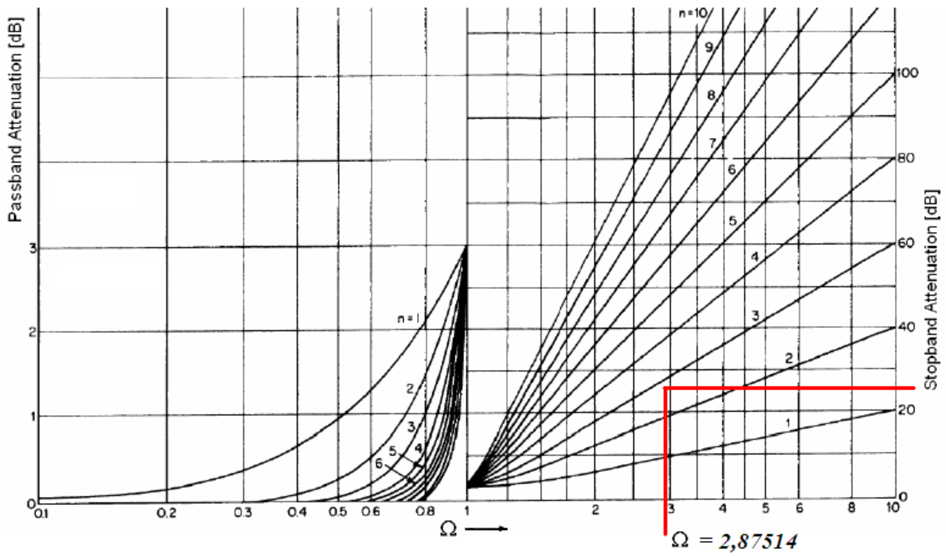
CALCULO DE FILTRO ACTIVO PASA BAJOS DE BUTTERWORTH BASADO EN CELDA DE SALLEN-KEY

Se desea calcular un filtro activo basado en celda de Sallen-Key, pasa bajos de Butterworth con una frecuencia de corte en la banda pasante de $f_P = 7000$ Hz, a -3 [dB] , una atenuación de 25 [dB] para una frecuencia $f_S = 20000$ [Hz] y con una ganancia Ao = 1.

- Calculamos en primer lugar el valor de la pulsación normalizada Ω para poder determinar por método gráfico el valor ***n*** del orden del filtro a diseñar.

$$\boxed{\Omega = \frac{\omega_S}{\omega_P} = \frac{2*\pi*20000}{2*\pi*7000} = 2{,}87514}$$



- De las curvas normalizadas de atenuación de Butterworth obtenemos que el grado del filtro debe ser **n=3**.
- Esta información también puede obtenerse por métodos analíticos aplicando :

$$n \geq= \frac{\log_{10}\left(\frac{\delta}{\varepsilon}\right)}{\log_{10}\Omega} \geq= \frac{\log_{10}\left[\sqrt{\frac{10^{(0{,}1*A\min)}-1}{10^{(0{,}1*A\max)}-1}}\right]}{\log_{10}\frac{\omega_S}{\omega_P}} = \frac{\log_{10}\left[\sqrt{\frac{10^{(0{,}1*25)}-1}{10^{(0{,}1*3.03)}-1}}\right]}{\log_{10}\frac{(20000*2*\pi)}{(7000*2*\pi)}} = 2{,}7238$$

$$\therefore \quad n = 3$$

- Utilizando la Tabla 1, vemos que el denominador de la función de transferencia tendrá el siguiente polinomio normalizado :

$$B_{(3)}(S) = S^3 + 2\,S^2 + 2\,S + 1$$

o escrito en forma de producto de polinomios :

$$B_{(3)}(S) = (S + 1)\,(S^2 + 2\,S + 1)$$

Table 16–5. Butterworth Coefficients

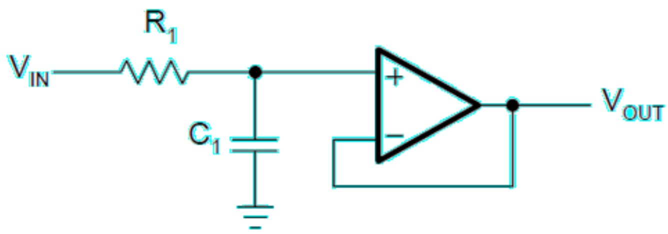
n	i	a_i	b_i	$k_i = f_{Ci} / f_C$	Q_i
1	1	1.0000	0.0000	1.000	—
2	1	1.4142	1.0000	1.000	0.71
3	1	1.0000	0.0000	1.000	—
	2	1.0000	1.0000	1.272	1.00
4	1	1.8478	1.0000	0.719	0.54
	2	0.7654	1.0000	1.390	1.31
5	1	1.0000	0.0000	1.000	—
	2	1.6180	1.0000	0.859	0.62
	3	0.6180	1.0000	1.448	1.62

