

CUADRIPOLOS PASIVOS ***CARGADOS***

por

Ing. Juan José García Abad

SIGUIENTE 

INDICE

3 INTRODUCCIÓN

4 IMPEDANCIA ITERATIVA DE SALIDA Y DE ENTRADA - GENERALIDADES

5 IMPEDANCIA IMAGEN DE SALIDA Y DE ENTRADA - GENERALIDADES

6 IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA DE SALIDA Y DE ENTRADA - GENERALIDADES

7 - 8 IMPEDANCIA ITERATIVA DE SALIDA - DESARROLLO - EJEMPLO

9 = 10 IMPEDANCIA ITERATIVA DE ENTRADA - DESARROLLO - EJEMPLO

11 IMPEDANCIA IMAGEN DE ENTRADA Y SALIDA - DESARROLLO

14 IMPEDANCIA IMAGEN DE ENTRADA Y SALIDA - EJEMPLO

15 IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA DE ENTRADA Y SALIDA - DESARROLLO

17 IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA DE ENTRADA Y SALIDA - CONCEPTO

18 IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA DE ENTRADA Y SALIDA - EJEMPLO

INTRODUCCIÓN: *el propósito de esta presentación es considerar el comportamiento de los Cuadripolos Pasivos, cuando se cargan individualmente sus terminales de entrada, de salida o ambos en forma simultanea.*

Consideraremos dos tipos fundamentales de impedancias de carga, mas un caso particular:

**IMPEDANCIA
DE CARGA
DEL
CUADRIPOLO**

• **IMPEDANCIA
ITERATIVA**

SOLO SE CARGA UN EXTREMO DEL CUADRIPOLO, APARECE EL MISMO VALOR DE IMPEDANCIA EN EL OTRO EXTREMO.

• **IMPEDANCIA
IMAGEN**

SE CARGAN AMBOS EXTREMOS DEL CUADRIPOLO Y DENTRO DEL MISMO, SE OBTIENE EL MISMO VALOR DE IMPEDANCIA QUE EN LA CARGA.

• **IMPEDANCIA
CARACTERÍSTICA**

SE OBTIENE CUANDO EL CUADRIPOLO ES SIMÉTRICO. PUEDE CARGARSE UN EXTREMO O AMBOS Y EL MISMO VALOR DE IMPEDANCIA APARECE EN EL OTRO EXTREMO

IMPEDANCIA ITERATIVA DE SALIDA (Z_{K2})



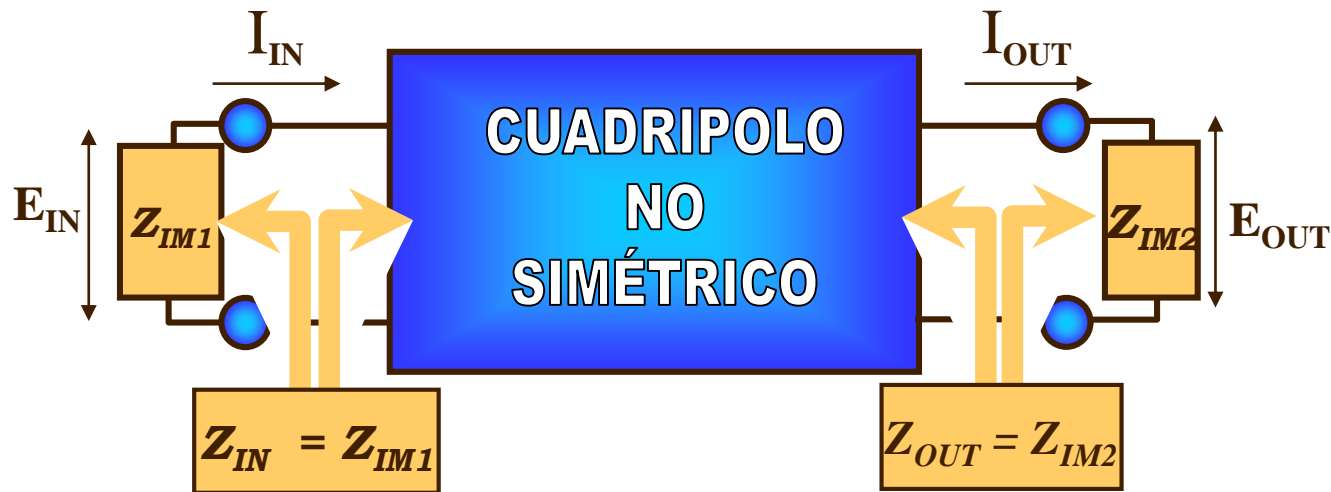
NOTA: SOLO CARGAMOS UN EXTREMO DEL CUADRIPOLO

IMPEDANCIA ITERATIVA DE ENTRADA (Z_{K1})



