

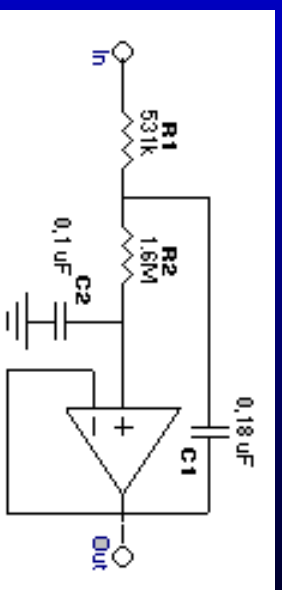
"SÍNTESIS DE FILTROS MODERNOS"

"PARTE 2 - FILTROS ACTIVOS SALLEN-KEY"

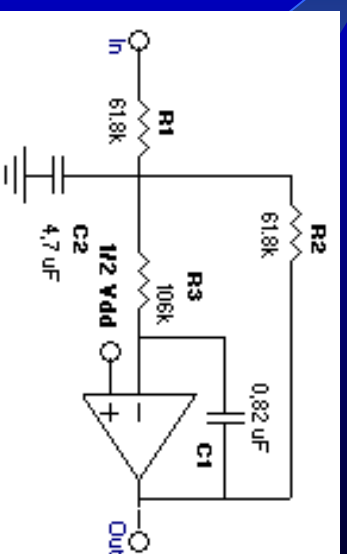
Recopilación realizada en apoyo de la Cátedra

Ing. Juan José GARCÍA ABAD

TEORÍA DE LOS
CIRCUITOS II



SALLEN KEY



MFB ó RAUCH

SÍNTESIS CIRCUITOS ACTIVOS

FORMA GENERAL DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DE UN FILTRO PASA BAJOS :

$$A_{(s)} = \frac{A_0}{\prod_i (1 + a_i s + b_i s^2)}$$

Los coeficientes a_i y b_i son los que definen un filtro de Butterworth, de Chebyshev, de Bessel, u otros.

3

DONDE :

$$A_{(s)} = \frac{A_0}{\prod_i (1 + a_i s + b_i s^2)}$$

Donde :

$A_0 \Rightarrow$ ganancia

$b_i \Rightarrow \omega_0^2$

$a_i \Rightarrow \frac{\omega_0}{Q_0} \quad \text{o} \quad Q_0 = \frac{\sqrt{b_i}}{a_i}$

LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA PARA UN FILTRO PASÁ BAJOS DE ORDEN n=2 ESTÁ DADA POR:

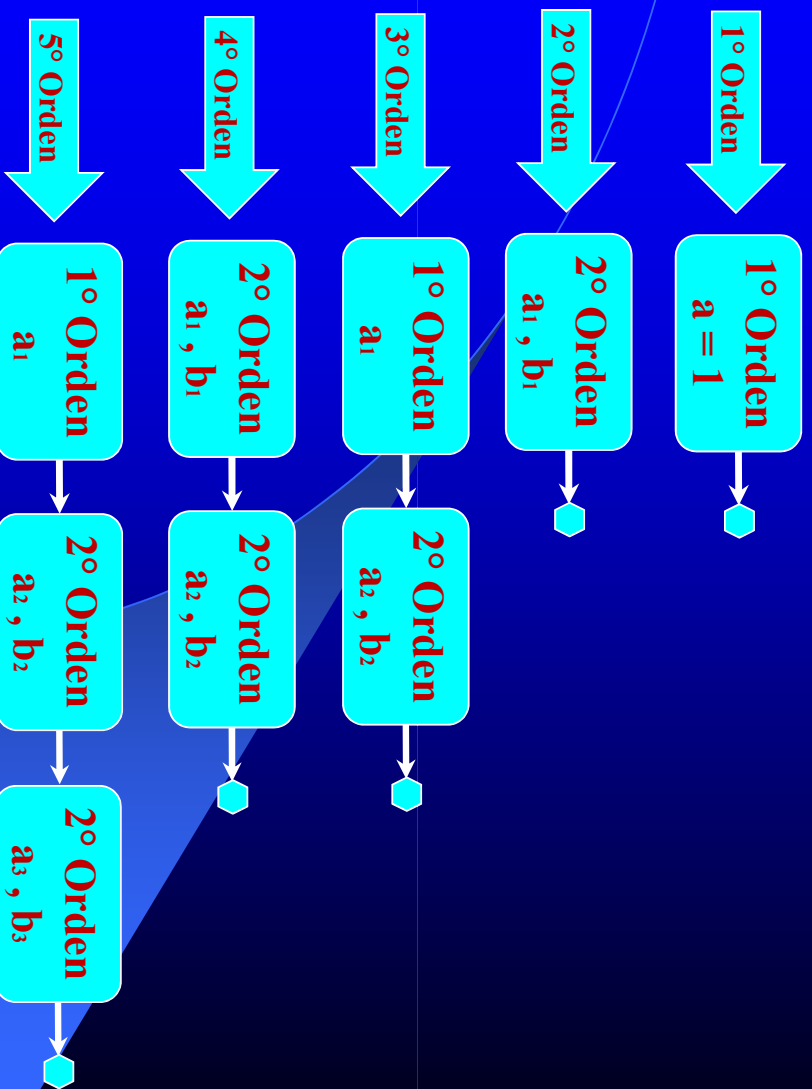
$$A_{(s)} = \frac{A_0}{(1 + a_1 s + b_1 s^2)}$$

HACIENDO EL COEFICIENTE $b_i = 0$, SE OBTIENE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA PARA $n=1$:

$$A_{(s)} = \frac{A_0}{(1 + a_1 s)}$$

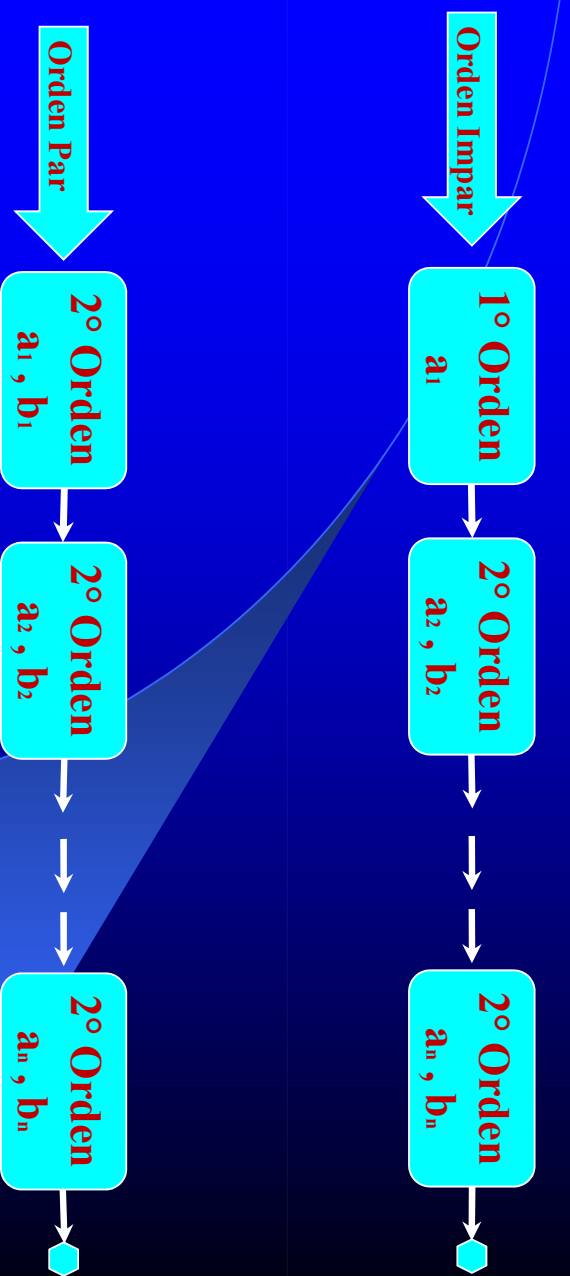
5

CONEXIÓN DE FILTROS EN CASCACADA :



