



GUÍA DE TRABAJOS

PRÁCTICOS DE:

TEORÍA

DE LOS

CIRCUITOS II

JTP: ING. JUAN JOSÉ GARCIA ABAD

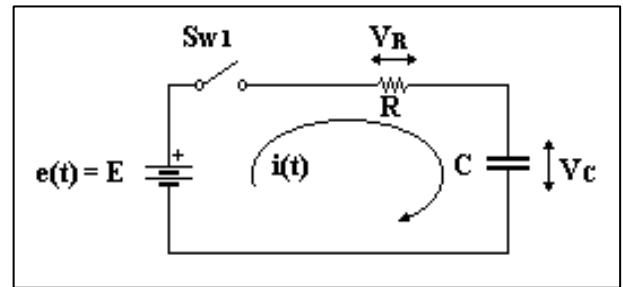
INDICE

TEMAS ORDENADOS POR PAGINAS	PÁGINAS
LAPLACE : APLICACIÓN A CIRCUITOS SIMPLES	4 → 5
PROBLEMA 1 → 10	
LAPLACE : TABLA DE TRANSFORMADAS	6
LAPLACE : TEÓRICO MÉTODO DE NUDOS	7 → 10
LAPLACE : TEÓRICO MÉTODO DE MALLAS	11 → 12
LAPLACE : PROBLEMAS MÉTODO DE MALLAS Y NODAL.	13 → 15
PROBLEMA 11 → 26	
LAPLACE : TEOREMAS FUNDAMENTALES	16 → 18
PROBLEMA 27 → 37	
RESPUESTA EN FRECUENCIA – DIAGRAMAS POLARES	18 → 19
PROBLEMA 38 → 45	
RESPUESTA EN FRECUENCIA – TEÓRICO DIAGRAMAS DE BODE	20 → 28
MEDIANTE MÉTODO ASINTÓTICO	
CURVAS DE CORRECCIÓN DE FUNCIONES DE 2º GRADO	29
RESPUESTA EN FRECUENCIA – DIAGRAMAS DE BODE	30 → 32
PROBLEMA 46 → 64	
RESPUESTA EN FRECUENCIA – TEORICO CRITERIO DE NYQUIST	33 → 41
APLICADO A FUNCIONES DE TRANSFERENCIA TOTALES.	
PROBLEMA 65	
RESPUESTA EN FRECUENCIA – CRITERIO DE NYQUIST	42
APLICADO A FUNCIONES DE TRANSFERENCIA TOTALES.	
PROBLEMA 66 → 72	
RESPUESTA EN FRECUENCIA – TEORICO CRITERIO DE NYQUIST	43 → 52
APLICADO A FUNCIONES DE LAZO ABIERTO.	
PROBLEMA 73	
RESPUESTA EN FRECUENCIA – CRITERIO DE NYQUIST	53 → 54
APLICADO A FUNCIONES DE LAZO ABIERTO.	
APLICACIÓN DE CRITERIO DE ROUTH-HURTWITZ	
PROBLEMA 74 → 91	
CUADRIPOLOS : CONFIGURACIONES TÍPICAS	55
CUADRIPOLOS : RELACIONES ENTRE PARÁMETROS	56
CUADRIPOLOS : CONEXIONES	57
CUADRIPOLOS : PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN CASOS SIMPLES	58 → 60
CUADRIPOLOS : TRANSFORMACIÓN T A π Y VICEVERSA	61
CUADRIPOLOS : PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN	62
PROBLEMA 92 → 95	
CUADRIPOLOS : TEÓRICO IMPEDANCIA ITERATIVA, IMAGEN	63
CARACTERÍSTICA.	
CUADRIPOLOS : IMPEDANCIA ITERATIVA, IMAGEN, CARACTERÍSTICA.	64 → 66
PROBLEMA 96 → 106	
FILTROS: TEÓRICO FILTROS DE K_{KTE}	67 → 70
FILTROS : NORMALIZACIÓN	71
FILTROS : TEÓRICO FILTROS m-DERIVADOS	72
FILTROS : FILTROS NORMALIZADOS K_{KTE} Y m-DERIVADOS	73

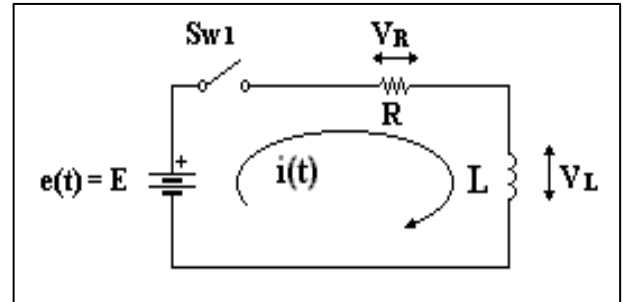
INDICE

TEMAS ORDENADOS ALFABÉTICAMENTE	PÁGINAS
CUADRIPOLOS : CONEXIONES	57
CUADRIPOLOS : CONFIGURACIONES TÍPICAS	55
CUADRIPOLOS : IMPEDANCIA ITERATIVA, IMAGEN, CARACTERÍSTICA. PROBLEMA 96 → 106	64 → 66
CUADRIPOLOS : PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN PROBLEMA 92 → 95	62
CUADRIPOLOS : PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN CASOS SIMPLES	58 → 60
CUADRIPOLOS : RELACIONES ENTRE PARÁMETROS	56
CUADRIPOLOS : TEÓRICO IMPEDANCIA ITERATIVA, IMAGEN CARACTERÍSTICA.	63
CUADRIPOLOS : TRANSFORMACIÓN T A π Y VICEVERSA	61
CURVAS DE CORRECCIÓN DE FUNCIONES DE 2º GRADO	29
FILTROS : FILTROS NORMALIZADOS K_{KTE} Y m-DERIVADOS	73
FILTROS : NORMALIZACIÓN	71
FILTROS : TEÓRICO FILTROS m-DERIVADOS	72
FILTROS: TEÓRICO FILTROS DE K_{KTE}	67 → 70
LAPLACE : APLICACIÓN A CIRCUITOS SIMPLES PROBLEMA 1 → 10	4 → 5
LAPLACE : PROBLEMAS MÉTODO DE MALLAS Y NODAL. PROBLEMA 11 → 26	13 → 15
LAPLACE : TABLA DE TRANSFORMADAS	6
LAPLACE : TEOREMAS FUNDAMENTALES PROBLEMA 27 → 37	16 → 18
LAPLACE : TEÓRICO MÉTODO DE MALLAS	11 → 12
LAPLACE : TEÓRICO MÉTODO DE NUDOS	7 → 10
RESPUESTA EN FRECUENCIA – TEORICO CRITERIO DE NYQUIST APLICADO A FUNCIONES DE TRANSFERENCIA TOTALES. PROBLEMA 65	33 → 41
RESPUESTA EN FRECUENCIA – TEORICO CRITERIO DE NYQUIST APLICADO A FUNCIONES DE LAZO ABIERTO. PROBLEMA 73	43 → 52
RESPUESTA EN FRECUENCIA – CRITERIO DE NYQUIST APLICADO A FUNCIONES DE TRANSFERENCIA TOTALES. PROBLEMA 66 → 72	42
RESPUESTA EN FRECUENCIA – CRITERIO DE NYQUIST APLICADO A FUNCIONES DE LAZO ABIERTO. APLICACIÓN DE CRITERIO DE ROUTH-HURTWITZ PROBLEMA 74 → 91	53 → 54
RESPUESTA EN FRECUENCIA – DIAGRAMAS DE BODE PROBLEMA 46 → 64	30 → 32
RESPUESTA EN FRECUENCIA – DIAGRAMAS POLARES PROBLEMA 38 → 45	18 → 19
RESPUESTA EN FRECUENCIA – TEÓRICO DIAGRAMAS DE BODE MEDIANTE MÉTODO ASINTÓTICO	20 → 28

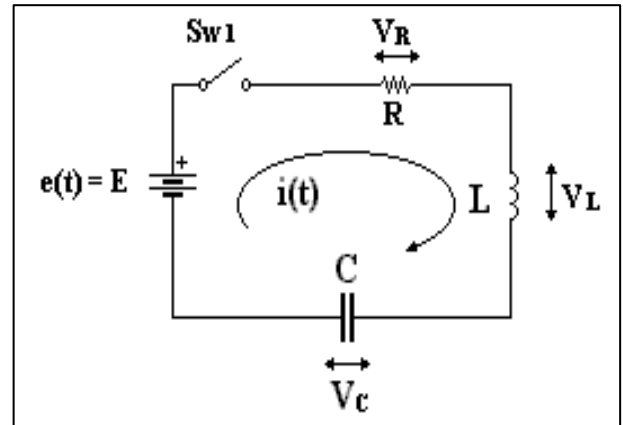
PROBLEMA 1: Mediante transformada de Laplace determine y grafique la corriente $i(t)$, del siguiente circuito.



PROBLEMA 2: Mediante transformada de Laplace determine y grafique la corriente $i(t)$, del siguiente circuito.

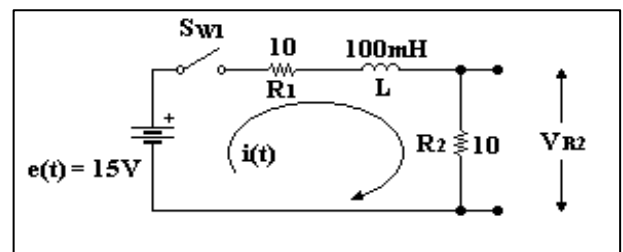


PROBLEMA 3: Mediante transformada de Laplace determine y grafique la corriente $i(t)$, del siguiente circuito.



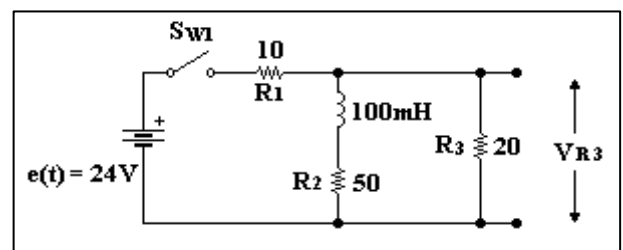
PROBLEMA 4: En el siguiente circuito, determine y grafique el valor de la tensión sobre la resistencia R_2 (V_{R2}).

R: $V_{R2} = 7,5 - 7,5 e^{-200 t}$

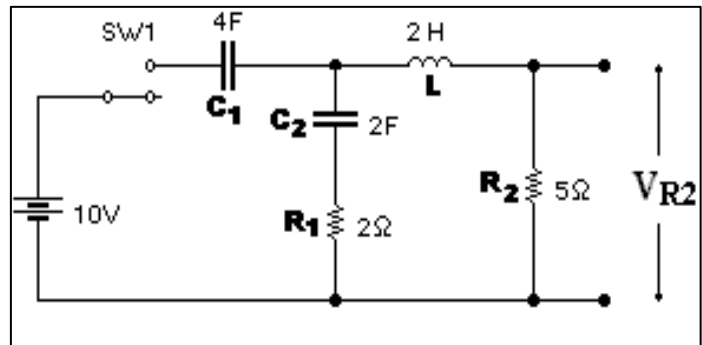


PROBLEMA 5: En el siguiente circuito, determine y grafique el valor de la tensión sobre la resistencia R_3 (V_{R3}).

R: $V_{R3} = 14,11 + 1,88 e^{-566,66 t}$

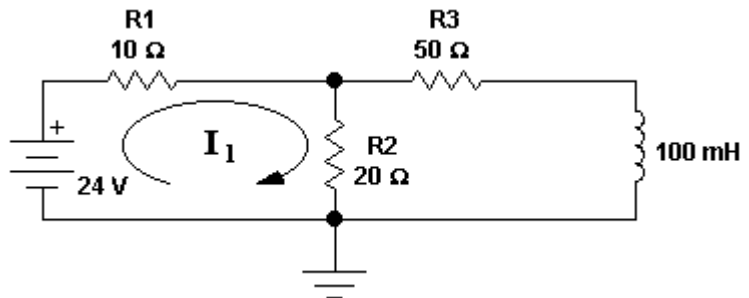


PROBLEMA 6: Determine el valor de la tensión sobre el resistor R_2 [V_{R2}], para $t = 0$ (momento de cierre de la llave) y para $t = \infty$ (llave cerrada), en el circuito de la figura . Justifique.



PROBLEMA 7: Aplique teorema de valor inicial (TVI) y final (TVF) a las funciones del tiempo y transformada que corresponden a la corriente I_1 del circuito de la figura.

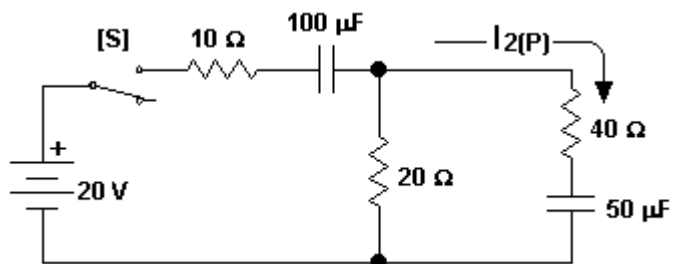
$$I_{1(P)} = \frac{0,8 * (P + 700)}{P * (P + 566,66)}$$



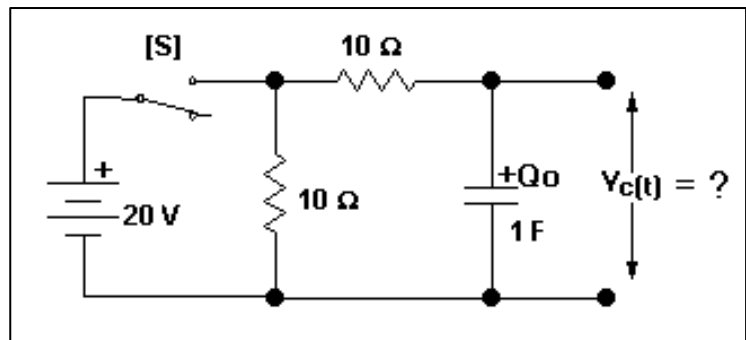
$$I_{1(t)} = 0,988 - 0,188 e^{-566,66 * t}$$

PROBLEMA 8: Dada la siguiente función transformada que corresponde a $I_{2(P)}$, antitransforme para obtener $i_{2(t)}$. Compruebe el resultado aplicando TVI y TVF.

$$I_{2(P)} = \frac{0,285 * P}{P^2 + 857,14 * P + 142,8 * 10^3}$$



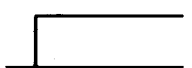

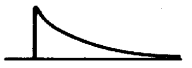
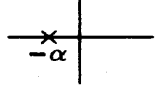
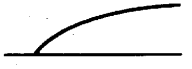
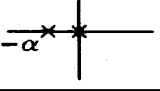
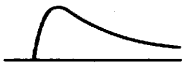
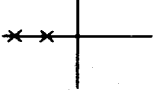


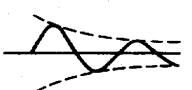
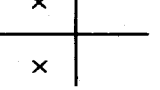
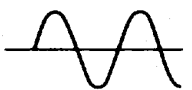
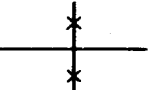
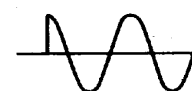

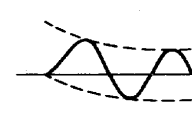
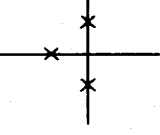
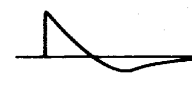
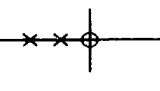

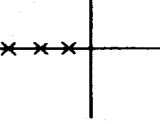

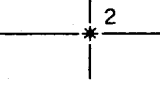
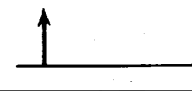

PROBLEMA 9: En el siguiente circuito determine y grafique la tensión sobre el capacitor $v_{c(t)}$, sabiendo que el mismo tiene una carga inicial de 10 Coulombios.



PROBLEMA 10: Dada la siguiente función transformada $F_{(P)}$, obtenga la función del tiempo $f_{(t)}$, empleando metodo gráfico para obtener los residuos. Aplique TVI y TVF como comprobación.

$$F_{(P)} = \frac{6,5 * 10^3 * P + 10^6}{7,5 * P^3 + 21000 * P^2 + 3 * 10^6 * P}$$

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE

Par No.	$f(t)$, la función del tiempo, para $t > 0$ (el voltaje o corriente)	$F(s)$, la transformada de Laplace (el espectro)
1	1 	$\frac{1}{s}$ 
2	$e^{-\alpha t}$ 	$\frac{1}{s + \alpha}$ 
3	$\frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t})$ 	$\frac{1}{s(s + \alpha)}$ 
4	$\frac{1}{s_1 - s_2} (e^{s_1 t} - e^{s_2 t})$ 	$\frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)}$ 
5	$t e^{-\alpha t}$ 	$\frac{1}{(s + \alpha)^2}$ 
6	$\frac{1}{\omega_1} (e^{-\alpha t} \sin \omega_1 t)$ 	$\frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)}$ $s_1, s_2 = -\alpha \pm j\omega_1$ 
7	$\frac{1}{\omega_1} \sin \omega_1 t$ 	$\frac{1}{(s - j\omega_1)(s + j\omega_1)} = \frac{1}{s^2 + \omega_1^2}$ 
8	$\cos \omega_1 t$ 	$\frac{s}{(s - j\omega_1)(s + j\omega_1)} = \frac{s}{s^2 + \omega_1^2}$ 
9	$\frac{\sin(\omega_1 t - \theta) + e^{-\alpha t} \sin \theta}{\omega_1 \sqrt{\alpha^2 + \omega_1^2}}$ donde $\theta = \tan^{-1} \frac{\omega_1}{\alpha}$ 	$\frac{1}{(s + \alpha)(s^2 + \omega_1^2)}$ 
10	$\frac{1}{s_1 - s_2} (s_1 e^{s_1 t} - s_2 e^{s_2 t})$ 	$\frac{s}{(s - s_1)(s - s_2)}$ 
11	$\frac{e^{s_1 t}}{(s_1 - s_2)(s_1 - s_3)}$ $+ \frac{e^{s_2 t}}{(s_2 - s_1)(s_2 - s_3)}$ $+ \frac{e^{s_3 t}}{(s_3 - s_1)(s_3 - s_2)}$ 	$\frac{1}{(s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)}$ 
12	t 	$\frac{1}{s^2}$ 
13	δ 	1 

INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS NUDOS PARA RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

Suponemos el circuito generalizado de la Figura 1:

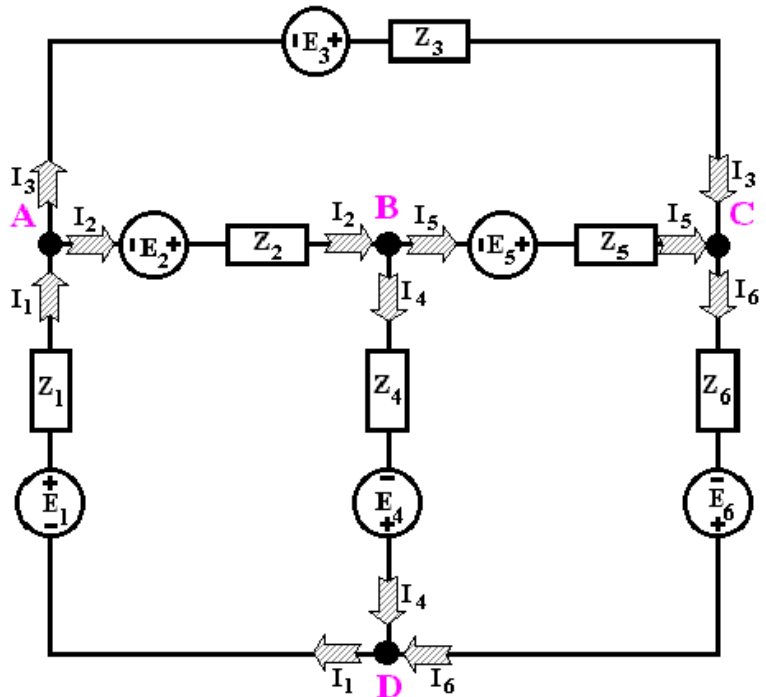


Figura 1.

El grafo para este circuito, será tal como muestra la Figura 2.

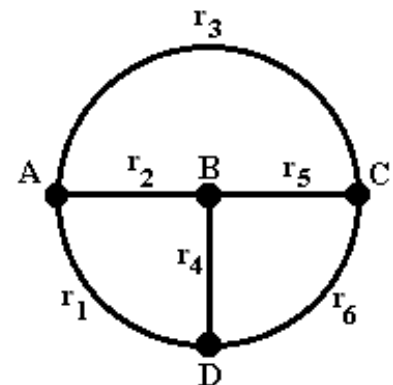
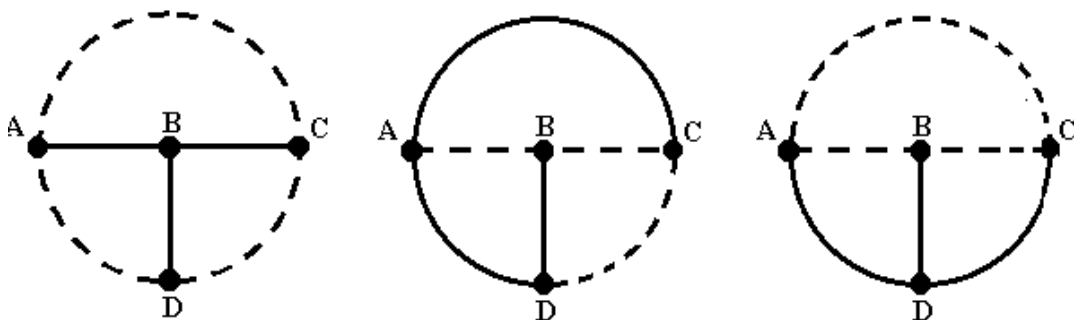


Figura 2.

En el grafo, observamos que el número de ramas será $r = 6$, el número de nudos será $n = 4$ y el número de mallas $m = 3 = r - (n - 1)$. Por su parte el número de ramas de árbol será $r_a = 3$, mientras que el número de ramas de enlace será $r_e = 3$. Ver algunas de las distintas configuraciones de ramas de árbol (línea llena) y ramas de enlace (línea punteada), en la Figura



3.

Figura 3.

Aplicando la segunda Ley de Kirchhoff podemos escribir para cada rama:

$$\text{Rama 1} \rightarrow E_1 + E_D - E_A = I_1 * Z_1$$

$$\text{Rama 2} \rightarrow E_2 + E_A - E_B = I_2 * Z_2$$

$$\text{Rama 3} \rightarrow E_3 + E_A - E_C = I_3 * Z_3$$

$$\text{Rama 4} \rightarrow E_4 + E_B - E_D = I_4 * Z_4$$

$$\text{Rama 5} \rightarrow E_5 + E_B - E_C = I_5 * Z_5$$

$$\text{Rama 6} \rightarrow E_6 + E_C - E_D = I_6 * Z_6$$

Aplicando la primera Ley de Kirchhoff podemos escribir para cada nudo:

$$\text{Nudo A} \rightarrow I_1 - I_2 - I_3 = 0 \rightarrow I_1 = I_2 + I_3$$

$$\text{Nudo B} \rightarrow I_2 - I_4 - I_5 = 0 \rightarrow I_2 = I_4 + I_5$$

$$\text{Nudo C} \rightarrow I_5 + I_3 - I_6 = 0 \rightarrow I_5 = -I_3 + I_6$$

$$\text{Nudo D} \rightarrow I_6 + I_4 - I_1 = 0 \rightarrow I_6 = -I_4 + I_1$$

Vemos que la última expresión es una combinación lineal de las anteriores por lo tanto tendremos tres ecuaciones independientes de nudo, es decir :

$$n_i = n - 1$$

De las ecuaciones de rama despejamos las corrientes:

$$\text{Rama 1} \rightarrow \frac{E_1 + E_D - E_A}{Z_1} = I_1$$

$$\text{Rama 2} \rightarrow \frac{E_2 + E_A - E_B}{Z_2} = I_2$$

$$\text{Rama 3} \rightarrow \frac{E_3 + E_A - E_C}{Z_3} = I_3$$

$$\text{Rama 4} \rightarrow \frac{E_4 + E_B - E_D}{Z_4} = I_4$$

$$\text{Rama 5} \rightarrow \frac{E_5 + E_B - E_C}{Z_5} = I_5$$

$$\text{Rama 6} \rightarrow \frac{E_6 + E_C - E_D}{Z_6} = I_6$$

Escribiendo las ecuaciones de nudo en función de las ecuaciones de rama, tendremos:

$$\text{Nudo A} \rightarrow \frac{E_1 + E_D - E_A}{Z_1} - \frac{(E_2 + E_A - E_B)}{Z_2} - \frac{(E_3 + E_A - E_C)}{Z_3} = 0$$

$$\text{Nudo B} \rightarrow \frac{E_2 + E_A - E_B}{Z_2} - \frac{(E_4 + E_B - E_D)}{Z_4} - \frac{(E_5 + E_B - E_C)}{Z_5} = 0$$

$$\text{Nudo C} \rightarrow \frac{E_5 + E_B - E_C}{Z_5} + \frac{(E_3 + E_A - E_C)}{Z_3} - \frac{(E_6 + E_C - E_D)}{Z_6} = 0$$

Despejando y ordenando en el primer miembro fuentes y en el segundo miembro, diferencias de potencial en las impedancias tendremos:

$$\text{Nudo A} \rightarrow \frac{E_1}{Z_1} - \frac{E_2}{Z_2} - \frac{E_3}{Z_3} = \frac{E_D - E_A}{Z_1} + \frac{E_A - E_B}{Z_2} + \frac{E_A - E_C}{Z_3}$$

$$\text{Nudo B} \rightarrow \frac{E_2}{Z_2} - \frac{E_4}{Z_4} - \frac{E_5}{Z_5} = \frac{-E_A + E_B}{Z_2} + \frac{E_B - E_D}{Z_4} + \frac{E_B - E_C}{Z_5}$$

$$\text{Nudo C} \rightarrow \frac{E_5}{Z_5} + \frac{E_3}{Z_3} - \frac{E_6}{Z_6} = \frac{-E_B + E_C}{Z_5} + \frac{-E_A + E_C}{Z_3} + \frac{E_C - E_D}{Z_6}$$

Recordando que $E_1/Z_1 = I_1$ y en general, $E_n/Z_n = I_n$ podemos redibujar el circuito como indica la Figura 4, el cuál equivale a reemplazar fuentes de tensión con impedancia en serie por fuentes de corriente con impedancia en paralelo.

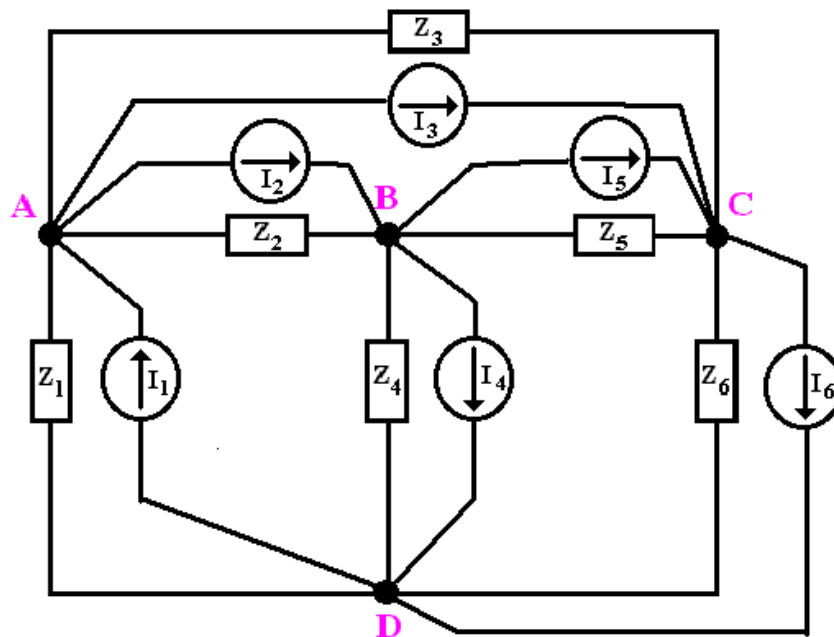


Figura 4.

Si tomamos como referencia de medición de tensiones el nodo "D", tendremos que $E_D = 0$, por lo que:

$$\text{Nudo A} \rightarrow I_1 - I_2 - I_3 = \frac{E_A}{Z_1} + \frac{E_A - E_B}{Z_2} + \frac{E_A - E_C}{Z_3}$$

$$\text{Nudo B} \rightarrow I_2 - I_4 - I_5 = \frac{-E_A + E_B}{Z_2} + \frac{E_B}{Z_4} + \frac{E_B - E_C}{Z_5}$$

$$\text{Nudo C} \rightarrow I_5 + I_3 - I_6 = \frac{-E_B + E_C}{Z_5} + \frac{-E_A + E_C}{Z_3} + \frac{E_C}{Z_6}$$

Luego ordenando:

$$\text{Nudo A} \rightarrow I_1 - I_2 - I_3 = E_A \left(\underbrace{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}}_{Y_{11}} \right) - E_B \left(\underbrace{\frac{1}{Z_2}}_{Y_{12}} \right) - E_C \left(\underbrace{\frac{1}{Z_3}}_{Y_{13}} \right)$$

$$\text{Nudo B} \rightarrow I_2 - I_4 - I_5 = E_B \left(\underbrace{\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_5}}_{Y_{22}} \right) - E_A \left(\underbrace{\frac{1}{Z_2}}_{Y_{21}} \right) - E_C \left(\underbrace{\frac{1}{Z_5}}_{Y_{23}} \right)$$

$$\text{Nudo C} \rightarrow I_5 + I_3 - I_6 = E_C \left(\underbrace{\frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_5} + \frac{1}{Z_6}}_{Y_{33}} \right) - E_A \left(\underbrace{\frac{1}{Z_3}}_{Y_{31}} \right) - E_B \left(\underbrace{\frac{1}{Z_5}}_{Y_{32}} \right)$$

Y_{nn} recibe el nombre de autoadmitancia de nudo y corresponde a la sumatoria de todas las admitancias que llegan al nudo "n", por su parte Y_{nm} recibe el nombre de admitancia mutua o admitancia compartida entre los nudos "n" y "m" ($Y_{nm} = Y_{mn}$).

Finalmente para cualquier circuito con " n_i " nodos, podemos generalizar haciendo:

$$\text{Nudo A} \rightarrow \Sigma (I_{nA}) = E_A \cdot Y_{11} - E_B \cdot Y_{12} - E_C \cdot Y_{13} \dots - E_N \cdot Y_{1N}$$

$$\text{Nudo B} \rightarrow \Sigma (I_{nB}) = -E_A \cdot Y_{21} + E_B \cdot Y_{22} - E_C \cdot Y_{23} \dots - E_N \cdot Y_{2N}$$

$$\text{Nudo C} \rightarrow \Sigma (I_{nC}) = -E_A \cdot Y_{31} - E_B \cdot Y_{32} + E_C \cdot Y_{33} \dots - E_N \cdot Y_{3N}$$

$$\text{Nudo N} \rightarrow \Sigma (I_{nN}) = -E_A \cdot Y_{N1} - E_B \cdot Y_{N2} - E_C \cdot Y_{N3} \dots + E_N \cdot Y_{NN}$$

Tendremos de este modo un sistema de " n_i " ecuaciones con " n_i " incógnitas donde el número " n_i " estará dado por el número de nodos menos uno ya que tomamos a uno de ellos como referencia (recordar $n_i = n - 1$). Estos sistemas de ecuaciones pueden ser resueltos por método de determinantes o por método matricial. Lo importante es que si tomamos como convención que las fuentes ingresan corriente al nudo (con el signo correspondiente) y que las admitancias quitan corriente del nudo, para cualquier circuito, independientemente de la cantidad de nudos que contenga, el determinante principal (Δ_p) tendrá el siguiente formato:

$$\Delta_p = \begin{vmatrix} +Y_{11} & -Y_{12} & -Y_{13} & \dots & -Y_{1N} \\ -Y_{21} & +Y_{22} & -Y_{23} & \dots & -Y_{2N} \\ -Y_{31} & -Y_{32} & +Y_{33} & \dots & -Y_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -Y_{N1} & -Y_{N2} & -Y_{N3} & \dots & +Y_{NN} \end{vmatrix}$$

Se observa que los elementos que corresponden a las autoadmitancias de nudo (Y_{NN}) tienen signo positivo y que todos los otros elementos que corresponden a admitancias mutuas o compartidas entre nudos (Y_{NM}), llevan signo negativo.

INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE MALLAS PARA RESOLUCIÓN DE CIRCUITOS

Suponemos el circuito generalizado de la Figura 5:

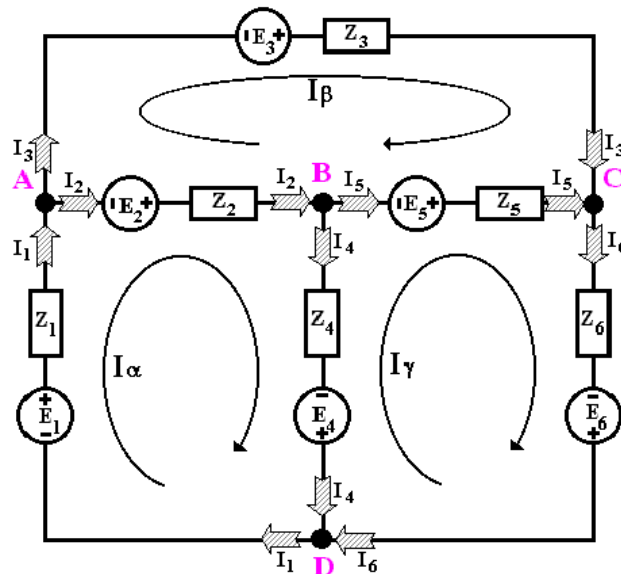


Figura 5.