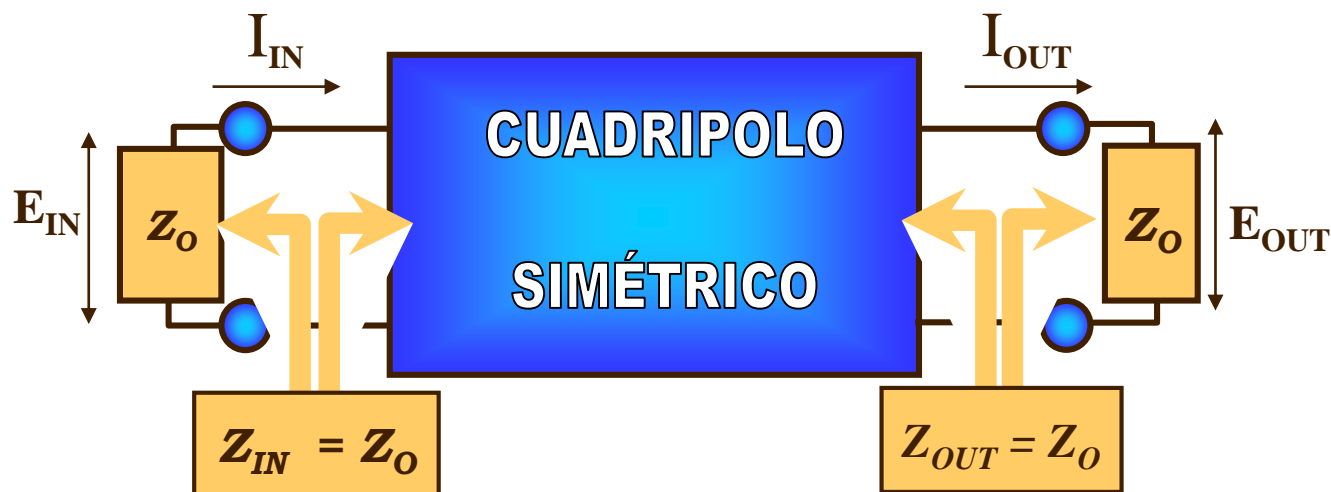
NOTA: SOLO CARGAMOS UN EXTREMO DEL CUADRIPOLO

IMPEDANCIA IMAGEN DE ENTRADA (Z_{IM1})
Y DE SALIDA (Z_{IM2})



NOTA: CARGAMOS AMBOS EXTREMOS DEL CUADRIPOLO SIMULTANEAMENTE

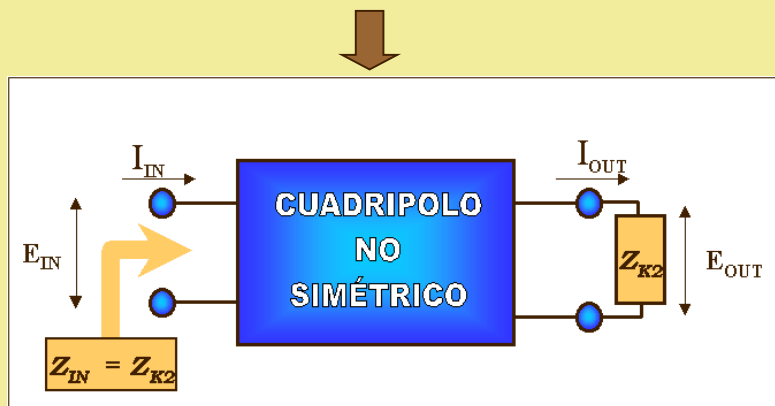
IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA DE
ENTRADA (Z_o) Y DE SALIDA (Z_o)



NOTA: CARGAMOS UN EXTREMO DEL CUADRIPOLO O AMBOS SIMULTANEAMENTE

IMPEDANCIA ITERATIVA DE SALIDA - DESARROLLO

DADO EL SIGUIENTE ESQUEMA CIRCUITAL :



LAS ECUACIONES DE LOS PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN DIRECTA SERÁN :

$$E_{IN} = E_{OUT} * A + I_{OUT} * B$$

$$I_{IN} = E_{OUT} * C + I_{OUT} * D$$

DIVIDIENDO AMBAS EXPRESIONES OBTENEMOS LA IMPEDANCIA DE ENTRADA Z_{IN} :

$$Z_{IN} = \frac{E_{IN}}{I_{IN}} = \frac{E_{OUT} * A + I_{OUT} * B}{E_{OUT} * C + I_{OUT} * D}$$

REEMPLAZANDO I_{OUT} POR (E_{OUT} / Z_{K2}) TENDREMOS :

$$Z_{IN} = \frac{E_{OUT} * A + \frac{E_{OUT}}{Z_{K2}} * B}{E_{OUT} * C + \frac{E_{OUT}}{Z_{K2}} * D}$$

$$Z_{IN} = \frac{E_{OUT} * \left(A + \frac{B}{Z_{K2}} \right)}{E_{OUT} * \left(C + \frac{D}{Z_{K2}} \right)}$$

SIMPLIFICANDO E_{OUT} , Y RECORDANDO QUE Z_{IN} SERÁ IGUALA Z_{K2} TENDREMOS :

$$Z_{IN} = Z_{K2} = \frac{A + \frac{B}{Z_{K2}}}{C + \frac{D}{Z_{K2}}}$$

$$Z_{K2} * \left(C + \frac{D}{Z_{K2}} \right) = A + \frac{B}{Z_{K2}}$$

$$Z_{K2} * \left(C + \frac{D}{Z_{K2}} \right) - \left(A + \frac{B}{Z_{K2}} \right) = 0$$

IMPEDANCIA ITERATIVA DE SALIDA - DESARROLLO

OPERANDO y RACIONALIZANDO:

$$Z_{K2} * C + D - A - \frac{B}{Z_{K2}} = 0$$

$$Z_{K2}^2 * C + (D - A) * Z_{K2} - B = 0$$

$$Z_{K2}^2 + \frac{(D - A)}{C} * Z_{K2} - \frac{B}{C} = 0$$

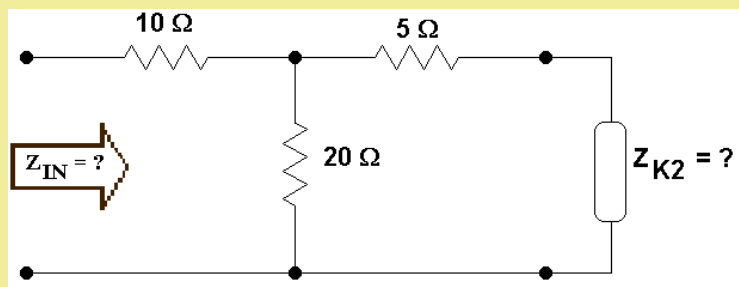


DESPEJANDO Z_{K2} :

$$Z_{K2} = -\frac{(D - A)}{2 * C} \pm \sqrt{\left[\frac{(D - A)}{2 * C}\right]^2 + \frac{B}{C}}$$



