/

4 (cuatro) 1/3

Nombre: Suelda Enrique Legajo: 62508

Examen Final de Teoría de los Circuitos I

6 de diciembre de 2017

> Condiciones necesarias para la aprobación:
> - demostrar conocimiento de todos los temas evaluados,
> - resolver correctamente al menos el 60 % del examen.

1. La carga RL de la figura 1 disipa una potencia de 700W, con un factor de potencia de $fp_i = 0{,}7$. Se corrige mediante el agregado de un capacitor real de tal manera que su factor de potencia pasa a $fp_f = 0{,}97$ en atraso. Luego de la corrección se determina además que la potencia activa total se incrementó en 20W.

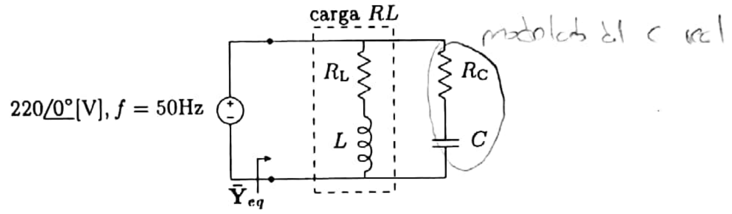


Figura 1: Potencia y corrección del factor de potencia de una carga RL.

Considerando que el sistema está en estado de régimen se pide: 5/40

a) calcular las potencias en la fuente y en cada rama del circuito,
b) determinar el valor de capacidad C y resistencia R_C del capacitor real usado para la corrección, y los valores R_L y L de la carga,
c) construir el diagrama fasorial completo.

2. Luego, haciendo variar el capacitor usado para corregir el factor de potencia (suponiendo que R_C permanece constante) construir el lugar geométrico de la impedancia equivalente $\bar{Y}_{eq}$, y decir si el circuito puede entrar en resonancia para algún valor de C. 10/30

3. Finalmente, encontrar la respuesta completa de la corriente $i(t)$ cuando la carga corregida se conecta a la fuente de excitación, como se indica en el circuito de la figura 2. Considerar para la particularización condiciones iniciales nulas. 20/30

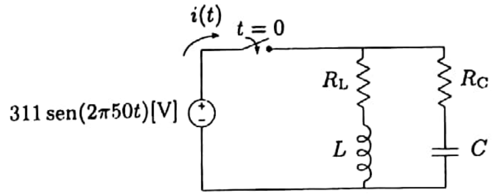


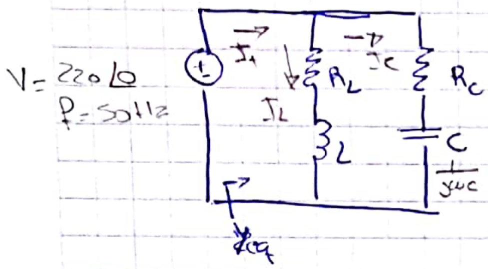
Figura 2: Régimen transitorio de la carga RL corregida.

$f_{p} \cdot \cos\varphi = \frac{P}{S}$ adelanto $\varphi = (-)$

$C = \frac{P (\tan\varphi_0 - \tan\varphi_f)}{V^2 \cdot \omega}$

Soelto Enrique

1)



$P_{T_1} = 700 w$ $f_{p_1} = 0{,}7$

$P_{T_2} = 720 w$ $f_{p_2} = 0{,}97$ en atraso

$\varphi_0 = \cos^{-1}(0{,}7) = 45{,}57°$

$\varphi_f = \cos^{-1}(0{,}97) = 14{,}069°$

$P = |V| |I| \cos\varphi \rightarrow \frac{P}{\cos\varphi} = |V||I|$

$\omega = 2\pi f = 100\pi$

$P_T = 720 [w]$

$Q_T = |V||I| \operatorname{sen}\varphi = \frac{P}{\cos\varphi} \operatorname{sen}\varphi = \frac{720}{\cos(14{,}069)} \operatorname{sen}(14{,}069) = 180{,}93 [VAR]$ ✓ ✓

