

# PRÁCTICA

## “CRITERIO DE NYQUIST”

### FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA TOTAL SIN POLOS EN EL ORIGEN

por

Ing. Juan José García Abad

1

Dada la siguiente función de Transferencia Total, trace el diagrama polar y aplique criterio de Nyquist

$$F_{(P)} = \frac{10}{(P^4 + 6 \cdot P^3 + 8 \cdot P^2 + 10 \cdot P + 20)}$$

2

$$F_{(P)} = \frac{10}{(P^4 + 6 \cdot P^3 + 8 \cdot P^2 + 10 \cdot P + 20)}$$

PASO 1 : Origen del Diagrama  $F(P) |_{P \rightarrow 0}$

$$F_{(P)} \big|_{P \rightarrow 0} = \frac{10}{20} = |0,5| \cdot |0^\circ$$

3

$$F_{(P)} = \frac{10}{(P^4 + 6 \cdot P^3 + 8 \cdot P^2 + 10 \cdot P + 20)}$$

PASO 2 : Final del Diagrama  $F(P) |_{P \rightarrow \infty}$

$$\begin{aligned} F_{(P)} \big|_{P \rightarrow \infty} &= \frac{10}{P^4} \big|_{P \rightarrow \infty} = \frac{10}{(\rho \cdot e^{j\theta})^4} \big|_{P \rightarrow \infty} = \\ \frac{10}{(\rho^4 \cdot e^{j4\theta})} \big|_{P \rightarrow \infty} &= |0| \cdot e^{-j4\theta} = |0| \cdot | -4 \cdot \theta = \\ &= |0| \cdot | -360^\circ \end{aligned}$$

4

$$F_{(P)} = \frac{10}{(P^4 + 6 \cdot P^3 + 8 \cdot P^2 + 10 \cdot P + 20)}$$

PASO 3:  $P \rightarrow j\omega$  es decir  $F(P) \rightarrow F(j\omega)$

$$F_{(j\omega)} = \frac{10}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20) + j(10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)}$$

5

$$F_{(j\omega)} = \frac{10}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20) + j(10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)}$$

PASO 4:  $F(j\omega) = \text{Re} + j \text{Im}$

$$F_{(j\omega)} = \underbrace{\frac{10 \cdot (\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)^2 + (10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)^2}}_{\text{Re}} + j \underbrace{\frac{10 \cdot (6 \cdot \omega^3 - 10 \cdot \omega)}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)^2 + (10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)^2}}_{\text{Im}}$$

$F(j\omega) = \text{Re} + j \text{Im}$

6

$$F_{(j\omega)} = \frac{10 \cdot (\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)^2 + (10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)^2} + j \frac{10 \cdot (6 \cdot \omega^3 - 10 \cdot \omega)}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)^2 + (10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)^2}$$

PASO 5:  $\text{Re} | F(j\omega) = 0$

$$\text{Re} = 0 = \frac{10 \cdot (\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)^2 + (10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)^2} = 0$$

$$\omega = \begin{cases} 2.058171027271491e+000 & +4.858682717566459e-001i \\ 2.058171027271491e+000 & -4.858682717566459e-001i \\ -2.058171027271493e+000 & +4.858682717566457e-001i \\ -2.058171027271493e+000 & -4.858682717566457e-001i \end{cases}$$

**NINGÚN VALOR REAL DE  $w$**

7

$$F_{(j\omega)} = \frac{10 \cdot (\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)^2 + (10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)^2} + j \frac{10 \cdot (6 \cdot \omega^3 - 10 \cdot \omega)}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)^2 + (10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)^2}$$

PASO 6: Corte eje Imaginario.  $\text{Im} | F(j\omega) | \omega \rightarrow \text{Re}=0$

**AI NO EXISTIR NINGÚN VALOR REAL DE  $w$ , QUE HAGA CERO LA PARTE REAL, NO HABRÁ CORTE AL EJE IMAGINARIO**

8

$$F(j\omega) = \frac{10 \cdot (\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)^2 + (10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)^2} + j \frac{10 \cdot (6 \cdot \omega^3 - 10 \cdot \omega)}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)^2 + j(10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)^2}$$