EJEMPLO :



DEL CIRCUITO VEMOS QUE: $Z_{11} = 30 \Omega$, $Z_{12} = 20 \Omega$, $Z_{22} = 25 \Omega$, POR LO TANTO $A = 1,5$, $B = 17,5 \Omega$, $C = 0,05$ S y $D = 1,25$, APLICANDO LA ULTIMA EXPRESIÓN OBTENEMOS :

$$Z_{K2} = -\frac{(1,25 - 1,5)}{2 * 0,05} \pm \sqrt{\left[\frac{(1,25 - 1,5)}{2 * 0,05}\right]^2 + \frac{17,5}{0,05}}$$

$$Z_{K2} = 2,5 \pm 18,8745 \Rightarrow \begin{matrix} + 21,3745 \\ - 16,3745 \end{matrix}$$

DADO QUE EL CIRCUITO ES RESISTIVO PURO, EL RESULTADO NO PUEDE SER NEGATIVO POR LO QUE : $Z_{K2} = 21,3745 \Omega$. COMO COMPROBACIÓN CALCULAMOS LA IMPEDANCIA DE ENTRADA Z_{IN} CON LA Z_{K2} CONECTADA A LA SALIDA:

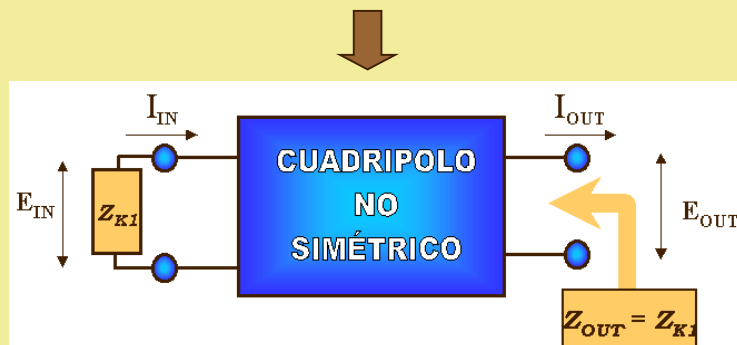
$$Z_{IN} = R_{10} + (R_{20} // R_5 + Z_{K2})$$

$$Z_{IN} = 10 + [20 // (5 + 21,3745)]$$

$$Z_{IN} = 21,3745 \Omega$$

IMPEDANCIA ITERATIVA DE ENTRADA - DESARROLLO

DADO EL SIGUIENTE ESQUEMA CIRCUITAL :



LAS ECUACIONES DE LOS PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN INVERSA SERÁN :

$$E_{OUT} = E_{IN} * E + I_{IN} * F$$

$$I_{OUT} = E_{IN} * G + I_{IN} * H$$

RECORDANDO QUE : $A = H$ $B = F$ $C = G$ $D = E$

$$E_{OUT} = E_{IN} * D + I_{IN} * B$$

$$I_{OUT} = E_{IN} * C + I_{IN} * A$$

DIVIDIENDO AMBAS EXPRESIONES OBTENEMOS LA IMPEDANCIA DE SALIDA Z_{OUT} :

$$Z_{OUT} = \frac{E_{OUT}}{I_{OUT}} = \frac{E_{IN} * D + I_{IN} * B}{E_{IN} * C + I_{IN} * A}$$

REEMPLAZANDO I_{IN} POR (E_{IN} / Z_{K1}) TENDREMOS :

$$Z_{OUT} = \frac{E_{IN} * D + \frac{E_{IN}}{Z_{K1}} * B}{E_{IN} * C + \frac{E_{IN}}{Z_{K1}} * A}$$

$$Z_{OUT} = \frac{E_{IN} * \left(D + \frac{B}{Z_{K1}} \right)}{E_{IN} * \left(C + \frac{A}{Z_{K1}} \right)}$$

SIMPLIFICANDO E_{IN} , Y RECORDANDO QUE Z_{OUT} SERÁ IGUALA Z_{K1} TENDREMOS :

$$Z_{OUT} = Z_{K1} = \frac{D + \frac{B}{Z_{K1}}}{C + \frac{A}{Z_{K1}}}$$

$$Z_{K1} * \left(C + \frac{A}{Z_{K1}} \right) = D + \frac{B}{Z_{K1}}$$

$$Z_{K1} * \left(C + \frac{A}{Z_{K1}} \right) - \left(D + \frac{B}{Z_{K1}} \right) = 0$$

IMPEDANCIA ITERATIVA DE ENTRADA - DESARROLLO

$$Z_{K1} * C + A - D - \frac{B}{Z_{K1}} = 0$$

$$Z_{K1}^2 * C + (A - D) * Z_{K1} - B = 0$$

$$Z_{K1}^2 + \frac{(A - D)}{C} * Z_{K1} - \frac{B}{C} = 0$$

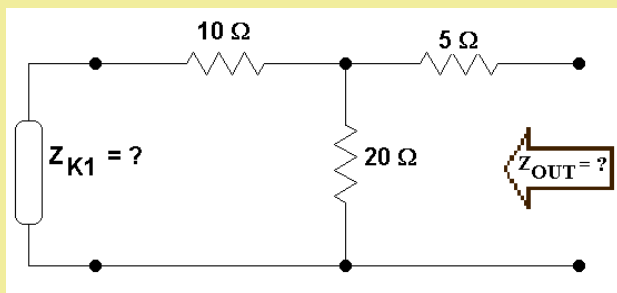


DESPEJANDO Z_{K1} :

$$Z_{K1} = -\frac{(A - D)}{2 * C} \pm \sqrt{\left[\frac{(A - D)}{2 * C}\right]^2 + \frac{B}{C}}$$