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 742{,}26 [VA]$

$P_{RL} = 700 [w]$ ✓

$Q_{RL} = \frac{P_{RL}}{\cos\varphi} \operatorname{sen}\varphi = \frac{700}{\cos(14{,}069)} \operatorname{sen}(14{,}069) = 175{,}42 [VAR]$ ✗

$\varphi_0 = 45{,}57°$,

$S_{RL} = \sqrt{P^2 + Q^2} = 721{,}64 [VA]$

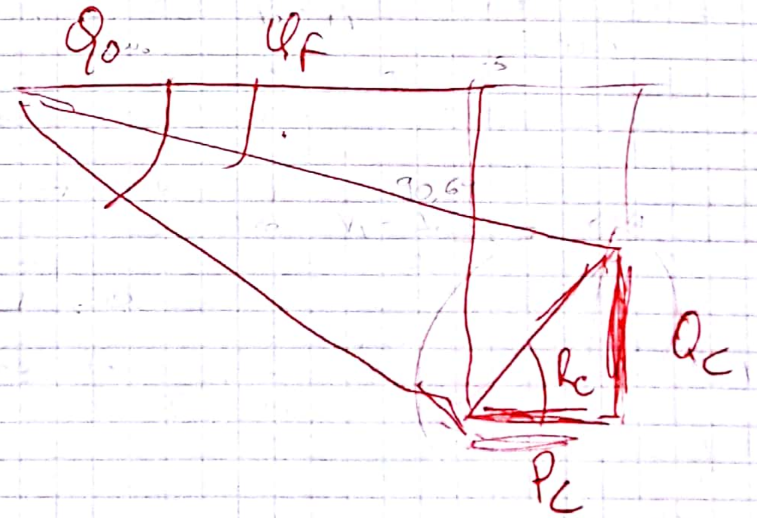
3,5 ⁄ 10

$P_{RC} = 20 [w]$

$Q_{RC} = \frac{P_{RC}}{\cos\varphi} \operatorname{sen}\varphi = \frac{20}{\cos(14{,}069)} \operatorname{sen}(14{,}069) = 5{,}01 [VAR]$ ✗

esto es φf, no el φ de la rama RC.

$S_{RC} = \sqrt{P^2 + Q^2} = 20{,}61 [VA]$



NOTA

Scelzo
Enrique

3/3

$Q_0 = \frac{700}{\cos(45{,}57)} \sin(45{,}57) = 714\,[VAR]$ ✓

$Q_f = Q_0 - Q_c \rightarrow Q_c = Q_0 - Q_f = 714 - 180{,}4 = 533{,}63\ [VAR]$ ✓

mal

$\frac{V^2}{X_c} = V^2 \omega C = Q_c \rightarrow C = \frac{Q_c}{V^2 \omega} = \frac{533{,}63}{220^2 \cdot 100\pi} = 3{,}5 \cdot 10^{-5} F \rightarrow \boxed{\cancel{C = 35\,\mu F}}$

$\bar{V} \neq \bar{V}_c$

$\frac{V^2}{R_c} = Q_c \rightarrow R_c = \frac{V^2}{Q_c} = \frac{220^2}{533{,}63} = 87{,}42\,\Omega \rightarrow \boxed{\cancel{R_c = 87{,}42\,\Omega}}$