TABLA 1. Coeficientes de Polinomios de Butterworth de n=1 a n=5

- Utilizaremos dos celdas, una de grado n=1 y la otra de n=2, los coeficientes para el cálculo de los componentes de cada celda, serán :

	a_i	b_i
Filtro 1	$a_1 = 1$	$b_1 = 0$
Filtro 2	$a_2 = 2$	$b_2 = 1$

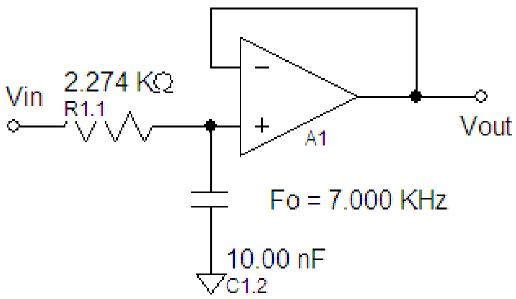
- Para el primer filtro emplearemos la siguiente configuración:



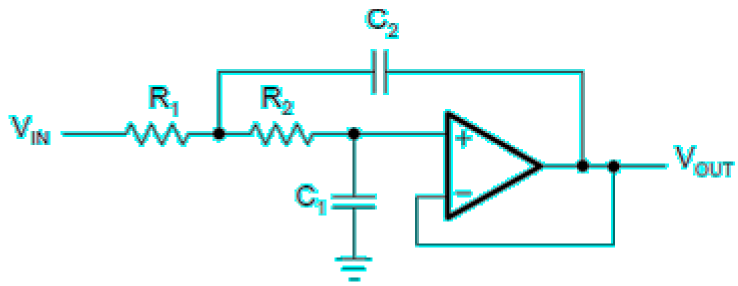
- Fijamos C_1 = 10 [nF], el valor de R_1, estará dado por :

$$\boxed{R_1 = \frac{a_1}{2*\pi*f*C_1} = \frac{1}{2*\pi*7000*10*10^{-9}} = 2272{,}642[\Omega]}$$

- El circuito final queda :



- Para el segundo filtro emplearemos la siguiente configuración:



- La función de transferencia para este circuito está dada por :

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + \omega_c\left[C_1(R_1 + R_2)\right]s + \omega_c^2 R_1R_2C_1C_2s^2}$$

MÉTODO 1: aplicamos el siguiente criterio :

Fijamos C_1 en un valor normalizado y calculamos C_2 empleando : $C_2 \geq C_1\frac{4b_2}{a_2^2}$

Tomamos el valor normalizado superior más proximo de C_2 y calculamos los valores de R_1 y R_2 empleando :

$$R_1 = \frac{a_2C_2 - \sqrt{a_2^2C_2^2 - 4b_2C_1C_2}}{4\pi f_cC_1C_2} \qquad R_2 = \frac{a_2C_2 + \sqrt{a_2^2C_2^2 - 4b_2C_1C_2}}{4\pi f_cC_1C_2}$$

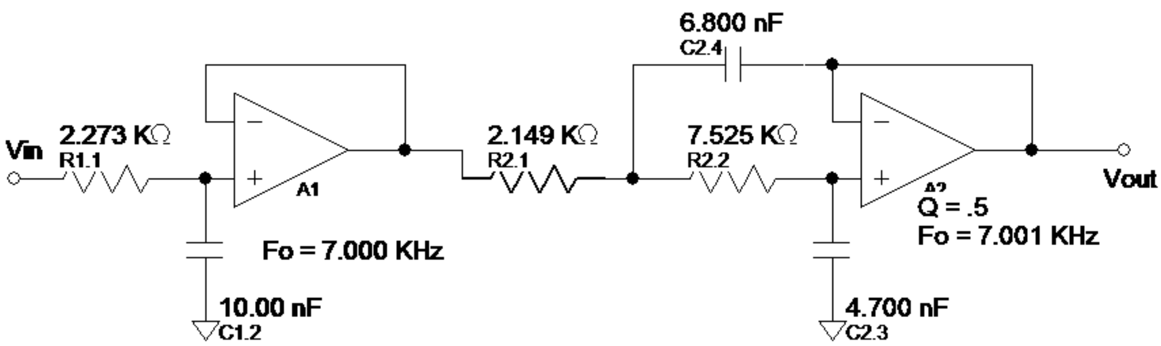
En nuestro caso tomamos C_1 =4,7 [nF], de donde :

