Z}_A + 1/\mathbf{Z}_B$, el valor de \mathbf{Z}_A $\therefore \mathbf{Z}_A = 1/(\mathbf{Y}_{11} - \mathbf{Y}_{12}) = 1/(0,375 - 0,125) = 4 [\Omega]$.

6) Luego el valor de \mathbf{Z}_C lo obtenemos a partir de $\mathbf{Y}_{22} = 1/\mathbf{Z}_B + 1/\mathbf{Z}_C$ $\therefore \mathbf{Z}_C = 1/(\mathbf{Y}_{22} - \mathbf{Y}_{12}) = 1/(0,1875 - 0,125) = 16 [\Omega]$.



6) Circuito final \Rightarrow



NOTA: es conveniente verificar a partir del circuito equivalente los valores de \mathbf{Y}_{11} , $\mathbf{Y}_{12} = \mathbf{Y}_{21}$ y \mathbf{Y}_{22} como comprobación

TEMA 6: Dada la siguiente matriz que corresponde a los parámetros de Transmisión Directa de un cuadripolo pasivo, determine el valor de los componentes que formarán un cuadripolo del tipo T. Dibuje el circuito equivalente.

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 2,5 & 30 \\ 0,3 & 4 \end{bmatrix}$$

SOLUCIÓN: 1) el circuito en "T", tendrá el siguiente formato \Rightarrow

2) Recordando que :

$$\mathbf{ABCD} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}$$

3) Obtenemos que : $\mathbf{A} = 2,5$, $\mathbf{B} = 30 [\Omega]$, $\mathbf{C} = 0,3 [\text{S}]$ y $\mathbf{D} = 4$.

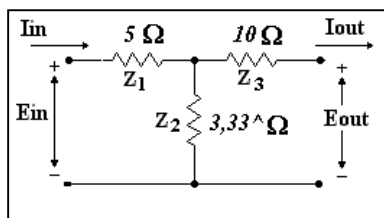
4) Recordando que : $\mathbf{C} = 1/\mathbf{Z}_{21} = 1/\mathbf{Z}_2 = 0,3 [\text{S}]$ despejamos $\mathbf{Z}_2 = 1/\mathbf{C} = 1/0,3 = 3,333^{\wedge} [\Omega]$

5) Recordando que $\mathbf{A} = \mathbf{Z}_{11} / \mathbf{Z}_{21} = (\mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2) / \mathbf{Z}_2$ tenemos que : $\mathbf{Z}_1 = (\mathbf{A} * \mathbf{Z}_2) - \mathbf{Z}_2 = (2,5 * 3,333^{\wedge}) - 3,333^{\wedge} = 5 [\Omega]$.

5) Luego el valor de \mathbf{Z}_3 lo obtenemos a partir de $\mathbf{D} = \mathbf{Z}_{22} / \mathbf{Z}_3 = (\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3) / \mathbf{Z}_2$

$\therefore \mathbf{Z}_3 = (\mathbf{D} * \mathbf{Z}_2) - \mathbf{Z}_2 = (4 * 3,333^{\wedge}) - 3,333^{\wedge} = 10 [\Omega]$.

6) Circuito \Rightarrow



NOTA: es conveniente verificar a partir del circuito equivalente el valor de $\mathbf{B} = [(\mathbf{Z}_{11} * \mathbf{Z}_{22}) - \mathbf{Z}_{21}^2] / \mathbf{Z}_{21}$

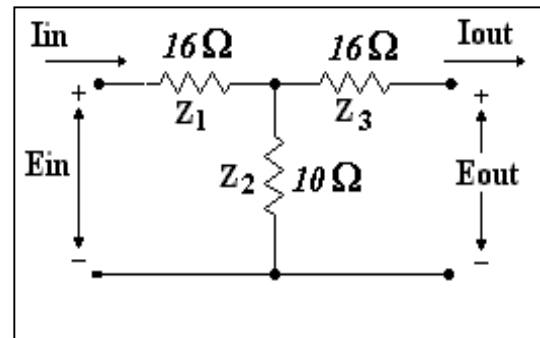
$$\mathbf{B} = \frac{(8,333^{\wedge} * 13,333) - (3,333^{\wedge})^2}{3,333^{\wedge}} = 30 [\Omega]$$