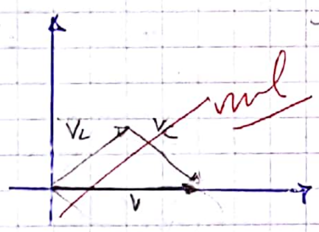
mal

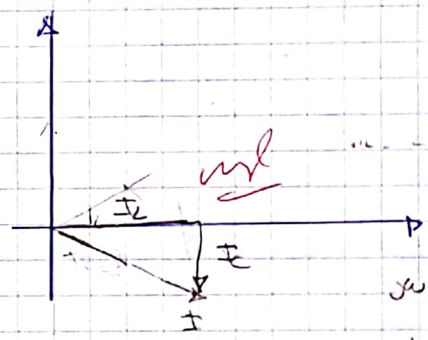
$\frac{V^2}{X_L} = \frac{V^2}{\omega L} = Q_c \rightarrow L = \frac{V^2}{Q_c \omega} = \frac{220^2}{533{,}6 \cdot 100\pi} = 0{,}2782\ H \rightarrow \boxed{\cancel{L = 278{,}2\ mH}}$

mal

$\frac{V^2}{R_L} = Q_c \rightarrow R_L = \frac{V^2}{Q_c} = 87{,}42 \rightarrow \boxed{\cancel{R_L = 87{,}42\,\Omega}}$

c)

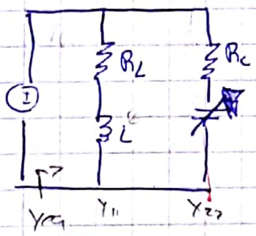




$j\omega L = 87{,}39\,j$

$\frac{1}{j\omega C} = -90{,}9\,j$

2)

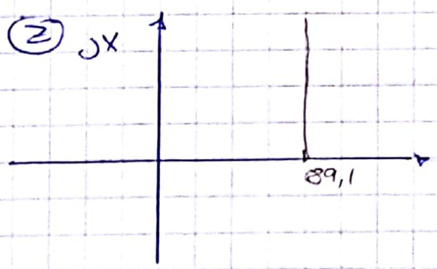


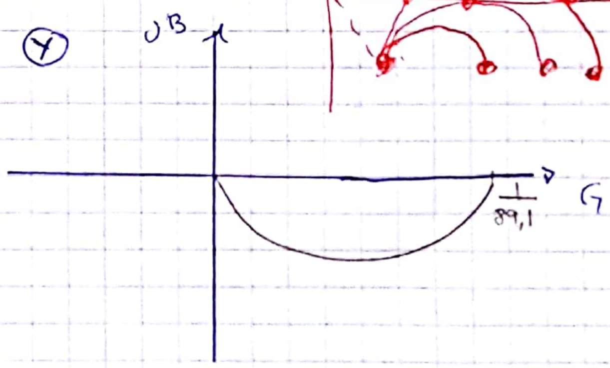
$Z_{eq} = \frac{(R_L + j\omega L)(R_c + \frac{1}{j\omega C})}{R_L + j\omega L + R_c + \frac{1}{j\omega C}} = 89{,}1 + 0{,}035\,j$

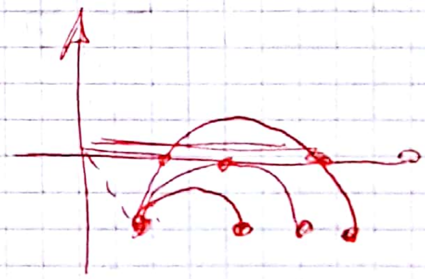
$89{,}1 \angle 0{,}02$

$Y_{eq} = \frac{1}{Z_{eq}} = 0{,}01 - 4{,}4 \cdot 10^{-6} j$

$0{,}01 \angle -90^\circ$







$Y_{11} = 87{,}4 + 87{,}39\,j$

$Y_{22} = 87{,}4 + X_C$

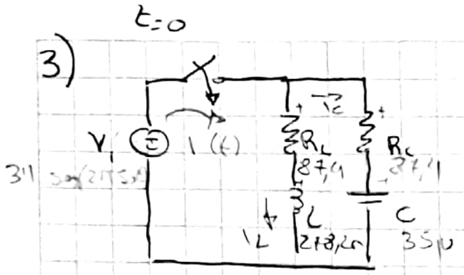
$\text{Imag}\{Y_{11}\} < \frac{1}{X_L}$

$\frac{X_L}{R^2 + X_L^2} < \frac{1}{X_C} \rightarrow \frac{X_L}{R_L^2 + X_L^2} < \omega C$