$$C_2 \geq C_2 * \frac{4*b_2}{(a_2)^2} = 4{,}7*10^{-9}\frac{4*1}{2^2} = 4{,}7*10^{-9}[F] = 4{,}7[nF]$$

Fijamos C_2 = 6,8 [nF], aplicando las expresiones indicadas obtenemos :

$$R_1 = \frac{a_2*C_2 - \sqrt{(a_2*C_2)^2 - 4*b_2*C_1*C_2}}{4*\pi*f_P*C_1*C_2} = 2149{,}2[\Omega]$$

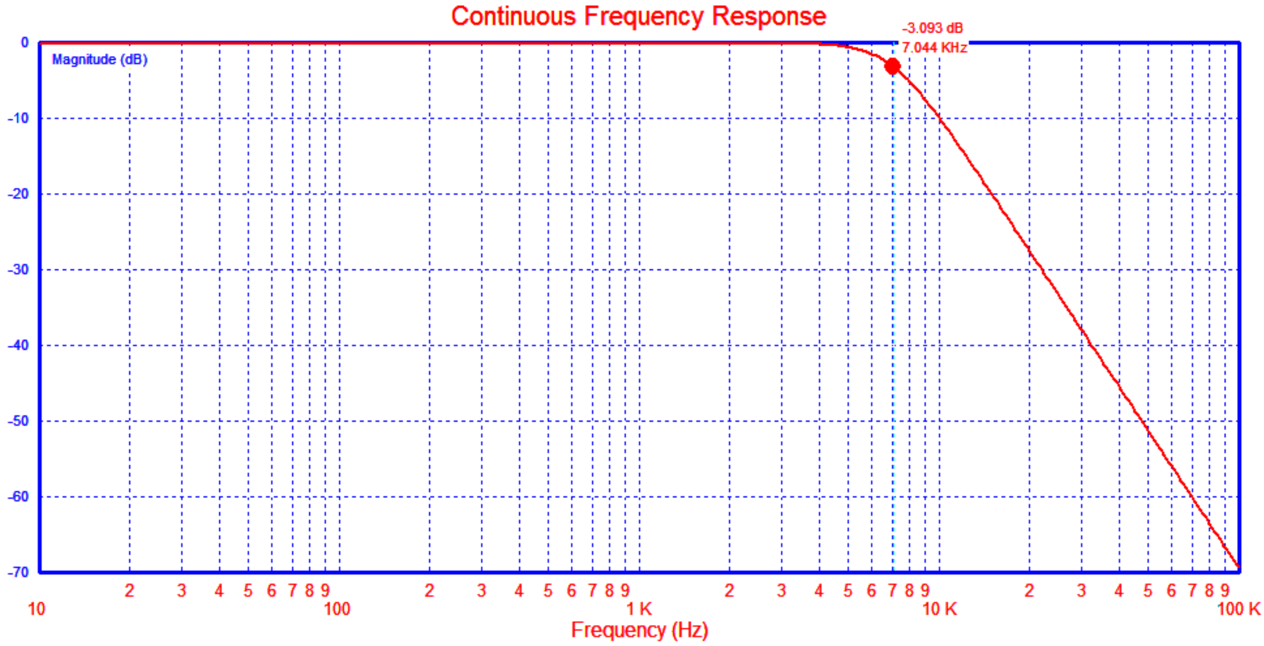
$$R_2 = \frac{a_2*C_2 + \sqrt{(a_2*C_2)^2 - 4*b_2*C_1*C_2}}{4*\pi*f_P*C_1*C_2} = 7525{,}8[\Omega]$$