Aplicando la segunda Ley de Kirchhoff podemos escribir para cada rama:

Rama 1	$\rightarrow E_1 + E_D - E_A = I_1 * Z_1$
Rama 2	$\rightarrow E_2 + E_A - E_B = I_2 * Z_2$
Rama 3	$\rightarrow E_3 + E_A - E_C = I_3 * Z_3$
Rama 4	$\rightarrow E_4 + E_B - E_D = I_4 * Z_4$
Rama 5	$\rightarrow E_5 + E_B - E_C = I_5 * Z_5$
Rama 6	$\rightarrow E_6 + E_C - E_D = I_6 * Z_6$

El método de Maxwell o método de mallas para resolución de circuitos, consiste en tomar lazos cerrados, eliminando las diferencias de tensiones en los nudos y considerando lazos cerrados α , β y γ como se indica en la Figura 5.

$$\text{Lazo } \alpha \rightarrow E_1 + E_2 + E_4 = I_1 * Z_1 + I_2 * Z_2 + I_4 * Z_4$$

$$\text{Lazo } \beta \rightarrow -E_2 + E_3 - E_5 = -I_2 * Z_2 + I_3 * Z_3 - I_5 * Z_5$$

$$\text{Lazo } \gamma \rightarrow -E_4 + E_5 + E_6 = -I_4 * Z_4 + I_5 * Z_5 + I_6 * Z_6$$

Llamando a las corrientes en cada lazo I_α , I_β y I_γ tendremos :

$$I_1 = I_\alpha \quad I_2 = I_\alpha - I_\beta \quad I_3 = I_\beta \quad I_4 = I_\alpha - I_\gamma \quad I_5 = -I_\beta + I_\gamma \quad I_6 = I_\gamma$$

Remplazando en las últimas ecuaciones tendremos:

$$\text{Lazo } \alpha \rightarrow E_1 + E_2 + E_4 = I_\alpha * Z_1 + (I_\alpha - I_\beta) * Z_2 + (I_\alpha - I_\gamma) * Z_4$$

$$\text{Lazo } \beta \rightarrow -E_2 + E_3 - E_5 = -(I_\alpha - I_\beta) * Z_2 + I_\beta * Z_3 - (-I_\beta + I_\gamma) * Z_5$$

$$\text{Lazo } \gamma \rightarrow -E_4 + E_5 + E_6 = -(I_\alpha - I_\gamma) * Z_4 + (-I_\beta + I_\gamma) * Z_5 + I_\gamma * Z_6$$

Ordenando: **Lazo α** $\rightarrow E_1 + E_2 + E_4 = I_\alpha (Z_{11} + Z_2 + Z_4) - I_\beta \cdot Z_2 - I_\gamma \cdot Z_4$

$$\text{Lazo } \beta \rightarrow -E_2 + E_3 - E_5 = -I_\alpha \cdot \underbrace{Z_2}_{Z_{21}} + I_\beta \underbrace{(Z_2 + Z_3 + Z_5)}_{Z_{22}} - I_\gamma \underbrace{Z_5}_{Z_{23}}$$

$$\text{Lazo } \gamma \rightarrow -E_4 + E_5 + E_6 = -I_\alpha \underbrace{Z_4}_{Z_{31}} - I_\beta \underbrace{Z_5}_{Z_{32}} + I_\gamma \underbrace{(Z_4 + Z_5 + Z_6)}_{Z_{33}}$$

Z_{nn} recibe el nombre de autoimpedancia de malla y corresponde a la sumatoria de todas las impedancias conectadas en la malla o lazo "n", por su parte Z_{nm} recibe el nombre de impedancia mutua o impedancia compartida entre las mallas "n" y "m" ($Z_{nm} = Z_{mn}$). Finalmente para cualquier circuito con "m" mallas, podemos generalizar haciendo:

$$\text{Malla } \alpha \rightarrow \Sigma (E_{m\alpha}) = I_\alpha \cdot Z_{11} - I_\beta \cdot Z_{12} - I_\gamma \cdot Z_{13} \dots - I_\Omega \cdot Z_{1N}$$

$$\text{Malla } \beta \rightarrow \Sigma (E_{m\beta}) = -I_\alpha \cdot Z_{21} + I_\beta \cdot Z_{22} - I_\gamma \cdot Z_{23} \dots - I_\Omega \cdot Z_{2N}$$

$$\text{Malla } \gamma \rightarrow \Sigma (E_{m\gamma}) = -I_\alpha \cdot Z_{31} - I_\beta \cdot Z_{32} + I_\gamma \cdot Z_{33} \dots - I_\Omega \cdot Z_{3N}$$

$$\text{Malla } \Omega \rightarrow \Sigma (E_{m\Omega}) = -I_\alpha \cdot Z_{N1} - I_\beta \cdot Z_{N2} - I_\gamma \cdot Z_{N3} \dots + I_\Omega \cdot Z_{NN}$$

Tendremos de este modo un sistema de "m" ecuaciones con "m" incógnitas donde el número "m" estará dado por el número de mallas o lazos cerrados. Estos sistemas de ecuaciones pueden ser resueltos por método de determinantes o por método matricial. Lo importante es que si tomamos como convención que todas las corrientes de malla, circulan en la misma dirección, para cualquier circuito, independientemente de la cantidad de mallas que contenga, el determinante principal (Δ_p) tendrá el siguiente formato:

$$\Delta_p = \begin{vmatrix} +Z_{11} & -Z_{12} & -Z_{13} & \dots & -Z_{1N} \\ -Z_{21} & +Z_{22} & -Z_{23} & \dots & -Z_{2N} \\ -Z_{31} & -Z_{32} & +Z_{33} & \dots & -Z_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -Z_{N1} & -Z_{N2} & -Z_{N3} & \dots & +Z_{NN} \end{vmatrix}$$

Se observa que los elementos en la diagonal principal del determinante, los cuales corresponden a las autoimpedancias de malla (Z_{NN}) tienen signo positivo y que todos los otros elementos que corresponden a impedancias mutuas o compartidas entre distintas mallas (Z_{NM}), llevan signo negativo.

PROBLEMA 11: Mediante método circuital o de mallas determine las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$, del siguiente circuito.

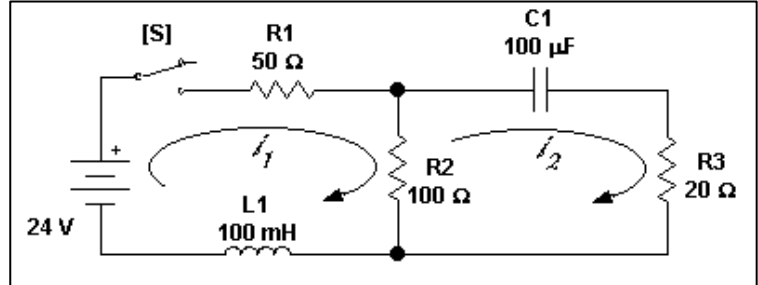
$$R : i_1(t) = 0,988 - 0,188 e^{-566,66 t}$$

$$i_2(t) = 0,705 + 0,095 e^{-566,66 t}$$

PROBLEMA 12: Mediante método circuital o de mallas determine las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$, del siguiente circuito.

$$R : i_1 = 0,16 + 0,64 e^{-250 t} - 0,80 e^{-500 t}$$

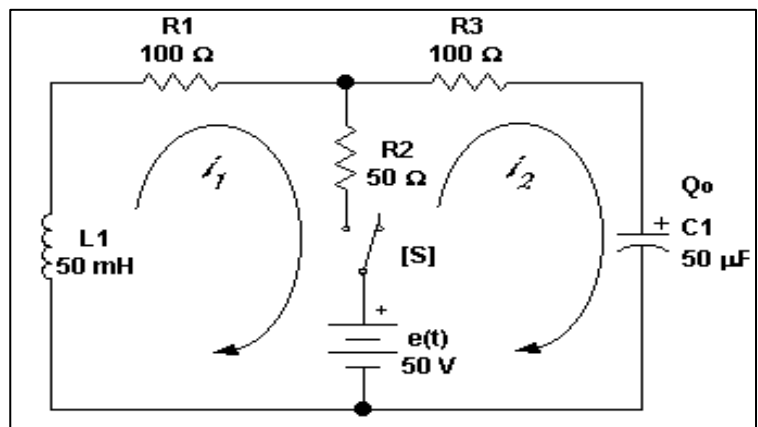
$$i_2 = 0,80 e^{-250 t} - 0,80 e^{-500 t}$$



PROBLEMA 13: Mediante método circuital o de mallas determine las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$, del siguiente circuito, conociendo que la carga inicial del capacitor C_1 es $Q_0 = 0,0015$ Coulombios.

$$R : i_1 = -0,333 + 0,00654 e^{-151 t} + 0,326 e^{-2648 t}$$

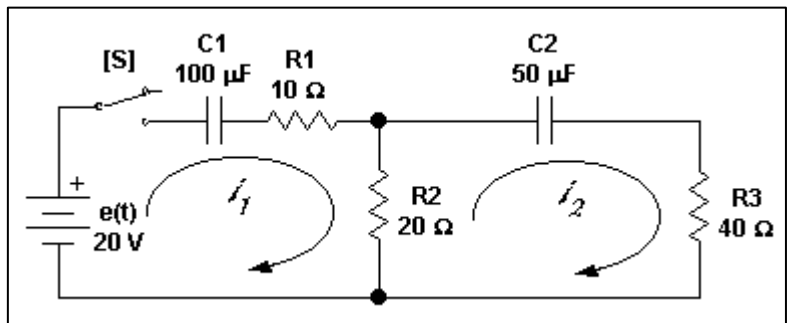
$$i_2 = 0,0186 e^{-151 t} + 0,1146 e^{-2648 t}$$



PROBLEMA 14: Mediante método circuital o de mallas determine las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$, del siguiente circuito.

$$R : i_1 = 0,226 e^{-226,4 t} + 0,63 e^{-630,71 t}$$

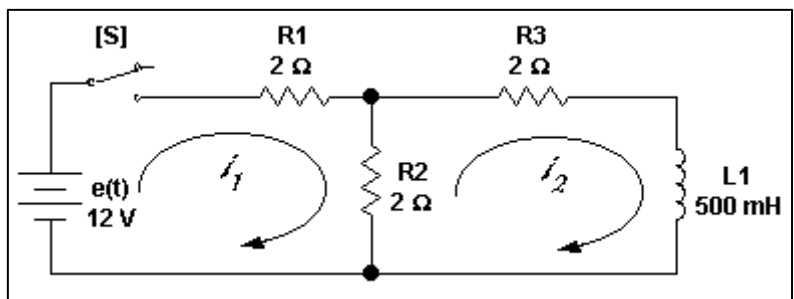
$$i_2 = -0,159 e^{-226,4 t} + 0,444 e^{-630,71 t}$$



PROBLEMA 15: Mediante método circuital o de mallas determine las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$, del siguiente circuito.

$$R : i_1(t) = 4 - e^{-6 t}$$

$$i_2(t) = 2 - 2 e^{-6 t}$$

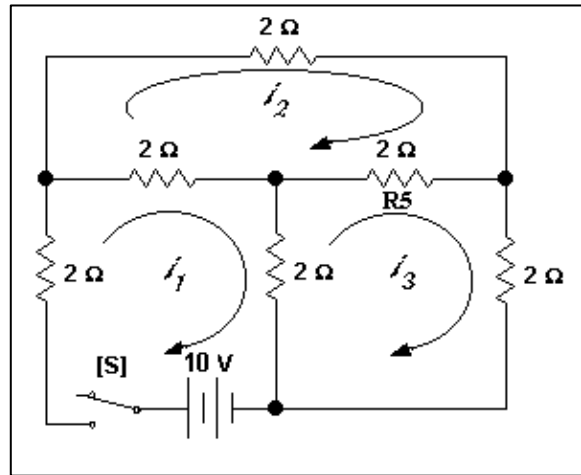


PROBLEMA 16: Mediante método circuital o de mallas determine las corrientes $i_1(t)$, $i_2(t)$ e $i_3(t)$, del siguiente circuito. Porque la tensión sobre el resistor indicado como R5 es de 0 Voltios.

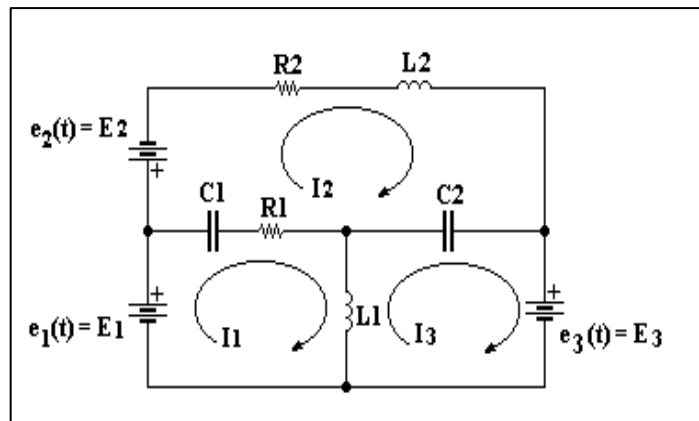
R: $i_1 = 2,5 \text{ A}$

$i_2 = 1,25 \text{ A}$

$i_3 = 1,25 \text{ A}$

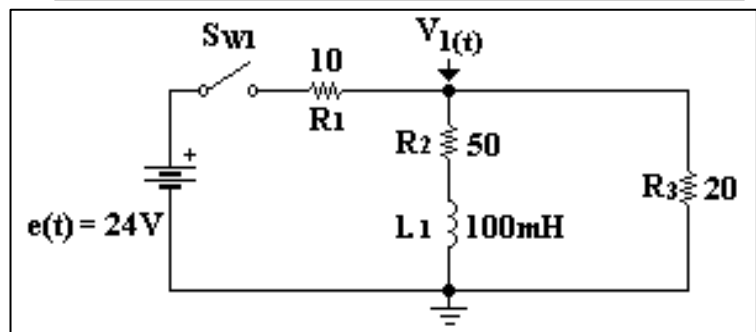


PROBLEMA 17: Escriba las ecuaciones de malla del circuito de la figura en forma transformada. Identifique las impedancias (Z_{11} , Z_{12} , etc.).



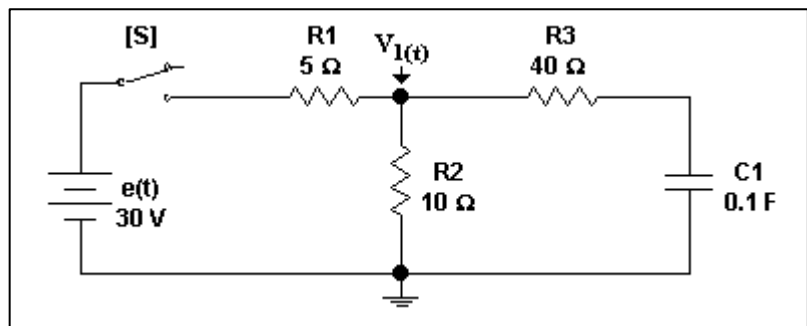
PROBLEMA 18: Mediante método nodal determine la tensión en el nudo $V_1(t)$, del siguiente circuito.

R: $v_1(t) = 14,11 + 1,88 e^{-566,66 t}$



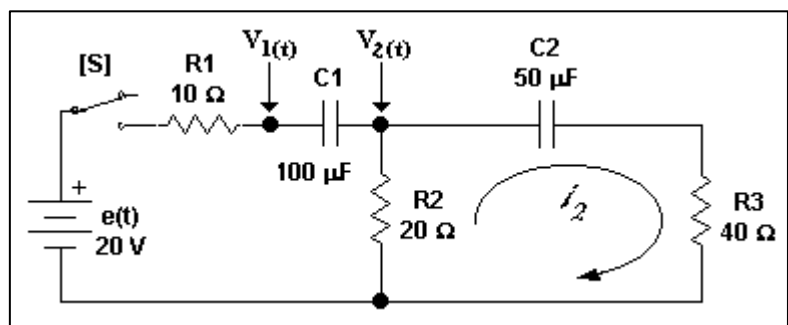
PROBLEMA 19: Mediante método nodal determine la tensión en el nudo $V_1(t)$, del siguiente circuito.

R: $v_1(t) = 20 - 1,54 e^{-0,23 t}$



PROBLEMA 20: Mediante método nodal, determine las tensiones en los nudos $v_1(t)$ y $v_2(t)$, del siguiente circuito. Calcule también el valor de la corriente $i_2(t)$.

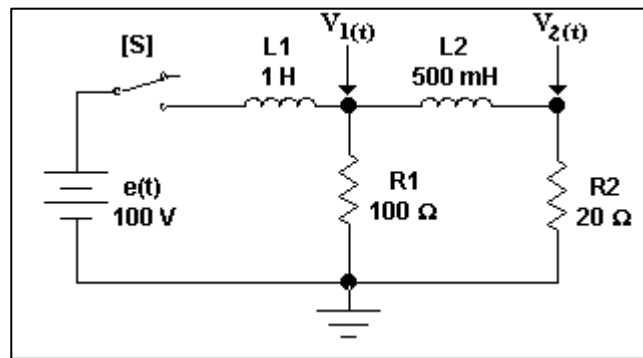
R:
 $i_2 = -0,159 e^{-226,4 t} + 0,444 e^{-630,71 t}$



PROBLEMA 21: Mediante método nodal, determine las tensiones en los nudos $v_1(t)$ y $v_2(t)$, del siguiente circuito. Calcule también el valor de las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$.

R: $i_1(t) = 6 - 5,91e^{-12,2t} - 0,0848e^{-327,79t}$

$i_2(t) = 5 - 5,19e^{-12,2t} + 0,193e^{-327,79t}$



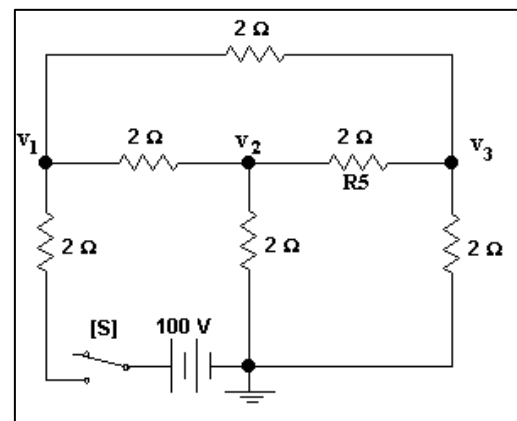
PROBLEMA 22: Mediante método circuital o de mallas, verifique los resultados del problema anterior, obteniendo el valor de las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$.

PROBLEMA 23: Mediante método nodal, determine las tensiones en los nudos $v_1(t)$, $v_2(t)$ y $v_3(t)$, del siguiente circuito.

R : $v_1 = 50$ Voltios

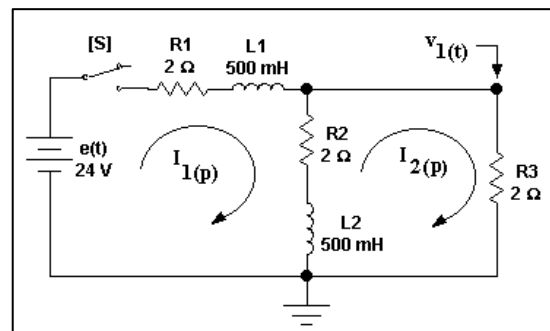
$v_2 = 25$ Voltios

$v_3 = 25$ Voltios



PROBLEMA 24: Mediante método nodal, determine la tensión en el nudo $v_1(t)$, en función del tiempo y las corrientes, $I_1(p)$ e $I_2(p)$, del siguiente circuito.

R : $v_1(t) = 8 - 8e^{-12,2t}$



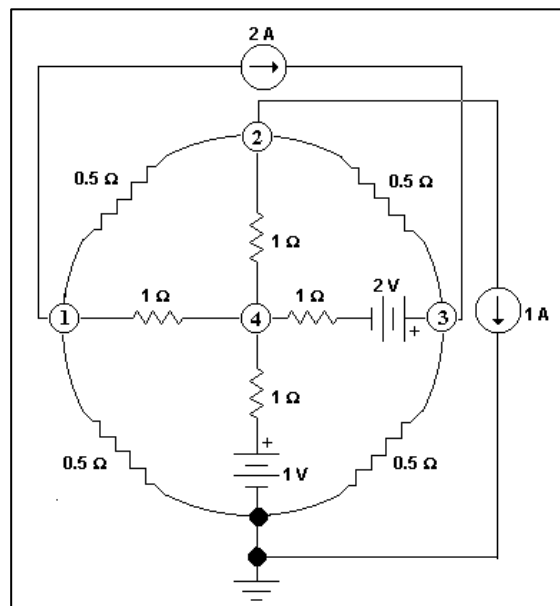
PROBLEMA 25: Mediante método nodal, determine las tensiones en los nudos $v_1(t)$, $v_2(t)$, $v_3(t)$ y $v_4(t)$, del siguiente circuito.

R : $v_1 = -0,53$ Voltios

$v_2 = -0,2$ Voltios

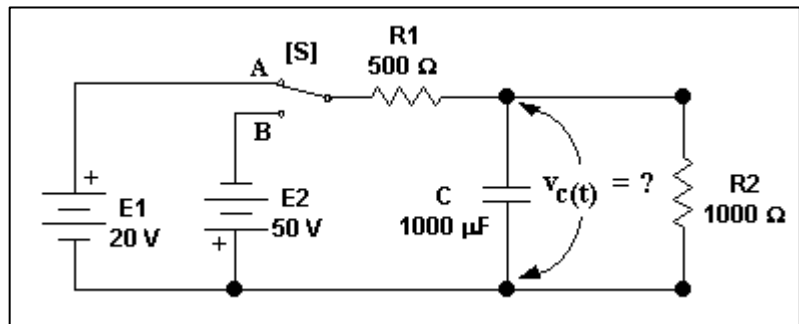
$v_3 = 0,666$ Voltios

$v_4 = -0,266$ Voltios



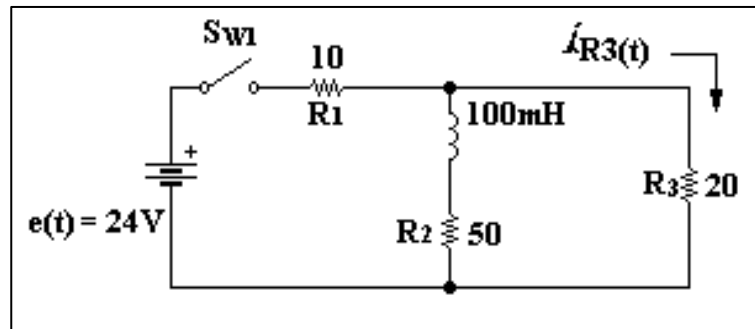
PROBLEMA 26: Determine la tensión sobre el capacitor C ($V_c(t)$) cuando la llave $[S]$ se pasa bruscamente de la posición “A”, a la posición “B”.

R: $v_c(t) = -33,33 + 46,66 e^{-3 t}$



PROBLEMA 27: Aplicando Thevenin y Norton en forma sucesiva, encuentre el valor de corriente $i_{R3}(t)$ que circula por el resistor $R3$.

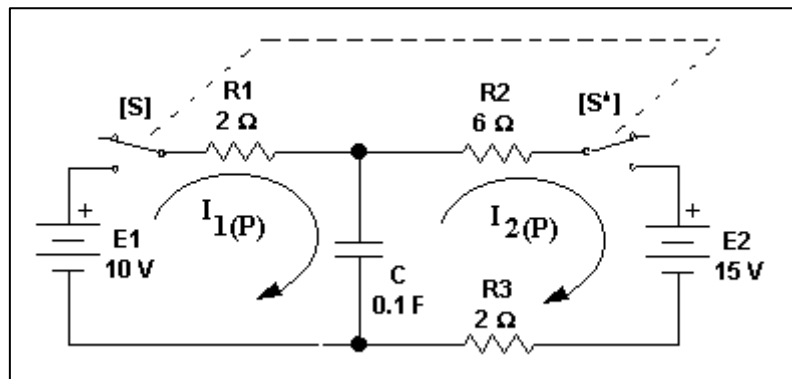
R: $i_{R3}(t) = 0,705 + 0,094 e^{-566,66 t}$



PROBLEMA 28: Aplique método circuital o de mallas y superposición para encontrar los valores de $I_1(p)$ e $I_2(p)$, compruebe el resultado en forma transformada aplicando TVI y TVF.

R: $I_1(p) = \frac{80 P - 50}{P (16 P + 100)}$

$I_2(p) = \frac{-(30 P + 50)}{P (16 P + 100)}$



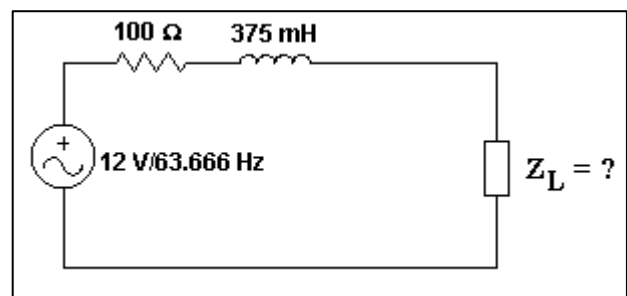
PROBLEMA 29: Compruebe el resultado del problema anterior empleando método nodal, para obtener las corrientes $I_1(p)$ e $I_2(p)$.

R: $I_1(p) = \frac{80 P - 50}{P (16 P + 100)}$

$I_2(p) = \frac{-(30 P + 50)}{P (16 P + 100)}$

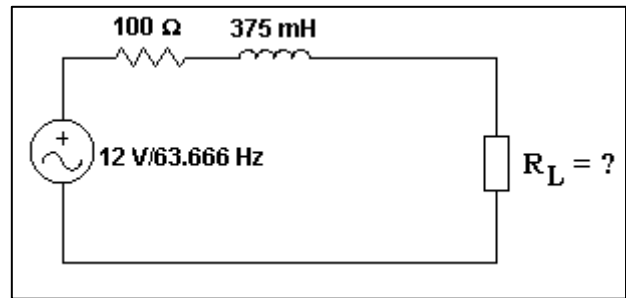
PROBLEMA 30: Aplique teorema de máxima transferencia de potencia y calcule el valor de impedancia de carga Z_L que hace máxima la potencia transferida a la misma. Calcule el valor de dicha potencia.

R: $Z_L = 100 - j 150$
 $P_{max} = 360 \text{ mW}$



PROBLEMA 31: Aplique teorema de máxima transferencia de potencia y calcule el valor de resistencia de carga R_L que hace máxima la potencia transferida a la misma. Calcule el valor de dicha potencia.

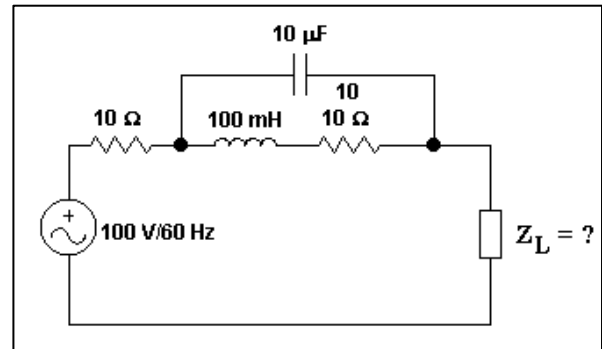
R: $R_L = 180,27 \, \Omega$ $P_{\max} = 256,88 \, \text{mW}$



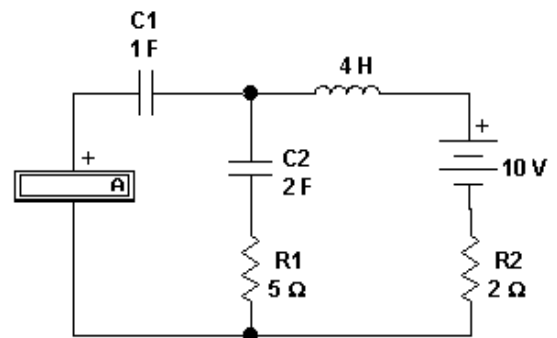
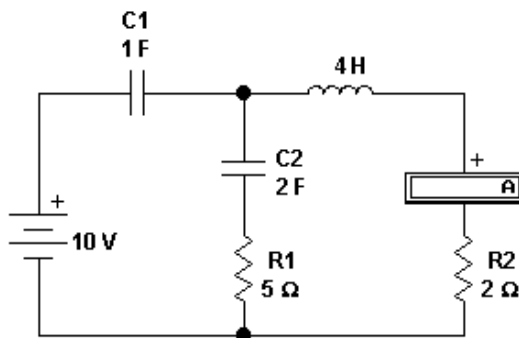
PROBLEMA 32: Aplique teorema de máxima transferencia de potencia y calcule el valor de impedancia de carga Z_L que hace máxima la potencia transferida a la misma. Calcule el valor de dicha potencia.

R: $Z_L = 23,56 - j 43,33$

$P_{\max} = 106,11 \, \text{W}$

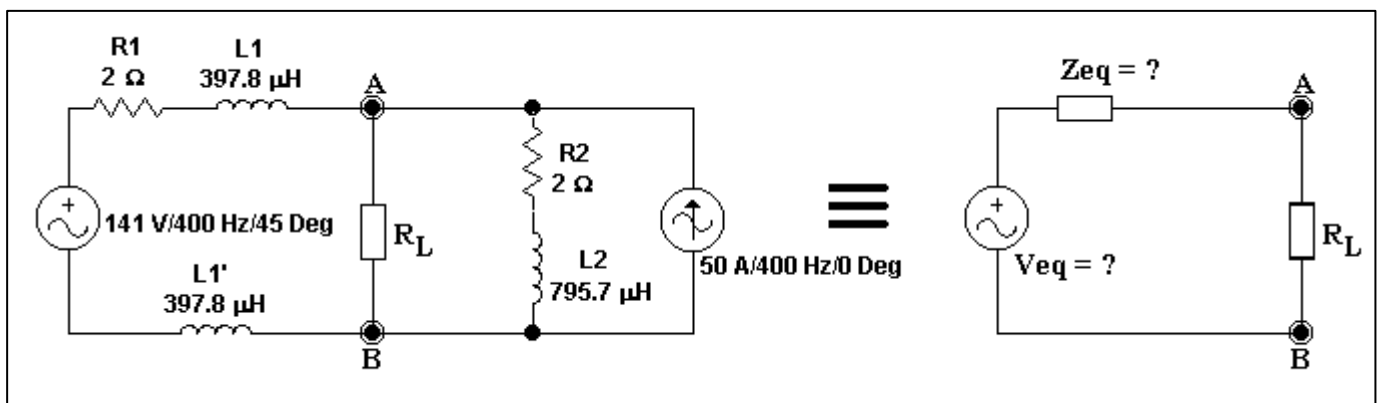


PROBLEMA 33: En el siguiente circuito verifique la veracidad del teorema de reciprocidad obteniendo el valor de la corriente indicada por el amperímetro A en forma transformada en ambos circuitos.



R: $I_1(p) = \frac{2,5 (P + 0,1)}{P^3 + 0,8 P^2 + 0,4 P + 0,025}$

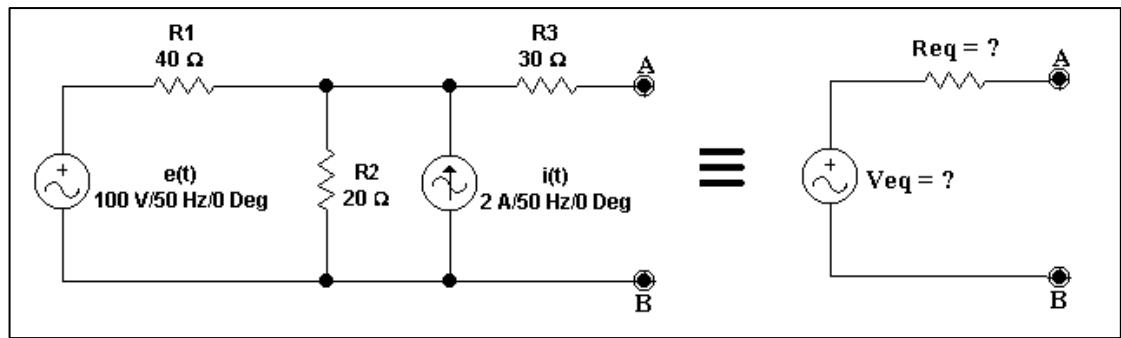
PROBLEMA 34: Aplicando Thevenin y Norton en forma sucesiva, reemplace ambas fuentes por una única fuente de tensión con su impedancia asociada.



R: $V_{eq} = 141 \angle 45^\circ$ [Volts]

$Z_{eq} = 1 + j 1$ [Ω]

PROBLEMA 35: Encuentre los valores de V_{eq} y R_{eq} para hacer equivalentes los circuitos de la figura en los terminales AB.