TEMA 7: a) Escriba las ecuaciones que definen los parámetros de impedancia del cuadripolo simétrico de la figura.

b) Calcule el valor de los parámetros de impedancia del cuadripolo simétrico de la figura.

$$Z \left\{ \begin{array}{l} E_{IN} = I_{IN} * Z_{11} - I_{OUT} * Z_{12} \\ -E_{OUT} = -I_{IN} * Z_{21} + I_{OUT} * Z_{22} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \text{b) } Z_{11} &= Z_1 + Z_2 = 16 + 10 = 26 \text{ } [\Omega] \\ Z_{12} &= Z_{21} = 10 \text{ } [\Omega] \\ Z_{22} &= Z_2 + Z_3 = 10 + 16 = 26 \text{ } [\Omega] \end{aligned}$$

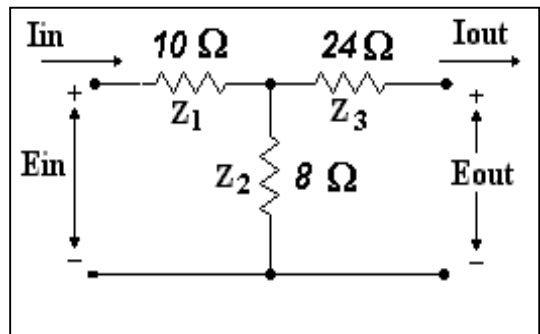


TEMA 8: a) Escriba las ecuaciones que definen los parámetros de impedancia del cuadripolo de la figura.

b) Calcule el valor de los parámetros de impedancia del cuadripolo asimétrico de la figura.

$$Z \left\{ \begin{array}{l} E_{IN} = I_{IN} * Z_{11} - I_{OUT} * Z_{12} \\ -E_{OUT} = -I_{IN} * Z_{21} + I_{OUT} * Z_{22} \end{array} \right.$$

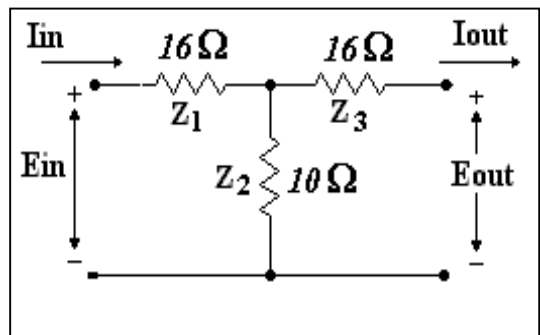
$$\begin{aligned} \text{b) } Z_{11} &= Z_1 + Z_2 = 10 + 8 = 18 \text{ } [\Omega] \\ Z_{12} &= Z_{21} = 8 \text{ } [\Omega] \\ Z_{22} &= Z_2 + Z_3 = 8 + 24 = 32 \text{ } [\Omega] \end{aligned}$$



TEMA 9: a) Escriba las ecuaciones que definen los parámetros de admitancia del cuadripolo simétrico de la figura.

b) Calcule el valor de los parámetros de admitancia del cuadripolo simétrico de la figura.

$$Y \left\{ \begin{array}{l} I_{IN} = E_{IN} * Y_{11} - E_{OUT} * Y_{12} \\ I_{OUT} = -E_{IN} * Y_{21} + E_{OUT} * Y_{22} \end{array} \right.$$



b) Recordando $Y_{11} = \frac{I_{IN}}{E_{IN}} \Big|_{E_{OUT}=0}$ que es igual a la admitancia de excitación de entrada con la salida en cortocircuito,

tendremos :

$$Y_{11} = \frac{1}{Z_1 + (Z_2 // Z_3)} = \frac{1}{16 + (10 // 16)} = 0,04513[S]$$