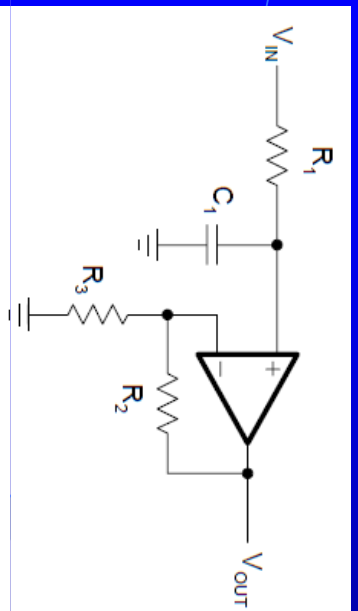
6

CONEXIÓN DE FILTROS EN CASCACADA :



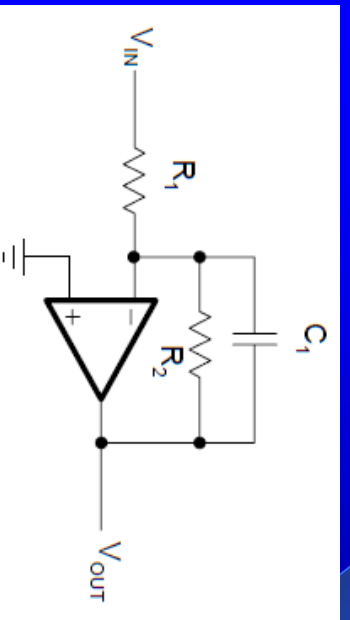
7

FILTRO DE 1º ORDEN PASA BAJOS



$$A(s) = \frac{1 + \frac{R_2}{R_3}}{1 + \omega_c R_1 C_1 s}$$

PASA-BAJO NO INVERSOR

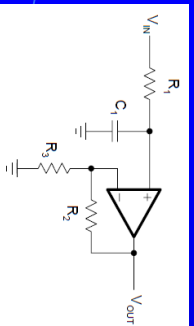


$$A(s) = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \omega_c R_2 C_1 s}$$

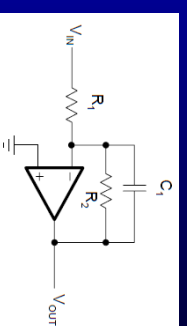
PASA-BAJO INVERSOR

8

FILTRO DE 1º ORDEN PASA BAJOS



$$A(s) = \frac{1 + \frac{R_2}{R_3}}{1 + \omega_c R_1 C_1 s}$$



$$A(s) = \frac{-\frac{R_2}{R_1}}{1 + \omega_c R_2 C_1 s}$$

COMPARACIÓN DE COEFICIENTES ENTRE AMBOS CIRCUITOS

$$A_0 = 1 + \frac{R_2}{R_3}$$

$$a_1 = \omega_c R_1 C_1$$

$$A_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$a_1 = \omega_c R_2 C_1$$

MODO DE OBTENER R1 Y R2 DADOS fo, Ao Y C1

$$R_1 = \frac{a_1}{2\pi f_c C_1}$$

$$R_2 = R_3(A_0 - 1)$$

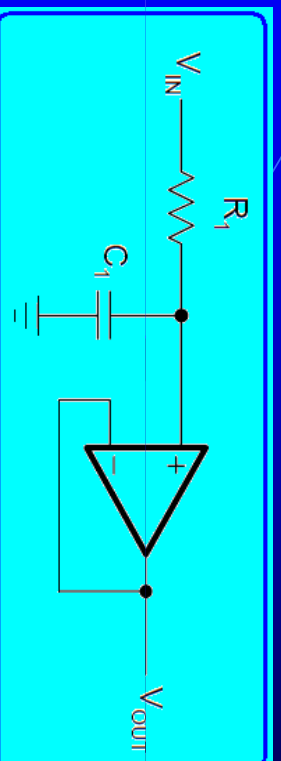
$$R_2 = \frac{a_1}{2\pi f_c C_1}$$

$$R_1 = -\frac{R_2}{A_0}$$

9

EJEMPLO : Filtro de ganancia unitaria con $f_c = 1$ [KHz], $C_1 = 47$ [nF] , $a_1 = 1$

$$R_1 = \frac{a_1}{2\pi f_c C_1} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^3 \text{Hz} \cdot 47 \cdot 10^{-9} \text{F}} = 3.38 \text{ k}\Omega$$



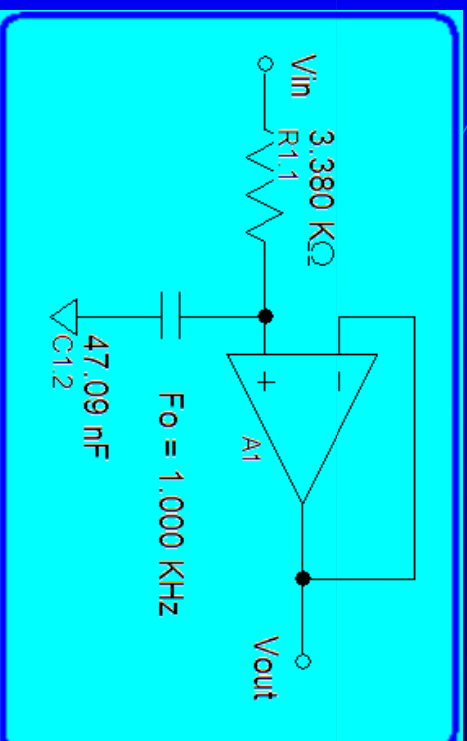
Recuerde que para filtros de orden superior $a_1 \neq 1$ (Ver Tablas)

$$R_1 = \frac{a_1}{2\pi f_c C_1} = \frac{0.756}{2\pi \cdot 10^3 \text{Hz} \cdot 47 \cdot 10^{-9} \text{F}} = 2.56 \text{ k}\Omega$$

10

EJEMPLO : Filtro de ganancia unitaria con $f_c = 1$ [KHz], $C_1 = 47$ [nF], $a_1=1$

$$R_1 = \frac{a_1}{2\pi f_c C_1} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^3 \text{Hz} \cdot 47 \cdot 10^{-9} \text{F}} = 3.38 \text{ k}\Omega$$



$$A(s) = \frac{s}{s + 6283}$$

FUNCIONES DE FILTROS DE 2º ORDEN

$$A(s) \Big|_{\text{pasa - bajos}} = \frac{A_o}{(1 + a_i s + b_i s^2)}$$

$$A(s) \Big|_{\text{pasa - altos}} = \frac{A_o s^2}{(1 + a_i s + b_i s^2)}$$

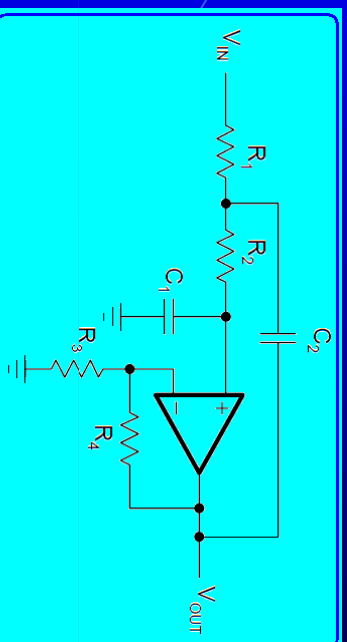
$$A(s) \Big|_{\text{Pasa - Banda}} = \frac{A_o s}{(1 + a_i s + b_i s^2)}$$

$$A(s) \Big|_{E \text{ lim ina - Banda}} = \frac{A_o (1 + c_i s + d_i s^2)}{(1 + a_i s + b_i s^2)}$$

FILTRO DE 2º ORDEN PASA BAJOS

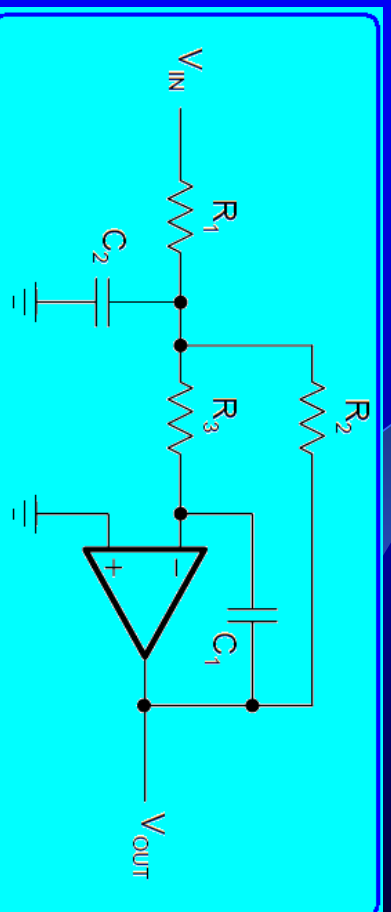
Veremos dos topologías, Sallen-Key y MBF ó Rauch :