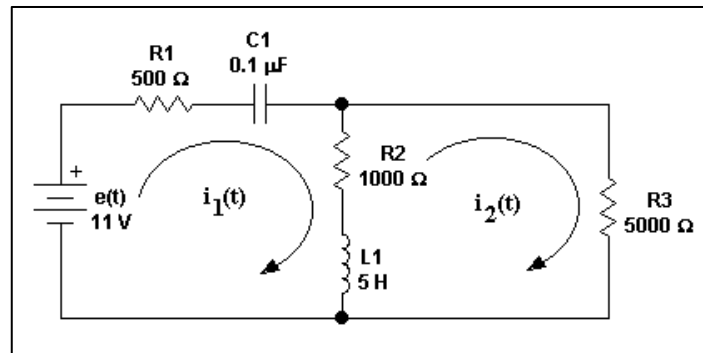


R: $V_{eq} = 60 \cos 314,15 t$

$R_{eq} = 43,33 [\Omega]$

PROBLEMA 36: Repita el cálculo del problema anterior considerando $R1 = 0 \Omega$.

PROBLEMA 37: En el circuito de la figura determine el valor de la impedancia de excitación (Z_{exit}) y de la impedancia de transferencia (Z_{transf}), en forma transformada.

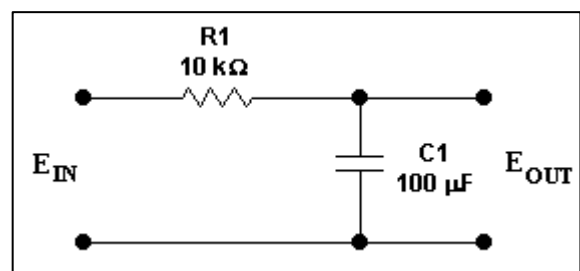


R: $Z_{exit} = \frac{6 * 10^{10} + 58 * 10^6 P + 27,5 * 10^3 P^2}{P (5 P + 6000)}$

$Z_{transf} = \frac{6 * 10^{10} + 58 * 10^6 P + 27,5 * 10^3 P^2}{P (5 P + 1000)}$

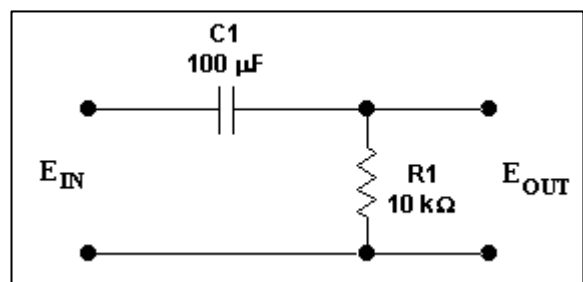
PROBLEMA 38: Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y trazar diagrama polar.

R: $F(p) = \frac{1}{(P + 1)}$



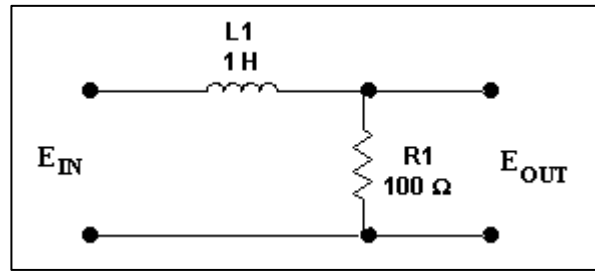
PROBLEMA 39: Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y trazar diagrama polar.

R: $F(p) = \frac{P}{(P + 1)}$



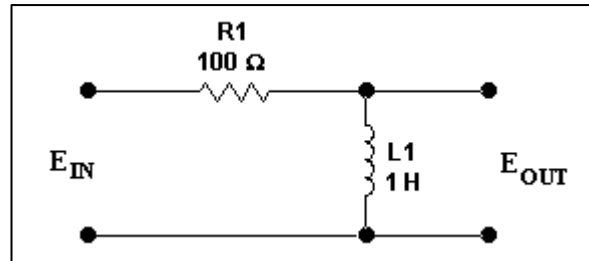
PROBLEMA 40: Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y trazar diagrama polar.

$$R: F(p) = \frac{100}{(P + 100)}$$



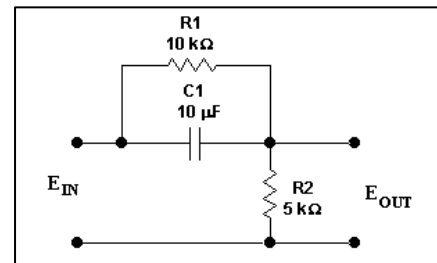
PROBLEMA 41: Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y trazar diagrama polar.

$$R: F(p) = \frac{P}{(P + 100)}$$



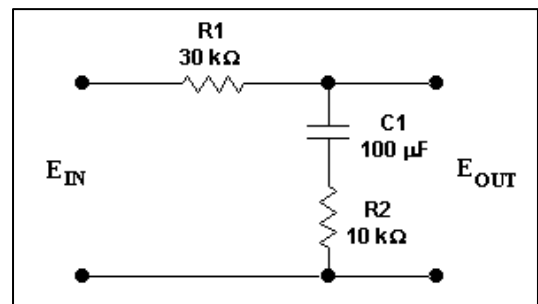
PROBLEMA 42: Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y trazar diagrama polar.

$$R: F(p) = \frac{(P + 10)}{(P + 30)}$$



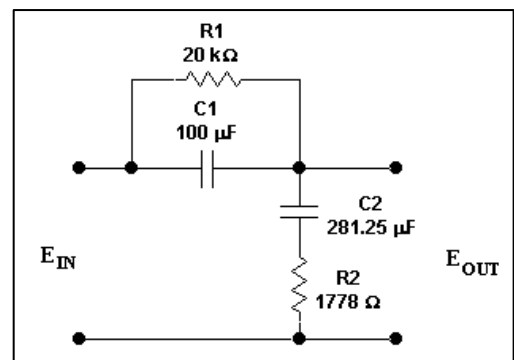
PROBLEMA 43: Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y trazar diagrama polar.

$$R: F(p) = \frac{0,25 (P + 1)}{(P + 0,25)}$$



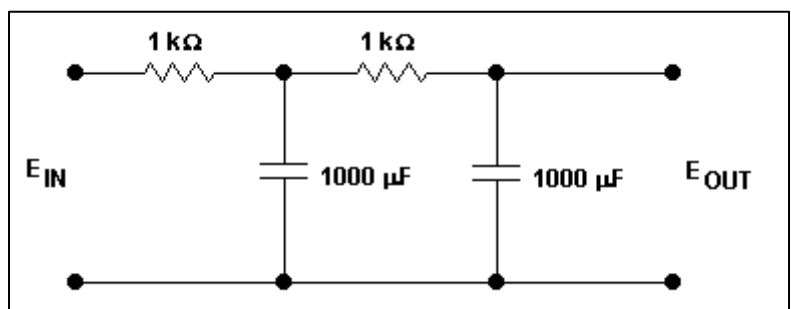
PROBLEMA 44: Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y trazar diagrama polar.

$$R: F(p) = \frac{(P + 2) (P + 0,5)}{(P + 8) (P + 0,125)}$$



PROBLEMA 45: Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y trazar diagrama polar.

$$R: F(p) = \frac{1}{(P^2 + 3P + 1)}$$



GUÍA PARA TRAZAR DIAGRAMAS DE BODE MEDIANTE MÉTODO ASINTÓTICO

Para obtener el diagrama de BODE de amplitud y fase de una función de transferencia $F(p)$, la misma deberá tener el formato expresado en la ecuación (1) para poder emplear el método **asintótico** para el trazado.

$$F_{(p)} = \frac{Kte \cdot P^n \cdot (P + \alpha) \cdot (P + \beta) \cdot \dots \cdot (AP^2 + BP + C)}{P^m \cdot (P + a) \cdot (P + b) \cdot \dots \cdot (aP^2 + bP + c)}$$

Describiremos a continuación los pasos a seguir para la obtención del diagrama de BODE de amplitud y fase, de una función de transferencia, cuyo formato es similar al indicado en la expresión anterior.

PASO 1: Ordenar la función de transferencia $F(p)$.

A) Si no existen en la función de transferencia $F(p)$, ni en el numerador, ni en el denominador funciones de segundo grado del tipo $(AP^2 + BP + C)$, transformar las expresiones del tipo $(P + \alpha)^{\pm 1}$ del siguiente modo:

$$(P + \alpha)^{\pm 1} = \frac{\alpha^{\pm 1}}{\alpha} \left(\frac{P}{\alpha} + 1 \right)^{\pm 1}$$

Los términos del tipo $\alpha^{\pm 1}$ pasarán a formar parte de la constante total (Kte).

El procedimiento anterior de transformación se realiza para poder representar los términos $(P + \alpha)^{\pm 1}$ en forma asintótica (ver Teórico).

B) Si existen en la función de transferencia $F(p)$, ya sea en el numerador, o en el denominador funciones de segundo grado del tipo $(AP^2 + BP + C)$ además de funciones de primer grado del tipo $(P + \alpha)^{\pm 1}$, tratar a estas últimas exactamente igual como se indicó en el **PASO 1-A**.

En las funciones de segundo grado debemos realizar el siguiente cambio:

$$(AP^2 + BP + C) = A (P^2 + B'P + C')$$

en donde **A** pasará a formar parte de la constante total (Kte.).

Luego, debemos determinar el tipo de función de segundo grado (amortiguamiento crítico, sobreamortiguamiento ó subamortiguamiento), para ello recordar que:

$$(P^2 + B'P + C') \begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ B' = 2 \xi \omega_0 & C' = \omega_0^2 \end{matrix}$$

Con estas relaciones, obtener el valor de ξ , e identificar la función de segundo grado de acuerdo a la Tabla 1.

VALOR DE ξ	TIPO DE FUNCIÓN	CASO	PARA TRAZADO DE BODE
$\xi = 1$	$(P + \alpha)^2$	AMORTIGUAMIENTO CRÍTICO	TRAZAR ASÍNTOTA DE SEGUNDO GRADO
$\xi < 1$	$(P + \alpha + j\beta)(P + \alpha - j\beta)$	SUBAMORTIGUADO	TRAZAR ASÍNTOTA DE SEGUNDO GRADO Y CORREGIR DE ACUERDO AL VALOR DE ξ MEDIANTE GRÁFICO
$\xi > 1$	$(P + \alpha)(P + \beta)$	SOBREAMORTIGUADO	TRATAR COMO DOS RAICES SEPARADAS COMO SE INDICÓ EN EL PASO 1 A)

TABLA 1.

Si $\xi > 1$ obtener el valor de las raíces de la función de segundo grado y tratar los términos, como se indicó en el **PASO 1-A**, es decir :

$$(P + \alpha)^{\pm 1} (P + \beta)^{\pm 1} = \alpha^{\pm 1} * \beta^{\pm 1} \left(\frac{P}{\alpha} + 1 \right)^{\pm 1} \left(\frac{P}{\beta} + 1 \right)^{\pm 1}$$

Los términos del tipo $\alpha^{\pm 1} * \beta^{\pm 1}$ pasarán a formar parte de la constante total (Kte).

Si $\xi \leq 1$ se realizará el siguiente ordenamiento:

$$(P^2 + B'P + C') = C' \left(\frac{P^2}{C'} + \frac{B'P}{C'} + 1 \right)$$

El término C' pasa a formar parte de la constante total (Kte.).

Al trazar las asíntotas en el **PASO 5**, se trazará una asíntota de segundo grado con pendiente de + 40 dB o -40 dB de acuerdo a que se trate de función en numerador (ceros) o en el denominador (polos) respectivamente.

PASO 2 : Realizar el escaleo para determinar las dimensiones de amplitud, fase y frecuencia (ω), mínimos y máximos aproximados de la función de transferencia para realizar la graduación de los ejes del gráfico.

ESCALEO EN AMPLITUD: Los elementos que determinan la escala de amplitud mínima y máxima son la constante (Kte.) , la cantidad de ceros y polos al origen y la alternancia y grado de los ceros y polos fuera del origen.

Recordemos como ejemplo que si un cero y un polo se encuentran en la misma década, la amplitud resultante del módulo, no superará los ± 20 dB y que si se encuentran a una década de distancia la amplitud resultante del módulo, no superará los ± 40 dB.

Por otro lado si la constante (Kte.) está entre 0.1 y 10 debemos agregar ± 20 dB respectivamente a lo expuesto anteriormente.

ESCALEO EN FASE: Los elementos que determinan la escala de fase mínima y máxima aproximada, son los ceros y polos al origen y la alternancia y grado de los ceros y polos fuera del origen.

Por otro lado es importante determinar a partir de la función de transferencia la fase para $t=0$ y para $t=\infty$, lo cuál puede dar en conjunto con la alternancia de polos y ceros fuera del origen un idea de fase mínima y máxima.

Recordemos como ejemplo que si un cero y un polo se encuentran en la misma década, la fase resultante, no superará los $\pm 90^\circ$ y que si se encuentran a una década de distancia la fase resultante del módulo, no superará los $\pm 180^\circ$.

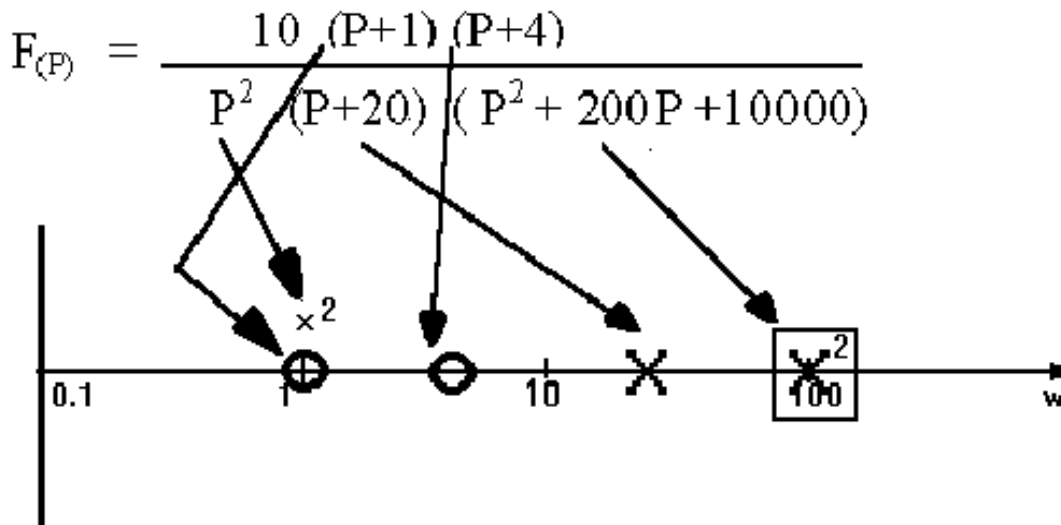
NOTA: este paso puede resultar algo complicado al principio pero con la práctica, se lograrán buenos resultados.

ESCALEO EN FRECUENCIA: estará determinado por las singularidades cuyas frecuencias de cortes sean la mínima y la máxima de la función de transferencia $F(p)$, pues se debe recordar que la asíntota de fase comienza una década antes de la frecuencia de corte y finaliza una década despues. De este modo, la frecuencia mínima estará determinada por la singularidad (cero o polo), cuya frecuencia de corte sea la menor, se tomará como mínimo, una década antes de este valor y la frecuencia máxima estará determinada por la singularidad (cero o polo), cuya frecuencia de corte sea la mayor, se tomará como mínimo, una década más, después de este valor.

PASO 3: Marcar sobre los gráficos de amplitud y fase, las posiciones de los ceros y polos de la función de transferencia.

A continuación damos un ejemplo que puede ser tomado como referencia:

Como orientación, se recomienda ceros y polos en el origen marcarlos por encima de $\omega=1$



con un tamaño menor que los ceros y polos que no están en el origen, a los cuales se los marca sobre el eje de frecuencias (ω), sobre la frecuencia de corte correspondiente. A las funciones de segundo grado, como orientación las marcamos con el indicador de grado y si estamos en un caso donde debemos hacer la corrección de ξ la encerramos en un cuadrado.

NOTA: Se da por sobreentendido que el alumno puede adaptar la simbología de marcación a su gusto, lo anterior, es solo una orientación.

PASO 4: Obtener el módulo de la constante total.

Recordar que : $/K_{te.TOTAL}/_{dB} = 20 \text{ LOG}_{10} (K_{te} * \alpha^{\pm 1} * \beta^{\pm 1} * \dots * \Omega^{\pm 1})$

Como resultado se obtendrá un valor positivo en decibels, si la constante total ($K_{te.TOTAL}$) es mayor que 1 y un valor negativo en decibels, si es un valor menor que 1.

PASO 5: Trazar las asintotas.

Comenzar trazando la asíntota que corresponde a la constante, (*para evitar olvidarla*). Luego trazar las asintotas de los ceros y polos en el origen . Por ultimo trazar las asintotas del resto de las singularizadas de la función de transferencia comenzando desde la parte izquierda del eje de frecuencias .

Al trazar las asintotas correspondientes al módulo recordar :

- Las asintotas de ceros y polos en el origen, tienen pendiente de +20 dB/década y -20 dB/década respectivamente, aumentando en forma proporcional de acuerdo al grado. (Ejemplo: $\pm 40 \text{ dB/dec.} \rightarrow$ grado 2, $\pm 60 \text{ dB/dec.} \rightarrow$ grado 3, etc). Estas asintotas pasan por 0 dB para $\omega = 1$.
- Las asintotas correspondientes a ceros y polos fuera del origen, valen 0dB hasta la frecuencia de corte y luego de acuerdo al grado, tendrán una pendiente de $\pm 20 \text{ dB/dec.} \rightarrow$ grado 1 ó de $\pm 40 \text{ dB/dec.} \rightarrow$ grado 2, etc.

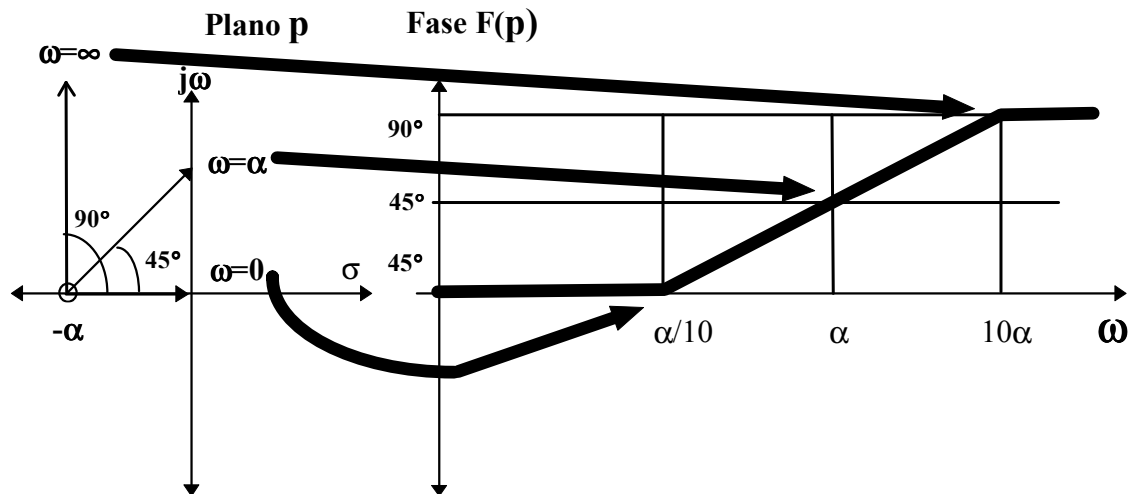
Al trazar las asintotas correspondientes a la fase recordar:

- No es necesario trazar la asintota de fase de la constante pues vale cero grados para todas las frecuencias. Trazar en primer lugar la asintota de fase correspondiente a los ceros y polos en el origen, la misma será una línea horizontal que pasa por $+90^\circ$ ó -90°

respectivamente si el grado es uno, ó por $+180^\circ$ ó -180° respectivamente si el grado es dos, etc., para todos los valores de frecuencia.

Trazar las asíntotas de fase de los ceros y polos fuera del origen recordando que la fase vale cero grados hasta una década anterior a la frecuencia de corte correspondiente, a partir de allí la pendiente crece con $+45^\circ/\text{dec.}$ (ceros) ó $-45^\circ/\text{dec.}$ (polos), tomando el valor de $\pm 45^\circ$ en la frecuencia de corte y de $\pm 90^\circ$ en la década siguiente a la misma. A partir de la década siguiente a la frecuencia de corte, y hasta $\omega = \infty$, la fase valdrá $+90^\circ$ (ceros) y -90° (polos) . Lo antes explicado se multiplica por $n = 1, 2$, etc. de acuerdo al grado de la función $(P + \alpha)^{\pm n}$.

Recordar:



PASO 6: Sumar asíntotas comenzando desde la izquierda y hacia la derecha.

A) Si la función de transferencia $F(p)$ no tiene ni ceros ni polos en el origen, comenzar a sumar desde la asíntota de la constante. Recordar que se suman las pendientes de las asíntotas.

B) Trazado del Módulo: Si la función de transferencia $F(p)$ tiene ceros ó polos en el origen, trasladar la asíntota correspondiente, en forma paralela, para que toque a la asíntota de la constante, en $\omega=1$; esto equivale a sumar la asíntota del cero ó polo al origen, con la asíntota de la constante. Continuar sumando desde ésta asíntota trasladada, las restantes asíntotas de izquierda a derecha.

Trazado de la fase: Si la función de transferencia $F(p)$ tiene ceros ó polos en el origen, comenzar a sumar desde la asíntota de fase, del cero ó el polo al origen. Continuar sumando desde ésta asíntota, las restantes asíntotas de izquierda a derecha.

C) Si existen funciones de segundo grado en el numerador o en el denominador de la función de transferencia $F(p)$, que pertenezcan al caso sub-amortiguado ($\xi < 1$), obtener en primer lugar la resultante total a partir de la suma de todas las asíntotas y por último realizar la corrección del gráfico con el ξ correspondiente, utilizando la gráfica de funciones de segundo grado (Ver Guía de trabajos Prácticos de la Cátedra).

PASO 7: Análisis y Conclusiones. En este paso, se determinará las características de Módulo y Fase de la función de transferencia $F(p)$ bajo estudio.

Es muy importante en este paso verificar si los gráficos de amplitud y fase están bien trazados, para ello observamos las pendientes y valores de los gráficos para frecuencias muy bajas $\omega \rightarrow 0$ y para frecuencias elevadas $\omega \rightarrow \infty$, y comparamos los resultados, haciendo lo propio en forma analítica con la función de transferencia $F(p)$.

Como referencia, en la Tabla 2, se indica como debe comenzar y terminar el módulo y la fase cuando se analiza una función de transferencia $F(p)$, para $\omega=0$ y $\omega=\infty$.

FRECUENCIAS BAJAS ($\omega \rightarrow 0$)		
$F(p)$	MÓDULO	FASE
$F(p) _{\omega=0} = Kte.$	$\pm \#dB$ Pendiente 0°	0° Pendiente 0°
$F(p) _{\omega=0} = P^n$	Pendiente de $n^*(+20dB/dec.)$	$n^*(+90^\circ)$ Pendiente 0°
$F(p) _{\omega=0} = P^{-n}$	Pendiente de $n^*(-20dB/dec.)$	$n^*(-90^\circ)$ Pendiente 0°

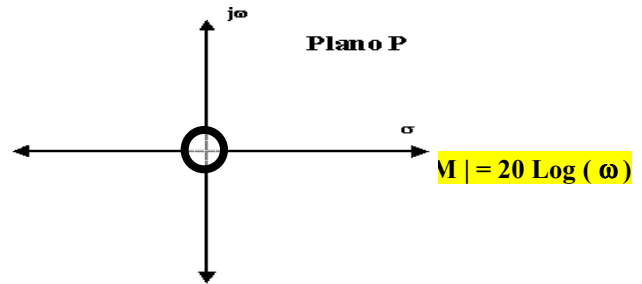
FRECUENCIAS ALTAS ($\omega \rightarrow \infty$)		
$F(p)$	MÓDULO	FASE
$F(p) _{\omega=\infty} = Kte.$	$\pm \#dB$ Pendiente 0°	0° Pendiente 0°
$F(p) _{\omega=\infty} = P^n$	Pendiente de $n^*(+20dB/dec.)$	$n^*(+90^\circ)$ Pendiente 0°
$F(p) _{\omega=\infty} = P^{-n}$	Pendiente de $n^*(-20dB/dec.)$	$n^*(-90^\circ)$ Pendiente 0°

TABLA 1.

NOTA: Finalmente: la gráfica del Módulo no puede comenzar ni terminar, con pendientes distintas de 0 dB/dec. o un múltiplo entero de $\pm 20 \text{ dB/dec.}$
La gráfica de la fase por su parte no puede comenzar ni terminar, con una pendiente distinta de 0° , ni tener valores angulares distintos de 0° o un múltiplo entero de $\pm 90^\circ$ tanto para $\omega \rightarrow 0$ y $\omega \rightarrow \infty$.

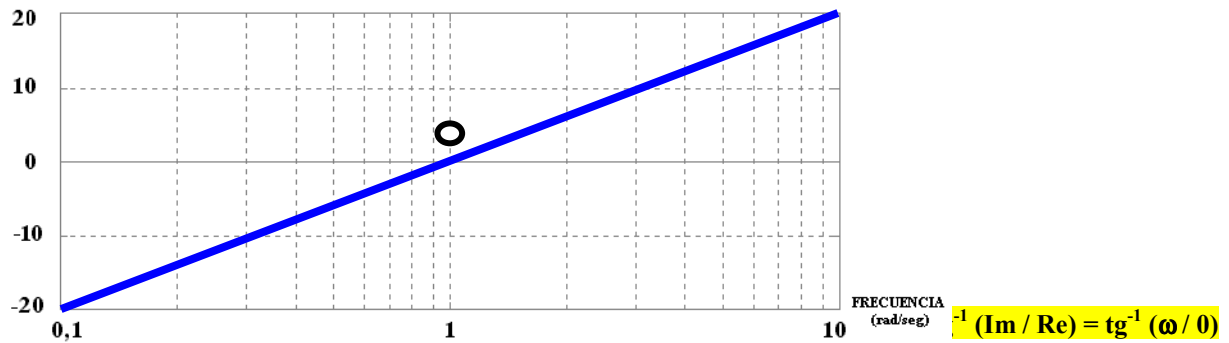
CERO AL ORIGEN

$$F(p) = P \rightarrow F(j\omega) = j\omega$$



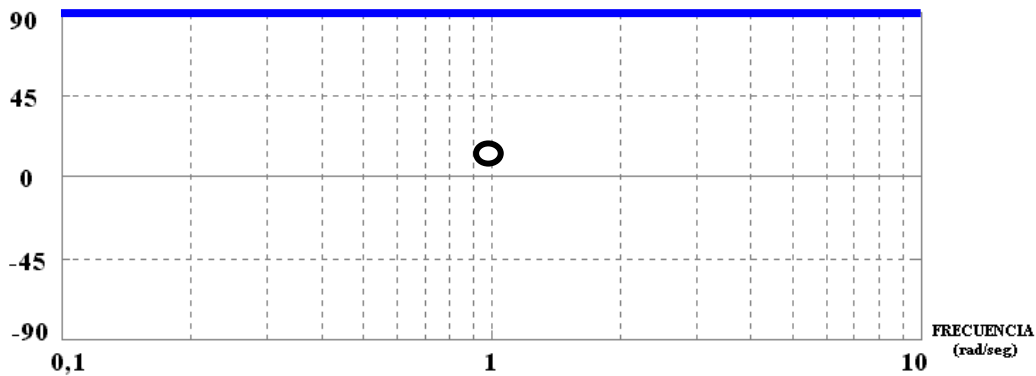
$$\begin{aligned}\omega = 100 &\rightarrow |M| = 20 \text{ Log } (100) = +40 \text{ dB} \\ \omega = 10 &\rightarrow |M| = 20 \text{ Log } (10) = +20 \text{ dB} \\ \omega = 1 &\rightarrow |M| = 20 \text{ Log } (1) = 0 \text{ dB} \\ \omega = 0.1 &\rightarrow |M| = 20 \text{ Log } (0.1) = -20 \text{ dB} \\ \omega = 0.01 &\rightarrow |M| = 20 \text{ Log } (0.01) = -40 \text{ dB}\end{aligned}$$

MAGNITUD (dB)



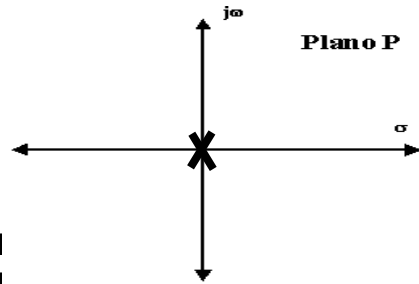
$$\begin{aligned}\omega = 100 &\rightarrow \varphi = tg^{-1} 100/0 = +90^\circ \\ \omega = 10 &\rightarrow \varphi = tg^{-1} 10/0 = +90^\circ \\ \omega = 1 &\rightarrow \varphi = tg^{-1} 1/0 = +90^\circ \\ \omega = 0.1 &\rightarrow \varphi = tg^{-1} 0.1/0 = +90^\circ \\ \omega = 0.01 &\rightarrow \varphi = tg^{-1} 0.01/0 = +90^\circ\end{aligned}$$

FASE (°)



POLO AL ORIGEN

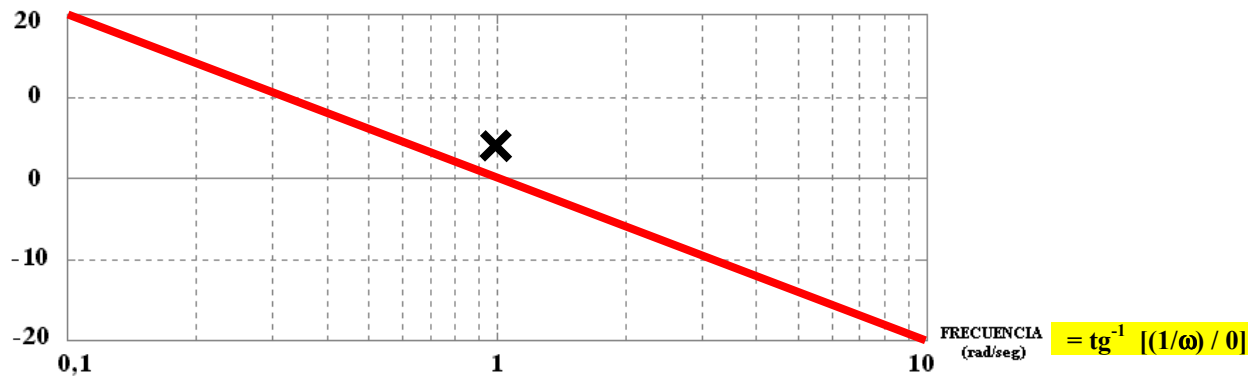
$$F(p) = \frac{1}{p} \rightarrow F(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$$



$$= 20 \text{ Log } (1 / \omega)$$

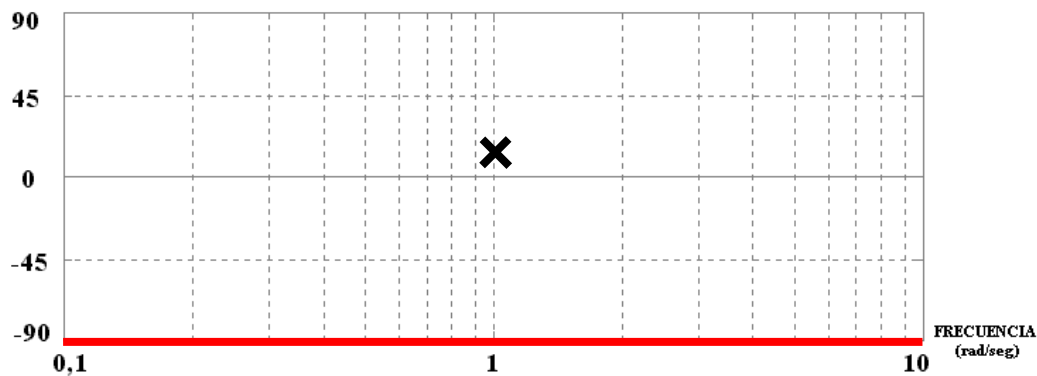
$$\begin{aligned} \omega = 100 &\rightarrow |M| = -20 \text{ Log } (100) = -40 \text{ dB} \\ \omega = 10 &\rightarrow |M| = -20 \text{ Log } (10) = -20 \text{ dB} \\ \omega = 1 &\rightarrow |M| = -20 \text{ Log } (1) = 0 \text{ dB} \\ \omega = 0.1 &\rightarrow |M| = -20 \text{ Log } (0.1) = +20 \text{ dB} \\ \omega = 0.01 &\rightarrow |M| = -20 \text{ Log } (0.01) = +40 \text{ dB} \end{aligned}$$

MAGNITUD (dB)



$$\begin{aligned} \omega = 10 &\rightarrow \varphi = -\text{tg}^{-1} 0.1 / 0 = -90^\circ \\ \omega = 1 &\rightarrow \varphi = -\text{tg}^{-1} 1 / 0 = -90^\circ \\ \omega = 0.1 &\rightarrow \varphi = -\text{tg}^{-1} 10 / 0 = -90^\circ \\ \omega = 0.01 &\rightarrow \varphi = -\text{tg}^{-1} 100 / 0 = -90^\circ \end{aligned}$$