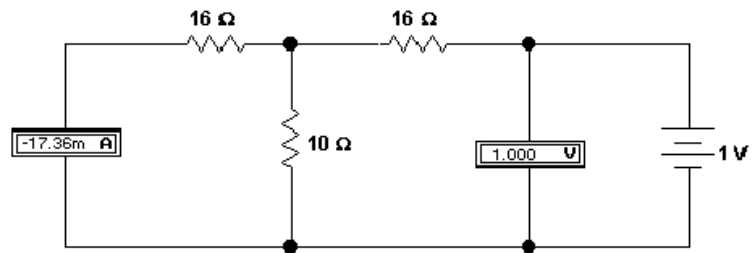
Recordando $Y_{22} = \frac{I_{OUT}}{E_{OUT}} \Big|_{E_{IN}=0}$ que es igual a la admitancia de excitación de salida con la entrada en cortocircuito,

tendremos :

$$Y_{22} = \frac{1}{Z_3 + (Z_2 // Z_1)} = \frac{1}{16 + (10 // 16)} = 0,04513[S]$$

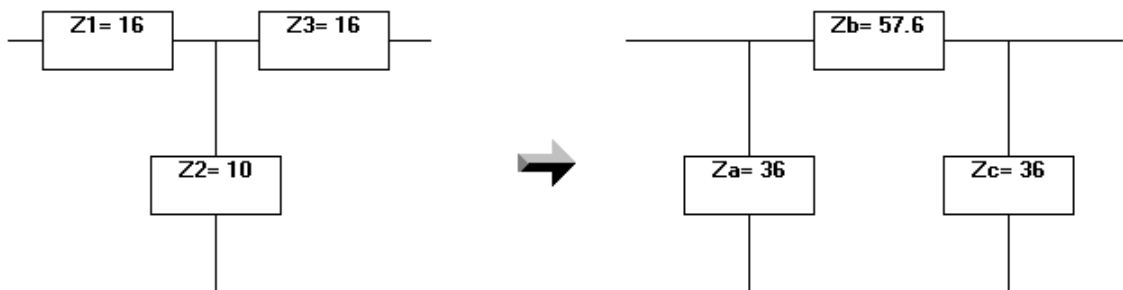
Finalmente, $Y_{12} = \frac{I_{IN}}{E_{OUT}} \Big|_{E_{IN}=0}$ suponemos $E_{OUT} = 1 [V]$ y calculamos la corriente de entrada como muestra el

esquema de EWB_5. Para ello calculamos la corriente de salida y para obtener la corriente de entrada que es la que indica el amperímetro aplicamos divisor de corriente.



$$Y_{12} = \frac{I_{IN}}{E_{OUT}} \Big|_{E_{IN}=0} = \frac{\frac{I_{OUT} * 10}{16 + 10}}{1[V]} = \frac{\frac{1[V]}{16 + (10 // 16)} * \frac{10}{16 + 10}}{1[V]} = 0,01736[S]$$

Como comprobación hacemos la transformación de T a π del circuito original y calculamos las admitancias del circuito π .

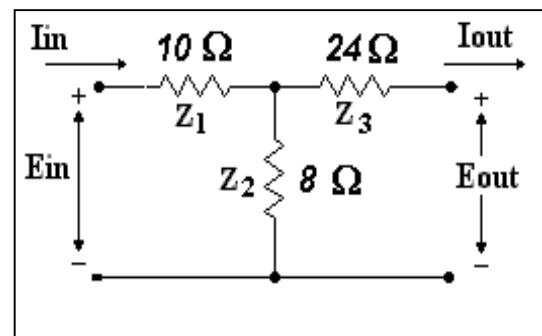


COMPROBACIÓN : $Y_{11} = 1/Z_A + 1/Z_B = 1/36 + 1/57,6 = 0,04513 [S]$
 $Y_{12} = Y_{21} = 1 / Z_B = 1 / 57,6 = 0,01736 [S]$.
 $Y_{22} = 1/Z_B + 1/Z_C = 1 / 57,6 + 1 / 36 = 0,04513 [S]$

TEMA 10: a) Escriba las ecuaciones que definen los parámetros de admitancia del cuadripolo asimétrico de la figura.
 b) Calcule el valor de los parámetros de admitancia del cuadripolo asimétrico de la figura.