NOTA

$\therefore$ entra en resonancia p/ $C > \frac{X_L}{R_L^2 + X_L^2} \cdot \frac{1}{\omega}$

3)



$t<0$

$I(0)=0$

$V_1 - V_{R_L} - V_L = 0$

$V_1 - V_{R_C} - V_C = 0 \rightarrow V_1 = I_C R_C + V_C \rightarrow I_C = \frac{V_1 - V_C}{R_C}$

$I - I_L - I_C = 0 \rightarrow I_L = I - I_C$

$V_L + V_{R_L} - V_{R_C} - V_C = 0$

$L\frac{dI_L}{dt} + R_L I_L - I_C R_C - V_C = 0 \rightarrow L\frac{dI_L}{dt} + R_L I_L - \frac{dV_C}{dt} C R_C - V_C = 0$ ✓

$L I_L(s) s + \cancel{L I_L(0)}^{=0} + R_L I_L(s) - C R_C s V_C(s) + \cancel{C R_C V_C(0)}^{=0} \quad V_C(s) = 0$

$I_L(s)(Ls + R_L) + V_C(s)(-C R_C s - 1) = 0$ ✓

$V_1 - I_L R_L - \frac{dI_L}{dt} L = 0 \rightarrow V_1(s) - I_L(s) R_L - I_L(s) s L + \cancel{I_L(0)}^{=0} L = 0$ #

$$\begin{cases} I_L(s)(Ls + R_L) + V_C(s)(-C s R_C - 1) = 0 \\ I_L(s)(R_L + sL) + 0 = V_1(s) \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} I_L(s)(87{,}4 + 0{,}2s) + V_C(s)(-0{,}003s - 1) = 0 \\ I_L(s)(87{,}4 + 0{,}2s) + V_C(s) \cdot 0 = \frac{311 \cdot 100\pi}{s^2 + (100\pi)^2} \end{array}$$

$$I_L(s) = \frac{\Delta S_1}{\Delta T} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -0{,}03s - 1 \\ \frac{311 \cdot 100\pi}{s^2 + (100\pi)^2} & 0 \end{vmatrix}}{-(87{,}4 + 0{,}2s \cdot -0{,}003s)} = \frac{-\left((-0{,}03 - 1) \cdot \frac{311 \cdot 100\pi}{s^2 + (100\pi)^2}\right)}{}$$ ✓