Sallen-Key



13

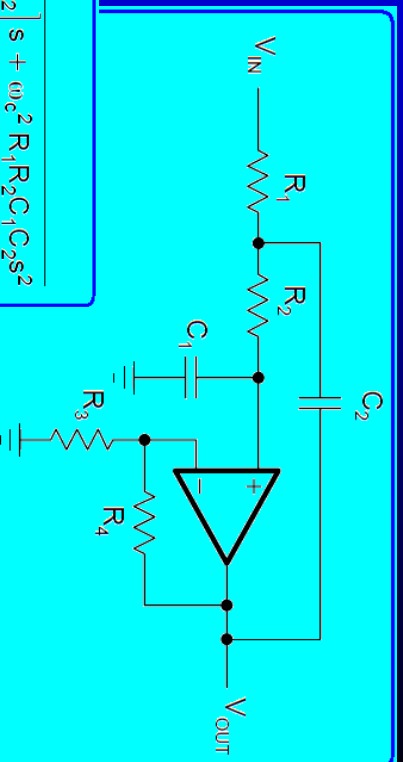
Rauch



TOPOLOGIA SALLEN-KEY PASA-BAJOS

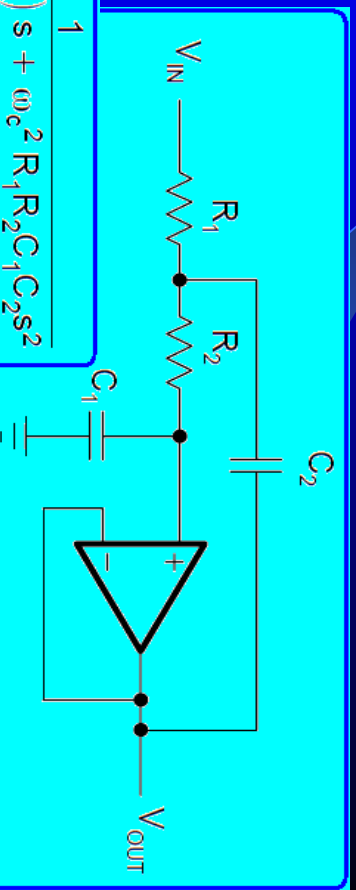
Ao ≠ 1

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + \omega_c \left[C_1(R_1 + R_2) + (1 - A_0) R_1 C_2 \right] s + \omega_c^2 R_1 R_2 C_1 C_2 s^2}$$



Ao = 1

$$A(s) = \frac{1}{1 + \omega_c C_1(R_1 + R_2) s + \omega_c^2 R_1 R_2 C_1 C_2 s^2}$$



14

MÉTODO DE CÁLCULO



$$A_{(s)} = \frac{A_o}{\frac{Y_1 \bullet Y_3}{Y_2 \bullet Y_4} + \left(\frac{Y_1}{Y_2} + \frac{Y_1}{Y_4} \right) + \frac{Y_3}{Y_2} (1 - A_o) + 1}$$

VER APUNTES DE CLASES TEÓRICAS :

FILMINA EN BLANCO PARA TOMAR APUNTES:

FILMINA EN BLANCO PARA TOMAR APUNTES:

17

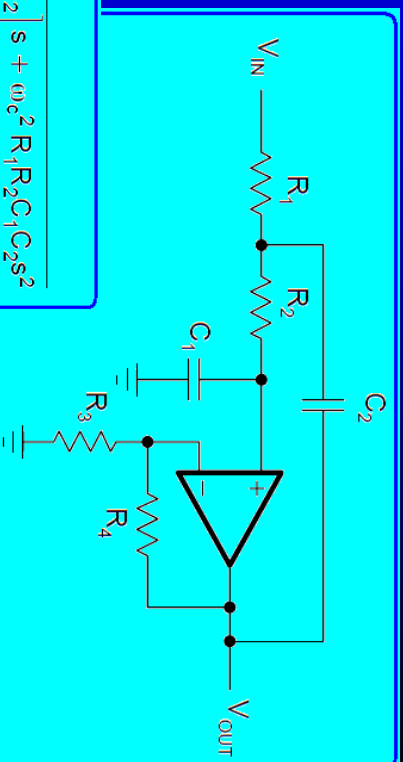
FILMINA EN BLANCO PARA TOMAR APUNTES:

18

TOPOLOGIA Sallen-Key PASA-BAJOS

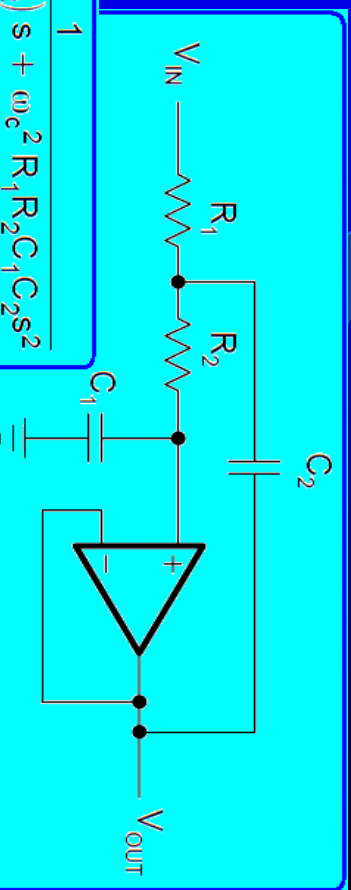
$A_0 \neq 1$

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + \omega_c [C_1(R_1 + R_2) + (1 - A_0)R_1C_2]s + \omega_c^2 R_1R_2C_1C_2s^2}$$



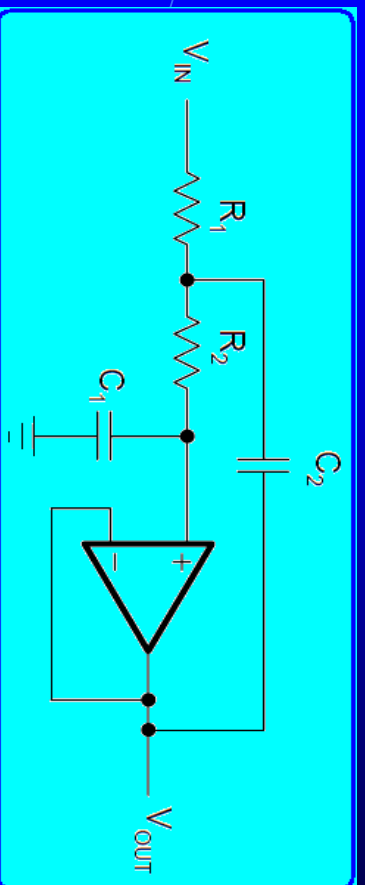
$A_0 = 1$

$$A(s) = \frac{1}{1 + \omega_c C_1(R_1 + R_2)s + \omega_c^2 R_1R_2C_1C_2s^2}$$



19

TOPOLOGIA Sallen-Key PASA-BAJOS → $A_0 = 1$



$$A(s) = \frac{1}{1 + \omega_c C_1(R_1 + R_2)s + \omega_c^2 R_1R_2C_1C_2s^2}$$

$$\begin{aligned} A_0 &= 1 \\ a_1 &= \omega_c C_1(R_1 + R_2) \\ b_1 &= \omega_c^2 R_1R_2C_1C_2 \end{aligned}$$

$$C_2 \geq C_1 \frac{4b_1}{a_1^2}$$

$$R_{1,2} = \frac{a_1 C_2 \mp \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4b_1 C_1 C_2}}{4\pi f_c C_1 C_2}$$

20

EJEMPLO : Calcular los componentes para un filtro Chebyshev de orden $n=2$ con una Frecuencia $f_c=3$ KHz y un ripple de 3 dB, en la Banda pasante.