a)

$$Y \begin{cases} I_{IN} = E_{IN} * Y_{11} - E_{OUT} * E_{12} \\ I_{OUT} = -E_{IN} * Y_{21} + E_{OUT} * Y_{22} \end{cases}$$



b) Recordando $Y_{11} = \frac{I_{IN}}{E_{IN}} \Big|_{E_{OUT}=0}$ que es igual a la admitancia de excitación de entrada con la salida en cortocircuito,

tendremos :

$$Y_{11} = \frac{1}{Z_1 + (Z_2 // Z_3)} = \frac{1}{10 + (8 // 24)} = 0,0625[S]$$

Recordando $Y_{22} = \frac{I_{OUT}}{E_{OUT}} \Big|_{E_{IN}=0}$ que es igual a la admitancia de excitación de salida con la entrada en cortocircuito,

tendremos :

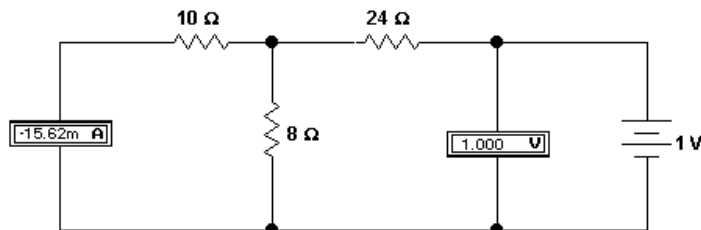
$$Y_{22} = \frac{1}{Z_3 + (Z_2 // Z_1)} = \frac{1}{24 + (8 // 10)} = 0,3515625[S]$$

Finalmente,

$$Y_{12} = \left. \frac{I_{IN}}{E_{OUT}} \right|_{E_{IN}=0}$$

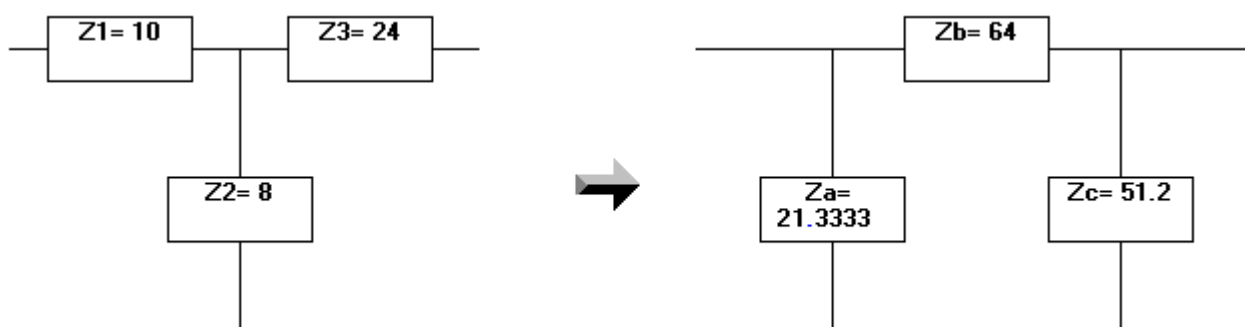
suponemos $E_{OUT} = 1 [V]$ y calculamos la corriente de entrada como muestra el

esquema de EWB_5. Para ello calculamos la corriente de salida y para obtener la corriente de entrada que es la que indica el amperímetro aplicamos divisor de corriente.



$$Y_{12} = \left. \frac{I_{IN}}{E_{OUT}} \right|_{E_{IN}=0} = \frac{I_{OUT} * 8}{8 + 10} = \frac{1[V]}{24 + (8 // 10)} * \frac{8}{8 + 10} = 0,015625[S]$$

Como comprobación hacemos la transformación de T a π del circuito original y calculamos las admitancias del circuito π .



COMPROBACIÓN : $Y_{11} = 1/Z_A + 1/Z_B = 1 / 21,333 + 1 / 64 = 0,0625 [S]$

$Y_{12} = Y_{21} = 1 / Z_B = 1 / 64 = 0,015625 [S]$.