iba bien -

NOTA

Navarro Facundo - 63809 - 3R4

1

a) - $fp_1 = \frac{P_1}{S_1} \therefore S_i = \frac{P_i}{fp_i}$

$S_i = \frac{700}{0,7}$

$\boxed{S_i = 1000\ [VA]}$ ✓

$fp_F = \frac{P_F}{S_F} \therefore S_F = \frac{P_F}{fp_F}$

$S_F = \frac{720}{0,97}$

$\boxed{S_f = 742,27\ [VA]}$ ✓

$S_i^2 = P_i^2 + Q_i^2 \therefore Q_i^2 = S_i^2 - P_i^2$

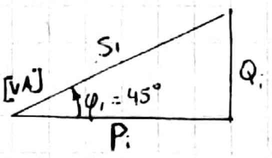
$Q_i = \sqrt{S_i^2 - P_i^2}$

$= \sqrt{(1000)^2 - (700)^2}$

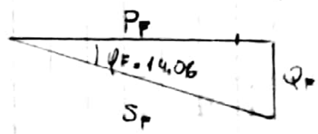
$Q_1 = 714,14\ [VAR]$

$S_i^2 = P_i^2 + Q_i^2$

$1000^2 [VA] = 700^2 [W] + 714,14^2 [VA]$



✓



✓

$S_F^2 = P_F^2 + Q_F^2 \therefore Q_F^2 = S_F^2 - P_F^2$

$Q_F = \sqrt{S_F^2 - P_F^2}$

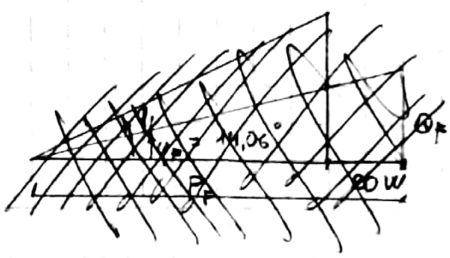
$= \sqrt{(742,27)^2 - (720)^2}$

$= 180,46\ [VAR]$

$S_F^2 = P_F^2 + Q_F^2$

$742,27^2 [VA] = 720^2 [W] - 180,46^2 [VAR]$

↳ En atraso



Scanned by CamScanner

• Como en un principio hay una sola rama RL, toda la potencia erogada por el generador S_1 es consumida por dicha rama.

$$\text{Pot. rama}_1 = 700\,[W] + 714{,}14\,[VAR] \quad \text{en } t = 1$$

?

• Sabiendo que la tensión en los bornes es igual a la tensión de fuente

$$P_i = \frac{|V|^2}{R_L} \quad \therefore \quad R_L = \frac{|220|^2}{700} \qquad \bar{V} \neq \bar{V}_{R_L}$$

$$\boxed{R_L = 69{,}14\,[\Omega]}$$

$$Q_i = \frac{|V|^2}{X_L} \quad \therefore \quad X_L = \frac{|220|^2}{714{,}14}$$

$$X_L = 67{,}77\,[\Omega]$$

$$\omega L = 67{,}77$$

$$2\pi f \cdot L = 67{,}77$$

$$\boxed{\cancel{L = 0{,}215\,[H]}}$$

• Luego conectando la rama RC; que corrige el fp hasta llevarlo a 0,97 en otros

$$(P_F - P_i) = \frac{|V|^2}{R_C} \quad \therefore \quad R_C = \frac{|220|^2}{20}$$

$$\boxed{\cancel{R_C = 2420\,[\Omega]}}$$

mal

$$|(Q_F - Q_i)| = \frac{|V|^2}{X_C} \qquad X_C = \frac{|V|^2}{|-180{,}46 - 714{,}14|}$$

$$= \frac{220^2}{|-732{,}61|}$$

$$\frac{1}{\omega C} = 66{,}06\,[\Omega]$$

mal

$$C = \frac{1}{2\pi f \cdot 66{,}06} = \boxed{\cancel{0{,}48\,[mF]} = C}$$

Scanned by CamScanner

Navarro Facundo - 63809 - 3R4

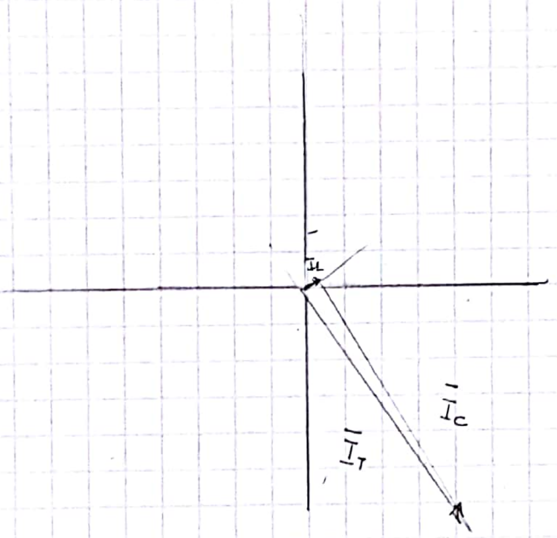
Pot. Ramo 2 = 20 [W] - 732,6 [VAR]

c).