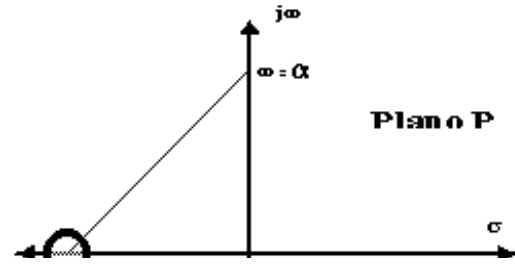
FASE (°)



CERO SIMPLE FUERA DEL ORIGEN

$$F(p) = (p + \alpha) = \alpha \left(\frac{p}{\alpha} + 1 \right)$$

$$F(j\omega) = \frac{j\omega}{\alpha} + 1$$



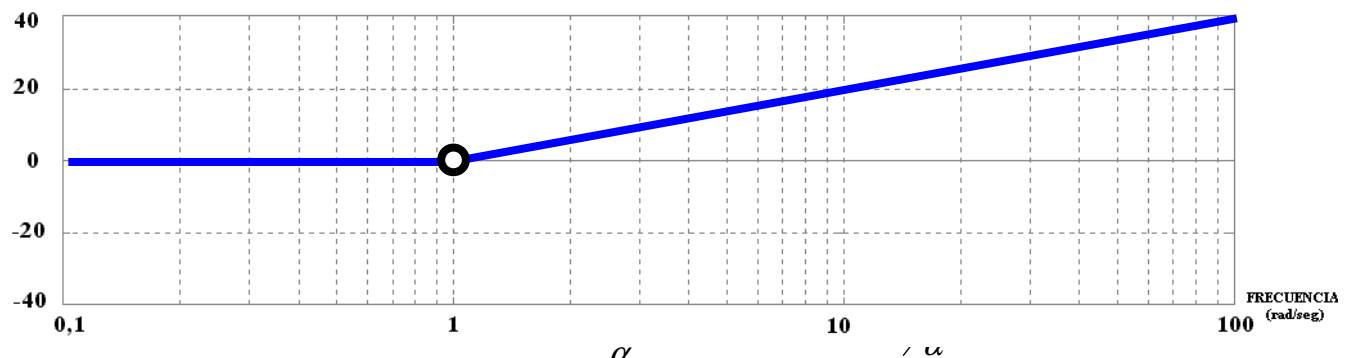
$$\frac{\omega}{\alpha} = 100 \Rightarrow |M| = 20 \text{ Log } \sqrt{1 + (100)^2} = +40 \text{ dB} \quad \text{MÓDULO}$$

$$\frac{\omega}{\alpha} = 10 \Rightarrow |M| = 20 \text{ Log } \sqrt{1 + (10)^2} = +20 \text{ dB}$$

$$\frac{\omega}{\alpha} = 1 \Rightarrow |M| = 20 \text{ Log } \sqrt{1 + (1)^2} \cong 0 \text{ dB}$$

$$|M| = 20 \text{ Log } \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\alpha} \right)^2}$$

MAGNITUD (dB)



FASE

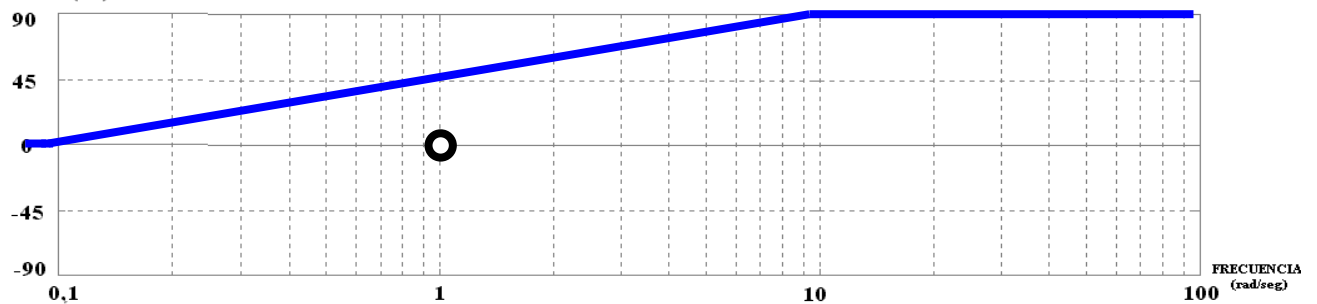
$$\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{\text{Im}}{\text{Re}} = \text{tg}^{-1} \frac{\frac{\omega}{\alpha}}{1}$$

$$\frac{\omega}{\alpha} = 10 \Rightarrow \varphi = \text{tg}^{-1} \frac{\omega}{\alpha} = \text{tg}^{-1} 10 \cong 90^\circ$$

$$\frac{\omega}{\alpha} = 1 \Rightarrow \varphi = \text{tg}^{-1} \frac{\omega}{\alpha} = \text{tg}^{-1} 1 = 45^\circ$$

$$\frac{\omega}{\alpha} = 0.1 \Rightarrow \varphi = \text{tg}^{-1} \frac{\omega}{\alpha} = \text{tg}^{-1} 0.1 \cong 0^\circ$$

FASE (°)

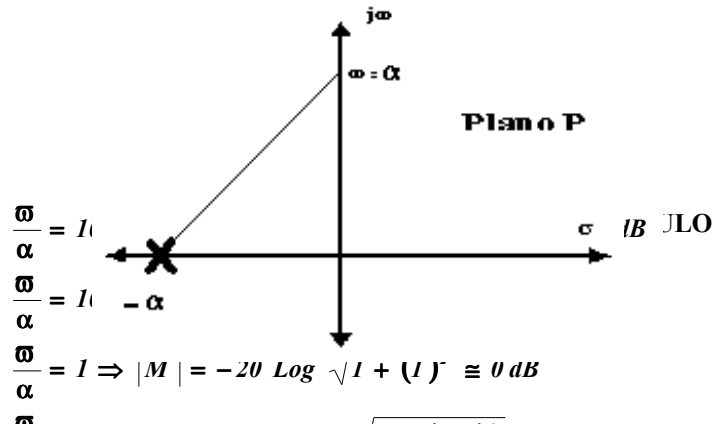


POLO SIMPLE FUERA DEL ORIGEN

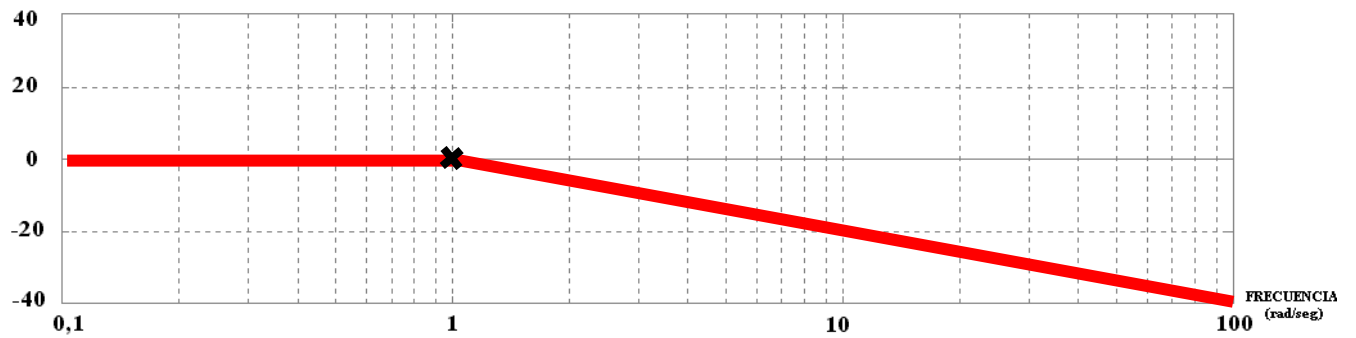
$$F(p) = \frac{1}{(p + \alpha)} = \alpha^{-1} \left(\frac{p}{\alpha} + 1 \right)^{-1}$$

$$F(j\omega) = \left(\frac{j\omega}{\alpha} + 1 \right)^{-1}$$

$$|M| = -20 \text{Log} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\alpha} \right)^2}$$



MAGNITUD (dB)



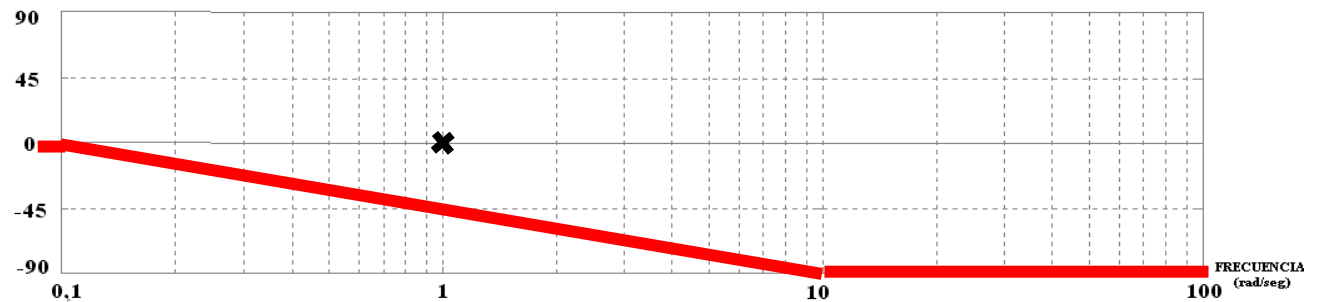
$$\frac{\omega}{\alpha} = 10 \Rightarrow \varphi = -\text{tg}^{-1} \frac{\omega}{\alpha} = \text{tg}^{-1} 10 \cong -90^\circ \quad \text{SE}$$

$$\frac{\omega}{\alpha} = 1 \Rightarrow \varphi = -\text{tg}^{-1} \frac{\omega}{\alpha} = \text{tg}^{-1} 1 = -45^\circ$$

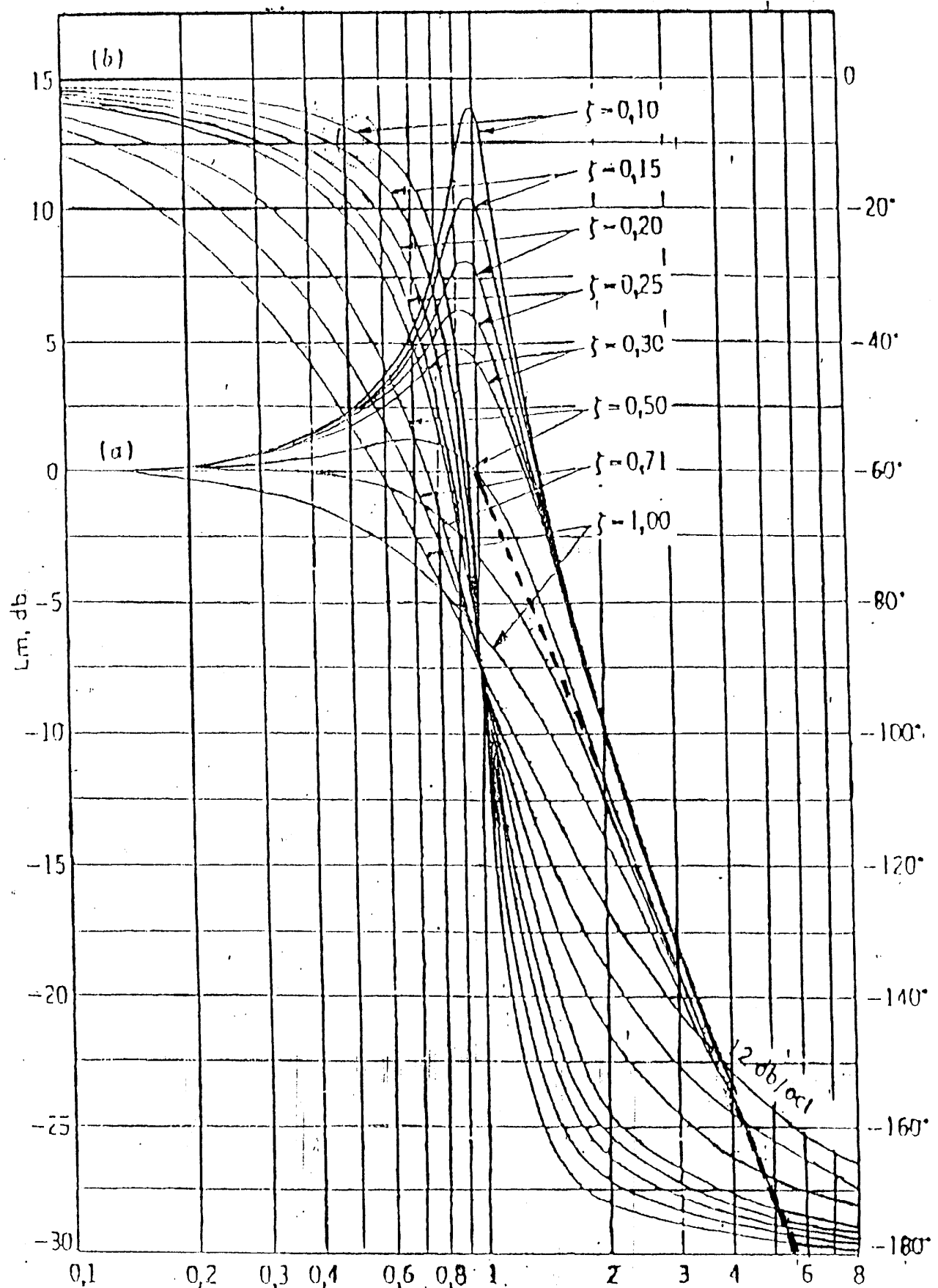
$$\frac{\omega}{\alpha} = 0.1 \Rightarrow \varphi = -\text{tg}^{-1} \frac{\omega}{\alpha} = \text{tg}^{-1} 0.1 \cong 0^\circ$$

$$\varphi = -\text{tg}^{-1} \frac{\text{Im}}{\text{Re}} = -\text{tg}^{-1} \frac{\frac{\omega}{\alpha}}{1}$$

FASE (°)

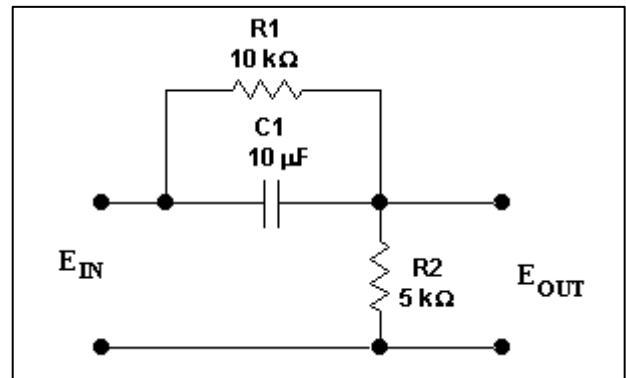


CURVAS DE CORRECCIÓN PARA GRAFICOS DE BODE DE FUNCIONES DE 2^{DO} GRADO



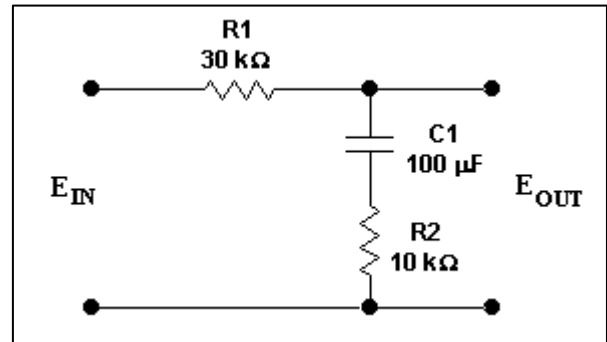
PROBLEMA 46: Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase.

$$R: F_{(P)} = \frac{(P + 10)}{(P + 30)}$$



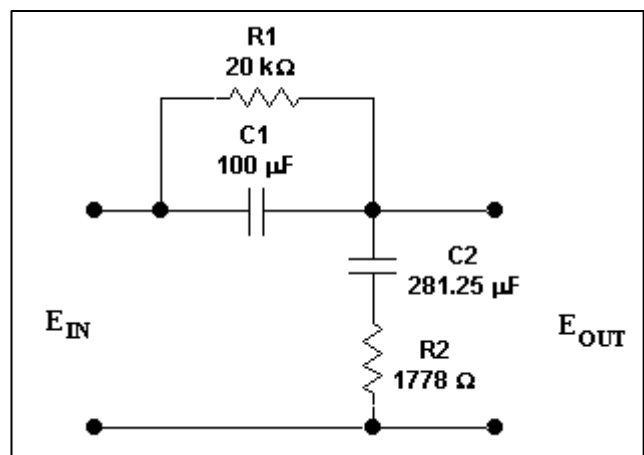
PROBLEMA 47: Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase.

$$R: F_{(P)} = \frac{0,25 (P + 1)}{(P + 0,25)}$$



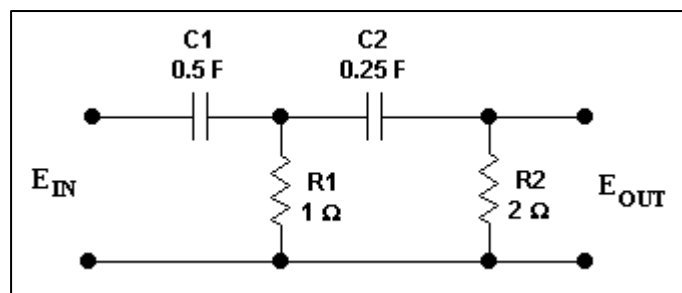
PROBLEMA 48: Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase.

$$R: F_{(P)} = \frac{(P + 0,5) (P + 2)}{(P + 0,125) (P + 8)}$$



PROBLEMA 49: Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase.

$$R: F_{(P)} = \frac{P^2}{(P + 4) (P + 1)}$$

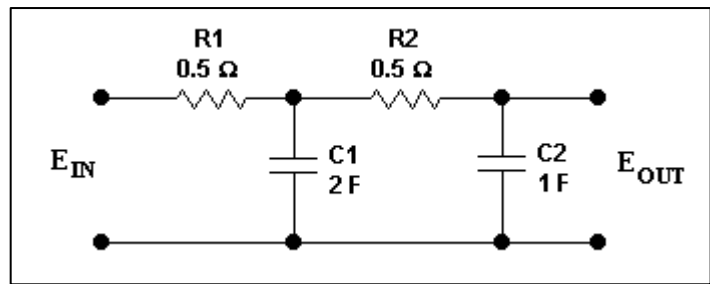


PROBLEMA 50: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de transferencia .

$$F_{(P)} = \frac{10 * (P + 1) * (P + 10)}{(P + 2) * (P + 5)}$$

PROBLEMA 51: Encontrar la función de transferencia del siguiente circuito y trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase.

$$R: F_{(P)} = \frac{1}{(P + 2,618)(P + 0,382)}$$



PROBLEMA 52: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de transferencia .

$$F_{(P)} = \frac{20 * P * (P + 5)}{(P + 1) * (P + 10)}$$

PROBLEMA 53: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de transferencia .

$$F_{(P)} = \frac{4 * (P + 2) * (P + 5)}{P^2 * (P + 10)}$$

PROBLEMA 54: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de

$$F_{(P)} = \frac{5 * (P + 1) * (P + 2) * (P + 10)}{P^3 * (P + 20)}$$

transferencia .

PROBLEMA 55: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de transferencia .

$$F_{(P)} = \frac{15 * (P + 2) * (P + 10)}{(P + 1) * (P + 20)}$$

PROBLEMA 56: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de transferencia .

$$F_{(P)} = \frac{100}{P * (P + 5) * (P + 10)}$$

PROBLEMA 57: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de transferencia .

$$F_{(P)} = \frac{20 * P * (P + 5)}{(P + 1) * (P + 10)}$$

PROBLEMA 58: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de transferencia .

$$F_{(P)} = \frac{4 * (P + 2) * (P + 5000)}{(P + 20) * (P + 1000)}$$

PROBLEMA 59: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de transferencia .

$$F_{(P)} = \frac{P^2 * (P + 100) * (P + 1000) * (P + 8000)^2}{(P + 10)^3 * (P + 2000)^3}$$

PROBLEMA 60: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de transferencia .

$$F_{(P)} = \frac{20 * (P + 1) * (P + 20)}{(P + 4) * (P^2 + 6P + 100)}$$

PROBLEMA 61: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de transferencia .

$$F_{(P)} = \frac{900 * P^2}{(P^2 + 2P + 1) * (P^2 + 20P + 10000)}$$

PROBLEMA 62: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de transferencia .

$$F_{(P)} = \frac{(P + 3)^3 * (P + 10) * (P + 2000) * (P + 50000)}{P^2 * (P + 100)^2 * (P^2 + 200P + 1000000)}$$

PROBLEMA 63: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de transferencia .

$$F_{(P)} = \frac{10 * P^2 * (P + 30)^2 * (P + 300)}{(P + 1)^2 * (P^2 + 20P + 1000) * (P + 2700)}$$

PROBLEMA 64: Trazar diagrama de Bode de magnitud y de fase, de la siguiente función de transferencia .

$$F_{(P)} = \frac{P^2 * (P + 200)^2 * (P + 1000)^2}{(P + 1) * (P^2 + 20P + 100) * (P^2 + 32P + 6400) * (P + 6700)}$$

TRAZADO DE DIAGRAMA POLAR Y APLICACIÓN DE CRITERIO DE NYQUIST

PROBLEMA 65: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia y determine la estabilidad del sistema, aplicando criterio de Nyquist.

$$F(p) = \frac{1}{(p^3 + 2 \cdot p^2 + p + 3)}$$

PASO 1:

Determinar el punto de inicio de la curva que representa el diagrama polar. Para ello evaluamos $F(p)$ para p que tiende a cero o lo que es lo mismo $F(j\omega)$ para ω que tiende a cero.

$$F(p) \Big|_{p \rightarrow 0} = \frac{1}{3} = \left| \frac{1}{3} \right| \cdot \angle 0^\circ$$

Por lo tanto el comienzo de la curva estará sobre el eje real en el valor $1/3$. Ver Figura 1.

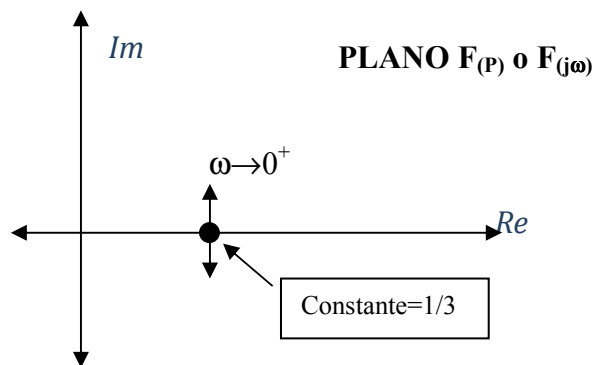


FIGURA 1. Comienzo del diagrama para $p \rightarrow 0$

PASO 2:

Determinar el punto final de la curva que representa el diagrama polar. Para ello evaluamos $F(p)$ para p que tiende a infinito o lo que es lo mismo $F(j\omega)$ para ω que tiende a infinito.

$$F(p) \Big|_{p \rightarrow \infty} = \frac{1}{p^3} \Big|_{p \rightarrow \infty} = \frac{1}{(\rho \cdot e^{j\theta})^3} \Big|_{p \rightarrow \infty} =$$

$$\frac{1}{(\rho^3 \cdot e^{j3\theta})} \Big|_{p \rightarrow \infty} = |0| \cdot e^{-j3 \cdot \theta} = |0| \cdot \angle -3 \cdot \theta =$$

$$= |0| \cdot \angle -270^\circ$$

Esto puede verse en el plano P donde representamos los tres polos de la función $F(p)$ para $P \rightarrow \infty$.

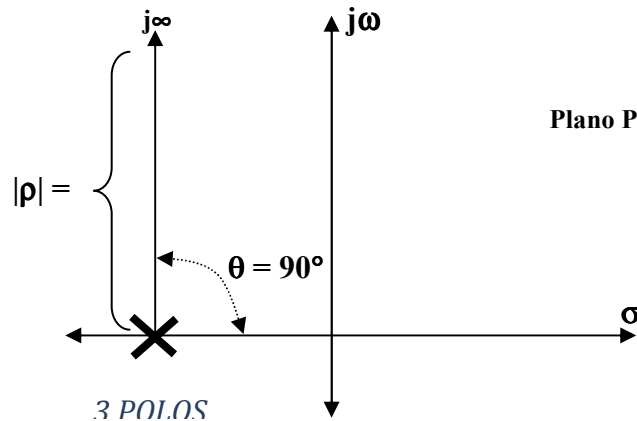


FIGURA 2. representación de los polos de $F(p)$ para $p \rightarrow \infty$.

Si realizamos el mismo análisis mediante $F(j\omega)$, tendremos:

$$F(j\omega) \Big|_{\omega \rightarrow \infty} = \frac{1}{(j\omega)^3} \Big|_{\omega \rightarrow \infty} = \frac{1}{(j)^3 \cdot \omega^3} \Big|_{\omega \rightarrow \infty} =$$

$$= \frac{1}{(-j) \cdot \omega^3} \Big|_{\omega \rightarrow \infty} = j0$$

$$\therefore F(j\omega) \Big|_{\omega \rightarrow \infty} = j0 = |0| \cdot |-270^\circ$$

Se llega a la misma conclusión anterior, por lo que el final de la curva estará en uno de los dos puntos mostrados en la Figura 3.

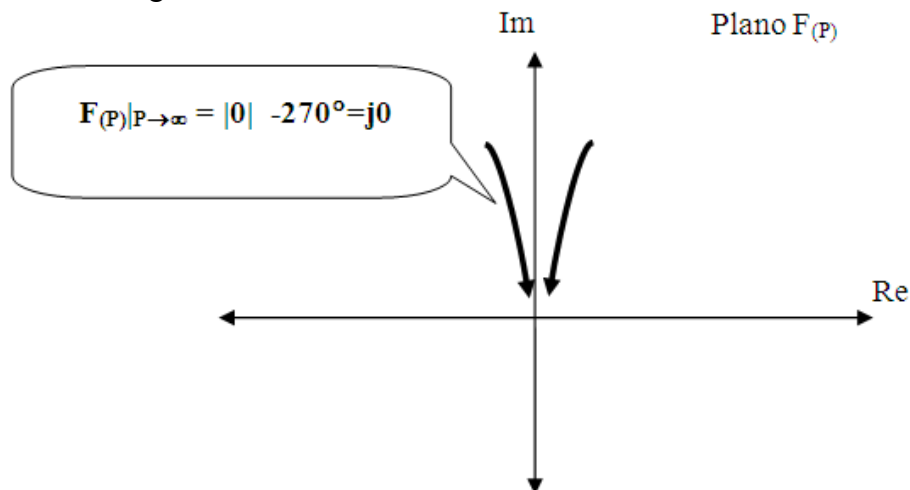


FIGURA 3. Representación en el plano $F(p)$ de los puntos de final de la curva para $P \rightarrow \infty$.

PASO 3: Realizar el cambio de P por $j\omega$ en la función de transferencia:

$$P \Rightarrow j\omega \quad F(p) \Rightarrow F(j\omega)$$

$$F(j\omega) = \frac{1}{3 - 2\omega^2 + j\omega - j\omega^3}$$

PASO 4: Operar la función de transferencia $F(j\omega)$ de forma tal de separar en parte real y parte imaginaria:

$$F(j\omega) = \underbrace{\frac{3 - 2\omega^2}{(3 - 2\omega^2)^2 + (\omega - \omega^3)^2}}_{\text{Re}|_{\omega}} - j \underbrace{\frac{\omega - \omega^3}{(3 - 2\omega^2)^2 + (\omega - \omega^3)^2}}_{\text{Im}|_{\omega}}$$

PASO 5: Obtener el valor de ω que anula la parte real de $F(j\omega)$, para determinar en el paso siguiente si existen cortes sobre el eje imaginario.

$$\text{Re}|_{\omega} = 0$$

$$\text{Re}_{(\omega)} = \frac{3 - 2\omega^2}{(3 - 2\omega^2)^2 + (\omega - \omega^3)^2} = 0$$

Un valor de la frecuencia ω que hace cero la parte real es $\omega = \infty$, pues el grado del numerador es menor que el grado del denominador.

Si eliminamos el denominador de la última expresión tendremos:

$$3 - 2\omega^2 = 0 \therefore \omega = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} = \pm 1.2247$$

PASO 6: Reemplazar en la parte imaginaria el valor de ω que hace cero la parte real, mediante este procedimiento, se determinarán los cortes al eje imaginario.

El valor de $\omega = \infty$ no es necesario evaluarlo pues esa información, se obtuvo en el PASO 2.

Evalúamos solamente el valor positivo de la frecuencia ω obtenida en el paso anterior, ($\omega = +1.2247$) en la parte imaginaria de la función de transferencia, y obtendremos de este modo el valor de corte sobre el eje imaginario. El valor de corte al eje imaginario debido a la frecuencia negativa ($\omega = -1.2247$), aparecerá en forma automática cuando en el PASO 9 se trace el espejo de la curva para las frecuencias negativas.

$$\text{Im}|_{\omega \rightarrow \text{Re}=0} = \text{Número}$$

$$\text{Im}|_{\omega=+1.2247} = -j \frac{\omega - \omega^3}{(3 - 2\omega^2)^2 + (\omega - \omega^3)^2} \bigg|_{\omega=\sqrt{\frac{3}{2}}=+1.2247} = j1.63$$

Se determinó de este modo que el diagrama cortará al eje imaginario en el valor $j \ 1.63$, cuando la frecuencia ω tome el valor $+1.2247$.

PASO 7: Obtener el valor de ω que anula la parte imaginaria de $F(j\omega)$, para determinar en el paso siguiente si existen cortes sobre el eje real.

$$\text{Im}|_{\omega}=0$$

$$\text{Im}_{(\omega)} = \frac{\omega - \omega^3}{(3 - 2\omega^2)^2 + (\omega - \omega^3)^2} = 0$$

Un valor de la frecuencia ω que hace cero la parte imaginaria es $\omega = \infty$, pues el grado del numerador es menor que el grado del denominador.

Si eliminamos el denominador de la última expresión observamos que otro valor que hace cero la parte imaginaria es $\omega = 0$ ya que:

$$\omega - \omega^3 = 0 \Rightarrow \omega(1 - \omega^2) = 0 \therefore \omega = 0 \rightarrow \text{Raíz}$$

Finalmente:

$$1 - \omega^2 = 0 \therefore \omega = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

PASO 8: Reemplazar en la parte real, el valor de ω que hace cero la parte imaginaria, mediante este procedimiento, se determinarán los cortes al eje real.

El valor de $\omega = 0$ y de $\omega = \infty$ no es necesario evaluarlos pues esa información, se obtuvo en los PASOS 1 y 2 respectivamente.

Evalúamos solamente el valor positivo de la frecuencia ω obtenida en el paso anterior, ($\omega = +1$) en la parte real de la función de transferencia, y obtendremos de este modo el valor de corte sobre el eje real. El valor de corte al eje real debido a la frecuencia negativa ($\omega = -1$), aparecerá en forma automática cuando, en el PASO 9 se trace el espejo de la curva para las frecuencias negativas.

$$\text{Re}|_{\omega \rightarrow \text{Im}=0} = \text{Número}$$

$$\text{Re}|_{\omega=+1} = \frac{3 - 2\omega^2}{(3 - 2\omega^2)^2 + (\omega - \omega^3)^2} \Big|_{\omega=+1} = 1$$

Se determinó de este modo que el diagrama cortará al eje real en el valor **1**, cuando la frecuencia ω tome el valor $+1$.

PASO 9: Con los datos obtenidos en los PASOS 1 (Inicio del diagrama), 2 (Final del diagrama), 6 (corte al eje Imaginario) y 8 (corte al eje Real), trazar la curva que representa la función de transferencia para las variaciones de las frecuencias positivas (ω^+), para ello comenzamos trazando desde $\omega = 0$ hasta llegar a $\omega = \infty$. Ver Figura 4.

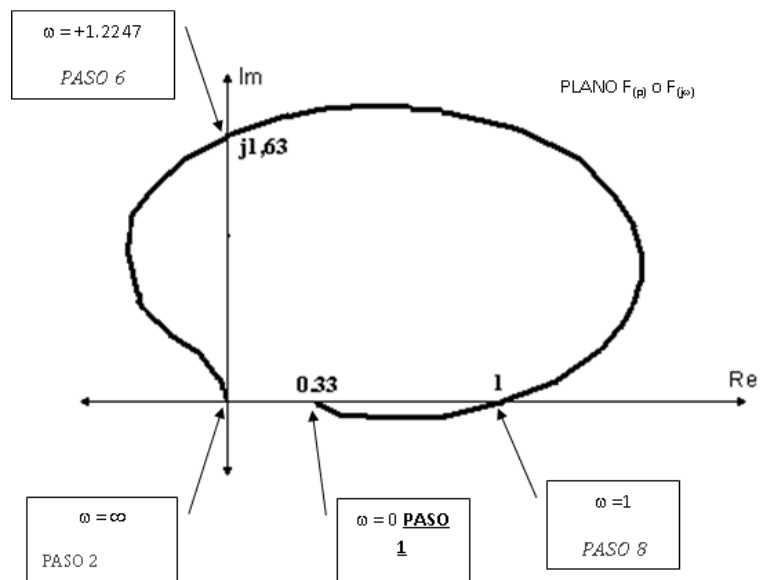


FIGURA 4. Trazado del diagrama con los datos obtenidos.