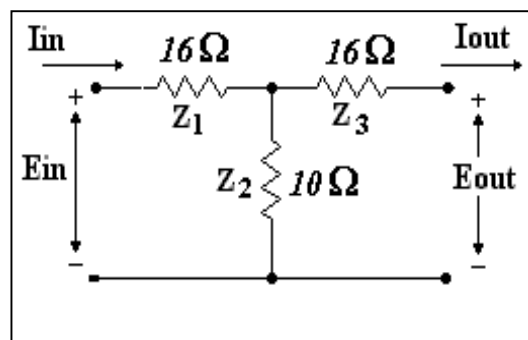
$Y_{22} = 1/Z_B + 1/Z_C = 1 / 64 + 1 / 51,2 = 0,03515625 [S]$

TEMA 11: a) Escriba las ecuaciones que definen los parámetros de transmisión directa del cuadripolo simétrico de la figura.

b) Calcule el valor de los parámetros de transmisión directa del cuadripolo simétrico de la figura.

a)

$$ABCD \begin{cases} E_{IN} = E_{OUT} * A + I_{OUT} * B \\ I_{IN} = E_{OUT} * C + I_{OUT} * D \end{cases}$$



b)

$$A = \left. \frac{E_{IN}}{E_{OUT}} \right|_{I_{OUT}=0} \quad \frac{Z_{11}}{Z_{21}} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} = \frac{16 + 10}{10} = 2,6[Ad]$$

$$B = \left. \frac{E_{IN}}{I_{OUT}} \right|_{E_{OUT}=0} = \frac{\ddot{A}Z}{Z_{21}} = \frac{(Z_1 + Z_2) * (Z_2 + Z_3) - (Z_2)^2}{Z_2} = \frac{(16 + 10) * (10 + 16) - (10)^2}{10} = 57,6[\Omega]$$

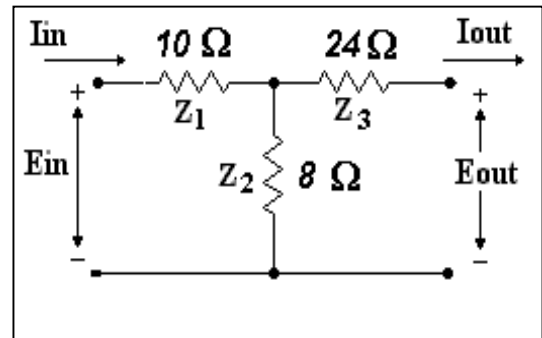
$$C = \left. \frac{I_{IN}}{E_{OUT}} \right|_{I_{OUT}=0} = \frac{1}{Z_{21}} = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{10} = 0,1[S]$$

$$D = \left. \frac{I_{IN}}{I_{OUT}} \right|_{E_{OUT}=0} = \frac{Z_{22}}{Z_{21}} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2} = \frac{10 + 16}{10} = 2,6[Ad]$$

Como comprobación recordamos que el determinante de los parámetros ABCD es igual a 1.

$$\Delta_{ABCD} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = 1 = \begin{bmatrix} 2,6 & 57,6 \\ 0,1 & 2,6 \end{bmatrix}$$

TEMA 12: a) Escriba las ecuaciones que definen los parámetros de transmisión directa del cuadripolo asimétrico de la figura.
b) Calcule el valor de los parámetros de transmisión directa del cuadripolo asimétrico de la figura.



a) ABCD $\begin{cases} E_{IN} = E_{OUT} * A + I_{OUT} * B \\ I_{IN} = E_{OUT} * C + I_{OUT} * D \end{cases}$

b) $A = \frac{E_{IN}}{E_{OUT}} \Big|_{I_{OUT}=0} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} = \frac{10 + 8}{8} = 2,25 [Ad]$

$B = \frac{E_{IN}}{I_{OUT}} \Big|_{E_{OUT}=0} = \frac{\ddot{A}Z}{Z_{21}} = \frac{(Z_1 + Z_2) * (Z_2 + Z_3) - (Z_2)^2}{Z_2} = \frac{(10 + 8) * (8 + 24) - (8)^2}{8} = 64 [\Omega]$