**PASO 7 :**  $\text{Im} | F(j\omega) = 0$

$$\text{Im}_{F(j\omega)} = 0 = j \frac{10 \cdot (6 \cdot \omega^3 - 10 \cdot \omega)}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)^2 + j(10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)^2} =$$

$$\omega = \sqrt{\frac{10}{6}} = \pm 1,2909944$$

9

$$F(j\omega) = \frac{10 \cdot (\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)^2 + (10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)^2} + j \frac{10 \cdot (6 \cdot \omega^3 - 10 \cdot \omega)}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)^2 + j(10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)^2}$$

**PASO 8 :** Corte eje Real.  $\text{Re} | F(j\omega) |_{\omega \rightarrow \text{Im}=0}$

$$\text{Re} \Big|_{\omega = +\sqrt{\frac{10}{6}} = +1,29} = \frac{10 \cdot (\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)}{(\omega^4 - 8 \cdot \omega^2 + 20)^2 + (10 \cdot \omega - 6 \cdot \omega^3)^2} \Big|_{\omega = +\sqrt{\frac{10}{6}} = +1,29}$$

$$\text{Re} \Big|_{\omega = +\sqrt{\frac{10}{6}} = +1,29} = 1,0588235$$

10

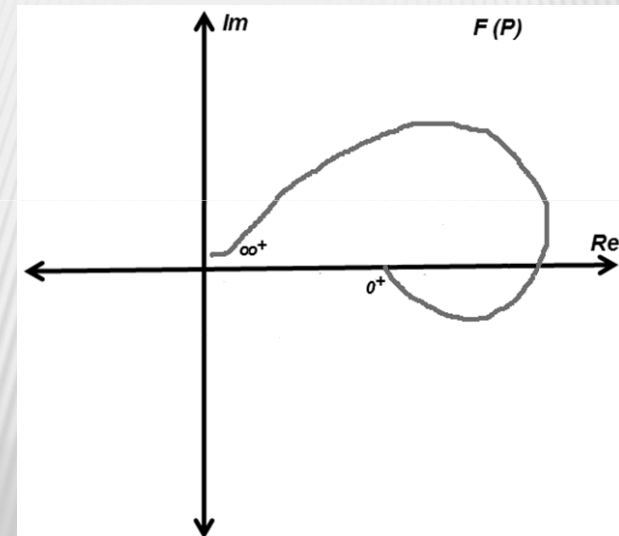
**PASO 9 :** Trazar el diagrama Polar

CON LOS DATOS OBTENIDOS EN LOS PASOS 1,2,6 Y 8, TRAZAR EL DIAGRAMA POLAR DE LAS FRECUENCIAS POSITIVAS.