Recordando que el trazado del diagrama que corresponde a las frecuencias negativas es espejo sobre el eje real del que corresponde a las frecuencias positivas⁽¹⁾ hacemos el trazado del diagrama completo.

⁽¹⁾Recordar lo visto cuando se realizó el estudio del trazado de diagramas polares mediante el Método Gráfico

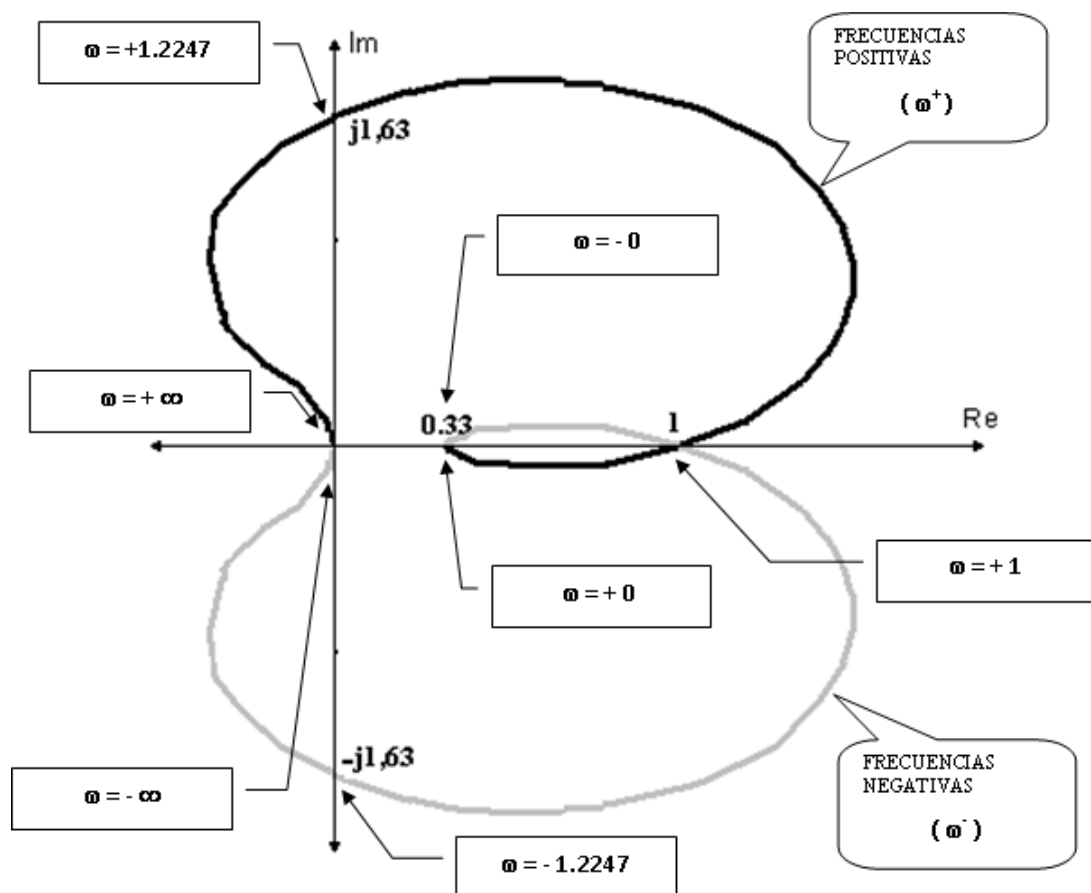


FIGURA 5. Trazado completo de diagrama polar.

PASO 10: Cerrar la curva para P o $\omega = 0$.

NOTA : no se aplica en este ejercicio pues la función de transferencia $F(p)$, no tiene polos en el origen.

PASO 11: Cerrar la curva para P o $\omega = \infty$.
Recordar que debemos analizar si el diagrama encierra o no al origen de los ejes del plano $F(p)$.
La Figura 6 muestra una especie de "ZOOM" del origen del diagrama.

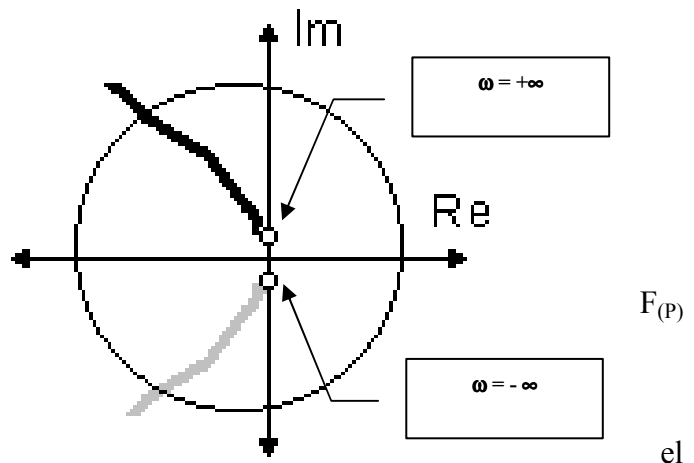


FIGURA 6. Zoom del origen del plano o $F(j\omega)$.

Repetimos parte del análisis realizado en **PASO 2**.

$$F(p) \Big|_{p \rightarrow \infty} = \frac{1}{p^3} \Big|_{p \rightarrow \infty} = \frac{1}{(\rho^3 \cdot e^{j3\theta})} \Big|_{\rho \rightarrow \infty} =$$

$$= |0| \cdot e^{-j3 \cdot \theta} = |0| \cdot \underline{-3 \cdot \theta}$$

Analizamos a continuación el plano P para observar lo que sucede cuando se estudia un vector que corresponde a un polo y se desea hacer la rotación del mismo desde $\omega = +\infty$ a $\omega = -\infty$.

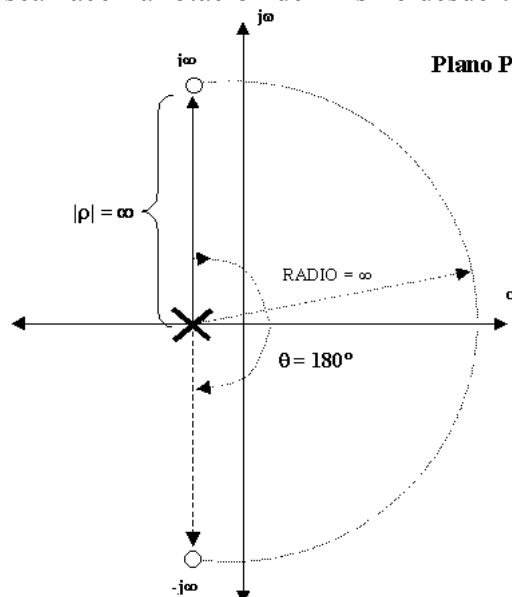


FIGURA 7. Rotación de vector desde $\omega = +\infty$ a $\omega = -\infty$.

En la figura anterior vemos que el vector p al pasar desde $\omega = +\infty$ a $\omega = -\infty$ en el plano P , describe una trayectoria cuyo ángulo es $\theta = 180^\circ$. El ángulo ϕ que describe el vector correspondiente en el plano $F(p)$ por transformación conforme, estará dado por la expresión:

$$\phi = (-) \text{ Número de Polos } \times \theta = (-) \text{ Número de Polos } \times 180^\circ$$

para nuestro caso:

$$\varphi = (-) 3 \times \theta = (-) 3 \times 180^\circ \therefore \varphi = -540^\circ$$

El signo (-) aparece porque estamos analizando polos, y como los mismos están en el denominador, al calcular la fase aparece el signo negativo.

Por otra parte el signo (-), nos indica que si en el plano P el vector \mathbf{p} describió una trayectoria que corta los ejes en un sentido, (En este caso particular sentido horario), el vector que describe el ángulo φ en el plano $F(P)$ o $F(j\omega)$, debe hacerlo cortando los ejes en el sentido opuesto (Antihorario). En la Figura 8 se muestra en forma aumentada el cierre del diagrama para $P \rightarrow \infty$.

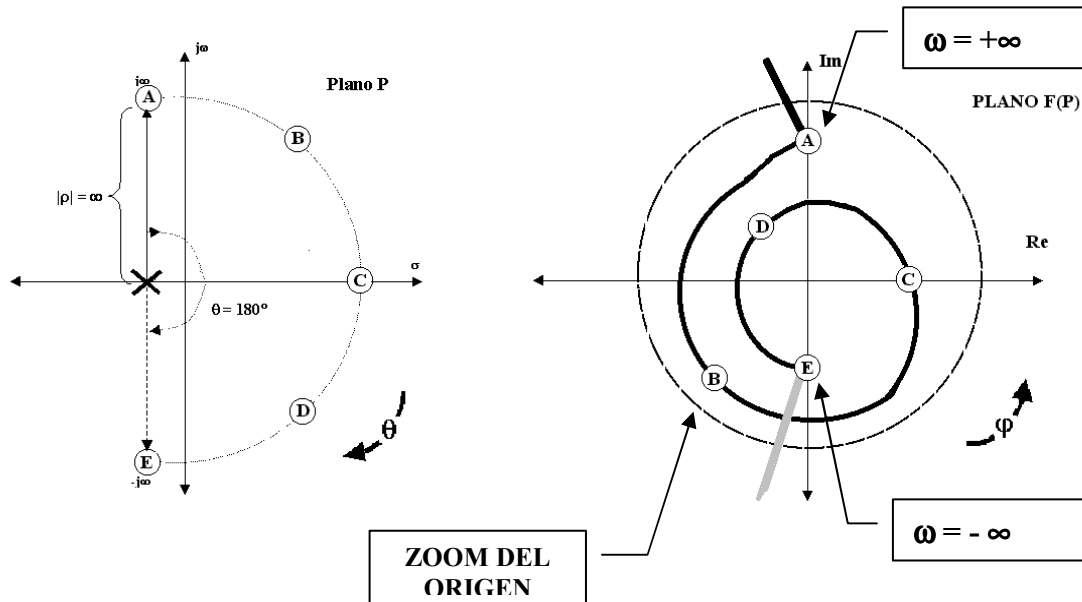


FIGURA 8. Cierre del diagrama para $P \rightarrow \infty$.

PASO 12: Aplicar el criterio de Nyquist al diagrama obtenido en la Figura 8.

Para la aplicación del criterio de Nyquist, en primer lugar recorreremos en un sentido determinado, el llamado recinto de Nyquist en el plano P. Ver Figura 9.

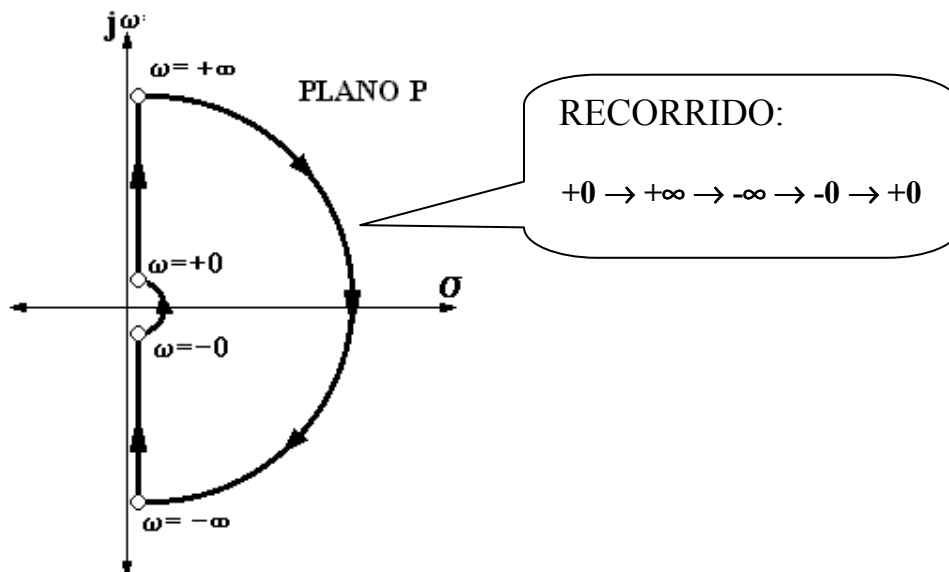


FIGURA 9. Recinto de Nyquist y sentido de recorrido del mismo.

A continuación trazamos el Recorrido ($+0 \rightarrow +\infty \rightarrow -\infty \rightarrow -0 \rightarrow +0$) mediante flechas en el plano $F(p)$ o $F(j\omega)$.

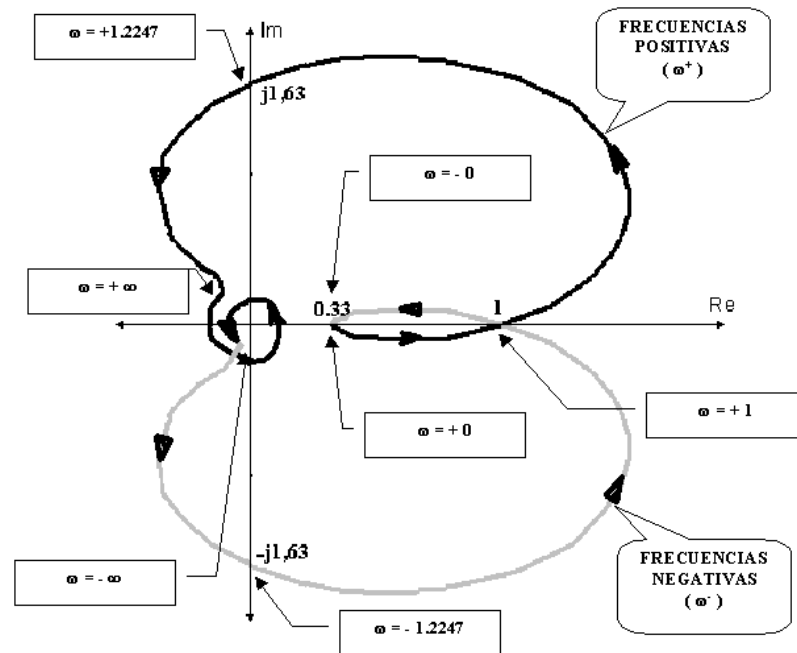


FIGURA 10. Trazado del Recorrido ($+0 \rightarrow +\infty \rightarrow -\infty \rightarrow -0 \rightarrow +0$) en el plano $F(p)$ o $F(j\omega)$.

Luego nos fijamos cuantas veces y en que sentido se rodea al origen. Como método práctico se recomienda trazar desde el origen de coordenadas una línea que corte al gráfico en cualquier lugar y contar el número de flechas que interceptan esta línea. La diferencia entre flechas a la izquierda y la derecha nos indica el número de rodeos al origen y el sentido del mismo. Ver Figura 11.

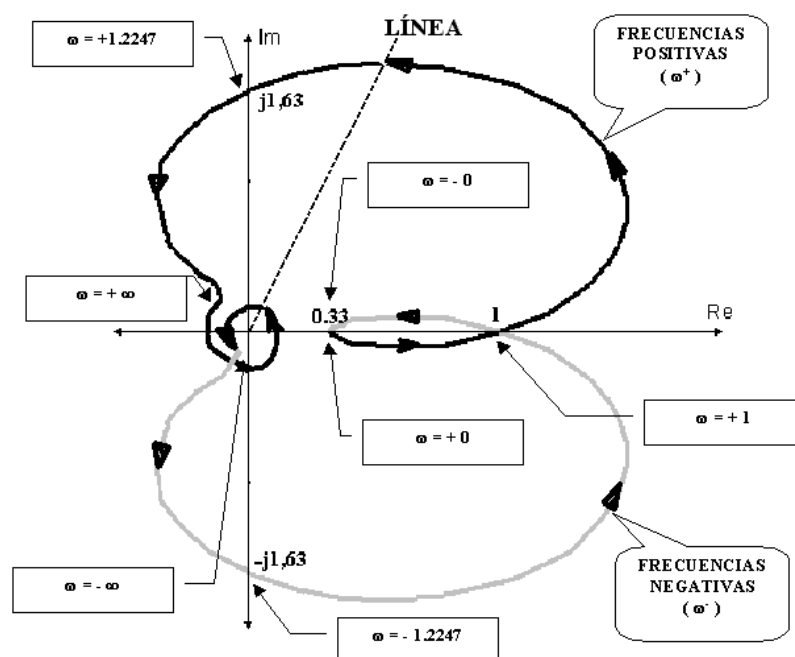


FIGURA 11. Determinación de cantidad y sentido de rodeos al origen.

Contamos el número de flechas que tocan a la línea, en este caso 2, lo cual nos indica dos rodeos al origen, para determinar el sentido, recordemos que en el plano P, se realizó el recorrido del recinto de Nyquist cortando a los ejes en sentido horario, de la Figura 11, se observa que el diagrama corta a los ejes en sentido antihorario por lo cual el número de rodeos será :

$$N = -2$$

Por lo tanto al aplicar el criterio de Nyquist tenemos :

$$N = Z - P = -2$$

donde:

N = **Número de rodeos al origen.**

Z = Cantidad de ZEROS de $F(p)$ a parte real positiva.

P = Cantidad de POLOS de $F(p)$ a parte real positiva.

Con el resultado obtenido:

$$N = -2$$

el sistema será **"INESTABLE"**.

Por otro lado analizando la función de transferencia mediante el programa CONTROL CAD, y realizando el diagrama de distribución de los ceros y polos de $F(p)$, se observan dos polos a parte real positiva, lo cual corrobora el análisis realizado mediante Nyquist.

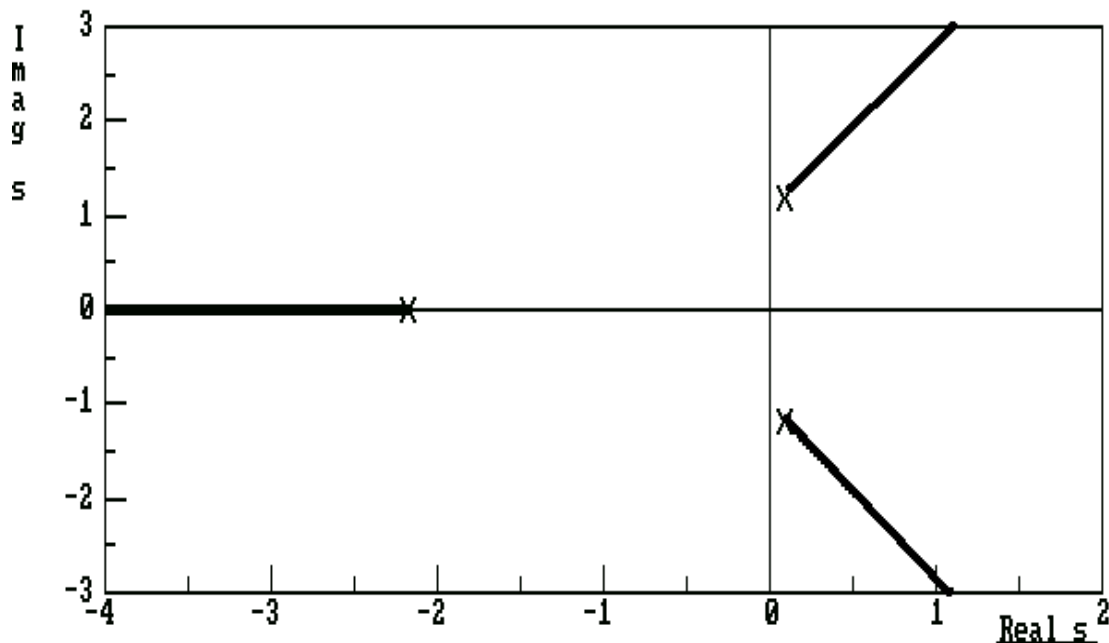


FIGURA 12. Distribución de ceros y polos de
$$F(p) = \frac{1}{(P^3 + 2 \cdot P^2 + P + 3)}$$

PROBLEMA 66: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist.

$$F_{(P)} = \frac{10}{P * (P + 1)}$$

PROBLEMA 67: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist.

$$F_{(P)} = \frac{10}{(P + 1)^2}$$

PROBLEMA 68: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist.

$$F_{(P)} = \frac{50}{P * (1 + 0,1P) * (1 + 0,2P)}$$

PROBLEMA 69: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist.

$$F_{(P)} = \frac{(P + 0,5)}{P^2 * (P + 10)}$$

PROBLEMA 70: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist.

$$F_{(P)} = \frac{10}{1 + P^2}$$

PROBLEMA 71: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist.

$$F_{(P)} = \frac{P + 2}{(P + 1) * (P^2 + 6,25)}$$

PROBLEMA 72: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist.

$$F_{(P)} = \frac{20 * (P + 4)}{P * (P^2 + 5P + 6)}$$

TRAZADO DE DIAGRAMA POLAR Y APLICACIÓN DE CRITERIO DE NYQUIST

EJERCICIO N° 73 DE LA GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS

Trazar diagrama polar de la siguiente función de transferencia de lazo cerrado y determinar la estabilidad del sistema, aplicando criterio de Nyquist.

$$G_{(P)} \cdot H_{(P)} = \frac{10 (P + 5)}{P (P^2 + 3 \cdot P + 5)}$$

PASO 1:

Determinar el punto de inicio de la curva que representa el diagrama polar. Para ello evaluamos $G_{(P)} \cdot H_{(P)}$ para P que tiende a cero o lo que es lo mismo $G_{(j\omega)} \cdot H_{(j\omega)}$ para ω que tiende a cero.

$$G_{(P)} \cdot H_{(P)} \Big|_{P \rightarrow 0} = \frac{50}{P} \Big|_{P \rightarrow 0} = \infty$$

Para conocer la fase, veamos el gráfico del plano de la variable P , en donde imaginamos que se hace un "zoom" del origen, tal como muestra la Figura 1.

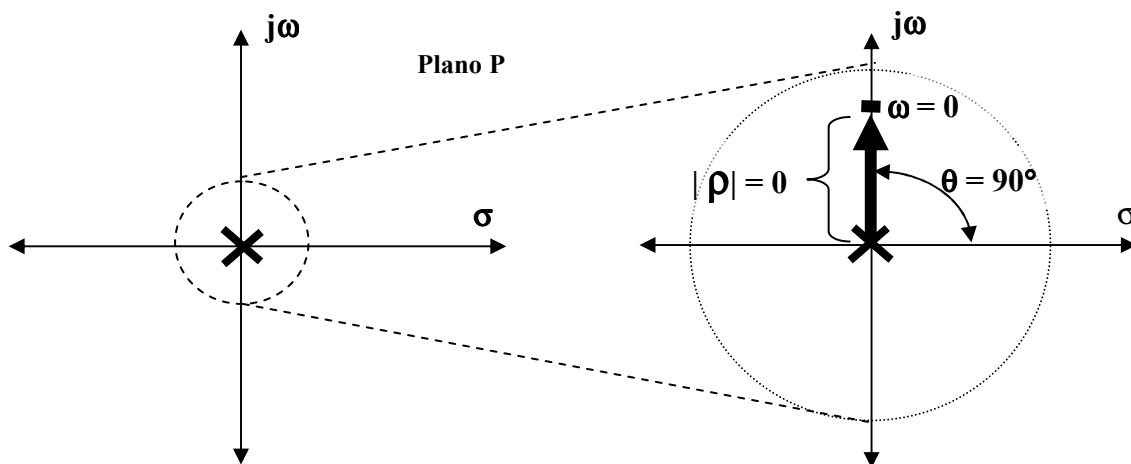


FIGURA 1. Zoom del origen, del plano de la variable "P".

Teniendo en cuenta la Figura 1, podemos representar el o los polos al origen, en forma polar del siguiente modo:

$$G_{(P)} \cdot H_{(P)} \Big|_{P \rightarrow 0} = \frac{K_{TE}}{(\rho \cdot e^{j\theta})^K} \Big|_{P \rightarrow 0} = |\infty| \cdot e^{-j\theta K} = |\infty| \cdot \underline{-90^\circ \cdot K}$$

En donde K representa la cantidad de polos en el origen de la función de transferencia $G_{(P)} \cdot H_{(P)}$.

Es decir que para $P \rightarrow 0$ si existen polos en el origen, el módulo valdrá siempre infinito y la fase será de -90° multiplicados por la cantidad de polos existentes. La Figura 2 da una idea de cómo será el inicio de la curva en el plano $G_{(P)} \cdot H_{(P)}$, de acuerdo a la cantidad de polos en el origen de la función de transferencia.

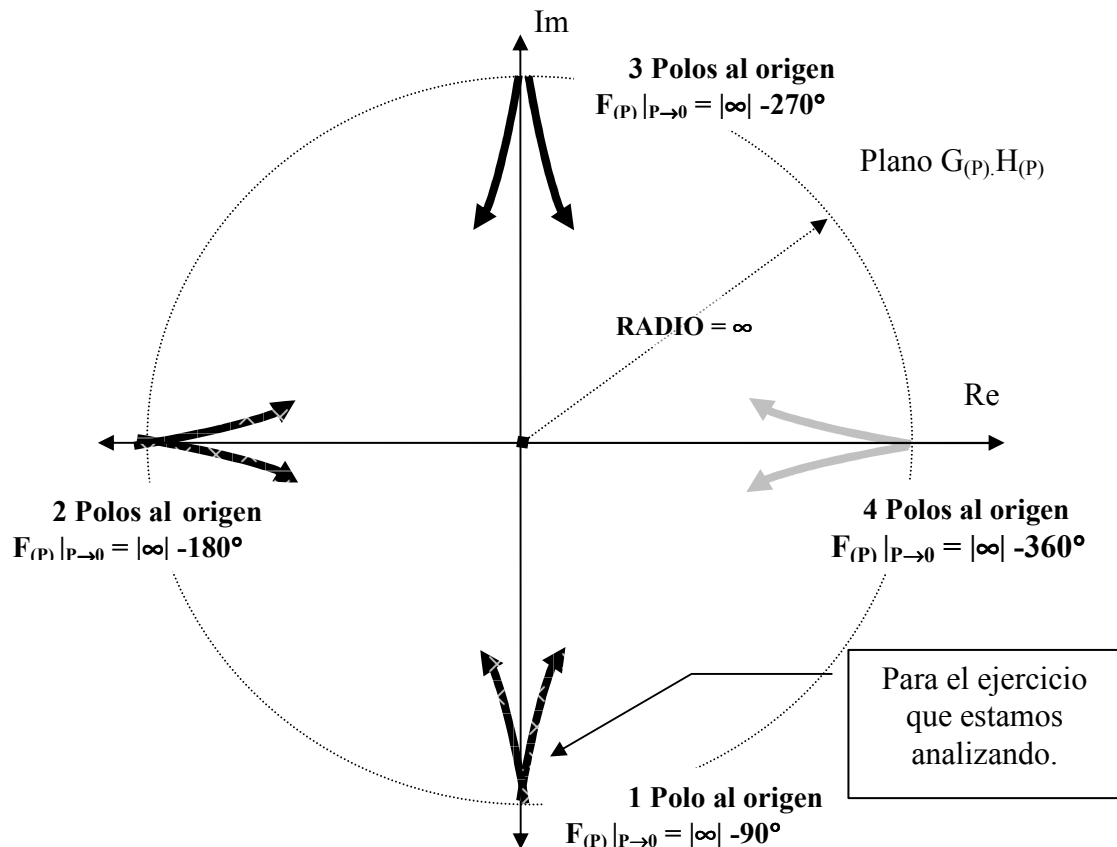


FIGURA 2. Comienzo de la curva de acuerdo a la cantidad de polos en el origen de $G(p).H(p)$.

Si realizamos el análisis mediante $G(j\omega).H(j\omega)$ en lugar de $G(p).H(p)$, tendremos:

$$G(j\omega)H(j\omega) \Big|_{\omega \rightarrow 0} = \frac{1}{j\omega} \Big|_{\omega \rightarrow 0} = -j \cdot \frac{1}{\omega} \Big|_{\omega \rightarrow 0} = -j\infty$$

$$G(j\omega)H(j\omega) \Big|_{\omega \rightarrow 0} = -j\infty \equiv |\infty| \cdot |-90^\circ$$

Con lo cual se obtiene el mismo resultado.

PASO 2:

Determinar el punto final de la curva que representa el diagrama polar. Para ello evaluamos $G(p).H(p)$ para P que tiende a infinito o lo que es lo mismo $F(j\omega)$ para ω que tiende a infinito.

$$G(p)H(p) \Big|_{p \rightarrow \infty} = \frac{10P}{p^3} \Big|_{p \rightarrow \infty} = \frac{10}{p^2} \Big|_{p \rightarrow \infty} = \frac{10}{(\rho \cdot e^{j\theta})^2} \Big|_{p \rightarrow \infty} =$$

$$\frac{1}{(\rho^2 \cdot e^{j2\theta})} \Big|_{p \rightarrow \infty} = |\theta| \cdot e^{-j2\theta} = |\theta| \cdot |-2\theta| = |\theta| \cdot |-180^\circ$$

Esto puede verse en el plano P donde representamos los dos polos de la función $G(p) \cdot H(p)$ para $p \rightarrow \infty$.

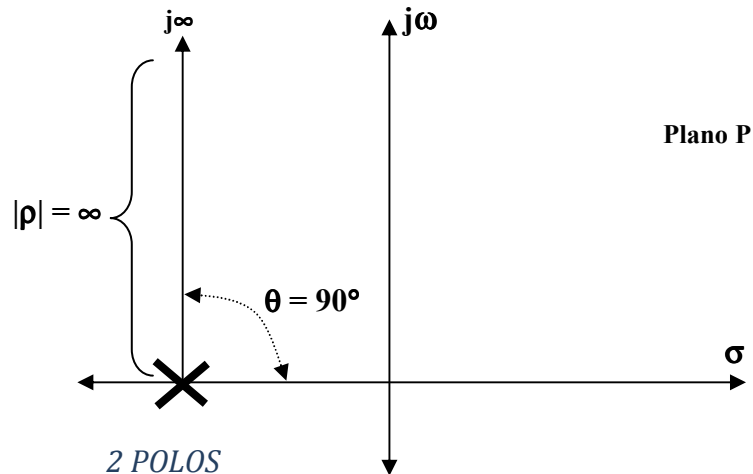


FIGURA 3. representación de los polos de $G(p) \cdot H(p)$ para $p \rightarrow \infty$.

Si realizamos el mismo análisis mediante $G(j\omega) \cdot H(j\omega)$, tendremos:

$$\begin{aligned}
 G(j\omega) \cdot H(j\omega) \Big|_{\omega \rightarrow \infty} &= \frac{1}{(j\omega)^2} \Big|_{\omega \rightarrow \infty} = \frac{1}{(j)^2 \cdot \omega^2} \Big|_{\omega \rightarrow \infty} = \\
 &= \frac{1}{(-1) \cdot \omega^2} \Big|_{\omega \rightarrow \infty} = -0 \\
 \therefore G(j\omega) \cdot H(j\omega) \Big|_{\omega \rightarrow \infty} &= -0 \equiv |0| \cdot |-180^\circ
 \end{aligned}$$

Se llega a la misma conclusión anterior, por lo que el final de la curva estará en uno de los dos puntos mostrados en la Figura 4.

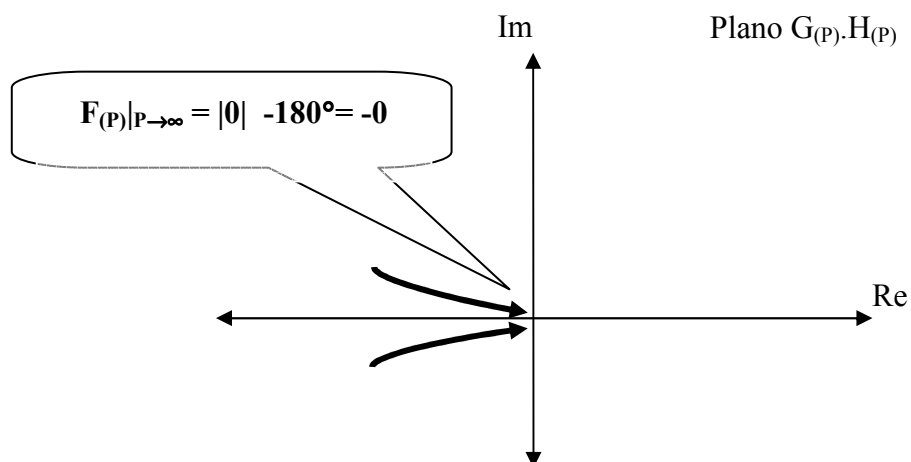


FIGURA 4. Representación en el plano $G(p) \cdot H(p)$ de los puntos de final de la curva para $p \rightarrow \infty$.

PASO 3: Realizar el cambio de p por $j\omega$ en la función de transferencia:

$$P \Rightarrow j\omega$$

$$G_{(P)} \cdot H_{(P)} \Rightarrow G_{(j\omega)} \cdot H_{(j\omega)}$$

$$G_{(j\omega)} \cdot H_{(j\omega)} = \frac{j 10 \omega + 50}{-j \omega^3 - 3 \omega^2 + j 5 \omega}$$

PASO 4: Operar la función de transferencia $G_{(j\omega)} \cdot H_{(j\omega)}$ de forma tal de separar en parte real y parte imaginaria:

$$G_{(j\omega)} \cdot H_{(j\omega)} = \text{Re}|_{\omega} + j \text{Im}|_{\omega}$$

$$G_{(j\omega)} H_{(j\omega)} = \underbrace{\frac{-100 \omega^2 - 10 \omega^4}{25 \omega^2 - \omega^4 + \omega^6}}_{\text{Re}|_{\omega}} + j \underbrace{\frac{20 \omega^3 - 250 \omega}{25 \omega^2 - \omega^4 + \omega^6}}_{\text{Im}|_{\omega}}$$

PASO 5: Obtener el valor de ω que anula la parte real de $G_{(j\omega)} \cdot H_{(j\omega)}$, para determinar en el paso siguiente si existen cortes sobre el eje imaginario.

$$\text{Re}|_{\omega} = 0$$

$$\text{Re}_{(\omega)} = \frac{-100 \omega^2 - 10 \omega^4}{25 \omega^2 - \omega^4 + \omega^6} = 0$$

Un valor de la frecuencia ω que hace cero la parte real es $\omega = \infty$, pues el grado del numerador es menor que el grado del denominador.