De la Tabla tenemos :

$$C_2(S) = 1.9305 \times S^2 + 1.0650 \times S + 1$$

Suponemos $C_1 = 22$ [nF] de donde :

$$C_2 \geq C_1 \frac{4b_1}{a_1^2} = 22 \cdot 10^{-9} \text{ nF} \cdot \frac{4 \cdot 1.9305}{1.065^2} \approx 150 \text{ nF}$$

Recordando \rightarrow

$$R_{1,2} = \frac{a_1 C_2 \mp \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4b_1 C_1 C_2}}{4\pi f_c C_1 C_2}$$

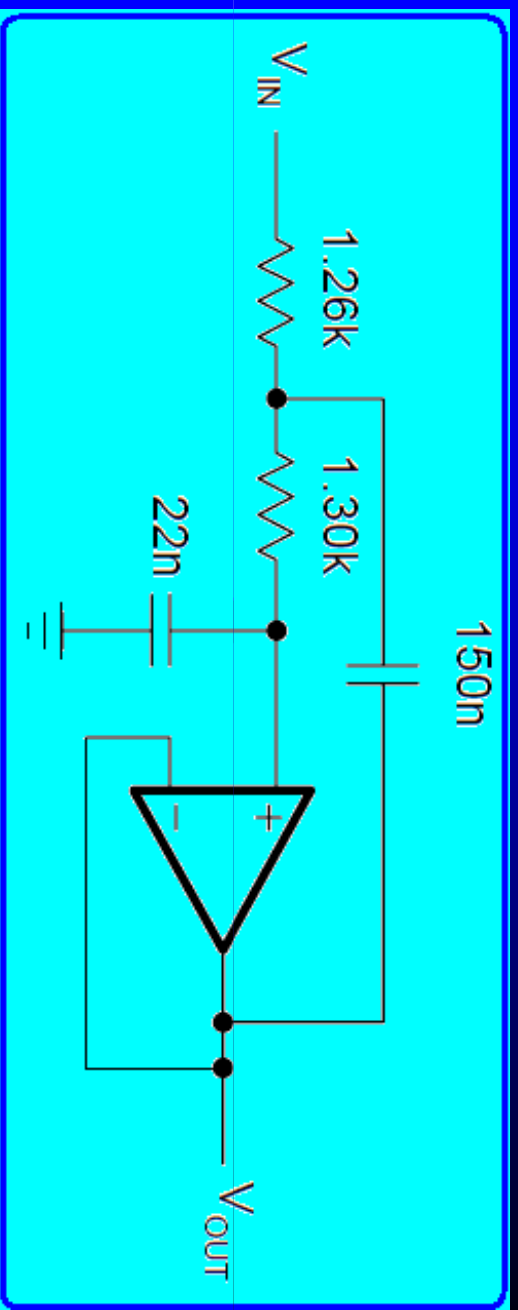
$$R_1 = \frac{1.065 \cdot 150 \cdot 10^{-9} - \sqrt{(1.065 \cdot 150 \cdot 10^{-9})^2 - 4 \cdot 1.9305 \cdot 22 \cdot 10^{-9} \cdot 150 \cdot 10^{-9}}}{4\pi \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 22 \cdot 10^{-9} \cdot 150 \cdot 10^{-9}} = 1.26 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = \frac{1.065 \cdot 150 \cdot 10^{-9} + \sqrt{(1.065 \cdot 150 \cdot 10^{-9})^2 - 4 \cdot 1.9305 \cdot 22 \cdot 10^{-9} \cdot 150 \cdot 10^{-9}}}{4\pi \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 22 \cdot 10^{-9} \cdot 150 \cdot 10^{-9}} = 1.30 \text{ k}\Omega$$

21

El circuito final es el siguiente :

CHEBYSHEV $\rightarrow n=2$, pb , 3 KHz, -3 dB ripple



QUEDA PARA EL ALUMNO HACER LA SIMULACIÓN PARA COMPROBAR LA RESPUESTA.

22

CASO ESPECIAL DE DISEÑO :

Se toma **$R_1 = R_2 = R$** y **$C_1 = C_2 = C$**

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + \omega_c [C_1(R_1 + R_2) + (1 - A_0)R_1C_2]s + \omega_c^2 R_1R_2C_1C_2s^2}$$

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + \omega_c RC(3 - A_0)s + (\omega_c RC)^2 s^2}$$

Recordando que :

$$A_0 = 1 + \frac{R_4}{R_3}$$

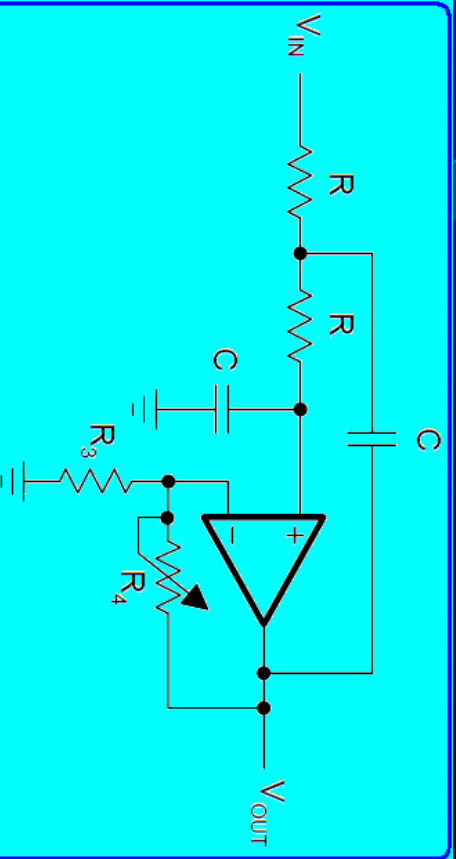
$$a_1 = \omega_c RC(3 - A_0)$$
$$b_1 = (\omega_c RC)^2$$

23

Fijando el valor de C encontramos el valor de R y de A_0 .

$$R = \frac{\sqrt{b_1}}{2\pi f_c C} \quad \text{y} \quad A_0 = 3 - \frac{a_1}{\sqrt{b_1}} = 3 - \frac{1}{Q}$$

$$Q = \frac{1}{3 - A_0}$$



Ejemplo : Filtro de Butterworth pb, de Orden 2, con $f_c = 3 \text{ KHz}$ y $C = 10 \text{ nF}$

$$R = \frac{\sqrt{b_1}}{2\pi f_c C}$$

$$y \quad A_0 = 3 - \frac{a_1}{\sqrt{b_1}} = 3 - \frac{1}{Q}$$

$$Q = \frac{1}{3 - A_0}$$

CÁLCULOS :

Ejemplo : Filtro de Butterworth pb, N = 2, $f_c = 3 \text{ KHz}$, $C = 10 \text{ nF}$ y $A_0=1,58$