LUEGO TRAZAR LAS FRECUENCIAS NEGATIVAS, HACIENDO EL ESPEJO DE LA CURVA ANTERIOR SOBRE EL EJE REAL

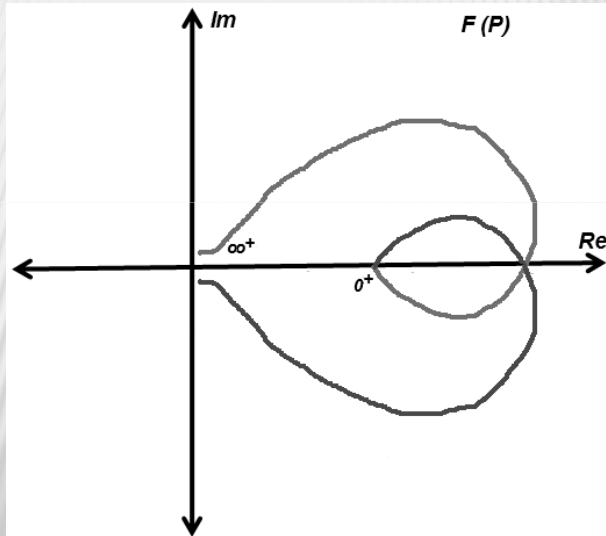
11

**PASO 9 :** Trazar el diagrama Polar



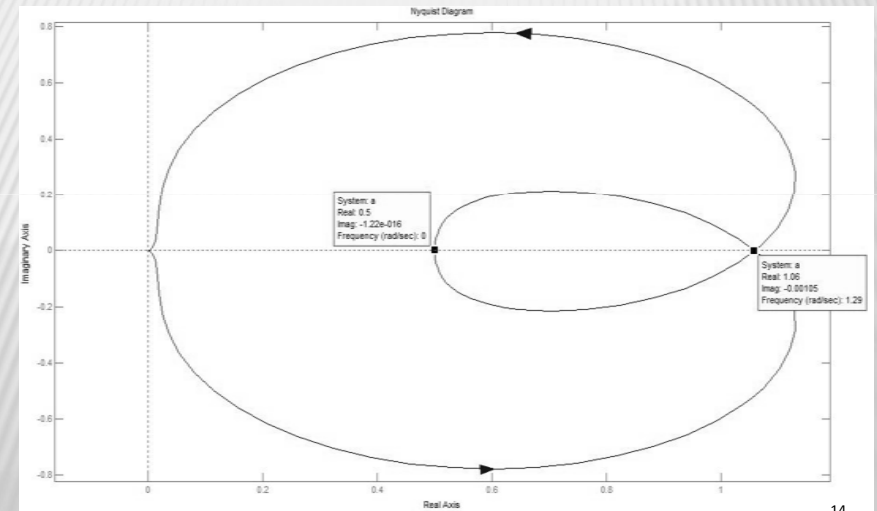
12

## PASO 9 : Trazar el diagrama Polar



13

## PASO 9 : Trazar el diagrama Polar



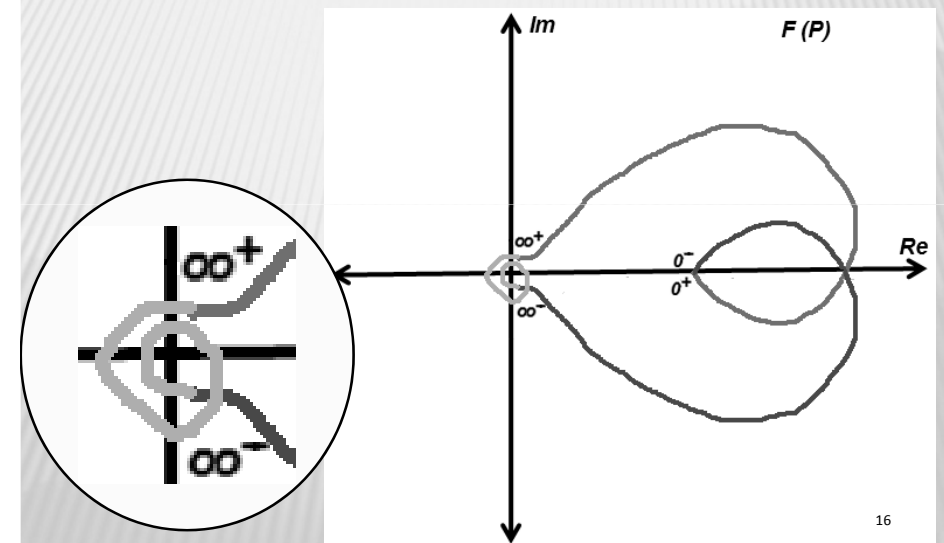
14

## PASO 10 : Cerrar diagrama para $P \rightarrow 0$

**DADO QUE LA FUNCIÓN NO TIENE POLOS EN EL ORIGEN, ESTE PASO NO SE APLICA**

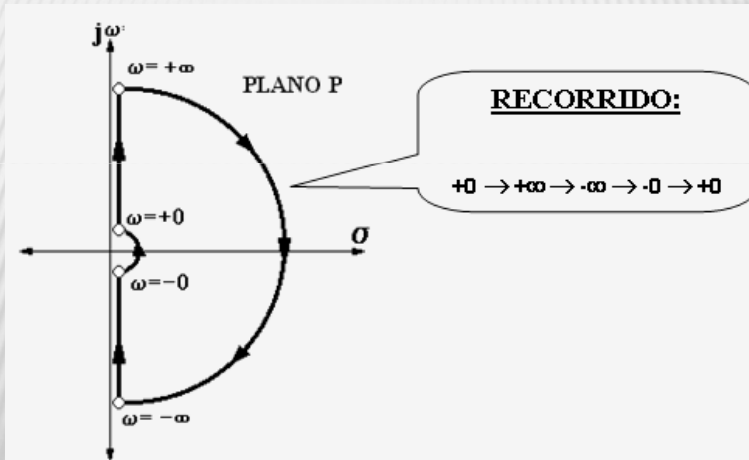
15