EJEMPLO :



DEL CIRCUITO VEMOS QUE: $Z_{11} = 30 \Omega$, $Z_{12} = 20 \Omega$, $Z_{22} = 25 \Omega$, POR LO TANTO $A = 1,5$, $B = 17,5 \Omega$, $C = 0,05$ S y $D = 1,25$, APLICANDO LA ULTIMA EXPRESIÓN OBTENEMOS :

$$Z_{K1} = -\frac{(1,5 - 1,25)}{2 * 0,05} \pm \sqrt{\left[\frac{(1,5 - 1,25)}{2 * 0,05}\right]^2 + \frac{17,5}{0,05}}$$

$$Z_{K1} = -2,5 \pm 18,8745 \Rightarrow \begin{matrix} +16,3745 \\ -21,3745 \end{matrix}$$

DADO QUE EL CIRCUITO ES RESISTIVO PURO, EL RESULTADO NO PUEDE SER NEGATIVO POR LO QUE : $Z_{K1} = 16,3745 \Omega$. COMO COMPROBACIÓN CALCULAMOS LA IMPEDANCIA DE SALIDA Z_{OUT} CON LA Z_{K1} CONECTADA A LA ENTRADA:

$$Z_{OUT} = R_5 + (R_{20} // R_{10} + Z_{K1})$$

$$Z_{OUT} = 5 + [20 // (10 + 16,3745)]$$

$$Z_{OUT} = 16,3745 \Omega$$

IMPEDANCIA IMAGEN DE ENTRADA Y SALIDA - DESARROLLO

11

DADO EL SIGUIENTE ESQUEMA CIRCUITAL :



LAS ECUACIONES DE LOS PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN DIRECTA E INVERSA SERÁN :

$$E_{IN} = E_{OUT} * A + I_{OUT} * B \quad (1)$$

$$I_{IN} = E_{OUT} * C + I_{OUT} * D$$

$$E_{OUT} = E_{IN} * E + I_{IN} * F \quad (2)$$

$$I_{OUT} = E_{IN} * G + I_{IN} * H$$

RECORDANDO QUE : $A = H \quad B = F \quad C = G \quad D = E$

$$E_{OUT} = E_{IN} * D + I_{IN} * B \quad (3)$$

$$I_{OUT} = E_{IN} * C + I_{IN} * A$$

DIVIDIENDO TENSIONES Y CORRIENTES EN LAS EXPRESIONES (1) Y (3) OBTENEMOS LA IMPEDANCIA DE ENTRADA Z_{IN} Y LA IMPEDANCIA DE SALIDA Z_{OUT} :

$$Z_{IN} = \frac{E_{IN}}{I_{IN}} = \frac{E_{OUT} * A + I_{OUT} * B}{E_{OUT} * C + I_{OUT} * D}$$

(4)

$$Z_{OUT} = \frac{E_{OUT}}{I_{OUT}} = \frac{E_{IN} * D + I_{IN} * B}{E_{IN} * C + I_{IN} * A}$$

(5)

REEMPLAZANDO EN LA EXPRESION (4) I_{OUT} POR (E_{OUT} / Z_{IM2}) Y EN LA (5) I_{IN} POR (E_{IN} / Z_{IM1}) , TENDREMOS :

$$Z_{IN} = \frac{E_{OUT} * A + \frac{E_{OUT}}{Z_{IM2}} * B}{E_{OUT} * C + \frac{E_{OUT}}{Z_{IM2}} * D}$$

$$Z_{IN} = \frac{E_{OUT} * \left(A + \frac{B}{Z_{IM2}} \right)}{E_{OUT} * \left(C + \frac{D}{Z_{IM2}} \right)}$$

(6)

$$Z_{OUT} = \frac{E_{IN} * D + \frac{E_{IN}}{Z_{IM1}} * B}{E_{IN} * C + \frac{E_{IN}}{Z_{IM1}} * A}$$

$$Z_{OUT} = \frac{E_{IN} * \left(D + \frac{B}{Z_{IM1}} \right)}{E_{IN} * \left(C + \frac{A}{Z_{IM1}} \right)}$$

(7)

SIMPLIFICANDO E_{OUT} EN LA EXPRESIÓN (6) Y E_{IN} EN LA EXPRESIÓN (7) Y RECORDANDO QUE Z_{IN} SERÁ IGUALA Z_{IM1} Y QUE Z_{OUT} SERÁ IGUALA Z_{IM2} TENDREMOS :

$$Z_{IN} = Z_{IM1} = \frac{A + B/Z_{IM2}}{C + D/Z_{IM2}}$$

(8)

$$Z_{OUT} = Z_{IM2} = \frac{D + B/Z_{IM1}}{C + A/Z_{IM1}}$$

(9)

INTRODUCIMOS EL VALOR DE Z_{IM2} EN LA EXPRESIÓN (8) Y EL VALOR DE Z_{IM1} EN LA EXPRESIÓN (9) :