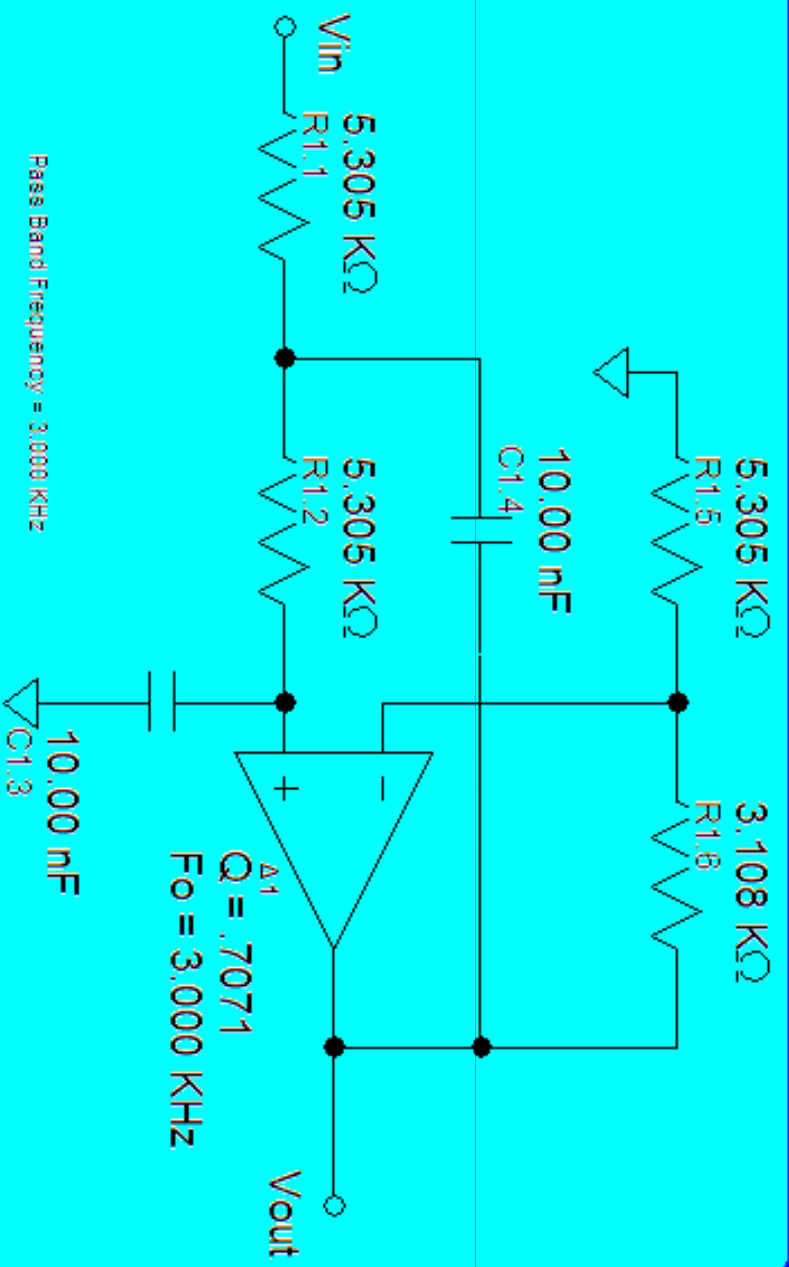


Tabla de coeficientes para algunos Filtros de grado $n=2$:

SECOND-ORDER	BESSEL	BUTTERWORTH	3-dB TSCHEBYSCHIEFF
a_1	1.3617	1.4142	1.065
b_1	0.618	1	1.9305
Q	0.58	0.71	1.3
R_4/R_3	0.268	0.586	0.234

NOTA : VER TABLAS COMPLETAS FACILITADAS POR LA CÁTEDRA.

27

FILTRO PASA -BAJOS DE ORDEN SUPERIOR

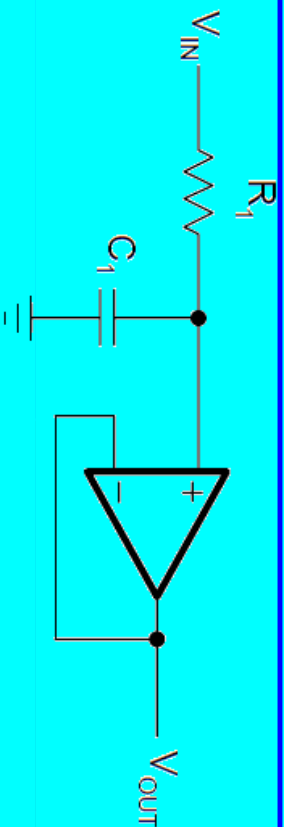
EJEMPLO : Calcular un filtro pb, de Butterworth de orden $n=5$ y frecuencia De corte $f_c = 50$ KHz.

Los coeficientes de la Tabla son :

	a_i	b_i
Filtro 1	$a_1 = 1$	$b_1 = 0$
Filtro 2	$a_2 = 1.6180$	$b_2 = 1$
Filtro 3	$a_3 = 0.6180$	$b_3 = 1$

28

FILTRO 1: PASA-BAJOS $n=1$, $A_{\infty}=1$

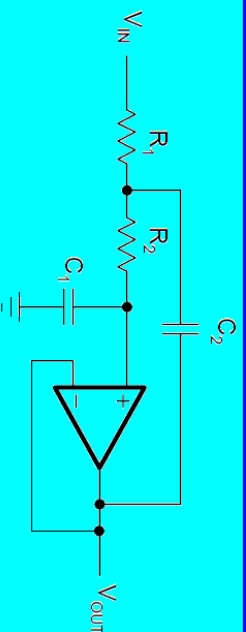


Tomamos $C_1 = 1\text{ nF}$

$$R_1 = \frac{a_1}{2\pi f_c C_1} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 10^3 \text{ Hz} \cdot 1 \cdot 10^{-9} \text{ F}} = 3.18 \text{ k}\Omega$$

29

FILTRO 2: PASA-BAJOS $n=2$, $A_0=1$



Tomamos $C_1 = 820 \text{ pF}$

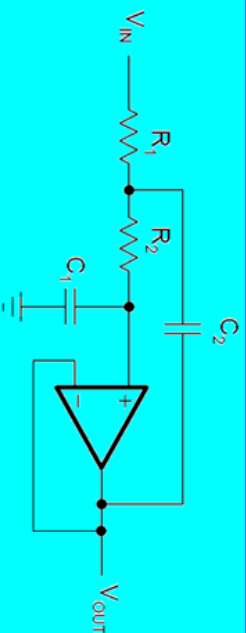
$$C_2 \geq C_1 \frac{4b_2}{a_2^2} = 820 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \frac{4 \cdot 1}{1.618^2} = 1.26 \text{ nF} \rightarrow 1.5 \text{ nF}$$

$$R_1 = \frac{a_2 C_2 - \sqrt{a_2^2 C_2^2 - 4b_2 C_1 C_2}}{4\pi f_c C_1 C_2} \quad R_2 = \frac{a_2 C_2 + \sqrt{a_2^2 C_2^2 - 4b_2 C_1 C_2}}{4\pi f_c C_1 C_2}$$

$$R_1 = \frac{1.618 \cdot 1.5 \cdot 10^{-9} - \sqrt{(1.618 \cdot 1.5 \cdot 10^{-9})^2 - 4 \cdot 1 \cdot 820 \cdot 10^{-12} \cdot 1.5 \cdot 10^{-9}}}{4\pi \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 820 \cdot 10^{-12} \cdot 1.5 \cdot 10^{-9}} = 1.87 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = \frac{1.618 \cdot 1.5 \cdot 10^{-9} + \sqrt{(1.618 \cdot 1.5 \cdot 10^{-9})^2 - 4 \cdot 1 \cdot 820 \cdot 10^{-12} \cdot 1.5 \cdot 10^{-9}}}{4\pi \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 820 \cdot 10^{-12} \cdot 1.5 \cdot 10^{-9}} = 4.42 \text{ k}\Omega$$

FILTRO 3: PASA-BAJOS $n=2$, $A_0=1$



Tomamos $C_1 = 330 \text{ pF}$

$$C_2 \geq C_1 \frac{4b_3}{a_3^2} = 330 \cdot 10^{-12} \text{F} \cdot \frac{4 \cdot 1}{0.618^2} = 3.46 \text{ nF} \rightarrow 4.7 \text{ nF}$$

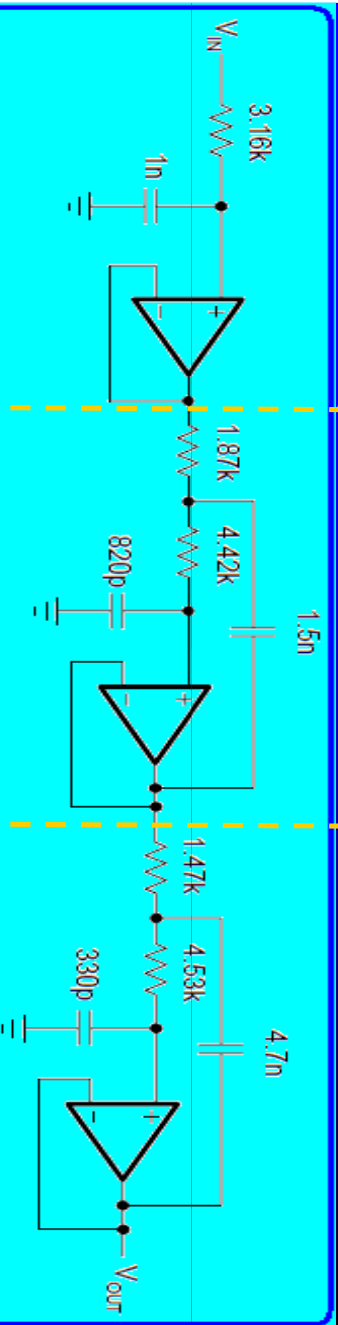
$$R_1 = \frac{a_2 C_2 - \sqrt{a_2^2 C_2^2 - 4b_2 C_1 C_2}}{4\pi f_c C_1 C_2} \quad R_2 = \frac{a_2 C_2 + \sqrt{a_2^2 C_2^2 - 4b_2 C_1 C_2}}{4\pi f_c C_1 C_2}$$

$R_1 = 1.45 \text{ k}\Omega$ el valor más proximo al 1% es $1.47 \text{ k}\Omega$

$R_2 = 4.51 \text{ k}\Omega$ el valor más proximo al 1% es $4.53 \text{ k}\Omega$

31

SOLUCIÓN : filtro pb, de Butterworth de orden $n=5$ y frecuencia de corte $f_c = 50 \text{ KHz}$.