## PASO 11 : Cerrar diagrama para $P \rightarrow \infty$



16

## PASO 12 : Aplicar criterio de Nyquist

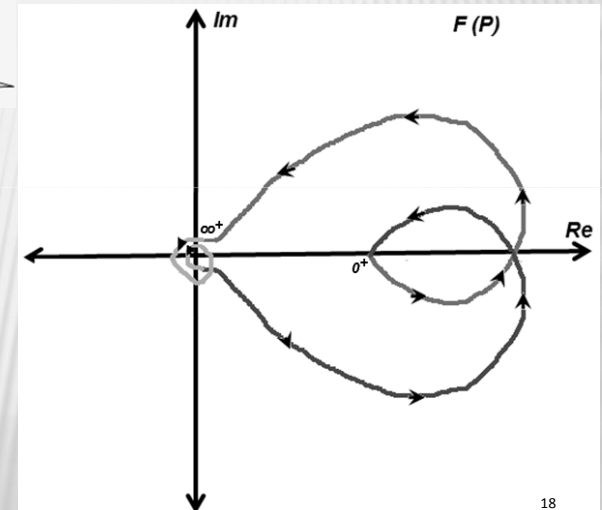


17

## PASO 12 : Aplicar criterio de Nyquist

**RECORRIDO:**

$+0 \rightarrow +\infty \rightarrow -\infty \rightarrow -0 \rightarrow +0$

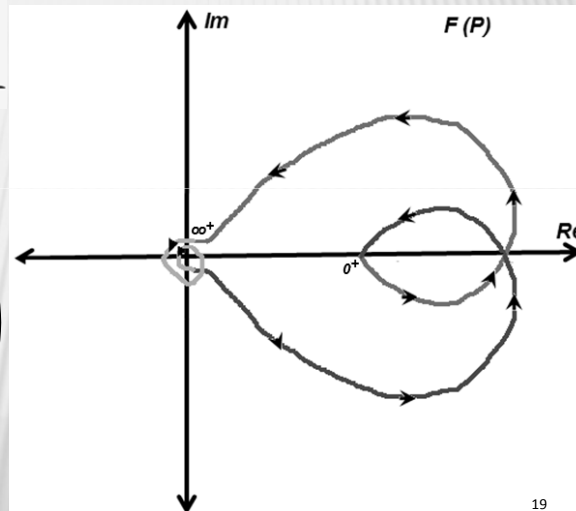
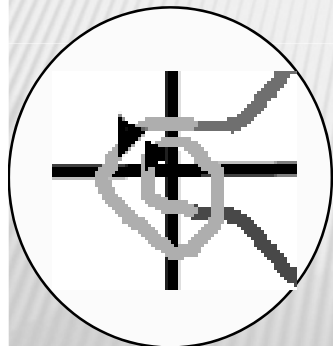


18

## PASO 12 : Aplicar criterio de Nyquist

**RECORRIDO:**

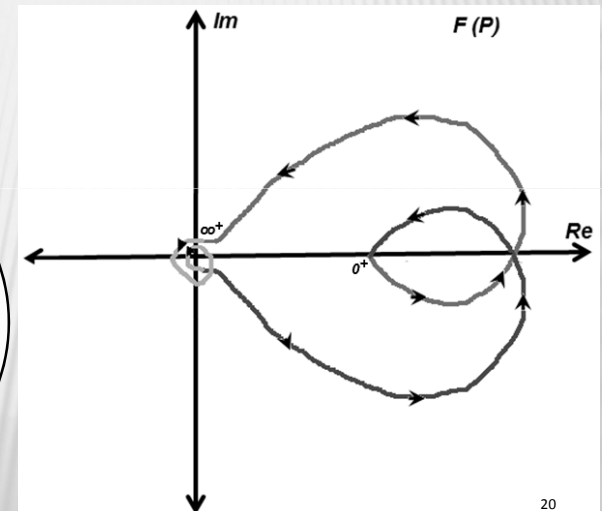
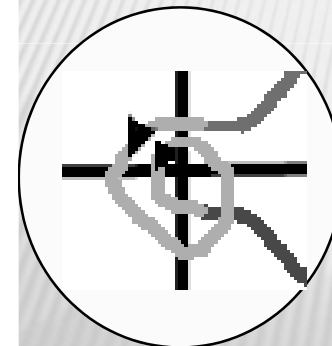
$+0 \rightarrow +\infty \rightarrow -\infty \rightarrow -0 \rightarrow +0$