← ANTERIOR

INDICE

SIGUIENTE →

IMPEDANCIA IMAGEN DE ENTRADA Y SALIDA - DESARROLLO

12

$$Z_{IM1} = \frac{A + \frac{B}{\frac{D + \frac{B}{Z_{IM1}}}{C + \frac{A}{Z_{IM1}}}}}{C + \frac{D}{\frac{D + \frac{B}{Z_{IM1}}}{C + \frac{A}{Z_{IM1}}}}} = \frac{A + B * \frac{C + \frac{A}{Z_{IM1}}}{D + \frac{B}{Z_{IM1}}}}{C + D * \frac{C + \frac{A}{Z_{IM1}}}{D + \frac{B}{Z_{IM1}}}}$$

(10)

SACAMOS COMUN DENOMINADOR

$$Z_{IM1} = \frac{A * \left(D + \frac{B}{Z_{IM1}} \right) + B * \left(C + \frac{A}{Z_{IM1}} \right)}{\cancel{D + \frac{B}{Z_{IM1}}} \cdot \left(C * \left(D + \frac{B}{Z_{IM1}} \right) + D * \left(C + \frac{A}{Z_{IM1}} \right) \right)} \quad (12)$$

$$Z_{IM1} = \frac{A * \left(D + \frac{B}{Z_{IM1}} \right) + B * \left(C + \frac{A}{Z_{IM1}} \right)}{C * \left(D + \frac{B}{Z_{IM1}} \right) + D * \left(C + \frac{A}{Z_{IM1}} \right)} \quad (14)$$

OPERAMOS

$$Z_{IM1} = \frac{\left(A * D + A * \frac{B}{Z_{IM1}} \right) + \left(B * C + B * \frac{A}{Z_{IM1}} \right)}{\left(C * D + C * \frac{B}{Z_{IM1}} \right) + \left(D * C + D * \frac{A}{Z_{IM1}} \right)} \quad (16)$$

$$Z_{IM2} = \frac{D + \frac{B}{\frac{A + \frac{B}{Z_{IM2}}}{C + \frac{D}{Z_{IM2}}}}}{C + \frac{A}{\frac{A + \frac{B}{Z_{IM2}}}{C + \frac{D}{Z_{IM2}}}}} = \frac{D + B * \frac{C + \frac{D}{Z_{IM2}}}{A + \frac{B}{Z_{IM2}}}}{C + A * \frac{C + \frac{D}{Z_{IM2}}}{A + \frac{B}{Z_{IM2}}}}$$

(11)

$$Z_{IM2} = \frac{D \left(A + \frac{B}{Z_{IM2}} \right) + B * \left(C + \frac{D}{Z_{IM2}} \right)}{\cancel{A + \frac{B}{Z_{IM2}}} \cdot \left(C * \left(A + \frac{B}{Z_{IM2}} \right) + A * \left(C + \frac{D}{Z_{IM2}} \right) \right)} \quad (13)$$

$$Z_{IM2} = \frac{D * \left(A + \frac{B}{Z_{IM2}} \right) + B * \left(C + \frac{D}{Z_{IM2}} \right)}{C * \left(A + \frac{B}{Z_{IM2}} \right) + A * \left(C + \frac{D}{Z_{IM2}} \right)} \quad (15)$$

$$Z_{IM2} = \frac{\left(D * A + D * \frac{B}{Z_{IM2}} \right) + \left(B * C + B * \frac{D}{Z_{IM2}} \right)}{\left(C * A + C * \frac{B}{Z_{IM2}} \right) + \left(A * C + A * \frac{D}{Z_{IM2}} \right)} \quad (17)$$

ANTERIOR

SIGUIENTE

IMPEDANCIA IMAGEN DE ENTRADA Y SALIDA - DESARROLLO

13

RACIONALIZANDO LA EXPRESION (16) DE LA PÁGINA ANTERIOR TENDREMOS :

$$Z_{IM1} * \left[\left(C * D + C * \frac{B}{Z_{IM1}} \right) + \left(D * C + D * \frac{A}{Z_{IM1}} \right) \right] - \left[\left(A * D + A * \frac{B}{Z_{IM1}} \right) + \left(B * C + B * \frac{A}{Z_{IM1}} \right) \right] = 0$$

OPERAMOS y SIMPLIFICAMOS

$$\left[(Z_{IM1} * C * D + \cancel{B * C}) + (Z_{IM1} * D * C + \cancel{A * D}) \right] - \left[(\cancel{A * D} + A * \frac{B}{Z_{IM1}}) + (\cancel{B * C} + B * \frac{A}{Z_{IM1}}) \right] = 0$$

$$2 * Z_{IM1} * C * D + \left(\frac{2 * A * B}{Z_{IM1}} \right) = 0 \quad \therefore \quad 2 * Z_{IM1}^2 * C * D + 2 * A * B = 0 \quad \therefore \quad Z_{IM1} = \sqrt{\frac{A * B}{C * D}}$$

RACIONALIZANDO LA EXPRESION (17) DE LA PÁGINA ANTERIOR TENDREMOS :

$$Z_{IM2} * \left[\left(C * A + C * \frac{B}{Z_{IM2}} \right) + \left(A * C + A * \frac{D}{Z_{IM2}} \right) \right] - \left[\left(D * A + D * \frac{B}{Z_{IM2}} \right) + \left(B * C + B * \frac{D}{Z_{IM2}} \right) \right] = 0$$