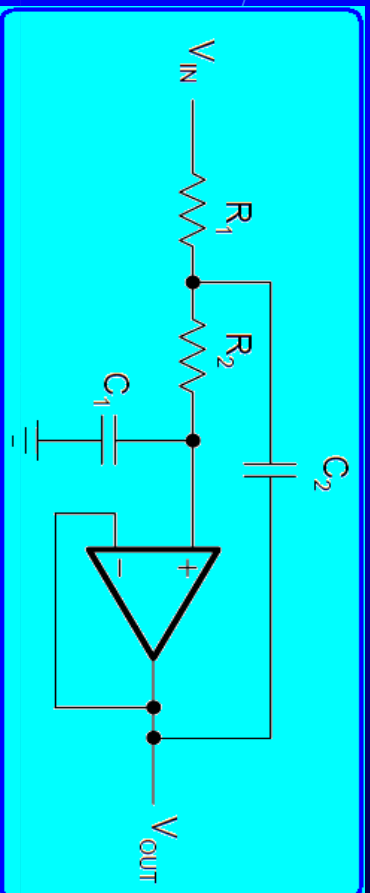
FILTRO 1

FILTRO 2

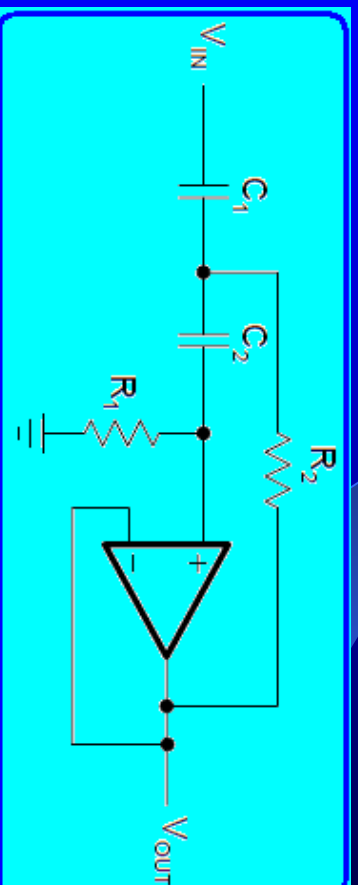
FILTRO 3

32

TRANSFORMACIÓN PASA-BAJOS A PASA -ALTOS



**REEMPLAZAMOS RESISTORES POR CAPACITORES
Y VICEVERSA**

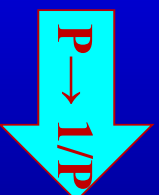


33

TRANSFORMACIÓN PASA-BAJOS A PASA -ALTOS

Reemplazamos P del Pasa-Bajos por 1/P obtenemos

$$A(s) = \frac{A_0}{\prod_i \left(1 + a_i s + b_i s^2 \right)}$$



$$A(s) = \frac{A_\infty}{\prod_i \left(1 + \frac{a_i}{s} + \frac{b_i}{s^2} \right)}$$

Para conexión en cascada, cada etapa pasa-alto de 2º orden, responderá a la siguiente función :

$$A_i(s) = \frac{A_\infty}{\left(1 + \frac{a_i}{s} + \frac{b_i}{s^2} \right)}$$

A_∞  GANANCIA EN LA
BANDA PASANTE

Haciendo $b_1 = 0$ obtenemos
la función para $n=1$

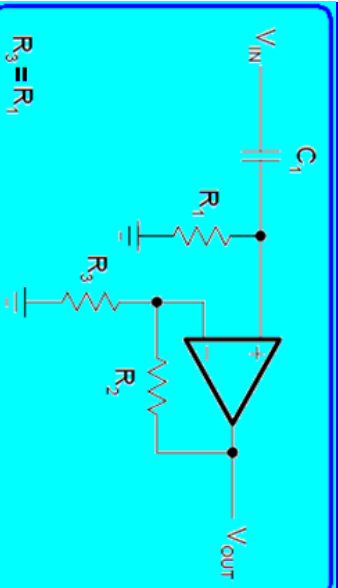
$$A(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{a_1}{s}}$$

34

FILTRO PASA -ALTOS DE 1º ORDEN

PASA-ALTO NO INVERSOR

PASA-ALTO INVERSOR

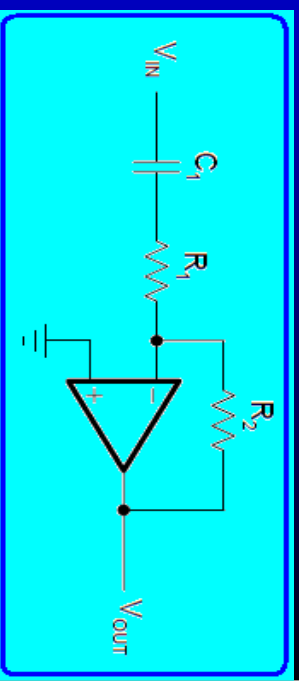


$$R_3 = R_1$$

$$A(s) = \frac{1 + \frac{R_2}{R_3}}{1 + \frac{1}{\omega_c R_1 C_1} \cdot \frac{1}{s}}$$

$$A_\infty = 1 + \frac{R_2}{R_3}$$

$$R_2 = R_3(A_\infty - 1)$$



$$A(s) = - \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{\omega_c R_1 C_1} \cdot \frac{1}{s}}$$

$$A_\infty = - \frac{R_2}{R_1}$$

$$R_2 = -R_1 A_\infty$$

PARA AMBOS CIRCUITOS →

$$a_1 = \frac{1}{\omega_c R_1 C_1}$$

→

$$R_1 = \frac{1}{2\pi f_c a_1 C_1}$$

35

EJEMPLO : Filtro pa, $n=1$, no inversor .
 $f_c=7,5$ [KHz], $C_1=4,7$ [nF] , $A_\infty=1,5$

$$R_1 = \frac{1}{2\pi f_c a_1 C_1}$$

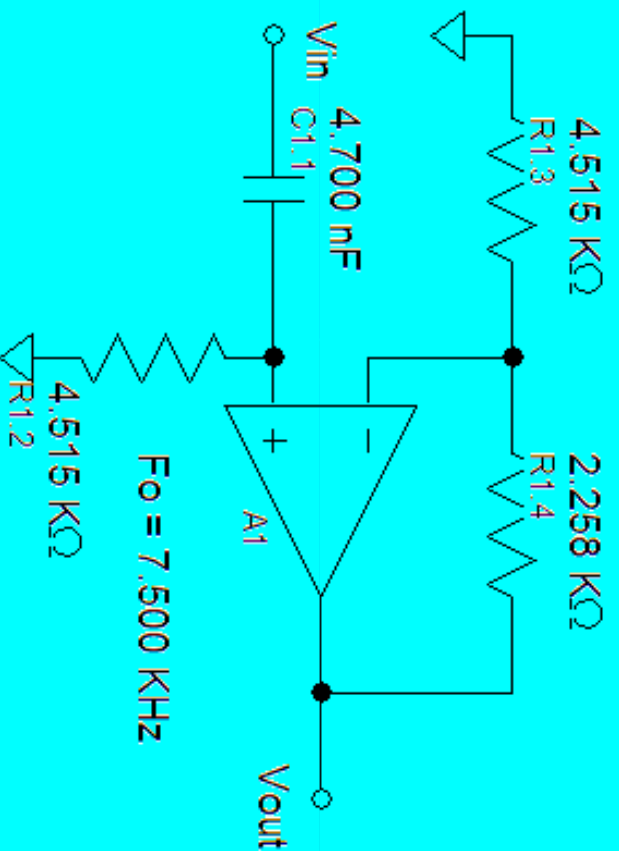
$$A_\infty = 1 + \frac{R_2}{R_3}$$

$$R_2 = R_3(A_\infty - 1)$$

CALCULAMOS :

