

Guía 6. Mallas y nudos

1. En el circuito de la figura 1 elegir las corrientes de mallas, calcular sus impedancias propias y copedancias, y armar la matriz de impedancias. Luego resolver el sistema matricial. (No reducir el circuito mediante asociación de elementos).

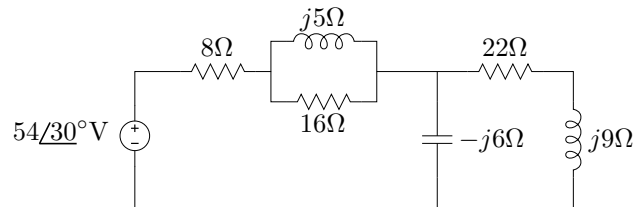


Figura 1

2. Para el ejercicio 1, elegir mallas diferentes y calcular el nuevo ΔZ , comparar.
3. En el circuito de la figura 2 calcular las corrientes \bar{I}_1 e \bar{I}_2 , construir el triángulo de potencias del generador y calcular la potencia disipada en cada resistencia. Verificar que la potencia activa total es igual a la suma de las potencias disipadas por cada resistencia.

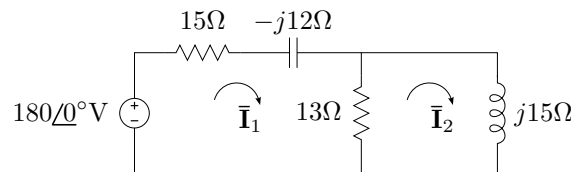


Figura 2

4. Para el circuito de la figura 3 plantear el sistema de ecuaciones según las referencias de corrientes mostradas, obtener la matriz de impedancias $[Z]$ y resolver.

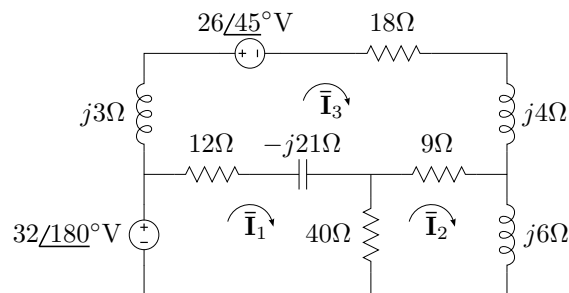
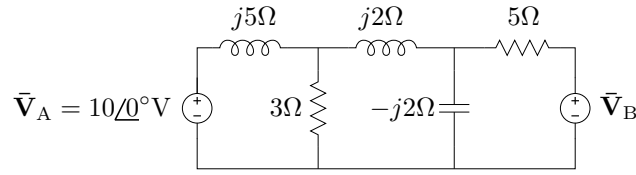
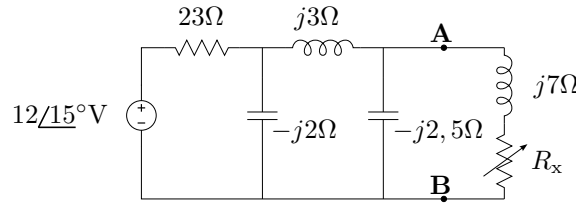


Figura 3

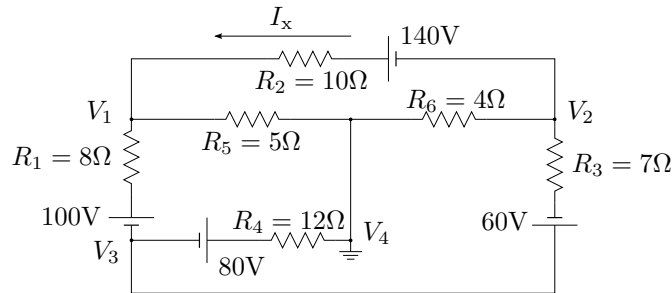
5. Dado el circuito de la figura 4, determinar el valor de la fuente \bar{V}_B para que reduzca a cero la corriente en esa rama.