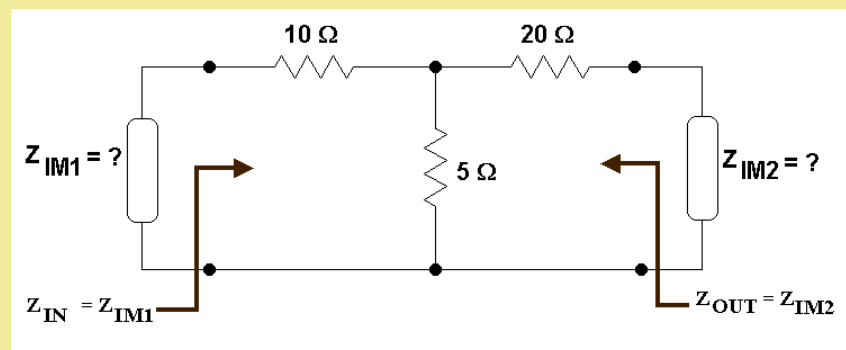
OPERAMOS y SIMPLIFICAMOS

$$\left[(Z_{IM2} * C * A + \cancel{C * B}) + (Z_{IM2} * A * C + \cancel{A * D}) \right] - \left[(\cancel{D * A} + D * \frac{B}{Z_{IM2}}) + (\cancel{B * C} + B * \frac{D}{Z_{IM2}}) \right] = 0$$

$$2 * Z_{IM2} * A * C + \left(\frac{2 * B * D}{Z_{IM2}} \right) = 0 \quad \therefore \quad 2 * Z_{IM2}^2 * A * C + 2 * B * D = 0 \quad \therefore \quad Z_{IM2} = \sqrt{\frac{B * D}{A * C}}$$

IMPEDANCIA IMAGEN DE ENTRADA Y SALIDA - EJEMPLO

EJEMPLO :



DEL CIRCUITO VEMOS QUE: $Z_{11} = 30\Omega$, $Z_{12} = Z_{21} = 20\Omega$, $Z_{22} = 25\Omega$,
 POR LO TANTO $A = 1,5$, $B = 17,5\Omega$, $C = 0,05\text{ S}$ y $D = 1,25$, LAS EXPRESIONES DE Z_{IM1} Y Z_{IM2}
 OBTENEMOS :

$$Z_{IM1} = \sqrt{\frac{A * B}{C * D}} = \sqrt{\frac{1,5 * 17,5}{0,05 * 1,25}} = 20,4939\Omega \quad \Rightarrow \quad Z_{IM2} = \sqrt{\frac{B * D}{A * C}} = \sqrt{\frac{17,5 * 1,25}{1,5 * 0,05}} = 17,0782\Omega$$

COMO COMPROBACIÓN CALCULAMOS PRIMERO,
 LA IMPEDANCIA DE ENTRADA DESCONECTANDO
 Z_{IM1} Y CON LA SALIDA CARGADA CON Z_{IM2} :

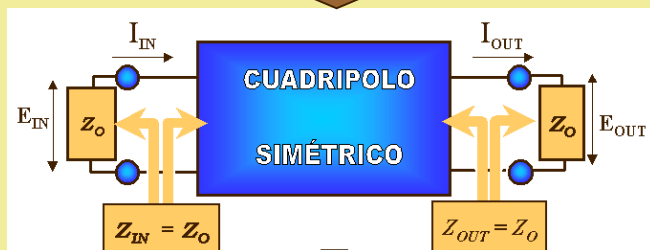
$$\begin{aligned} Z_{IN} &= R_{10} + (R_{20} // R_5 + Z_{IM2}) \\ Z_{IN} &= 10 + [20 // (5 + 17,0782)] \\ Z_{IN} &= 20,4939\Omega \end{aligned}$$

Y LUEGO, CALCULAMOS LA IMPEDANCIA DE
 SALIDA, DESCONECTANDO Z_{IM2} Y CON LA
 ENTRADA CARGADA CON Z_{IM1} :

$$\begin{aligned} Z_{OUT} &= R_5 + (R_{20} // R_{10} + Z_{IM1}) \\ Z_{OUT} &= 5 + [20 // (10 + 20,4939)] \\ Z_{OUT} &= 17,0782\Omega \end{aligned}$$

IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA DE ENTRADA Y SALIDA - DESARROLLO

DADO EL SIGUIENTE ESQUEMA CIRCUITAL :



LAS ECUACIONES DE LOS PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN DIRECTA E INVERSA SERÁN :

$$E_{IN} = E_{OUT} * A + I_{OUT} * B \quad (1)$$

$$I_{IN} = E_{OUT} * C + I_{OUT} * D$$

$$E_{OUT} = E_{IN} * E + I_{IN} * F \quad (2)$$

$$I_{OUT} = E_{IN} * G + I_{IN} * H$$

RECORDANDO QUE : $A = H$ $B = F$ $C = G$ $D = E$

$$\begin{aligned} E_{OUT} &= E_{IN} * D + I_{IN} * B \\ I_{OUT} &= E_{IN} * C + I_{IN} * A \end{aligned} \quad (3)$$

DIVIDIENDO TENSIONES Y CORRIENTES EN LAS EXPRESIONES (1) Y (3) OBTENEMOS LA IMPEDANCIA DE ENTRADA Z_{IN} Y LA IMPEDANCIA DE SALIDA Z_{OUT} :

$$Z_{IN} = \frac{E_{IN}}{I_{IN}} = \frac{E_{OUT} * A + I_{OUT} * B}{E_{OUT} * C + I_{OUT} * D} \quad (4)$$

$$Z_{OUT} = \frac{E_{OUT}}{I_{OUT}} = \frac{E_{IN} * D + I_{IN} * B}{E_{IN} * C + I_{IN} * A} \quad (5)$$