Si eliminamos el denominador de la última expresión tendremos:

$$-100\omega^2 - 10\omega^4 = 0 \Rightarrow \omega^2(-100 - 10\omega^2) = 0 \therefore \omega = 0 \rightarrow \text{Raiz}$$

Finalmente:

$$-100 - 10\omega^2 = 0 \therefore \omega = \pm \sqrt{-\frac{100}{10}} = \pm \sqrt{-10} = \pm j3.33$$

PASO 6: Reemplazar en la parte imaginaria el valor de ω que hace cero la parte real, mediante este procedimiento, se determinarán los cortes al eje imaginario. El valor de $\omega = 0$ y de $\omega = \infty$ no es necesario evaluarlos pues esa información, se obtuvo en los PASOS 1 y 2.

Como ω debe ser un número real y el valor que se obtuvo en el PASO 5 es un número imaginario

($\omega = \pm j 3.33$), no se evalúa ese valor y por lo tanto no existen cortes al eje imaginario salvo para

$\omega = 0$ y $\omega = \infty$.

PASO 7: Obtener el valor de ω que anula la parte imaginaria de $G(j\omega) \cdot H(j\omega)$, para determinar en el paso siguiente si existen cortes sobre el eje real.

$$\text{Im}|_{\omega}=0$$

$$\text{Im}_{(\omega)} = \frac{20 \omega^3 - 250 \omega}{25 \omega^2 - \omega^4 + \omega^6} = 0$$

Un valor de la frecuencia ω que hace cero la parte imaginaria es $\omega = \infty$, pues el grado del numerador es menor que el grado del denominador.

Si eliminamos el denominador de la última expresión observamos que otro valor que hace cero la parte imaginaria es $\omega = 0$ ya que:

$$20\omega^3 - 250\omega = 0 \Rightarrow \omega(20\omega^2 - 250) = 0 \therefore \omega = 0 \rightarrow \text{Raíz}$$

Finalmente:

$$20\omega^2 - 250 = 0 \therefore \omega = \pm \sqrt{\frac{250}{20}} = \pm \sqrt{\frac{25}{2}} = \pm 3.5355$$

PASO 8: Reemplazar en la parte real, el valor de ω que hace cero la parte imaginaria, mediante este procedimiento, se determinarán los cortes al eje real.

El valor de $\omega = 0$ y de $\omega = \infty$ no es necesario evaluarlos pues esa información, se obtuvo en los PASOS 1 y 2 respectivamente.

Evaluamos solamente el valor positivo de la frecuencia ω obtenida en el paso anterior, ($\omega = +3.5355$) en la parte real de la función de transferencia, y obtendremos de este modo el valor de corte sobre el eje real.

El valor de corte al eje real debido a la frecuencia negativa ($\omega = -3.5355$), aparecerá en forma automática cuando, en el PASO 9 se trace el espejo de la curva para las frecuencias negativas.

$$\text{Re}|_{\omega \rightarrow \text{Im}=0} = \text{Número}$$

$$\text{Re} \Big|_{\omega = +3.5355} = \frac{-100 \omega^2 - 10 \omega^4}{25 \omega^2 - \omega^4 + \omega^6} \Big|_{\omega = +3.5355} = -1.33$$

Se determinó de este modo que el diagrama cortará al eje real en el valor **-1.33**, cuando la frecuencia ω tome el valor +3.5355.

PASO 9: Con los datos obtenidos en los PASOS 1 (Inicio del diagrama), 2 (Final del diagrama), 6 (corte al eje Imaginario) y 8 (corte al eje Real), trazar la curva que representa la función de transferencia para las variaciones de las frecuencias positivas (ω^+), para ello comenzamos trazando desde $\omega = 0$ hasta llegar a $\omega = \infty$. Ver Figura 5.

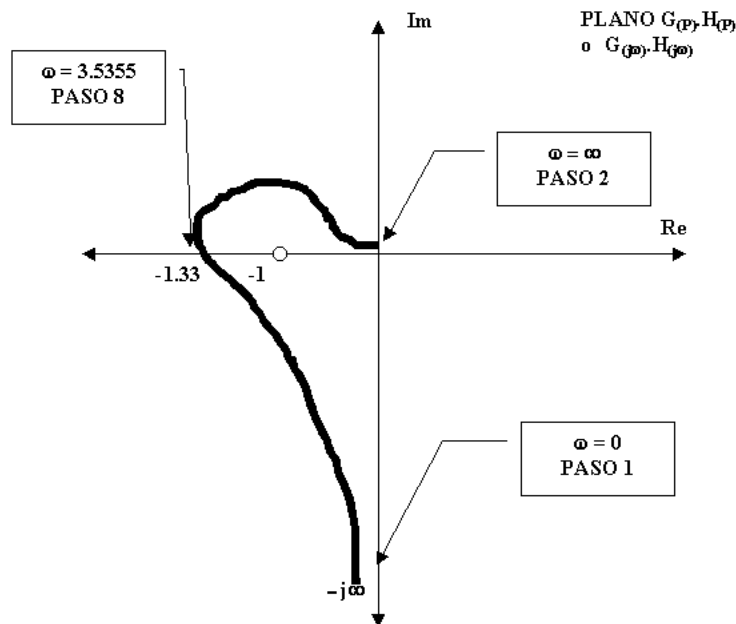


FIGURA 5. Trazado del diagrama con los datos obtenidos.

Recordando que el trazado del diagrama que corresponde a las frecuencias negativas es espejo sobre el eje real del que corresponde a las frecuencias positivas hacemos el trazado del diagrama completo.

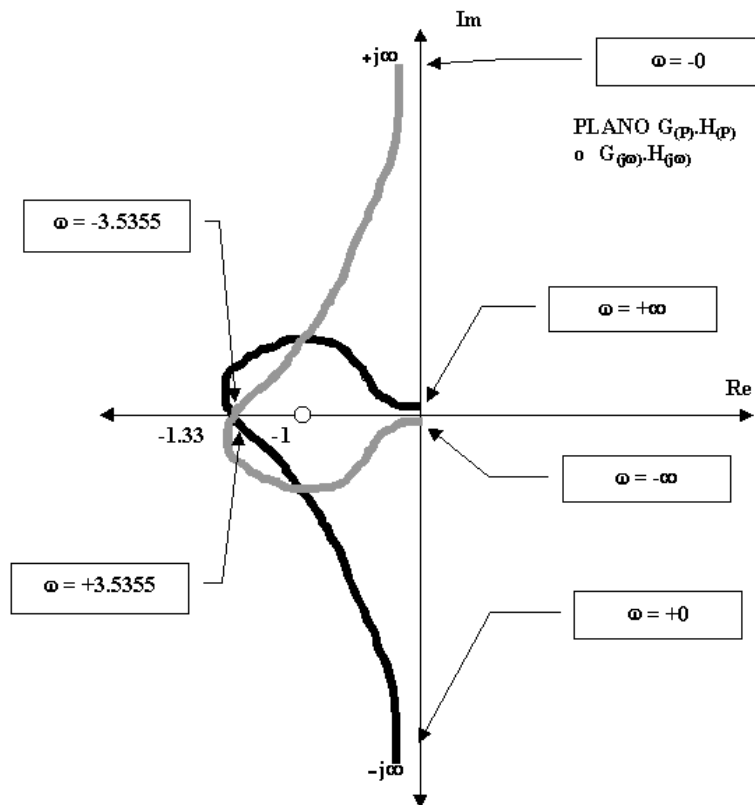


FIGURA 6. Trazado completo de diagrama polar.

PASO 10: Cerrar la curva para P o $\omega = 0$.

Debido a que la función de transferencia $G_{(p)}.H_{(p)}$ tiene polos en el origen, el diagrama polar nos queda abierto entre $\omega = +0$ y $\omega = -0$, tal como puede verse en la Figura 6.

Para realizar el estudio de cierre del diagrama para P o ω que tienden a cero, repetimos parte del análisis realizado en el PASO 1.

$$G_{(p)} H_{(p)} \Big|_{p \rightarrow 0} = \frac{1}{p} \Big|_{p \rightarrow \infty} = \frac{1}{\rho \cdot e^{j \cdot \theta}} \Big|_{\rho \rightarrow 0} =$$

$$= |\infty| \cdot e^{-j \cdot \theta} = |\infty| \cdot \underline{-\theta}$$

Analizamos a continuación el plano P para observar lo que sucede cuando se estudia un vector que corresponde a un polo en el origen y se desea hacer la rotación del mismo desde $\omega = +0$ a $\omega = -0$.

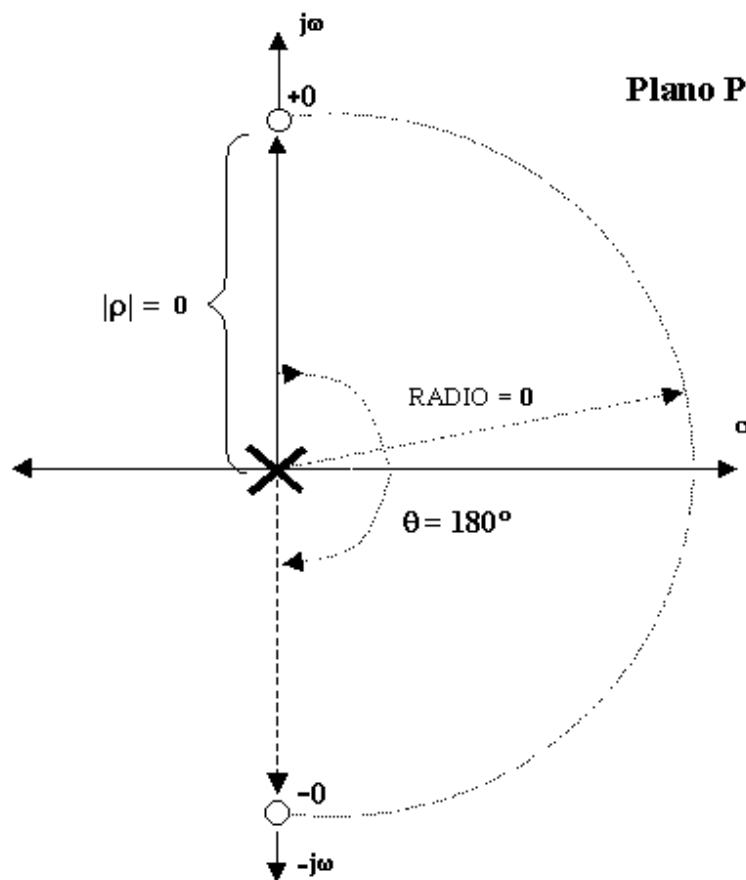


FIGURA 7. Rotación de vector desde $\omega = +0$ a $\omega = -0$.

En la figura anterior vemos que el vector ρ al pasar desde $\omega = +0$ a $\omega = -0$ en el plano P , describe una trayectoria cuyo ángulo es $\theta = 180^\circ$. El ángulo ϕ que describe el vector correspondiente en el plano $G_{(p)}.H_{(p)}$ por transformación conforme, estará dado por la expresión:

$$\phi = (-) \text{ Número de Polos } \times \theta = (-) \text{ Número de Polos } \times 180^\circ$$

para nuestro caso:

$$\phi = (-) \theta = (-) 180^\circ \therefore \phi = -180^\circ$$

El signo (-) aparece porque estamos analizando polos, y como los mismos están en el denominador, al calcular la fase aparece el signo negativo.

Por otra parte el signo (-), nos indica que si en el plano P el vector \mathbf{p} describió una trayectoria que corta los ejes en un sentido, (En este caso particular sentido horario), el vector que describe el ángulo ϕ en el plano $G_{(P)}.H_{(P)}$ o $G_{(j\omega)}.H_{(j\omega)}$, debe hacerlo cortando los ejes en el sentido opuesto (Antihorario). En la Figura 8 se muestra el cierre del diagrama para $P \rightarrow 0$.

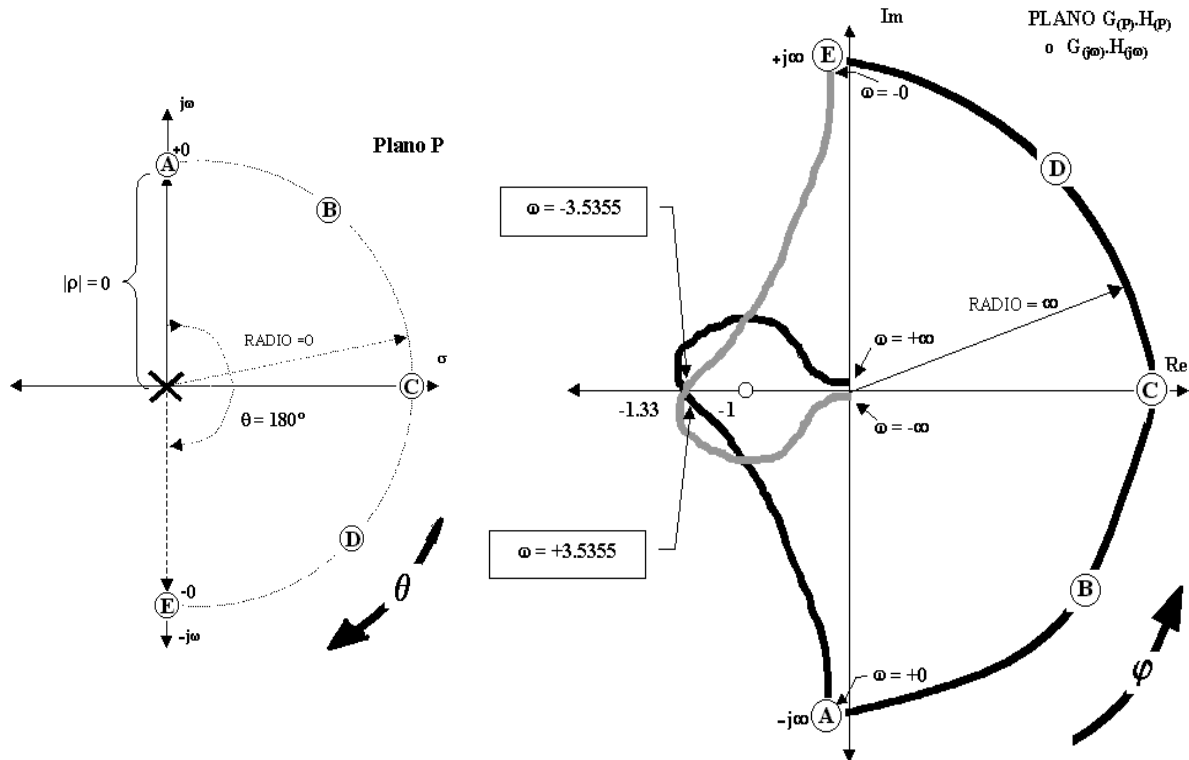


FIGURA 8. Cierre del diagrama para $P \rightarrow 0$

Las letras A,B,C,D y E encerradas en círculos nos muestran distintas posiciones al hacer girar el vector en el plano P y su correlación con el movimiento del vector correspondiente, en el plano $G_{(P)}.H_{(P)}$.

PASO 11: Cerrar la curva para P o $\omega = \infty$.

NOTA : no se aplica en este ejercicio pues la función de transferencia $G_{(P)}.H_{(P)}$, es de lazo cerrado y el análisis de los rodeos del diagrama se realiza sobre el punto $(-1 + j0)$ y no en el origen como cuando se realiza el estudio de una Función de transferencia del tipo total ($F_{(P)}$).

PASO 12: Aplicar el criterio de Nyquist al diagrama obtenido en la Figura 8.

Para la aplicación del criterio de Nyquist, en primer lugar recorreremos en un sentido determinado, el llamado recinto de Nyquist en el plano P. Ver Figura 9.

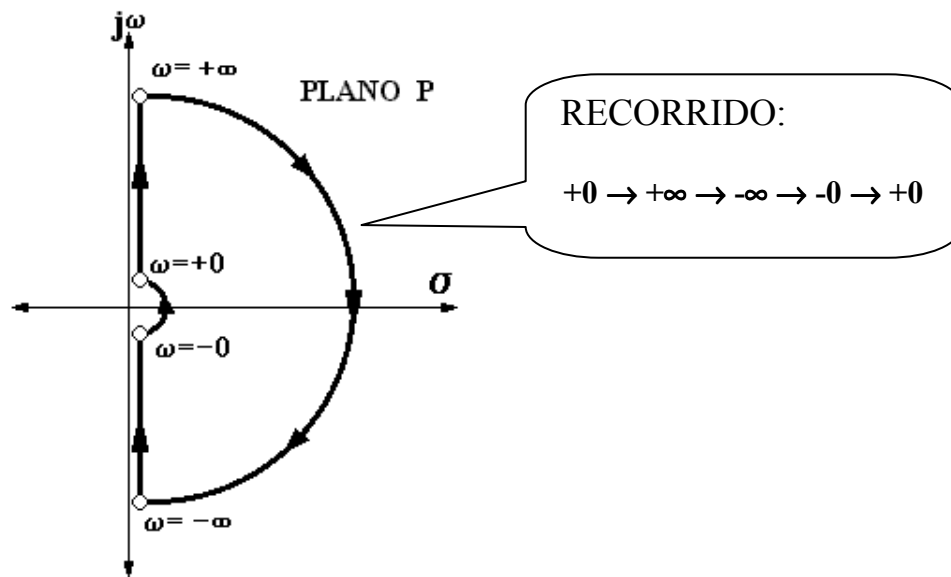


FIGURA 9. Recinto de Nyquist y sentido de recorrido del mismo.

A continuación trazamos el recorrido elegido ($+0 \rightarrow +\infty \rightarrow -\infty \rightarrow -0 \rightarrow +0$) mediante flechas en el plano $G(p).H(p)$ o $G(j\omega).H(j\omega)$.

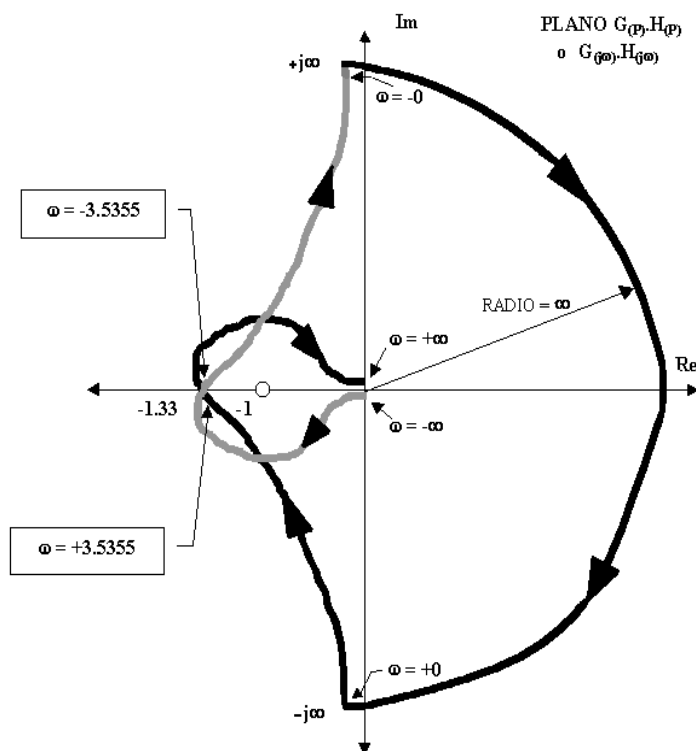


FIGURA 10. Trazado del Recorrido ($+0 \rightarrow +\infty \rightarrow -\infty \rightarrow -0 \rightarrow +0$) en el plano $G(p).H(p)$ o $G(j\omega).H(j\omega)$.

Luego nos fijamos cuantas veces y en que sentido se rodea al punto $(-1 + j0)$. Como método práctico se recomienda trazar desde $(-1 + j0)$, una línea que corte al gráfico en cualquier lugar y contar el número de flechas que interceptan esta línea. La diferencia entre flechas a la izquierda y la derecha nos indica el número de rodeos al origen y el sentido del mismo. Ver Figura 11.

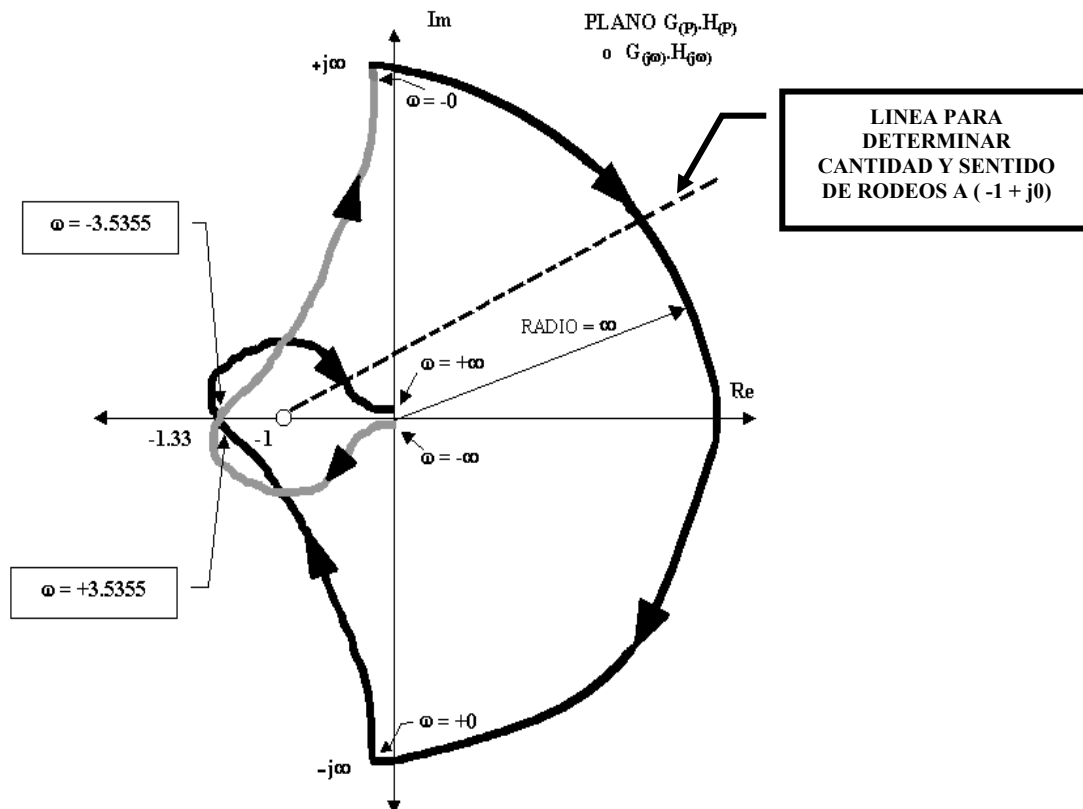


FIGURA 11. Determinación de cantidad y sentido de rodeos al origen.

Contamos el número de flechas que tocan a la línea, en este caso 2, lo cual nos indica dos rodeos al punto $(-1 + j0)$, para determinar el sentido, recordemos que en el plano P, se realizó el recorrido del recinto de Nyquist cortando a los ejes en sentido horario; de la Figura 11, se observa que el diagrama corta a los ejes en el mismo sentido por lo cual el número de rodeos será :

$$N = +2$$

Por lo tanto al aplicar el criterio de Nyquist tenemos : $N = Z - P = +2$
donde:

N = **Número de rodeos al origen.**

Z = Cantidad de ZEROS de $G_{(p)} \cdot H_{(p)}$ a parte real positiva.

P = Cantidad de POLOS de $G_{(p)} \cdot H_{(p)}$ a parte real positiva.

El resultado obtenido:

$$N = +2$$

nos indica que la función de transferencia $G_{(p)} H_{(p)}$ tiene dos ceros más que polos a parte real positiva, con lo cual, la función de transferencia total $F_{(p)}$ tendrá dos polos mas que ceros a parte real positiva y por lo tanto, el sistema será "INESTABLE" .

$$F_{(p)} = \frac{G_{(p)}}{1 + G_{(p)} \cdot H_{(p)}} = \frac{G_{(p)}}{1 + \frac{CEROS_{(G_{(p)} \cdot H_{(p)})}}{POLOS_{(G_{(p)} \cdot H_{(p)})}}} = \frac{CEROS_{(F_{(p)})}}{POLOS_{(F_{(p)})}}$$

PROBLEMA 74: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia de lazo cerrado y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist.

$$G_{(P)} * H_{(P)} = \frac{25}{P^3 + 3P^2 + 4P + 1}$$

PROBLEMA 75: Aplique criterio de Routh-Hourwitz a la función de transferencia del ejercicio anterior.

PROBLEMA 76: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia de lazo cerrado y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist.

$$G_{(P)} * H_{(P)} = \frac{5}{P(P^3 + 4P^2 + 10P + 1)}$$

PROBLEMA 77: Aplique criterio de Routh-Hourwitz a la función de transferencia del ejercicio anterior.

PROBLEMA 78: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia de lazo cerrado y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist.

$$G_{(P)} * H_{(P)} = \frac{15}{P^3 + 4P^2 + 2P + 1}$$

PROBLEMA 79: Aplique criterio de Routh-Hourwitz a la función de transferencia del ejercicio anterior.

PROBLEMA 80: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia de lazo cerrado y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist.

$$G_{(P)} * H_{(P)} = \frac{20}{P^3 + 3P^2 + 4P + 1}$$

PROBLEMA 81: Aplique criterio de Routh-Hourwitz a la función de transferencia del ejercicio anterior.

PROBLEMA 82: Determine si el siguiente polinomio tiene raíces a parte real positiva aplicando el criterio de Routh-Hourwitz.

$$5P^4 + 6P^3 + 4P^2 + 2P + 3 = 0$$

PROBLEMA 83: Determine si el siguiente polinomio tiene raíces a parte real positiva aplicando el criterio de Routh-Hourwitz.

$$25P^5 + 105P^4 + 120P^3 + 120P^2 + 20P + 1 = 0$$

PROBLEMA 84: Determine si el siguiente polinomio tiene raíces a parte real positiva aplicando el criterio de Routh-Hourwitz.

$$2 P^6 + 2 P^5 + 3 P^4 + 2 P^3 + 4 P^2 + 3 P + 2 = 0$$

PROBLEMA 85: Determine si el siguiente polinomio tiene raíces a parte real positiva aplicando el criterio de Routh-Hourwitz.

$$P^4 + 4 P^3 + 3 P^2 + P + 1 = 0$$

PROBLEMA 86: Determine si el siguiente polinomio tiene raíces a parte real positiva aplicando el criterio de Routh-Hourwitz.

$$P^3 + 2 P^2 + P + 2 = 0$$

PROBLEMA 87: Determine si el siguiente polinomio tiene raíces a parte real positiva aplicando el criterio de Routh-Hourwitz.

$$P^4 + 3 P^3 + 6 P^2 + 12 P + 8 = 0$$

PROBLEMA 88: Determine si el siguiente polinomio tiene raíces a parte real positiva aplicando el criterio de Routh-Hourwitz.

$$P^6 + 5 P^5 + 11 P^4 + 25 P^3 + 36 P^2 + 30 P + 36 = 0$$

PROBLEMA 89: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia de lazo cerrado y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist. Aplique criterio de Routh-Hourwitz

$$G_{(P)} * H_{(P)} = \frac{10P+10}{P^5 - P^4 - P^3}$$

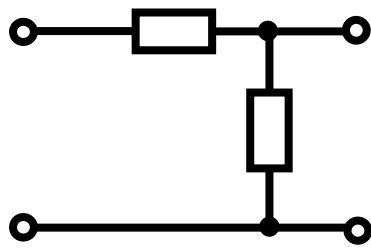
PROBLEMA 90: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia de lazo cerrado y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist. Aplique criterio de Routh-Hourwitz.

$$G_{(P)} * H_{(P)} = \frac{5(P+2)}{P(P+1)(P-5)}$$

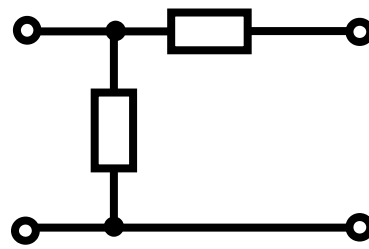
PROBLEMA 91: Trace diagrama polar de la siguiente función de transferencia de lazo cerrado y determine la estabilidad del sistema aplicando criterio de Nyquist. Aplique criterio de Routh-Hourwitz.

$$G_{(P)} * H_{(P)} = \frac{10P-10}{P^3 + 4P^2 + 8P}$$

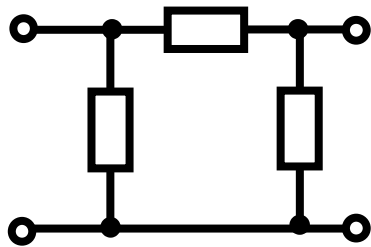
CONFIGURACIONES TÍPICAS DE CUADRIPOLOS



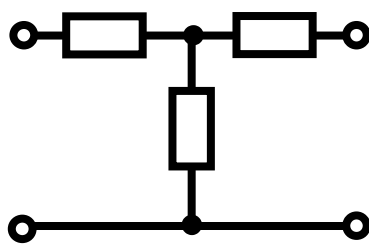
"L"



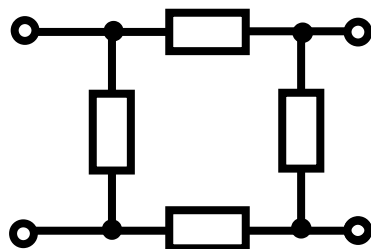
"L"



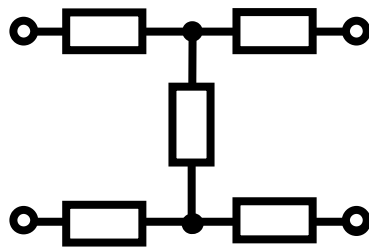
" π " o TRIANGULO



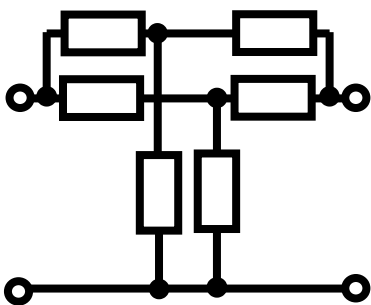
"T" o ESTRELLA



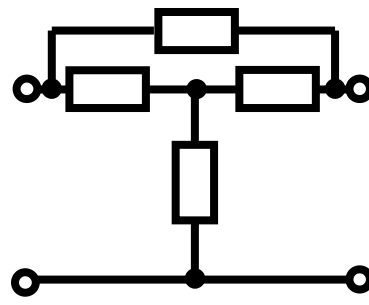
"O" o EN CUADRO



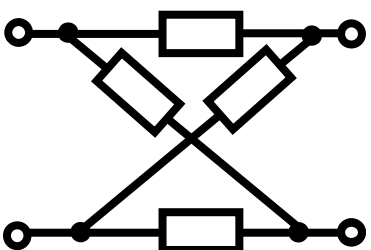
"H"