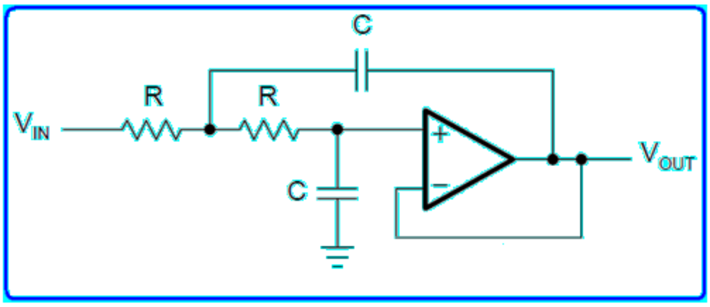
Para este circuito la función de transferencia es :

$$F_{(S)} = \frac{8.51e+13}{(S + 4.398e+04)\ (S^2 + 8.797e+04*S + 1.935e+09)}$$

Trazando el Bode de la $F_{(S)}$ obtenemos la curva de respuesta en frecuencia del circuito propuesto.



MÉTODO 2: aplicamos el siguiente criterio : **Se toma R1= R2 = R y C1 = C2 = C**

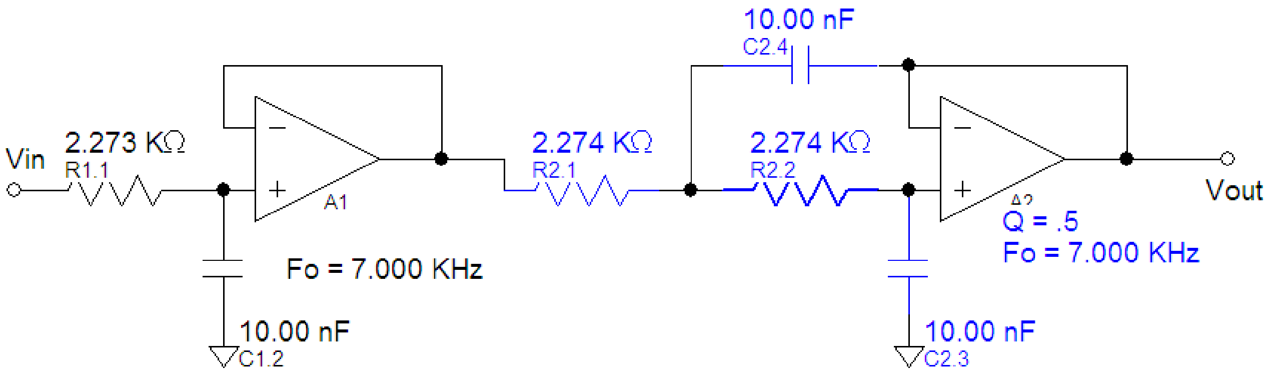


Fijamos C en un valor normalizado y calculamos $R = R_1 = R_2$ con la siguiente expresión:

$$R = \frac{\sqrt{b_1}}{2\pi f_c C}$$

En nuestro caso tomamos $C = C_1 = C_2 = 10$ [nF], de donde :

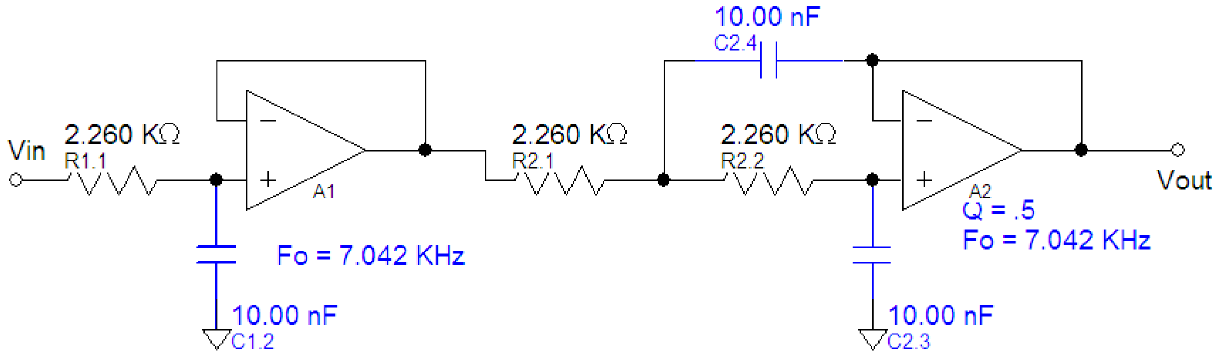
$$R = R_1 = R_2 = \frac{\sqrt{b_2}}{2*\pi*f_P*C} = \frac{\sqrt{1}}{2*\pi*7000*10*10^{-9}} = 2273{,}64[\Omega]$$