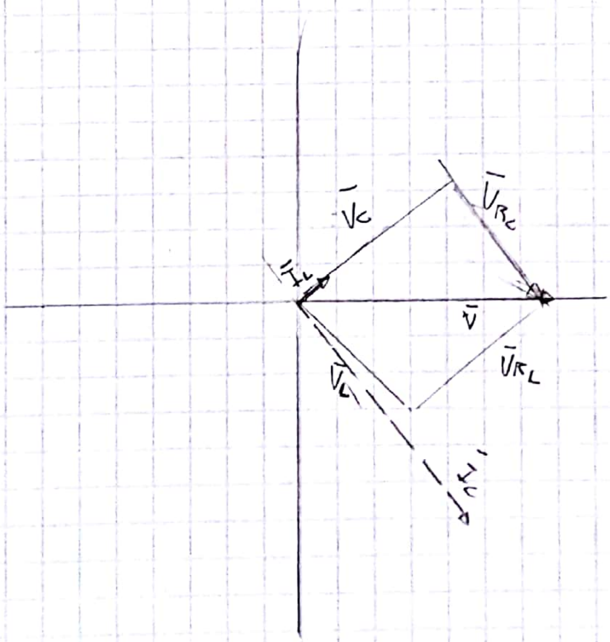
$I_T = I_C + I_L$

$I_C = \frac{V}{Z_1} = \frac{220}{69 + j68} = 2{,}27 \angle -44°$

$I_L = \frac{V}{Z_2} = \frac{220}{2420 - j66} = 0{,}09 \angle 1{,}56°$



$I_T = I_L + I_C$

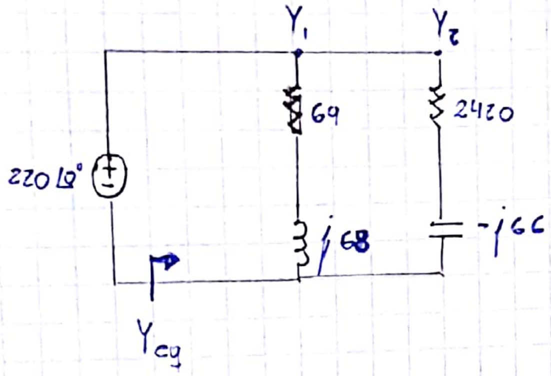


Navarro Facundo - 63809 - 3R4

2).

Como las ramas están en paralelo; sus admitancias se suman; en este caso una rama corresponde a un valor de impedancia Z y la otra es un lugar geométrico.

La rama constante sólo desplaza el lugar geométrico



$$Z_2 = 2420 - j66$$

$$Y_2 = \left(G - \frac{1}{2.RL}\right)^2 + B^2 = \left(\frac{1}{2RL}\right)^2$$

$$\left(G - \frac{1}{4840}\right)^2 + B^2 = \left(\frac{1}{4840}\right)^2$$

$$Z_1 = 69 + j68$$

$$Z_1^{-1} \quad Y_1 = 7{,}35 \times 10^{-3} - 7{,}24 \times 10^{-3} j$$

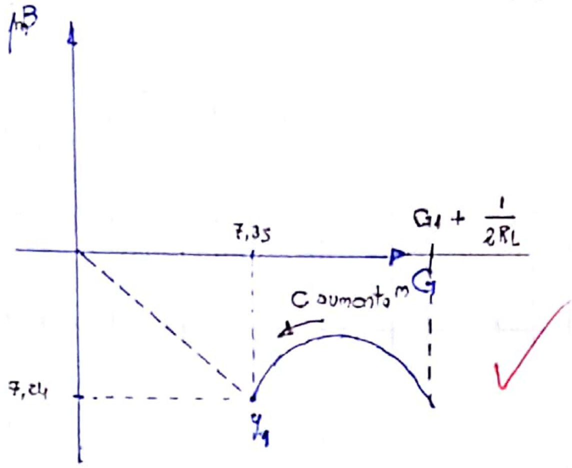
La condición para que este circuito entre en resonancia es que el radio de Y_2 debe ser mayor a la parte imaginaria de Y_1

Cond. de resonancia $\Rightarrow$ $\frac{1}{2RL} > Im\{Y_1\}$

$$\frac{1}{4840} \cancel{>} 7{,}24 \times 10^{-3}$$

$$0{,}20 \times 10^{-3} < 7{,}24 \times 10^{-3}$$

El circuito no puede entrar en resonancia.