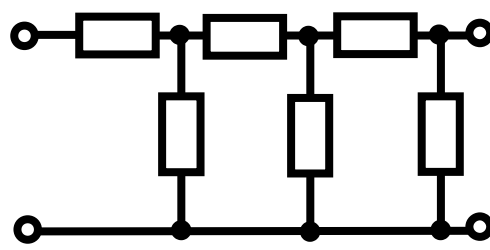
"T T" o DOBLE T



"T" PUENTEADA



PUENTE o CELOSÍA



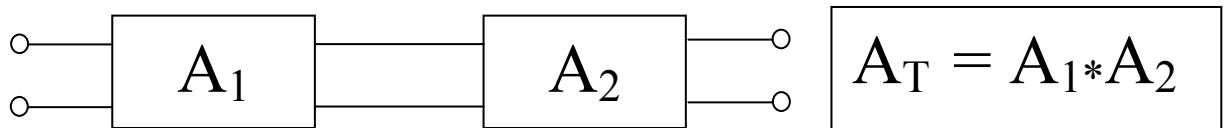
ESCALERA

RELACIONES ENTRE PARÁMETROS DE CUADRIPOLOS LINEALES EXPRESADOS EN FUNCIÓN DE PARÁMETROS

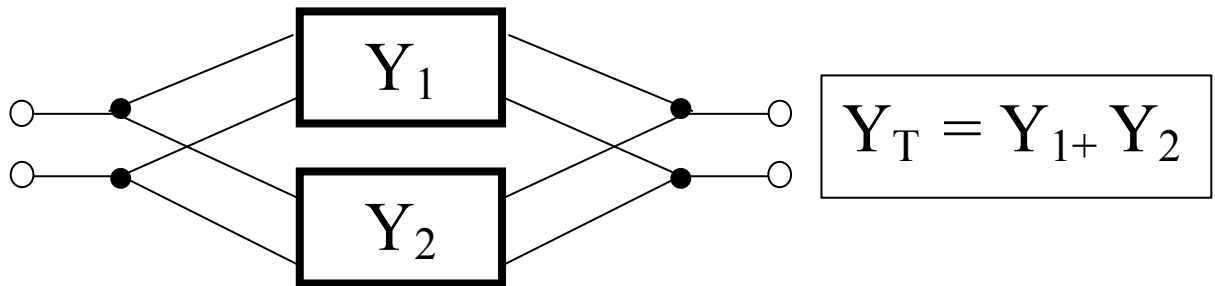
PARÁMETROS		Z	Y	ABCD	EFGH	h	g
Z	Z ₁₁		Y ₂₂ / ΔY	A / C	h/G	Δh/h ₂₂	1/g ₁₁
	Z ₁₂		-Y ₁₂ / ΔY	(AD-BC)/C	1/G	h ₁₂ /h ₂₂	-g ₁₂ /g ₁₁
	Z ₂₁		-Y ₂₁ / ΔY	1 / C	(EH-GF)/G	-h ₂₁ /h ₂₂	g ₂₁ /g ₁₁
	Z ₂₂		Y ₁₁ / ΔY	D / C	E/G	1/h ₂₂	Δg/g ₁₁
	ΔZ	Z ₁₁ Z ₂₂ -Z ₁₂ Z ₂₁	1 / ΔY	B / C	F/G	h ₁₁ /h ₂₂	g ₂₂ /g ₁₁
Y	Y ₁₁	Z ₂₂ / ΔZ		D/B	E/F	1/h ₁₁	Δg/g ₂₂
	Y ₁₂	-Z ₁₂ / ΔZ		-(AD-BC)/B	-1/F	-h ₁₂ /h ₁₁	g ₁₂ /g ₂₂
	Y ₂₁	-Z ₂₁ / ΔZ		-1/B	-(EH-GF)/F	h ₂₁ /h ₁₁	-g ₂₁ /g ₂₂
	Y ₂₂	Z ₁₁ / ΔZ		A/B	H/F	Δh/h ₁₁	1/g ₂₂
	ΔY	1 / ΔZ	Y ₁₁ Y ₂₂ -Y ₁₂ Y ₂₁	C/B	G/F	h ₂₂ /h ₁₁	g ₁₁ /g ₂₂
A B C D	A	Z ₁₁ / Z ₂₁	-Y ₂₂ /Y ₂₁		H/(H-GF)	-Δh/h ₂₁	1/g ₂₁
	B	ΔZ / Z ₂₁	-1/Y ₂₁		F/(EH-GF)	-h ₁₁ /h ₂₁	g ₂₂ /g ₂₁
	C	1 / Z ₂₁	-ΔY/Y ₂₁		G/(EH-GF)	-h ₂₂ /h ₂₁	g ₁₁ /g ₂₁
	D	Z ₂₂ / Z ₂₁	-Y ₁₁ /Y ₂₁		E/(EH-GF)	-1/h ₂₁	Δg/g ₂₁
	Δ _{ABCD}	Z ₁₂ / Z ₂₁	Y ₁₂ /Y ₂₁	(AD-BC)=1	1/(EH-GF)	-h ₁₂ /h ₂₁	-g ₁₂ /g ₂₁
E F G H	E	Z ₂₂ / Z ₁₂	-Y ₁₁ /Y ₁₂	D/(AD-BC)		1/h ₁₂	-Δg/g ₁₂
	F	ΔZ / Z ₁₂	-1/Y ₁₂	B/(AD-BC)		h ₁₁ /h ₁₂	-g ₂₂ /g ₁₂
	G	1 / Z ₁₂	-ΔY/Y ₁₂	C/(AD-BC)		h ₂₂ /h ₁₂	-g ₁₁ /g ₁₂
	H	Z ₁₁ / Z ₁₂	-Y ₂₂ /Y ₁₂	A/(AD-BC)		Δh/h ₁₂	-1/g ₁₂
	Δ _{EFGH}	Z ₁₂ / Z ₁₂	Y ₂₁ /Y ₁₂	1/(AD-BC)	(EH-FG)=1	-h ₂₁ /h ₁₂	-g ₂₁ /g ₁₂
H	h ₁₁	ΔZ / Z ₂₂	1/Y ₁₁	B/D	F/E		g ₂₂ /Δg
	h ₁₂	Z ₁₂ / Z ₂₂	-Y ₁₂ /Y ₁₁	(AD-BC)/D	1/E		-g ₁₂ /Δg
	h ₂₁	-Z ₂₁ / Z ₂₂	Y ₂₁ /Y ₁₁	-1/D	-(EH-GF)/E		-g ₂₁ /Δg
	h ₂₂	1 / Z ₂₂	ΔY/Y ₁₁	C/D	G/E		g ₁₁ /Δg
	Δh	Z ₁₁ / Z ₂₂	Y ₂₂ /Y ₁₁	A/D	H/E	h ₁₁ h ₂₂ -h ₁₂ h ₂₁	1/Δg
G	g ₁₁	1 / Z ₁₁	ΔY/Y ₂₂	C/A	G/H	h ₂₂ /Δh	
	g ₁₂	-Z ₁₂ / Z ₁₁	Y ₁₂ /Y ₂₂	-(AD-BC)/A	-1/H	-h ₁₂ /Δh	
	g ₂₁	Z ₂₁ / Z ₁₁	-Y ₂₁ /Y ₂₂	1/A	(EH-FG)/H	-h ₂₁ /Δh	
	g ₂₂	ΔZ / Z ₁₁	1/Y ₂₂	B/A	F/H	h ₁₁ /Δh	
	Δg	Z ₂₂ / Z ₁₁	Y ₁₁ /Y ₂₂	D/A	E/H	1/Δh	g ₁₁ g ₂₂ -g ₁₂ g ₂₁

CONEXIONES DE CUADRIPOLOS

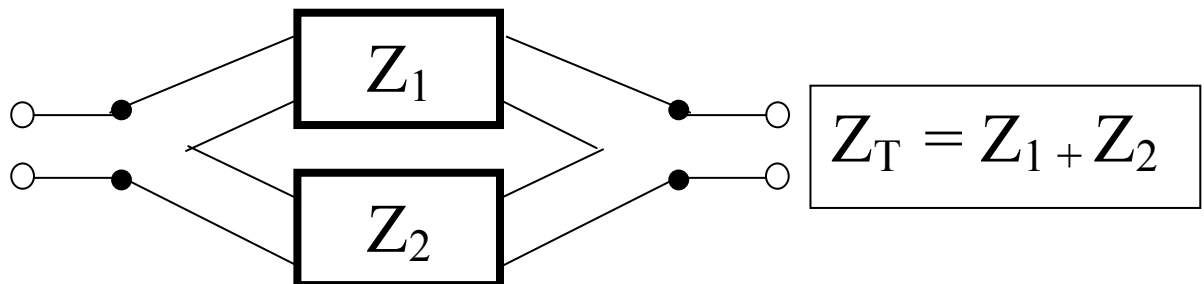
CONEXIÓN EN CASCADA



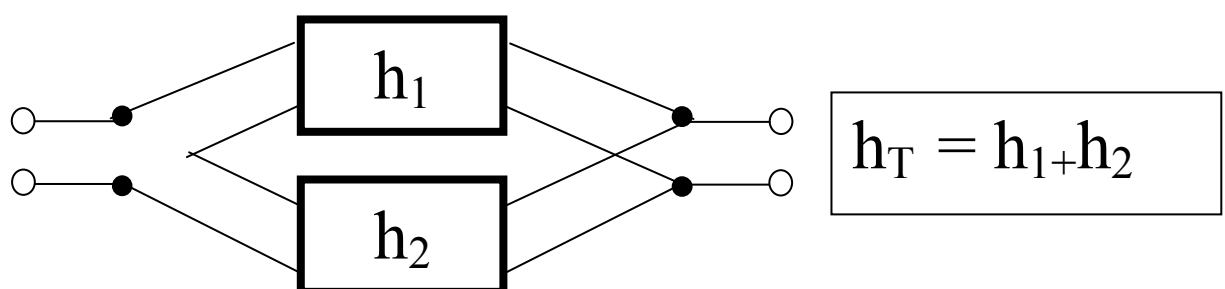
CONEXIÓN EN PARALELO



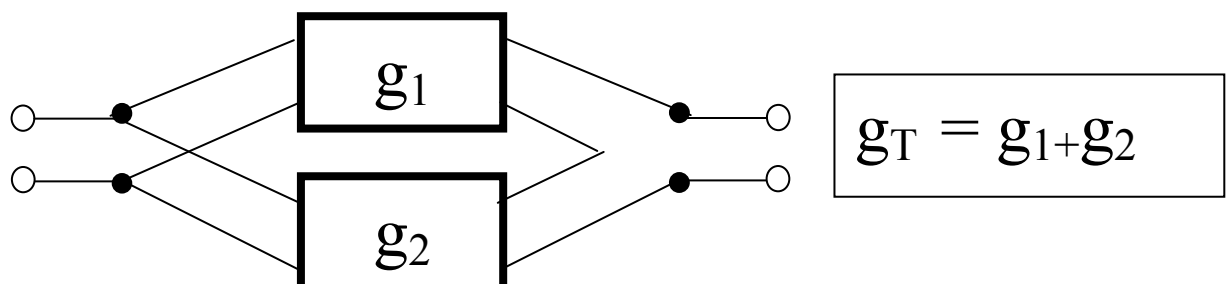
CONEXIÓN EN SERIE



CONEXIÓN SERIE-PARALELO

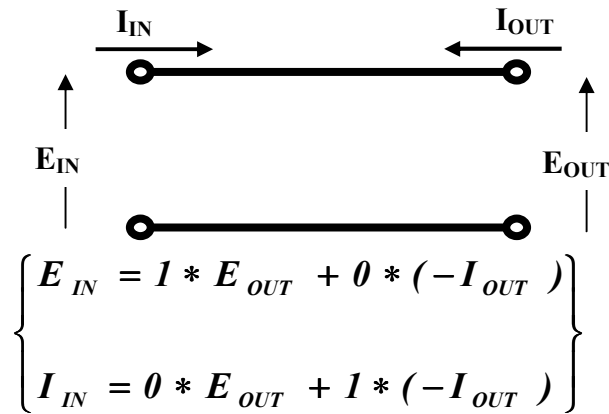


CONEXIÓN PARALELO-SERIE



PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN EN CUADRIPOLOS SIMPLES

CASO 1:

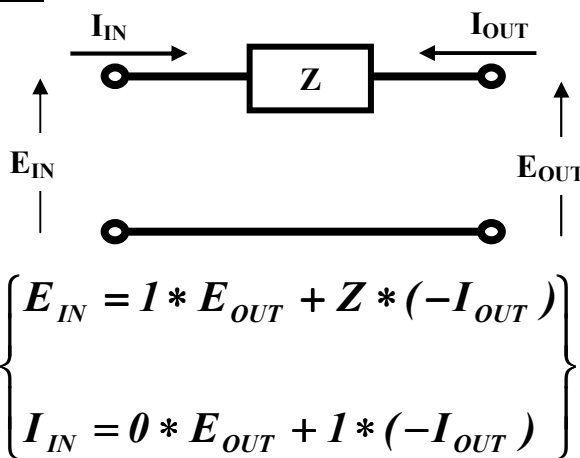


$$E_{IN} = E_{OUT}$$

$$I_{IN} = -I_{OUT}$$

$$ABCD = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

CASO 2:

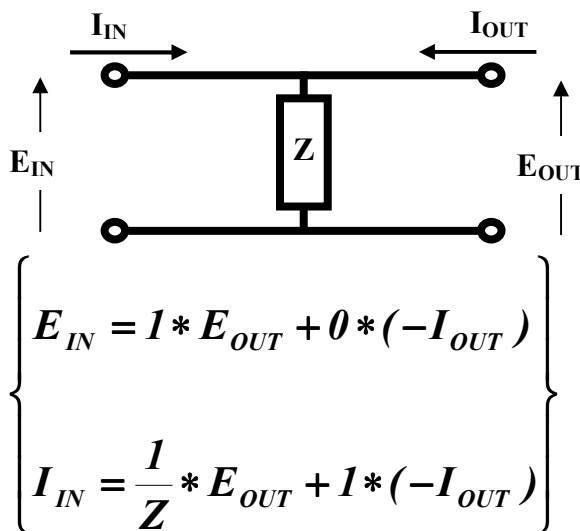


$$E_{IN} = Z * I_{IN} + E_{OUT}$$

$$I_{IN} = -I_{OUT}$$

$$ABCD = \begin{vmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

CASO 3:

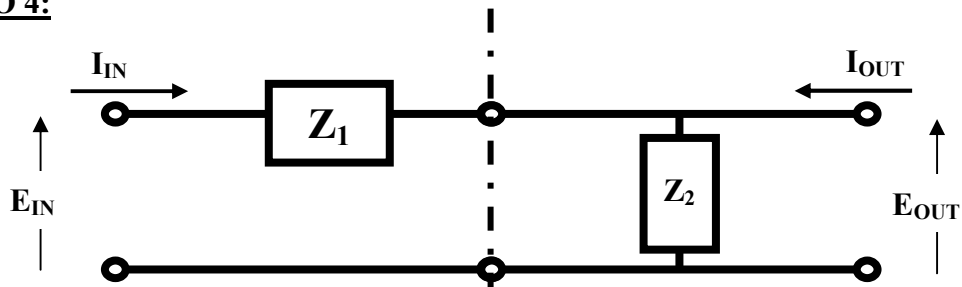


$$E_{IN} = E_{OUT}$$

$$I_{IN} = \frac{E_{OUT}}{Z} - I_{OUT}$$

$$ABCD = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z & 1 \end{vmatrix}$$

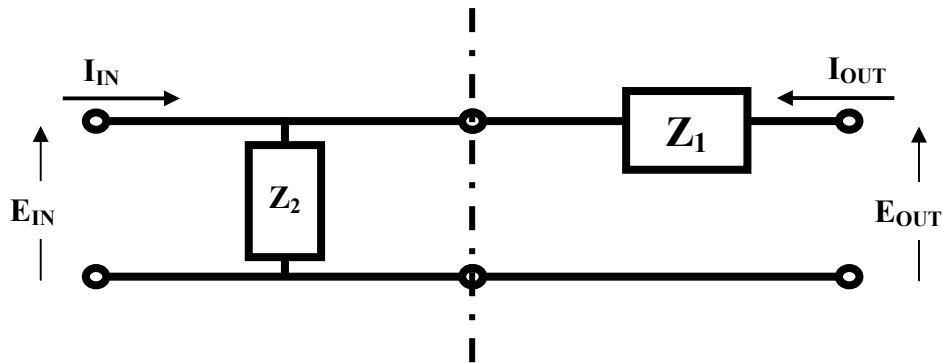
CASO 4:



$$ABCD = \begin{vmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$ABCD = \begin{vmatrix} 1 + Z_1/Z_2 & Z_1 \\ 1/Z_2 & 1 \end{vmatrix}$$

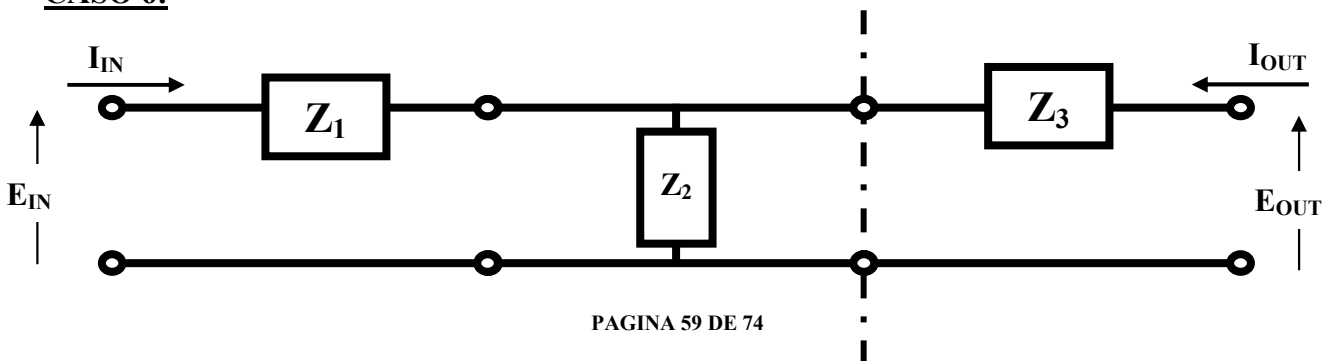
CASO 5:



$$ABCD = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_2 & 1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$ABCD = \begin{vmatrix} 1 & Z_1 \\ 1/Z_2 & 1 + Z_1/Z_2 \end{vmatrix}$$

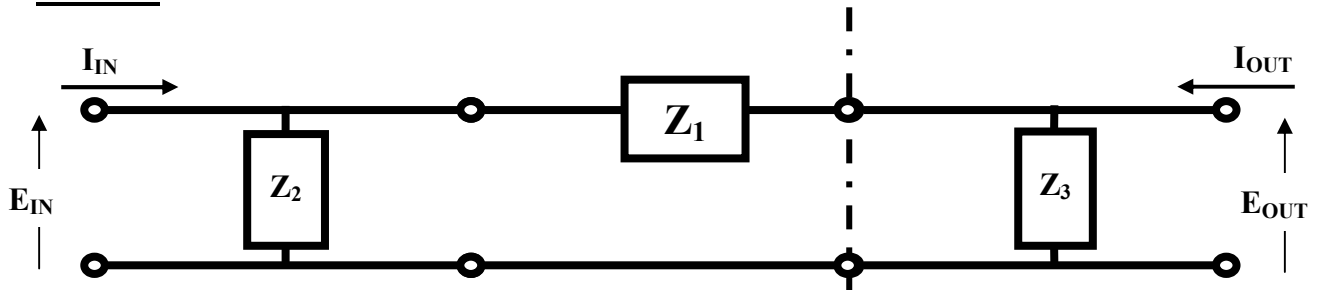
CASO 6:



$$ABCD = \begin{vmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_2} & Z_1 \\ \frac{1}{Z_2} & 1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 & Z_3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$ABCD = \begin{vmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_2} & Z_3 + \frac{Z_1 * Z_3}{Z_2} + Z_1 \\ \frac{1}{Z_2} & \frac{Z_3}{Z_2} + 1 \end{vmatrix}$$

CASO 7:



$$ABCD = \begin{vmatrix} 1 & Z_1 \\ \frac{1}{Z_2} & 1 + \frac{Z_1}{Z_2} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_3} & 1 \end{vmatrix}$$

$$ABCD = \begin{vmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_3} & Z_1 \\ \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{Z_1}{Z_2 * Z_3} & 1 + \frac{Z_1}{Z_2} \end{vmatrix}$$

TRANSFORMACIÓN DE CIRCUITOS ESTRELLA (T) A TRIÁNGULO (π) Y VICEVERSA

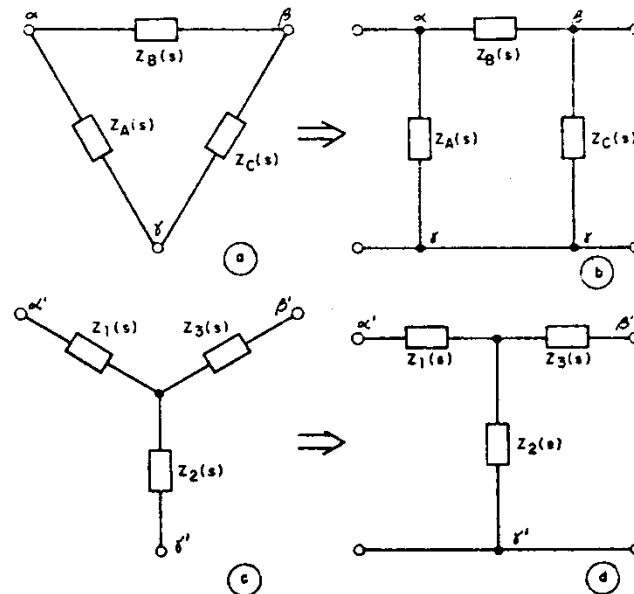


Figura 1

Las impedancias medidas entre los bornes de ambos circuitos, deberán ser iguales de tal manera que:

$$\begin{aligned} Z_{\alpha\beta} &= Z_{\alpha'\beta'} \\ \frac{Z_B(Z_A + Z_C)}{Z_B + Z_A + Z_C} &= Z_1 + Z_3 \quad (A) \end{aligned} \quad \begin{aligned} Z_{\beta\gamma} &= Z_{\beta'\gamma'} \\ \frac{Z_C(Z_A + Z_B)}{Z_C + Z_A + Z_B} &= Z_2 + Z_3 \quad (B) \end{aligned} \quad \begin{aligned} Z_{\gamma\alpha} &= Z_{\gamma'\alpha'} \\ \frac{Z_A(Z_B + Z_C)}{Z_A + Z_B + Z_C} &= Z_1 + Z_2 \quad (C) \end{aligned}$$

Para resolver, restamos la ecuación (A) a la (B) y luego sumamos el resultado a la ecuación (C), de ese modo obtenemos Z_1 . Por un procedimiento similar obtenemos Z_2 y Z_3 . Resolviendo los paréntesis del primer miembro, por un procedimiento similar se puede obtener Z_A , Z_B y Z_C . Así obtenemos:

Transformación $Y \rightarrow \Delta$	Transformación $\Delta \rightarrow Y$
$Z_A = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_3}$	$Z_1 = \frac{Z_A Z_B}{Z_A + Z_B + Z_C}$
$Z_B = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_2}$	$Z_2 = \frac{Z_A Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C}$
$Z_C = \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_1}$	$Z_3 = \frac{Z_B Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C}$

Figura 2

Para determinar las relaciones anteriores son útiles las siguientes reglas mnemotécnicas:

1. Transformación estrella-triángulo.

Cualquier impedancia del circuito en Δ es igual a la suma de los productos de todos los pares posibles de impedancias y dividida por la impedancia opuesta del circuito en Y.

Así por ejemplo, en la Figura 2, Z_A viene dada por la suma de los tres productos binarios dividida por Z_3 que es la impedancia opuesta del circuito Y.

2. Transformación triángulo-estrella.

Cualquier impedancia del circuito en Y es igual al producto de las dos impedancias adyacentes del circuito en Δ dividido por la suma de las tres impedancias de dicho circuito.

Así por ejemplo, en la Figura 2, Z_1 viene dado por el producto $Z_A * Z_B$ impedancias Δ adyacentes, dividido por la suma de las tres impedancias del circuito Δ .

CUADRIPOLOS – PARÁMETROS DE TRANSMISIÓN

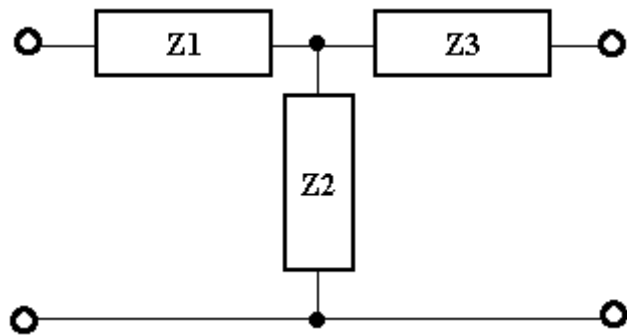
PROBLEMA 92: Encuentre los parámetros de transmisión directa del siguiente cuadripolo.

$$Z1 = 10 \, \Omega$$

$$Z2 = 5 \, \Omega$$

$$Z3 = 20 \, \Omega$$

$$R: A = 3 ; B = 70 \, \Omega ; C = 0,2 \, 1/\Omega ; D = 5$$



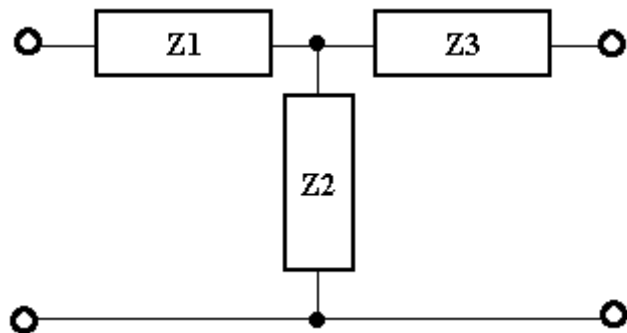
PROBLEMA 93: Encuentre los parámetros de transmisión directa del siguiente cuadripolo.

$$Z1 = 40 \, \Omega$$

$$Z2 = 10 \, \Omega$$

$$Z3 = 50 \, \Omega$$

$$R: A = 5 ; B = 290 \, \Omega ; C = 0,1 \, 1/\Omega ; D = 6$$



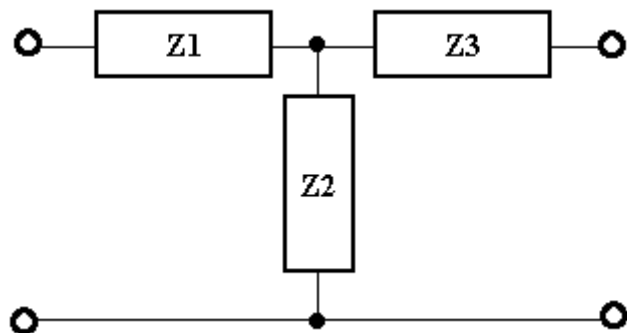
PROBLEMA 94: Encuentre los parámetros de transmisión directa del siguiente cuadripolo.

$$Z1 = 10 \, \Omega$$

$$Z2 = 50 \, \Omega$$

$$Z3 = j5 \, \Omega$$

$$R: A = 1,2 ; B = 10 + j6 \, \Omega ; \\ C = 0,02 \, 1/\Omega ; D = 1 + j0,1$$

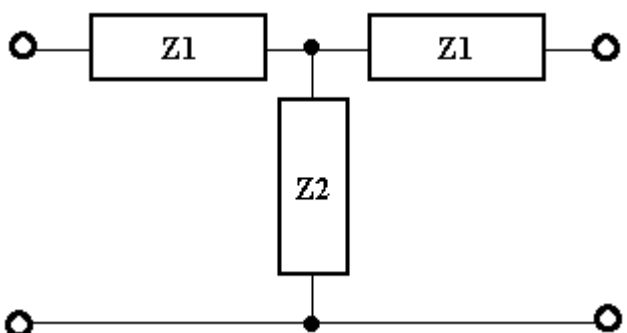


PROBLEMA 95: Encuentre los parámetros de transmisión directa del siguiente cuadripolo simétrico.

$$Z1 = j1 \, \Omega$$

$$Z2 = -j0,5 \, \Omega$$

$$R: A = -1 ; B = 0 ; C = j2 \, 1/\Omega ; D = -1$$



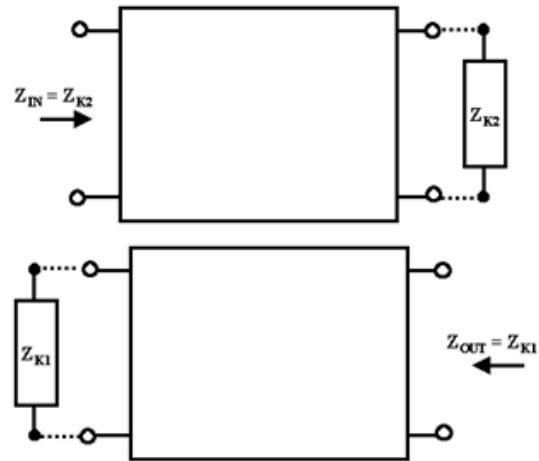
CUADRIPOLOS CARGADOS

IMPEDANCIA ITERATIVA

Se carga solo uno de los extremos del cuadripolo. Cuando se carga un cuadripolo con su impedancia iterativa de salida, el mismo valor se obtiene como impedancia de entrada y si se carga con su impedancia iterativa de entrada, el mismo valor se obtiene como impedancia de salida.

$$Z_{K1} = \frac{-(A-D)}{2C} \pm \sqrt{\left[\frac{(A-D)}{2C}\right]^2 + \frac{B}{C}}$$

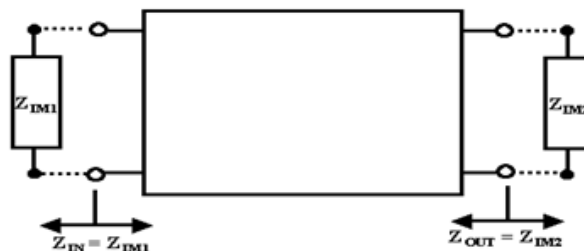
$$Z_{K2} = \frac{-(D-A)}{2C} \pm \sqrt{\left[\frac{(D-A)}{2C}\right]^2 + \frac{B}{C}}$$



IMPEDANCIA IMAGEN

Se cargan ambos extremos del cuadripolo simultáneamente.

$$Z_{IM1} = \sqrt{\frac{A * B}{C * D}}$$

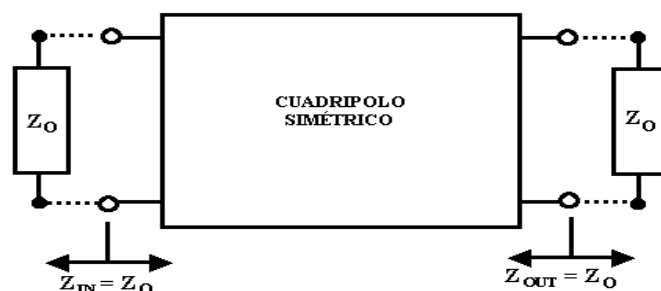


$$Z_{IM2} = \sqrt{\frac{B * D}{A * C}}$$

IMPEDANCIA IMAGEN

Se produce en cuadripolos simétricos. Partiendo de la impedancia imagen podemos obtener la impedancia característica.

$$Z_o = \sqrt{\frac{A * B}{C * D}}$$

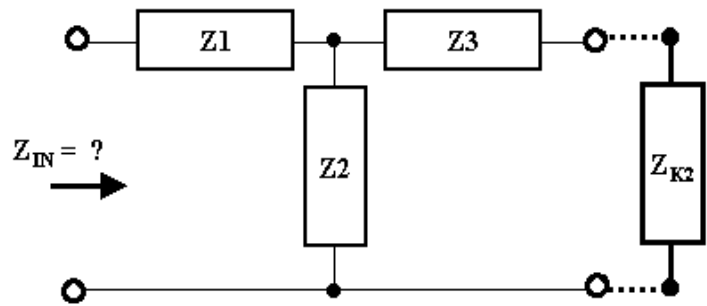


Pero $A = D$, por lo tanto:

$$Z_o = \sqrt{\frac{B}{C}}$$

NOTA : Verificar idéntico resultado a partir de las expresiones de impedancia iterativa en un cuadripolo simétrico.

PROBLEMA 96: Determine el valor de la impedancia iterativa de salida (Z_{K2}) del siguiente cuadripolo. Encuentre el valor de la impedancia de entrada (Z_{IN}) con el cuadripolo cargado con su impedancia iterativa de salida (Z_{K2}).



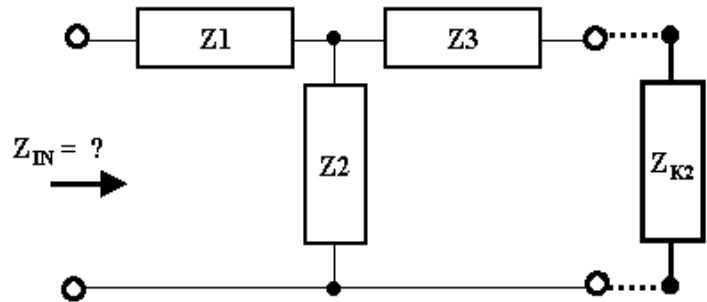
$$Z1 = 10 \, \Omega$$

$$Z2 = 5 \, \Omega$$

$$Z3 = 20 \, \Omega$$

$$R: Z_{K2} = 14,36 \, \Omega$$

PROBLEMA 97: Determine el valor de la impedancia iterativa de salida (Z_{K2}) del siguiente cuadripolo. Encuentre el valor de la impedancia de entrada (Z_{IN}) con el cuadripolo cargado con su impedancia iterativa de salida (Z_{K2}).



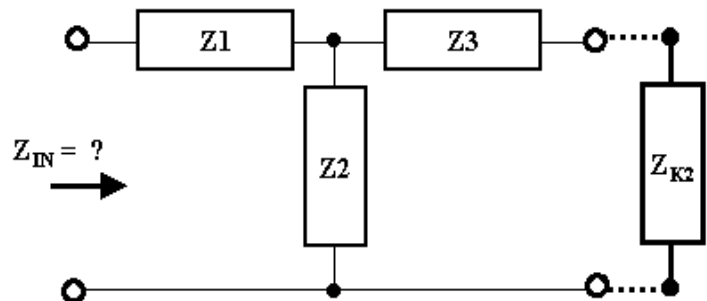
$$Z1 = 40 \, \Omega$$

$$Z2 = 10 \, \Omega$$

$$Z3 = 50 \, \Omega$$

$$R: Z_{K2} = 49,08 \, \Omega$$

PROBLEMA 98: Determine el valor de impedancia iterativa de salida (Z_{K2}) del siguiente cuadripolo. Encuentre el valor de impedancia de entrada (Z_{IN}) con el cuadripolo cargado con su impedancia iterativa de salida (Z_{K2}).