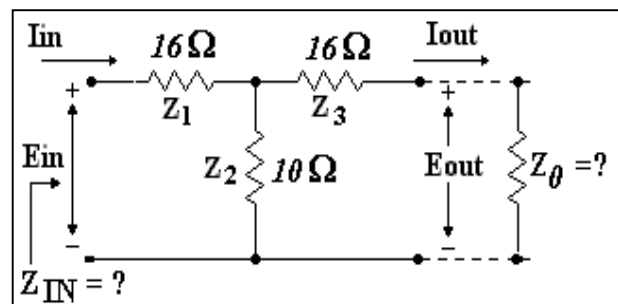
$C = \frac{I_{IN}}{E_{OUT}} \Big|_{I_{OUT}=0} = \frac{1}{Z_{21}} = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{8} = 0,125 [S]$

$D = \frac{I_{IN}}{I_{OUT}} \Big|_{E_{OUT}=0} = \frac{Z_{22}}{Z_{21}} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2} = \frac{8 + 24}{8} = 4 [Ad]$

Como comprobación recordamos que el determinante de los parámetros ABCD es igual a 1.

$$\Delta_{ABCD} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = 1 = \begin{bmatrix} 2,25 & 64 \\ 0,125 & 4 \end{bmatrix}$$

TEMA 13: a) Calcule el valor de la impedancia característica (Z_0) del cuadripolo simétrico de la figura.
b) Compruebe el valor obtenido en el punto (a) calculando la impedancia de entrada (Z_{IN}) del cuadripolo de la figura, cargando la salida del mismo con la impedancia característica (Z_0).



a) Podemos resolver el tema de impedancia característica por dos métodos, (1) por relación de parámetros de transmisión directa o (2) por medio de la expresión de media geométrica de la impedancia de entrada con salida a circuito abierto (Z_{IN-OC}) y impedancia de entrada con salida en cortocircuito (Z_{IN-SHC}). Ambos métodos deben darnos el mismo resultado, lo cual puede emplearse como comprobación.

$$Z_0 = \sqrt{\frac{B}{C}}$$

MÉTODO 1 DE CÁLCULO

$B = \frac{E_{IN}}{I_{OUT}} \Big|_{E_{OUT}=0} = \frac{\ddot{A}Z}{Z_{21}} = \frac{(Z_1 + Z_2) * (Z_2 + Z_3) - (Z_2)^2}{Z_2} = \frac{(16 + 10) * (10 + 16) - (10)^2}{10} = 57,6 [\Omega]$

$C = \frac{I_{IN}}{E_{OUT}} \Big|_{I_{OUT}=0} = \frac{1}{Z_{21}} = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{10} = 0,1 [S]$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{57,6}{0,1}} = \sqrt{576} = 24 [\Omega]$$

$$Z_O = \sqrt{Z_{IN_OC} * Z_{IN_SHC}}$$

MÉTODO 2 DE CÁLCULO

$$Z_{IN_OC} = Z_1 + Z_2 = 16 + 10 = 26[\Omega]$$

$$Z_{IN_SHC} = Z_1 + (Z_2 // Z_3) = 16 + \frac{10 * 16}{10 + 16} = 22,15384[\Omega]$$

$$Z_O = \sqrt{Z_{IN_OC} * Z_{IN_SHC}} = \sqrt{26 * 22,15384} = \sqrt{576} = 24[\Omega]$$

b) Para comprobar el valor de la impedancia característica calculamos la impedancia de entrada con la salida cargada con Z_O o dado que el cuadripolo es simétrico la impedancia de salida con la entrada cargada con Z_O .

$$Z_{IN} = Z_1 + [Z_2 // (Z_3 + Z_O)] = 16 + [10 // (16 + 24)] = 16 + \frac{10 * 40}{10 + 40} = 24[\Omega]$$

NOTA: Ver mas ejercicios de cuadripolos cargados en :
GUIA_CUADRIPOLOS_PASIVOS.PDF descargar de MIUBP. o en pagina WEB de la
CÁTEDRA TEORÍA DE LOS CIRCUITOS II de la UTN Facultad Regional Córdoba,
entrando en www.frc.utn.edu.ar y luego en Departamento Electrónica y a partir de allí a la
cátedra TCII.