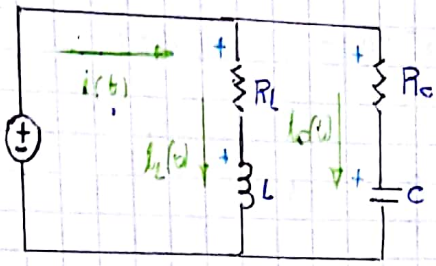


7,35
7,24
C aumenta

Navarro Facundo - 63809 - 3R4

③.

$311 . \mathrm{Sen}(2\pi 50 t)\, v_i$



$R_L = 69\,[\Omega]$

$L = 0,215\,[H]$

$R_c = 2420\,[\Omega]$

$C = 0,48 \times 10^{-3}\,[F]$

L.K.V

① $v_i(t) - v_{RL}(t) - v_L(t) = \emptyset$

$v_i(t) - v_{Rc}(t) - v_c(t) = \emptyset$

$v_L(t) + v_{RL}(t) - v_{Rc}(t) - v_c(t) = \emptyset$

L.K.I

$i(t) = i_L(t) + i_c(t)$

V-I

$v_{RL} = R_L . i_L(t)$

$v_L(t) = L . \dfrac{di_L(t)}{dt}$

$v_{Rc}(t) = R_c . i_c(t)$

$i_c(t) = C . \dfrac{dv_c(t)}{dt}$

De ① =

$$v_{RL}(t) + v_L(t) = v_i(t)$$

$$R_L\, i_L(t) + L . \frac{di_L(t)}{dt} = v_i(t)$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{R_L}{L} . i_L(t) = \frac{v_i(t)}{L}$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} + 321\, i_L(t) = 1446,511\ \mathrm{Sen}(\omega t)$$

Respuesta natural

$$i_{L_n}(t) = A' . e^{-321 t}$$

Respuesta forzada

Propongo

$$i_L(t) = A \cdot \operatorname{Sen}(\omega t) + B \cdot \operatorname{Cos}(\omega t)$$

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \omega \cdot A \cdot \operatorname{Cos}(\omega t) - \omega B \cdot \operatorname{Sen}(\omega t)$$

$$\mathrm{I}\begin{cases} i_L(t)\big|_0 = B \\ \frac{di_L(t)}{dt}\Big|_0 = \omega A \end{cases} \qquad \mathrm{II}\begin{cases} i_L(t)\big|_{\omega t = 90°} = A \\ \frac{di_L(t)}{dt}\Big|_{\omega t = 90°} = -\omega \cdot B \end{cases}$$

I
$$\frac{di_L(t)}{dt}\Big|_0 + 321\, i_L(t)\big|_0 = 1446 \cdot \operatorname{Sen}(\omega t)\big|_0$$

$$\omega A + 321 \cdot B = \emptyset$$

$$B = -\omega A / 321$$

$$B = 0{,}978 \cdot A \Rightarrow 1{,}02$$

II
$$\frac{di_L(t)}{dt}\Big|_{\omega t = 90} + 321\, i_L(t)\big|_{\omega t = 90} = 1446 \cdot \operatorname{Sen}(\omega t)\big|_{\omega t = 90}$$

$$-\omega B + 321\, A = 1446$$

$$-(2\pi 50) \cdot 0{,}978\, A + 321 \cdot A = 1446$$

$$A = 1{,}05$$

$$i_{LF}(t) = 1{,}05\ \operatorname{Sen}(2\pi 50 t) + \operatorname{Cos}(2\pi 50 t)$$