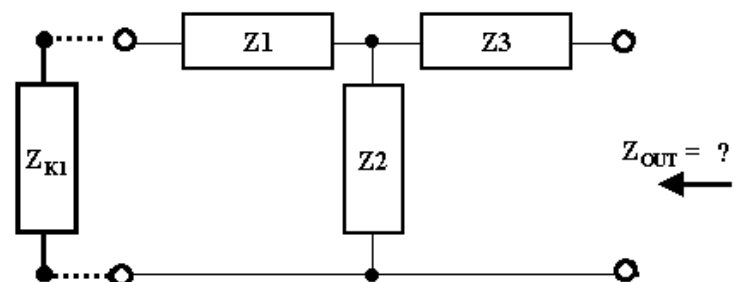
$$Z1 = 10 \, \Omega$$

$$Z2 = 50 \, \Omega$$

$$Z3 = j5 \, \Omega$$

$$R: Z_{K2} = 28,51 + j 3,346 \, [\Omega]$$

PROBLEMA 99: Determine el valor de impedancia iterativa de entrada (Z_{K1}) del siguiente cuadripolo. Encuentre el valor de la impedancia de salida (Z_{OUT}) con el cuadripolo cargado con su impedancia iterativa de entrada (Z_{K1}).



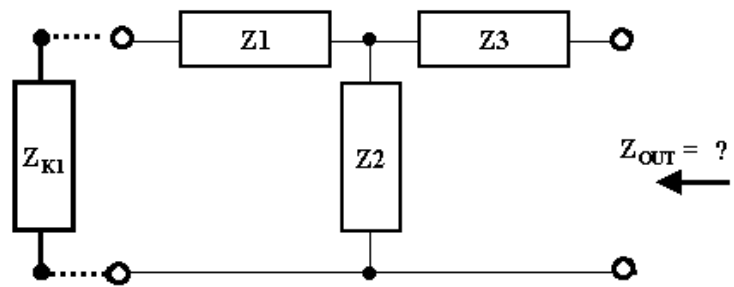
$$Z1 = 10 \, \Omega$$

$$Z2 = 5 \, \Omega$$

$$Z3 = 20 \, \Omega$$

$$R: Z_{K1} = 24,36 \, \Omega$$

PROBLEMA 100: Determine el valor de impedancia iterativa de entrada (Z_{K1}) del siguiente cuadripolo. Encuentre el valor de la impedancia de salida (Z_{OUT}) con el cuadripolo cargado con su impedancia iterativa de entrada (Z_{K1}).



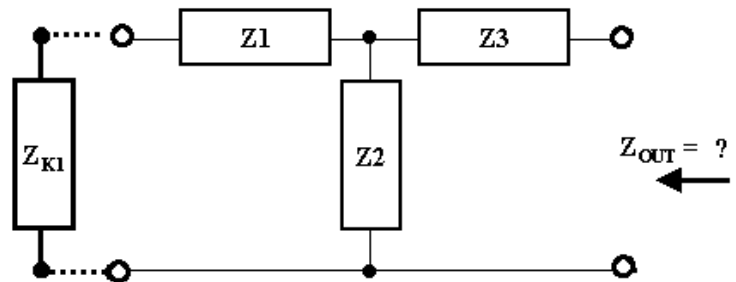
$$Z1 = 40 \, \Omega$$

$$Z2 = 10 \, \Omega$$

$$Z3 = 50 \, \Omega$$

$$R: Z_{K1} = 59,08 \, \Omega$$

PROBLEMA 101: Determine el valor de impedancia iterativa de entrada (Z_{K1}) del siguiente cuadripolo. Encuentre el valor de la impedancia de (Z_{OUT}) con el cuadripolo cargado con su impedancia iterativa de entrada (Z_{K1}).



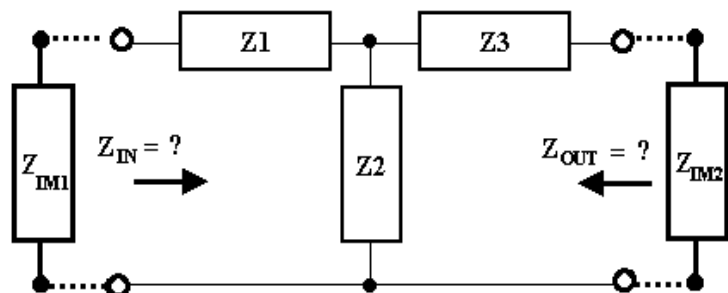
$$Z1 = 10 \, \Omega$$

$$Z2 = 50 \, \Omega$$

$$Z3 = j5 \, \Omega$$

$$R: Z_{K1} = 18,51 + j 8,346 \, [\Omega]$$

PROBLEMA 102: Determine el valor de la impedancia imagen de entrada (Z_{IM1}) y de salida (Z_{IM2}) del siguiente cuadripolo. Encuentre el valor de la impedancia de entrada (Z_{IN}) y de salida (Z_{OUT}) con el cuadripolo cargado con sus impedancias imágenes de salida y de entrada respectivamente.



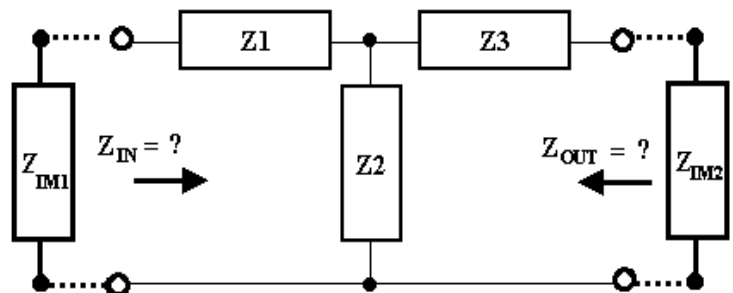
$$Z1 = 10 \, \Omega$$

$$Z2 = 5 \, \Omega$$

$$Z3 = 20 \, \Omega$$

$$R: Z_{IM1} = 14,49 \, \Omega ; Z_{IM2} = 24,15 \, \Omega$$

PROBLEMA 103: Determine el valor de la impedancia imagen de entrada (Z_{IM1}) y de salida (Z_{IM2}) del siguiente cuadripolo. Encuentre el valor de la impedancia de entrada (Z_{IN}) y de salida (Z_{OUT}) con el cuadripolo cargado con sus impedancias imágenes de salida y de entrada respectivamente.



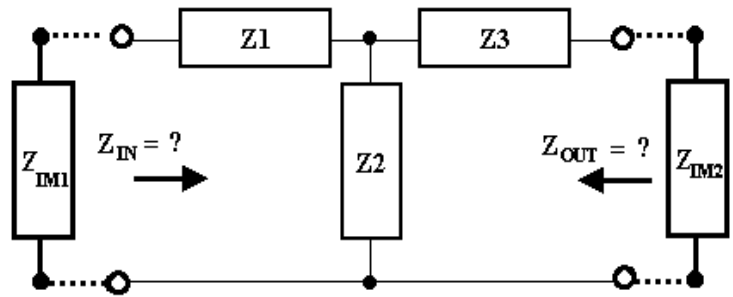
$$Z1 = 40 \, \Omega$$

$$Z2 = 10 \, \Omega$$

$$Z3 = 50 \, \Omega$$

$$R: Z_{IM1} = 49,15 \, \Omega ; Z_{IM2} = 58,99 \, \Omega$$

PROBLEMA 104: Determine el valor de la impedancia imagen de entrada (Z_{IM1}) y de salida (Z_{IM2}) del siguiente cuadripolo. Encuentre el valor de la impedancia de entrada (Z_{IN}) y de salida (Z_{OUT}) con el cuadripolo cargado con sus impedancias imágenes de salida y de entrada respectivamente.



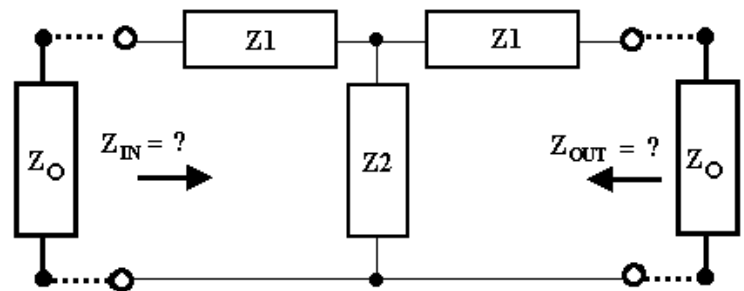
$$Z1 = 10 \, \Omega$$

$$Z2 = 50 \, \Omega$$

$$Z3 = j5 \, \Omega$$

$$R: Z_{IM1} = 25,8 + j 5,78 \, \Omega ; Z_{IM2} = 20,96 + j 6,95 \, \Omega$$

PROBLEMA 105: Determine el valor de la impedancia característica (Z_O) del siguiente cuadripolo simétrico.



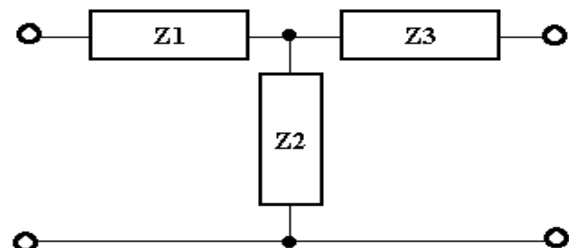
$$Z1 = 10 \, \Omega$$

$$Z2 = 120 \, \Omega$$

$$R: Z_O = 50 \, [\Omega]$$

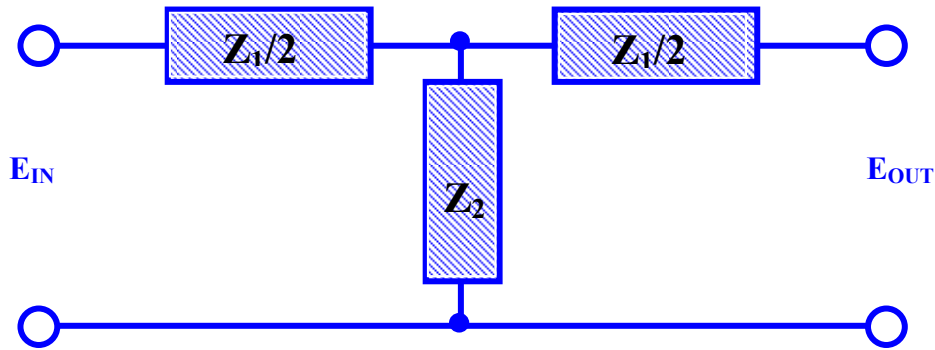
PROBLEMA 106: Determine el valor de las impedancias $Z1$ y $Z3$ para conformar un cuadripolo simétrico con impedancia característica (Z_O) de $50 \, \Omega$.

$$Z2 = 20 \, \Omega$$



$$R: Z1 = Z3 = 33,851 \, \Omega$$

FILTROS DE K-CONSTANTE



$$Z_o = \sqrt{Z_{OC} * Z_{SH}}$$

$$Z_o = \sqrt{\left(\frac{Z_1}{2} + Z_2\right) * \left(\frac{Z_1}{2} + \frac{\frac{Z_1 * Z_2}{2}}{\frac{Z_1}{2} + Z_2}\right)} = \sqrt{\frac{Z_1^2}{2} + \frac{Z_1 * Z_2}{2} + \frac{Z_1 * Z_2}{2}} = \sqrt{\frac{Z_1^2}{4} + Z_1 * Z_2}$$

$$\cosh \gamma = A = \frac{\frac{Z_1}{2} + Z_2}{Z_2} = 1 + \frac{Z_1}{2 * Z_2}$$

La función de propagación para el cuadripolo dado será:

Pero es mas cómoda la definición en función del $\sinh \gamma/2$.

$$\sinh \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(\cosh \gamma - 1)}$$

$$\sinh \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{Z_1}{2 * Z_2} - 1\right)} = \sqrt{\frac{Z_1}{4 * Z_2}}$$

Pero $\gamma = \alpha + j\beta$

$$\sinh \frac{\gamma}{2} = \sinh \frac{1}{2}(\alpha + j\beta) = \sinh\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{j\beta}{2}\right) = \sinh \frac{\alpha}{2} * \cos \frac{\beta}{2} + j \cosh \frac{\alpha}{2} * \sinh \frac{\beta}{2}$$

$$\sinh \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{4 * Z_2}} = X_K$$

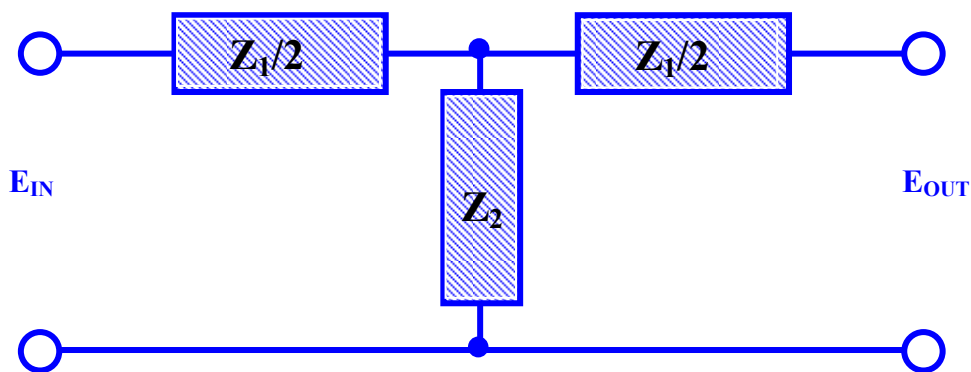
En los filtros de $K_{CTE} \rightarrow Z_1 * Z_2 = R_o^2$



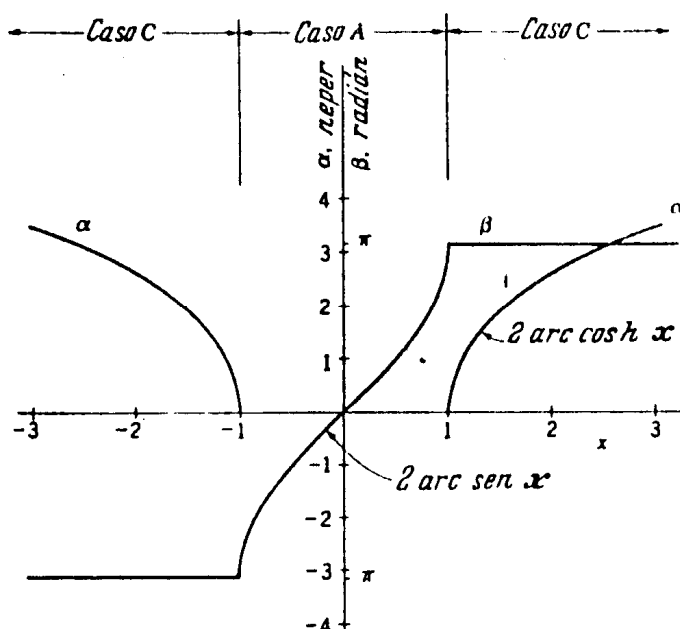
$$\frac{Z_{1K}}{4 * Z_{2K}} = \frac{Z_{K1}^2}{4 * R_o^2} = \frac{R_o^2}{4 * Z_{2K}^2}$$

Por lo tanto $X_K = Z_{1K} / 2 R_o$; para que esto se cumpla Z_{1K} y Z_{2K} deben ser impedancias recíprocas ($Z_{1K} = j\omega L$ y $Z_{2K} = 1/j\omega C$)

FILTROS DE K-CONSTANTE



$$\sinh \frac{\alpha}{2} + j \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{4 * Z_2}} = X_k$$

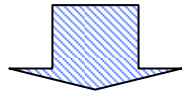


CASO	$\frac{Z_1}{4Z_2}$	α	β	CARÁCTER DE ZO	BANDA
A	-1 a 0	0	$2 * \sin^{-1} \sqrt{ Z_1 / 4Z_2 }$	RESISTENCIA PURA	PASANTE
B	0 a ∞	$2 * \sinh^{-1} \sqrt{Z_1 / 4Z_2}$	0	REACTANCIA PURA	DETENIDA
C	$-\infty$ a -1	$2 * \cosh^{-1} \sqrt{ Z_1 / 4Z_2 }$	$\pm \pi$	REACTANCIA PURA	DETENIDA

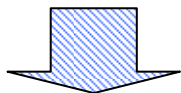
DISEÑO DE FILTRO PASA ALTOS DE K_{KTE}

DATOS: ω_c y R_o

SELECCIONAR
BANDA PASANTE
EN CURVA DE K_{CTE}

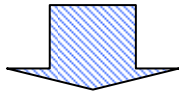


SELECCIONAR
TIPO DE
REACTANCIA PARA
 Z_{K1} Y Z_{K2}



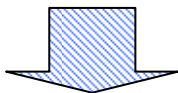
DEL GRÁFICO

$$\sqrt{\frac{Z_1}{4 * Z_2}} = -1 \Rightarrow \frac{Z_1}{2 * R_o} = -j1$$



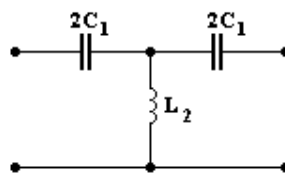
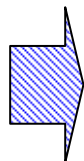
RECORDANDO

$$Z_{K1} * Z_{K2} = R_o$$

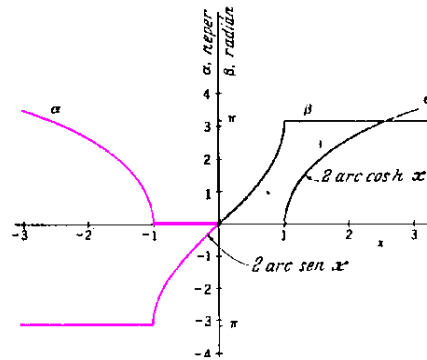


COMO
COMPROBACIÓN

$$\omega_c = \frac{1}{2 * \sqrt{L_2 * C_1}}$$



MATLAB
EWB
MICROCAP III
PSPICE



Z_{K1}

PERMITE PASAR FREC. ALTAS
SE OPONE AL PASO DE FREC. BAJAS

$$\frac{1}{j\omega C_1}$$

Z_{K2}

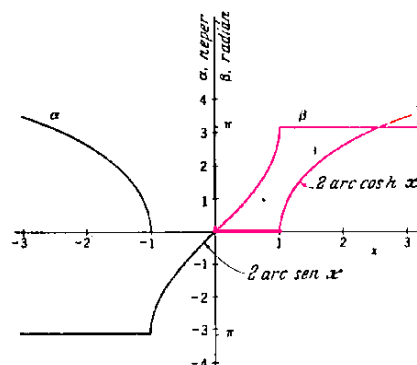
PERMITE PASAR FREC. BAJAS
SE OPONE AL PASO DE FREC. ALTAS

$$j\omega L_2$$

DISEÑO DE FILTRO PASA BAJOS DE K_{KTE}

DATOS: ω_c y R_o

SELECCIONAR
BANDA PASANTE
EN CURVA DE K_{CTE}



SELECCIONAR
TIPO DE
REACTANCIA PARA
 Z_{K1} Y Z_{K2}

Z_{K1} PERMITE PASAR FREC.BAJAS
SE OPONE AL PASO DE FREC.ALTAS $j\omega L_1$

Z_{K2} PERMITE PASAR FREC.ALTAS
SE OPONE AL PASO DE FREC.BAJAS $\frac{1}{j\omega C_2}$

DEL GRÁFICO

$$\sqrt{\frac{Z_1}{4 * Z_2}} = 1 \Rightarrow \frac{Z_1}{2 * R_o} = j1$$

$$Z_{K1} = j\omega_c L_1 = j2 * R_o$$

\therefore

$$L_1 = \frac{2 * R_o}{\omega_c}$$

RECORDANDO

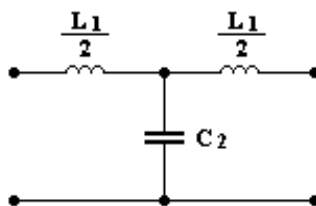
$$Z_{K1} * Z_{K2} = R_o$$

$$Z_{K2} = \frac{1}{j\omega_c C_2} = \frac{R_o^2}{Z_{K1}} = \frac{R_o^2}{j2 * R_o \omega_c}$$

$$C_2 = \frac{2}{R_o * \omega_c}$$

COMO
COMPROBACIÓN

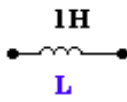
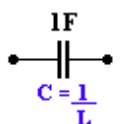
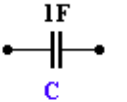
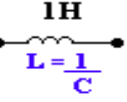
$$\omega_c = \frac{2}{\sqrt{L_1 * C_2}}$$



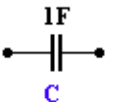
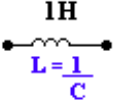
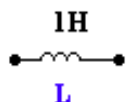
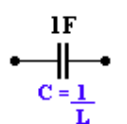
MATLAB
EWB
MICROCAP III
PSPICE

NORMALIZACIÓN

TRANSFORMACIÓN PASA-BAJOS → PASA-ALTOS

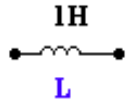
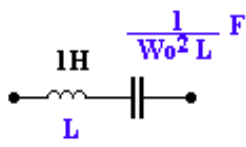
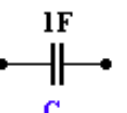
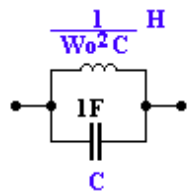
PASABAJOS	REEMPLAZAR	PASA-ALTOS
	$P \rightarrow \frac{1}{P}$	
	$P \rightarrow \frac{1}{P}$	

TRANSFORMACIÓN PASA-ALTOS → PASA-BAJOS

PASA-ALTOS	REEMPLAZAR	PASA-BAJOS
	$P \rightarrow \frac{1}{P}$	
	$P \rightarrow \frac{1}{P}$	

TRANSFORMACIÓN PASA-BAJOS → PASA-BANDA

TRANSFORMACIÓN PASA-ALTOS → ELIMINA-BANDA

SI EN EL PASA-BAJOS O PASA-ALTOS SE TIENE	REEMPLAZAR POR	EN PASA-BANDA O EN ELIMINA-BANDA
	$P \rightarrow P + \frac{\omega_0^2}{P}$	
	$P \rightarrow P + \frac{\omega_0^2}{P}$	

FILTRO m-DERIVADO

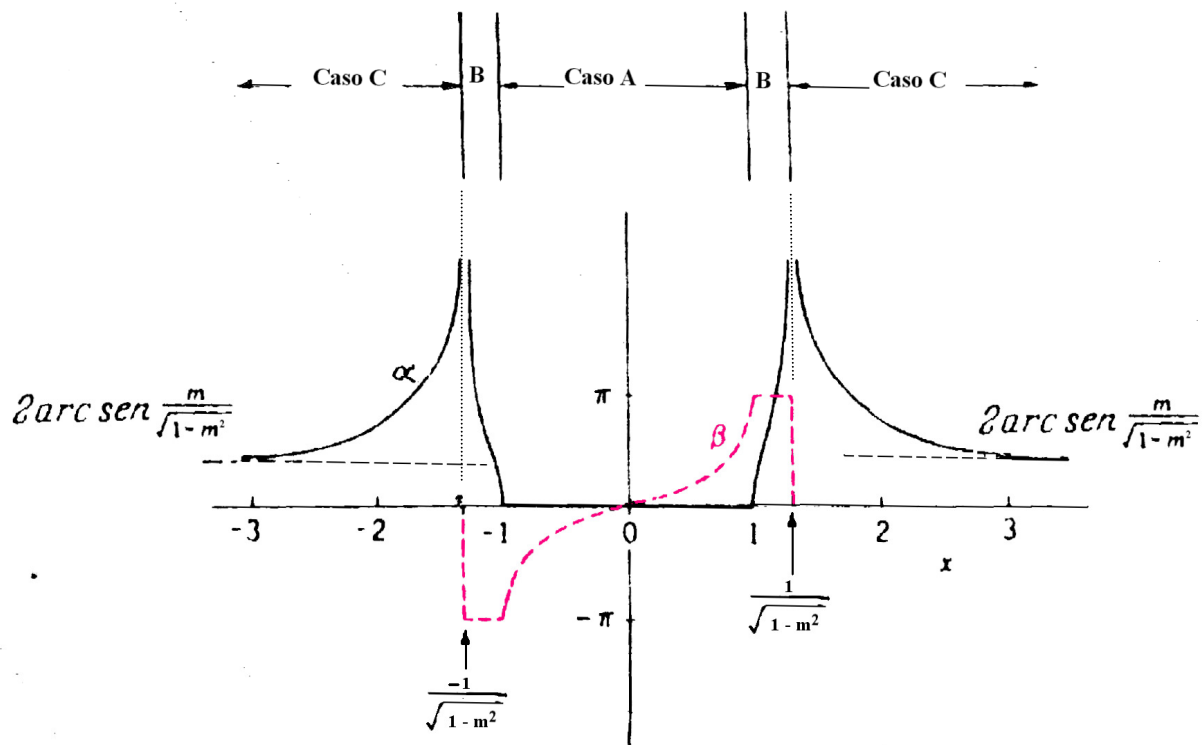
CÁLCULO DE LA SECCIÓN M-DERIVADA

$$Z_{1km} = m Z_{1k}$$

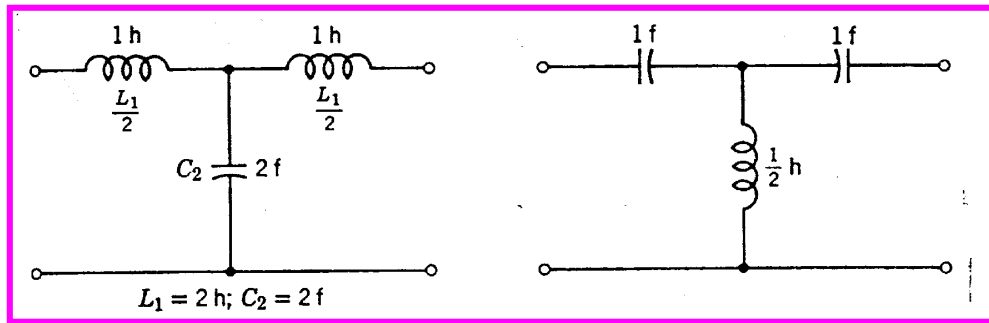
$$Z_{2km} = \frac{Z_{2k}}{m} + \frac{Z_{1k} (1-m^2)}{4m}$$

$$m = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega_\infty} \right)^2}$$

$$\omega_\infty = \frac{\omega_c}{\sqrt{1-m^2}}$$

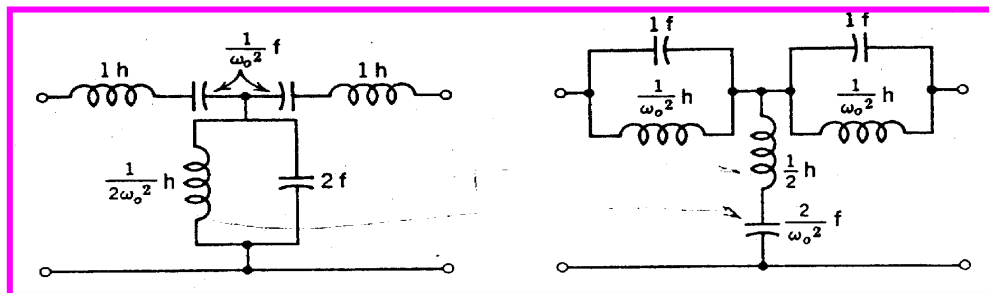


FILTROS NORMALIZADOS



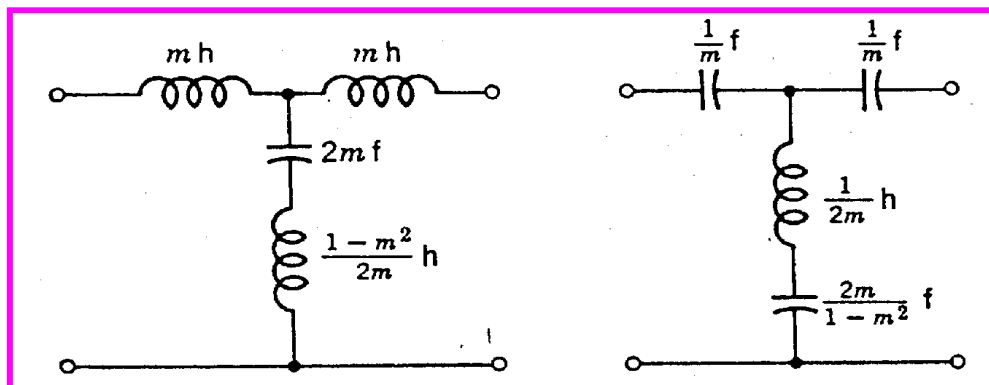
PASA BAJOS Kcte

PASA ALTOS Kcte



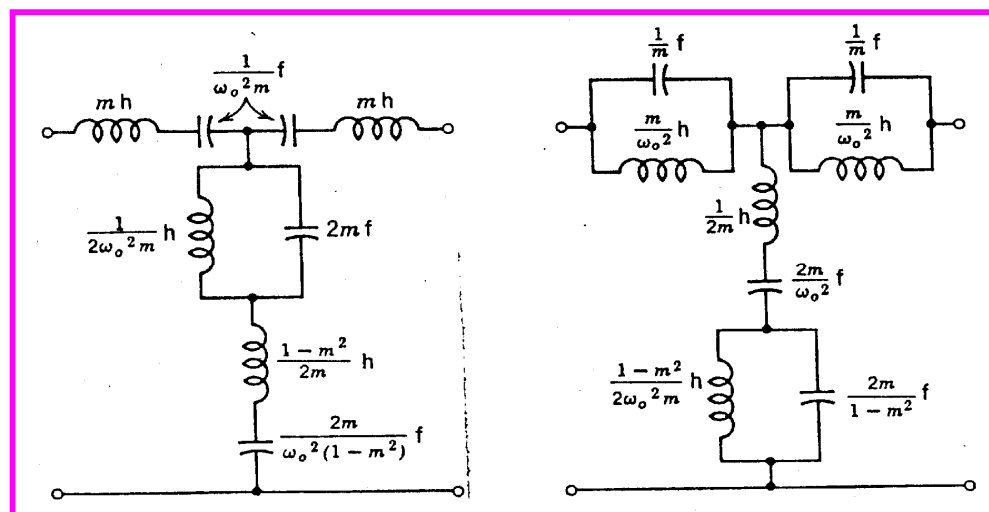
PASA BANDA Kcte

ELIMINA BANDA Kcte



PASA BAJOS M-DERIV

PASA ALTOS M-DERIV



PASA BANDA M-DERIV

ELIMINA BANDA M-DERIV

PROBLEMA 107: Calcule los componentes de un filtro pasa-bajos K_{CTE} considerando $R_o = 600 \Omega$ y una frecuencia de corte F_c de 3KHz.
Trace diagrama de BODE mediante EWB5 para comprobar la respuesta.

PROBLEMA 108: Calcule los componentes de un filtro pasa-altos K_{CTE} considerando $R_o = 600 \Omega$ y una frecuencia de corte F_c de 3KHz.
Trace diagrama de BODE mediante EWB5 para comprobar la respuesta.

PROBLEMA 109: Calcule los componentes de un filtro pasa-banda K_{CTE} considerando $R_o = 600 \Omega$, con una frecuencia de corte inferior F_{C1} de 1KHz y con frecuencia de corte superior F_{C2} de 4KHz

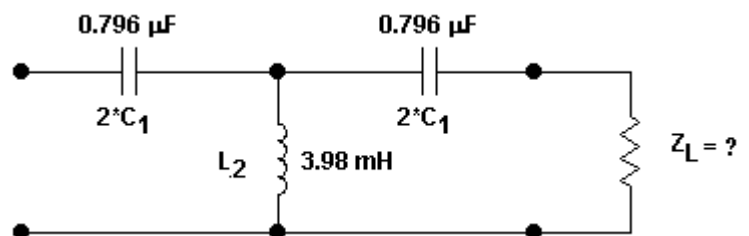
PROBLEMA 110: Calcule los componentes de un filtro elimina-banda K_{CTE} considerando $R_o = 600 \Omega$, con una frecuencia de corte inferior F_{C1} de 1KHz y con frecuencia de corte superior F_{C2} de 4KHz

PROBLEMA 111: Calcule los componentes de un filtro pasa-banda K_{CTE} y su correspondiente m-derivado, considerando $R_o = 8 \Omega$ y $m = 0,6$, con una frecuencia de corte inferior F_{C1} de 8KHz y con frecuencia de corte superior F_{C2} de 10KHz.
Aplice teoría de normalización y transformación de frecuencias.

PROBLEMA 112: Calcule los componentes de un filtro elimina-banda K_{CTE} y su correspondiente m-derivado, considerando $R_o = 8 \Omega$ y $m = 0,6$, con una frecuencia de corte inferior F_{C1} de 6KHz y con frecuencia de corte superior F_{C2} de 9KHz.
Aplice teoría de normalización y transformación de frecuencias.

PROBLEMA 113: Dado el siguiente cuadripolo determine:

- Tipo de filtro.
- Valor nominal de la impedancia característica Z_o .
- Valor de la impedancia de carga Z_L .
- Frecuencia de corte ω_c .
- Valor de la atenuación para $f = 500$ Hz.



PROBLEMA 114: Dado el siguiente cuadripolo determine:

- Tipo de filtro.
- Valor nominal de la impedancia característica Z_o .
- Valor de la impedancia de carga Z_L .
- Frecuencia de corte ω_c .
- Valor de la atenuación para $f = 3000$ Hz.