REEMPLAZANDO EN LA EXPRESION (4) I_{OUT} POR (E_{OUT}/Z_o) Y EN LA (5) I_{IN} POR (E_{IN}/Z_o) , Y RECORDANDO QUE POR SER EL CUADRIPOLO SIMÉTRICO $A = D$, TENDREMOS :

$$Z_{IN} = \frac{E_{OUT} * A + \frac{E_{OUT}}{Z_o} * B}{E_{OUT} * C + \frac{E_{OUT}}{Z_o} * A}$$

$$Z_{IN} = \frac{E_{OUT} * \left(A + \frac{B}{Z_o} \right)}{E_{OUT} * \left(C + \frac{A}{Z_o} \right)} \quad (6)$$

$$Z_{OUT} = \frac{E_{IN} * A + \frac{E_{IN}}{Z_o} * B}{E_{IN} * C + \frac{E_{IN}}{Z_o} * A}$$

$$Z_{OUT} = \frac{E_{IN} * \left(A + \frac{B}{Z_o} \right)}{E_{IN} * \left(C + \frac{A}{Z_o} \right)} \quad (7)$$

SIMPLIFICANDO E_{OUT} EN LA EXPRESIÓN (6) Y E_{IN} , EN LA EXPRESIÓN (7) Y RECORDANDO QUE Z_{IN} SERÁ IGUALA Z_o Y QUE Z_{OUT} SERÁ TAMBIEN IGUALA Z_o TENDREMOS :

$$Z_{IN} = Z_o = \frac{A + B/Z_o}{C + A/Z_o} \quad (8)$$

$$Z_{OUT} = Z_o = \frac{A + B/Z_o}{C + A/Z_o} \quad (9)$$

VEAMOS QUE LA EXPRESIÓN (8) Y LA EXPRESIÓN (9) SON IGUALES.

IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA DE ENTRADA Y SALIDA - DESARROLLO

DESPEJANDO Z_0 DE CUALQUIERA DE LAS EXPRESIONES ANTERIORES, OBTENEMOS :

$$Z_0 = \frac{A + B/Z_0}{C + A/Z_0} \quad \therefore \left[Z_0 * \left(C + A/Z_0 \right) \right] - \left(A + B/Z_0 \right) = 0$$

$$(Z_0 * C) + \cancel{A} - \left(\cancel{A} + B/Z_0 \right) = 0$$

$$Z_0^2 * C - B = 0$$

FINALMENTE :

$$Z_0 = \pm \sqrt{\frac{B}{C}}$$

RECORDANDO LAS EXPRESIONES DE LA IMPEDANCIA ITERATIVA DE SALIDA Y DE ENTRADA Y LAS EXPRESIONES DE LA IMPEDANCIA IMAGEN DE SALIDA Y DE ENTRADA,, VEREMOS QUE SI EL CUADRIPOLO ES SIMÉTRICO, TODAS LAS IMPEDANCIAS DE CARGA SE HACEN IGUAL A LA IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA $\Rightarrow Z_0$.

DADO QUE TENEMOS UN CUADRIPOLO SIMÉTRICO $Z_{11} = Z_{22}$ Y POR LO TANTO $A = D$ SIMPLIFICANDO EN LAS EXPRESIONES DE IMPEDANCIA ITERATIVA Y DE IMPEDANCIA IMAGEN, TENDREMOS :

$$Z_{K1} = -\frac{\cancel{(A-D)}}{2 * C} \pm \sqrt{\left[\frac{\cancel{(A-D)}}{2 * C} \right]^2 + \frac{B}{C}} = \pm \sqrt{\frac{B}{C}}$$

$$Z_{K2} = -\frac{\cancel{(D-A)}}{2 * C} \pm \sqrt{\left[\frac{\cancel{(D-A)}}{2 * C} \right]^2 + \frac{B}{C}} = \pm \sqrt{\frac{B}{C}}$$

IMPEDANCIAS ITERATIVAS

$$Z_{IM1} = \pm \sqrt{\frac{\cancel{A} * B}{C * \cancel{D}}} = \pm \sqrt{\frac{B}{C}}$$

$$Z_{IM2} = \pm \sqrt{\frac{\cancel{D} * B}{\cancel{A} * C}} = \pm \sqrt{\frac{B}{C}}$$

IMPEDANCIAS IMÁGENES

← ANTERIOR

INDICE

SIGUIENTE →

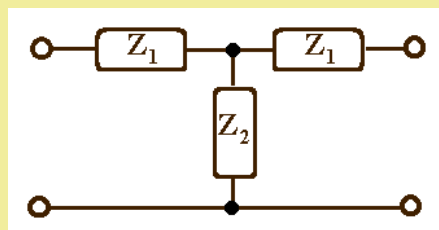
IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA DE ENTRADA Y SALIDA - CONCEPTO

REALIZAREMOS ALGUNAS OPERACIONES
A LA EXPRESIÓN DE LA IMPEDANCIA
CARACTERÍSTICA PARA SACAR ALGUNAS
CONCLUSIONES :

$$Z_o = \pm \sqrt{\frac{B}{C}} = \pm \sqrt{\frac{\Delta_z / Z_{12}}{1 / Z_{12}}} = \pm \sqrt{\Delta_z}$$

$$Z_o = \pm \sqrt{Z_{11} * Z_{22} - Z_{12}^2} \quad (A)$$

EN UN CUADRIPOLO DEL TIPO " T " COMO
EL DE LA FIGURA, TENDREMOS :



$$Z_{11} = Z_{22} = Z_1 + Z_2$$

$$Z_{12} = Z_{21} = Z_2$$

REEMPLAZANDO EN LA EXPRESIÓN (A), TENDREMOS :