19

## PASO 12 : Aplicar criterio de Nyquist

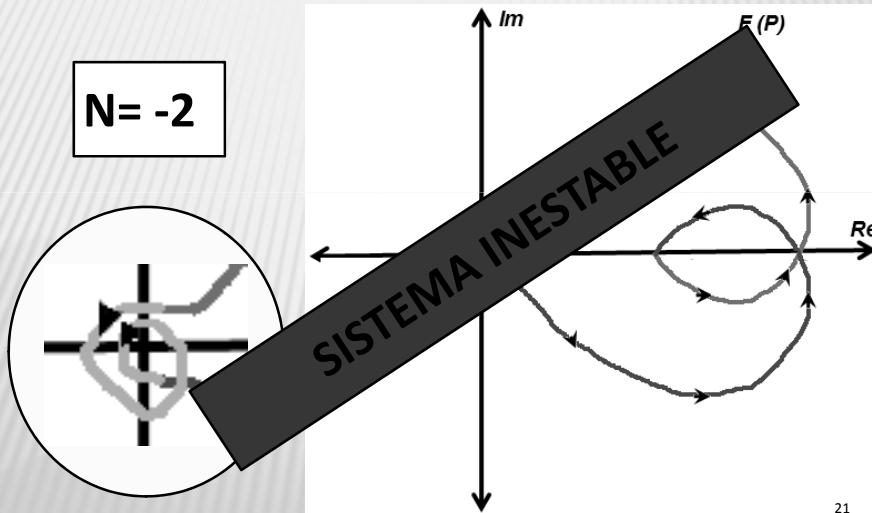
**N = -2**



20

## PASO 12 : Aplicar criterio de Nyquist

N= -2



21

$$F_{(P)} = \frac{10}{(P^4 + 6 \cdot P^3 + 8 \cdot P^2 + 10 \cdot P + 20)}$$

```
>> roots(den)
```

ans =

```
-4.494939671263590e+000
```

```
-1.999999999999998e+000
```

```
2.474698356317927e-001 +1.470878187919456e+000i
```

```
2.474698356317927e-001 -1.470878187919456e+000i
```

22

```
>> roots(den)
```

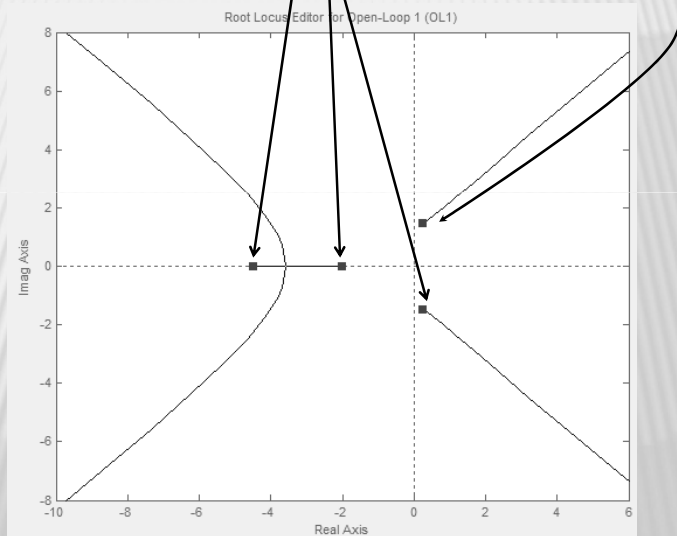
ans =

```
-4.49e+000
```

```
-1.99e+000
```

```
2.47e-001 +1.47e+000i
```

```
2.47e-001 -1.47e+000i
```



23

**FIN DE LA  
PRESENTACIÓN**

REPORTE ERRORES A :  $\Rightarrow$  [jgarciaabad@frc.utn.edu.ar](mailto:jgarciaabad@frc.utn.edu.ar)

24