La función de transferencia para este circuito es :

$$F_{(S)} = \frac{8.51e+13}{(S + 4.398e+04)\ \ (S^2 + 8.797e+04*S + 1.935e+09)}$$

Por supuesto identica a la del primer circuito, pero sintetizada con componentes diferentes.
Para este último circuito si empleamos resistores del tipo E96 al 1% de tolerancia (Ver Tablas proporcionadas por la Cátedra) y tomamos R = 2260 [Ω], el circuito nos queda :



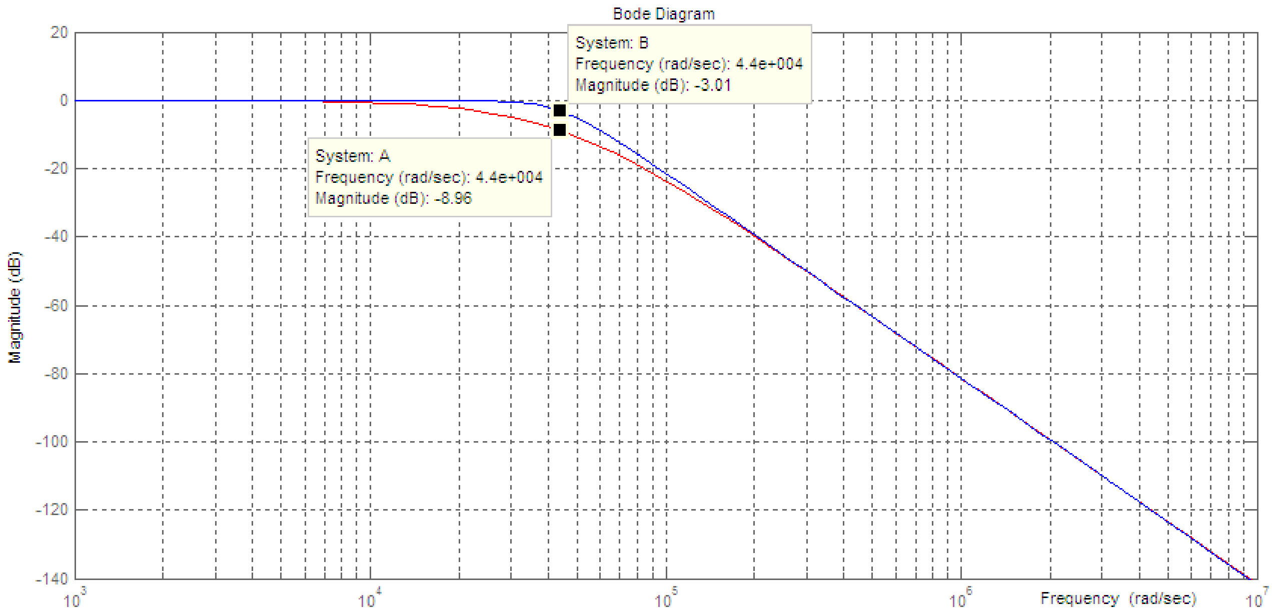
La función de transferencia para este circuito es :

$$F_{(S)} = \frac{8.663e+13}{(S + 4.425e+04)\ \ (S^2 + 8.85e+04*S + 1.958e+09)} \qquad \boxed{A}$$

Comparando esta $F_{(S)}$ con la obtenida anteriormente los coeficientes son muy similares:

$$F_{(S)} = \frac{8.51e+13}{(S + 4.398e+04)\ \ (S^2 + 8.797e+04*S + 1.935e+09)} \qquad \boxed{B}$$

Llamaremos a la función original B y a la obtenida con todos los resistores de 2260 [Ω] la llamaremos A. Representaremos ambas funciones en un mismo diagrama de Bode para poder apreciar las diferencias de respuesta en frecuencia, entre ambas.



En la grafica, en color azul tenemos la función original (B) y en color rojo la modificada (A).
Se observa que la gráfica en color azul (B), responde con exactitud, a los requerimientos originales de -3 [dB], a la frecuencia de 7000 [Hz] ó aproximadamente 44000 [rps], mientras que la gráfica en color rojo (A) a la frecuencia de corte tiene aproximadamente -9 [dB].
Esto dá una idea de como puede variar la respuesta cuando se implemente el filtro empleando componentes cuya tolerancia sea excesiva con respecto al valor calculado originalmente.