$$Z_o = \pm \sqrt{(Z_1 + Z_2)^2 - Z_2^2}$$

$$Z_o = \pm \sqrt{Z_1^2 + 2Z_1Z_2 + \cancel{Z_2^2} - \cancel{Z_2^2}} = \pm \sqrt{Z_1^2 + Z_1Z_2 + Z_1Z_2}$$

$$Z_o = \pm \sqrt{Z_1^2 + Z_1Z_2 + Z_1Z_2}$$

$$Z_o = \pm \sqrt{Z_1 * (Z_1 + Z_2) + Z_1Z_2}$$

SACANDO FACTOR COMÚN EN LA ÚLTIMA
EXPRESIÓN ($Z_1 + Z_2$) TENDREMOS :

$$Z_o = \pm \sqrt{\underbrace{(Z_1 + Z_2)}_{Z_{IN OC}} * \underbrace{\left(Z_1 + \frac{Z_1Z_2}{(Z_1 + Z_2)} \right)}_{Z_{IN SH}}}$$

EL PRIMER PARÉNTESIS ES IGUAL A LA
IMPEDANCIA DE ENTRADA CON LA SALIDA EN
CIRCUITO ABIERTO $Z_{IN OC} = Z_1 + Z_2$, MIENTRAS
QUE EL SEGUNDO PARÉNTESIS ES IGUAL A LA
IMPEDANCIA DE ENTRADA CON LA SALIDA EN
CORTO CIRCUITO $Z_{IN SH} = Z_1 + (Z_1 // Z_2)$. POR LO
TANTO LA IMPEDANCIA CARACTERISTICA Z_o ES
IGUAL A LA MEDIA GEOMÉTRICA ENTRE LAS
IMPEDANCIAS DE CIRCUITO ABIERTO Y DE
CORTO CIRCUITO TOMANDO COMO REFERENCIA
UNO DE LOS EXTREMOS DEL CUADRIPOLO
SIMÉTRICO.

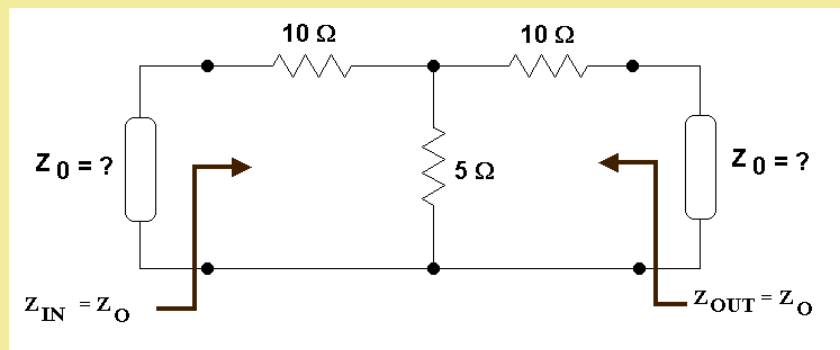
$$Z_o = \pm \sqrt{Z_{IN OC} * Z_{IN SH}} \quad \text{O} \quad Z_o = \pm \sqrt{Z_{OUT OC} * Z_{OUT SH}}$$

NOTA: EN CIRCUITOS RESISTIVOS PUROS RECUERDE QUE :

$$Z_o = +\sqrt{B/C} = +\sqrt{Z_{OC} * Z_{SH}}$$

IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA DE ENTRADA Y SALIDA - EJEMPLO

EJEMPLO :



DEL CIRCUITO VEMOS QUE: $Z_{11} = Z_{22} = 15\Omega$, $Z_{12} = Z_{21} = 5\Omega$. POR LO TANTO $A = D = 3$, $B = 40\Omega$, Y $C = 0,2 S$. ANALIZAREMOS EL VALOR DE Z_O DE LAS DOS FORMAS DESARROLLADAS EN PÁGINAS ANTERIORES:

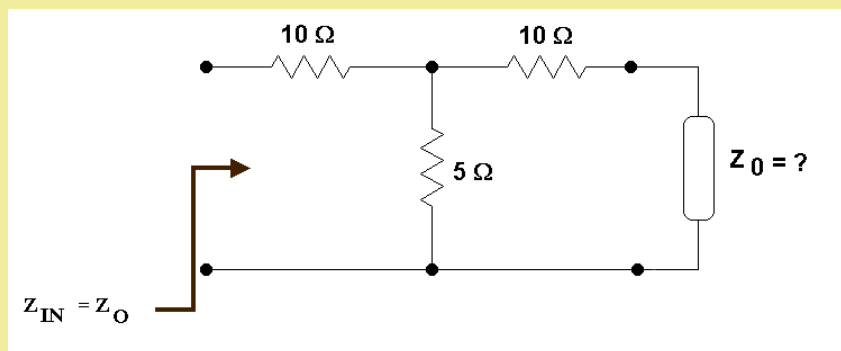
METODO (1):

$$Z_o = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{40}{0,2}} = 14,1421\Omega$$

METODO (2):

$$Z_o = \sqrt{Z_{INOC} * Z_{INSH}} = \sqrt{(10+5) * (10 + (5 // 10))} = 14,1421\Omega$$

COMO COMPROBACIÓN CALCULAMOS LA IMPEDANCIA DE ENTRADA Z_{IN} , DESCONECTANDO LA IMPEDANCIA Z_O DE LA ENTRADA Y CON LA SALIDA CARGADA CON Z_O :



$$\begin{aligned} Z_{IN} &= R_{10} + (R_5 // R_{10} + Z_o) \\ Z_{IN} &= 10 + [5 // (10 + 14,1421)] \\ Z_{IN} &= 14,1421\Omega \end{aligned}$$

FIN DE LA PRESENTACIÓN

← ANTERIOR

INDICE