36

EJEMPLO : Filtro pa, no inversor con $f_c=7,5$ [KHz], $C1=4,7$ [nF] , $A_{\infty}=1,5$



$$A(s) = \frac{1.5 \text{ (S)}}{s + 4.712e+04}$$

37

FUNCIONES DE 2º GRADO PASA-ALTOS

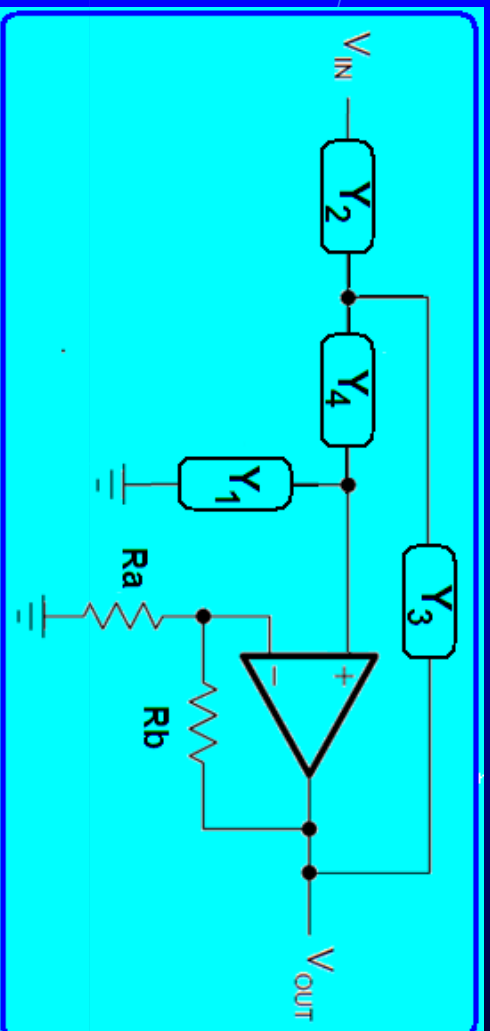
Recuerde los resultados de la filmina N° 15 para deducir circuito genérico y desarrollo de clase presencial.

Para un filtro pasa altos generalizado, las admitancias impares Y1 y Y3 serán Resistores y las admitancias pares Y2 y Y4 serán capacitores.

Si se desea ganancia $A_o = 1$ $R_b = 0$ y $R_a = \infty$

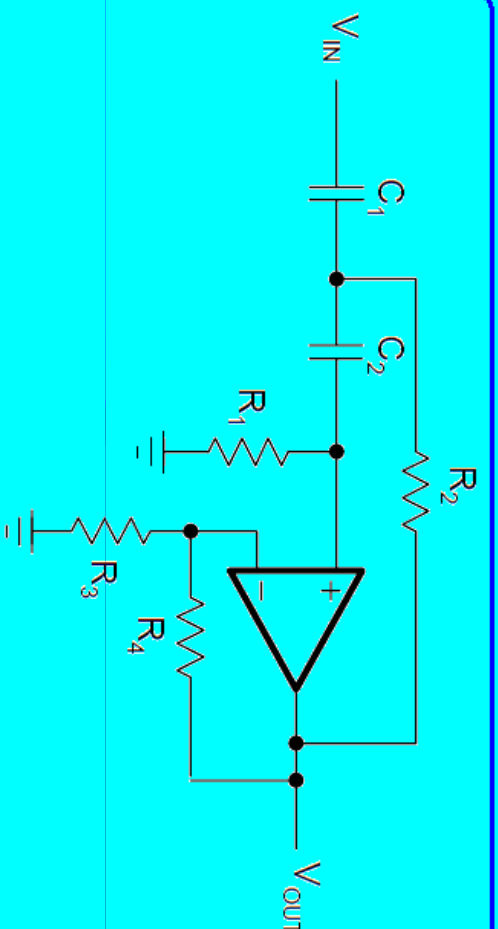
38

Recuerde : Y1 y Y3 Resistores Y2 y Y4 Capacitores



$$A(s) = \frac{A_o}{\frac{Y_1 \bullet Y_3}{Y_2 \bullet Y_4} + \left(\frac{Y_1}{Y_2} + \frac{Y_1}{Y_4} \right) + \frac{Y_3}{Y_2} (1 - A_o) + 1}$$

FILTRO PASA -ALTOS DE 2º ORDEN



$$A(s) = \frac{\alpha}{1 + \frac{R_2(C_1 + C_2) + R_1 C_2(1 - \alpha)}{\omega_c R_1 R_2 C_1 C_2} \cdot \frac{1}{s} + \frac{1}{\omega_c^2 R_1 R_2 C_1 C_2} \cdot \frac{1}{s^2}}$$

CON →

$$\alpha = 1 + \frac{R_4}{R_3}$$

FILTRO PASA -ALTOS DE 2º ORDEN

Para facilitar el diseño es común elegir ganancia unitaria $\alpha=1$ y $C1 = C2 = C$

$$A(s) = \frac{\alpha}{1 + \frac{R_2(C_1 + C_2) + R_1 C_2(1 - \alpha)}{\omega_c R_1 R_2 C_1 C_2} \cdot \frac{1}{s} + \frac{1}{\omega_c^2 R_1 R_2 C_1 C_2} \cdot \frac{1}{s^2}}$$

$$A(s) = \frac{1}{1 + \frac{2}{\omega_c R_1 C} \cdot \frac{1}{s} + \frac{1}{\omega_c^2 R_1 R_2 C^2} \cdot \frac{1}{s^2}}$$

$$A_{\infty} = 1 \quad a_1 = \frac{2}{\omega_c R_1 C} \quad b_1 = \frac{1}{\omega_c^2 R_1 R_2 C^2}$$

Dado el valor de C, puede obtenerse R1 y R2 con :

$$R_1 = \frac{1}{\pi f_c C a_1} \quad R_2 = \frac{a_1}{4 \pi f_c C b_1}$$

41

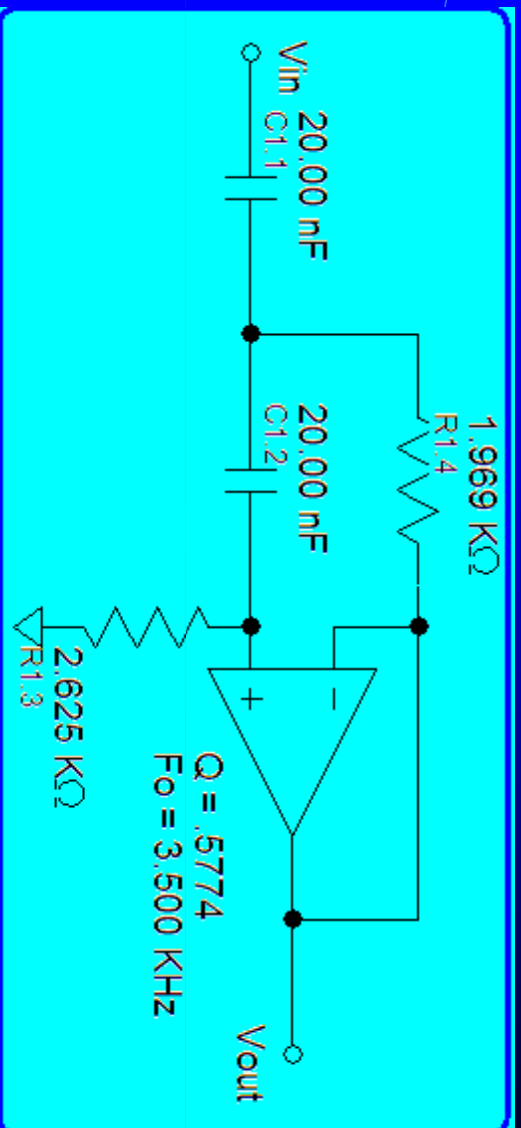
Ejemplo : Filtro de Bessel pa, de orden 2, con $f_c = 3,5$ KHz y $C = 20$ [nF]

$$R_1 = \frac{1}{\pi f_c C a_1} \quad R_2 = \frac{a_1}{4 \pi f_c C b_1}$$

En Filtros de Bessel pa , con $n=2$, $a_1=1,732$ y $b_1=1$
CÁLCULOS :