Particularizamos

$$i_L(0) = \emptyset$$

$$\left[i_L(t) = A' \cdot e^{-321 t} + 1{,}05 \cdot \operatorname{Sen}(2\pi \cdot 50 t) + 1{,}02 \cdot (2\pi 50 t) \right]_{t=0}$$

$$\emptyset = A' + 1{,}02 \quad \therefore \quad A = -1{,}02$$

$$i_L(t) = -1{,}02\, e^{-321t} + 1{,}05\, \text{Sen}(2\pi.50t) + 1{,}02. \text{Cos}(2\pi 50t)$$

Obtenemos $V_C(t)$

$$V_C(t) + R_C\, i_C(t) = V_i(t)$$

$$i_C(t) + \frac{V_C(t)}{R_C} = \frac{V_i(t)}{R_C}$$

$$C.\frac{dV_C(t)}{dt} + \frac{V_C(t)}{R_C} = \frac{V_i(t)}{R_C}$$

$$\frac{dV_C(t)}{dt} + \frac{V_C(t)}{R_C.C} = \frac{V_i}{R_C.C}$$

$$\frac{dV_C(t)}{dt} + 0{,}86\, V_C(t) = 0{,}86\ 311.\text{Sen}(\omega t)$$

$$\frac{dV_C(t)}{dt} + 0{,}86\, V_C(t) = 267{,}46.\text{Sen}(\omega t)$$

Resp. Natural

$$V_{Cn}(t) = D.e^{-0{,}86t}$$

Resp. forzada

Mismo desarrollo que el anterior

$$V_{Cf}(t) = E\,\text{Sen}(\omega t) + F.\text{Cos}(\omega t)$$

$$\text{I} - \begin{cases} V_C(t)\big|_0 = F \\ \dfrac{dV_C(t)}{dt}\Big|_0 = \omega E \end{cases} \qquad \text{II} - \begin{cases} V_C(0)\big|_{\omega t=90} = E \\ \dfrac{dV_C(0)}{dt}\Big|_{\omega t=90} = -\omega F \end{cases}$$

$$2.\pi.50.E + 0{,}86\,F = \emptyset$$

$$-(2\pi.50).F + 0{,}86\,E = 267{,}46$$

$$E = 2{,}33 \times 10^{-3}$$

$$F = -0{,}85$$

$$V_{C_f}(t) = 2,33 \times 10^{-3} \cdot \mathrm{Sen}(2\pi 50 t) - 0,85 \cdot \mathrm{Cos}(2\pi 50 t)$$

$$V_C(t) = D \cdot e^{-0,86t} + 2,33 \times 10^{-3} \cdot \mathrm{Sen}(2\pi 50 t) - 0,85 \cdot \mathrm{Cos}(2\pi 50 t)$$

$$\left.\begin{aligned} V_C(0) &= D - 0,85 \\ V_C(0) &= \phi \end{aligned}\right\} \quad D = 0,85$$

✓

$$V_C(t) = 0,85\, e^{-0,86t} + 2,33 \times 10^{-3} \cdot \mathrm{Sen}(2\pi 50 t) - 0,85\, \mathrm{Cos}(2\pi 50)$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{dV_C(t)}{dt}$$

✓

$$= \left[-0,731\, e^{-0,86t} + 0,731 \cdot \mathrm{Cos}(2\pi 50 t) + 267,03\, \mathrm{Sen}(2\pi 50 t)\right] \cdot C$$

$$= -7,31 \times 10^{-4} \cdot e^{-0,86t} + 0,267 \cdot \mathrm{Sen}(2\pi 50 t) + 7,31 \times 10^{-4}\, \mathrm{Cos}(2\pi 50 t)$$

$$i(t) = i_C(t) + i_L(t)$$

✓

$$i(t) = -7,31 \times 10^{-4} \cdot e^{-0,86t} - 1,02\, e^{-321t} + 1,317 \cdot \mathrm{Sen}(2\pi 50 t) + 1,02\, \mathrm{Cos}(2\pi 50 t)$$