42

Ejemplo : Filtro de Bessel pa, de orden 2, con $f_c = 3,5$ KHz y $C = 20$ nF

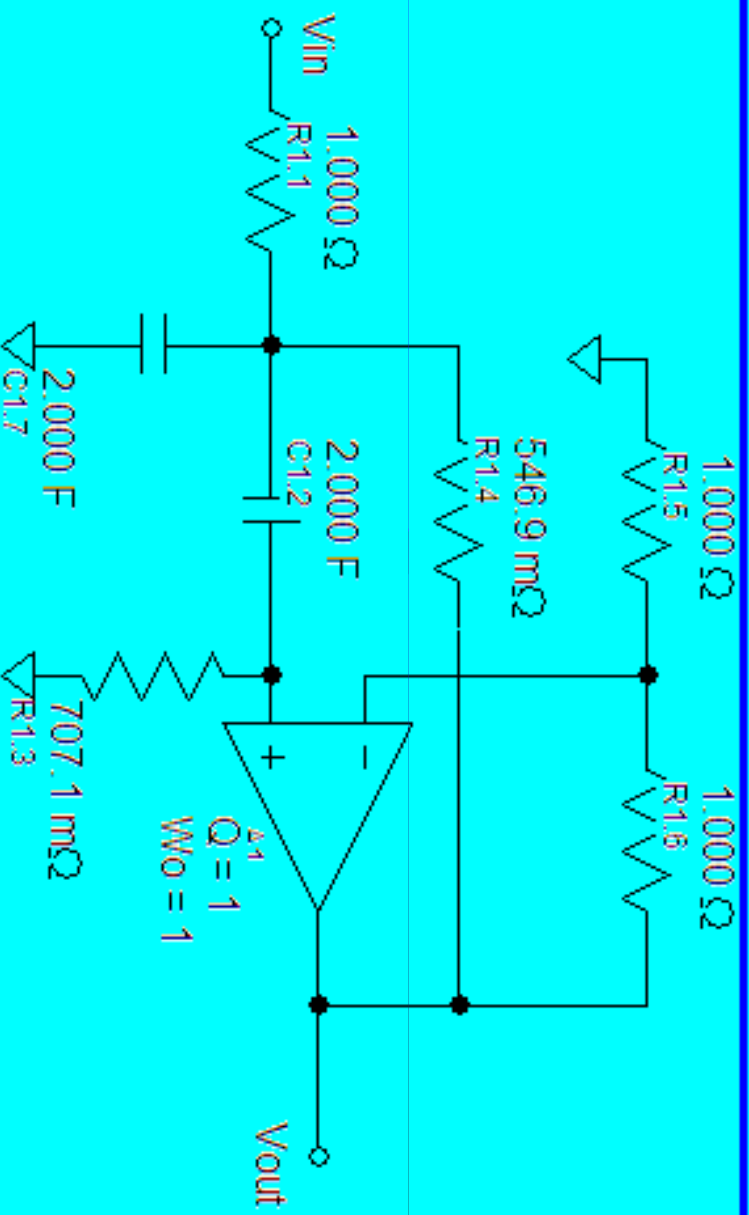


$$A(s) = \frac{s^2}{s^2 + 3.809e+04 \cdot s + 4.836e+08}$$

$W_o = 2.199e+04$
 $Q = .5774$

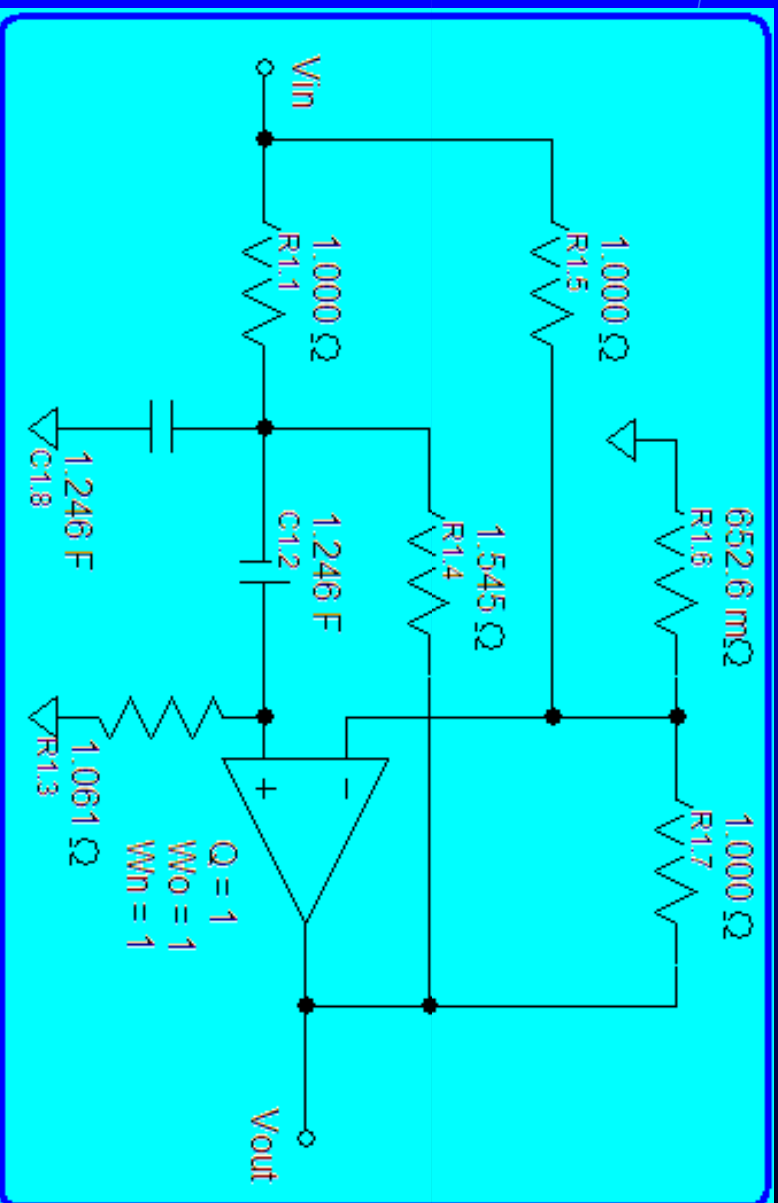
43

Ejemplo : Filtro de Pasa-Banda normalizado de Butterworth $W_c = 1$



44

Ejemplo : Filtro de Elimina-Banda normalizado de Butterworth $W_c = 1$



45

RECOMENDACIONES SOBRE COMPONENTES :

CAPACITORES :

- ◇ EVITAR VALORES MENORES A 100 [pF].
- ◇ USAR TIPO NPO CUANDO SEA POSIBLE.
- ◇ EVITAR EL USO DE DIELECTRICOS DE BAJA CALIDAD. EMPLEAR POLIESTER, MYLAR Y POLICARBONATO.
- ◇ USAR COMPONENTES AL 1% TIPO E12.
- ◇ USE CAPACITORES DE MONTAJE SUPERFICIAL.

RESISTORES :

- ◇ EMPLEAR RANGOS DE CIENTOS A MILES DE OHMS.
- ◇ EMPLEAR METAL FILM CON BAJO COEFICIENTE DE TEMPERATURA:
- ◇ EMPLEAR COMPONENTES AL 1% O MEJOR.
- ◇ UTILIZAR RESISTORES DE MONTAJE SUPERFICIAL.

46

**FIN DE LA
PRESENTATION
MERCEES !**