**Figura 4**

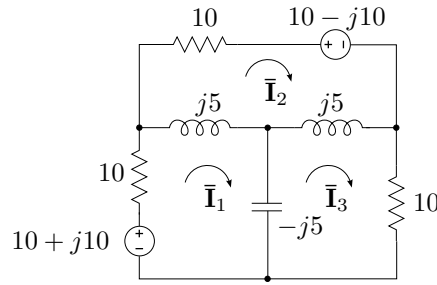
6. El sistema representado por el esquema de la figura 5 debe ser configurado mediante la resistencia de carga R_x para que la tensión y corriente de entrada estén en fase. Calcular R_x utilizando impedancia de entrada y la tensión \bar{V}_{AB} utilizando impedancia de transferencia.

**Figura 5**

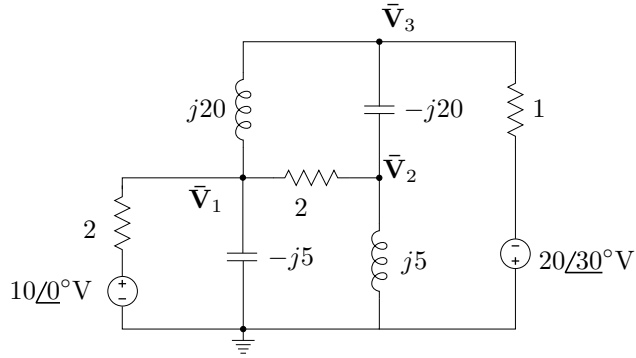
7. Calcular para el sistema del ejercicio 6 las potencias en cada elemento y construir el triángulo de potencias total. Verificar que la potencia activa P es igual a la potencia aparente S .
8. Del circuito de la figura 6 determinar la corriente de rama I_x según se indica. Resolver aplicando el método de los nudos tomando el nudo 4 como referencia. Dato adicional: $\Delta_Y = 0,0501$

**Figura 6:** Determinar I_x .

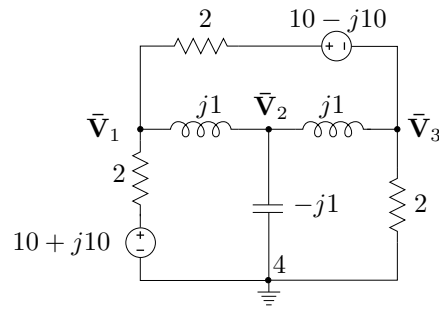
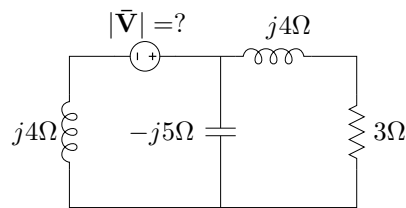
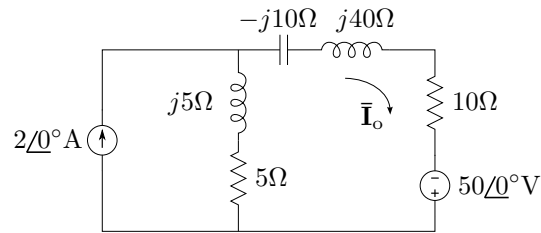
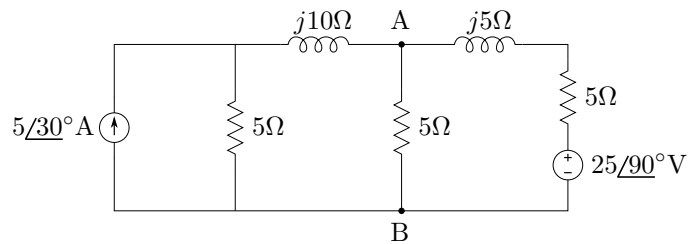
9. En el circuito de la figura 7 se pide, aplicando el método de corrientes de malla:
- obtener las matrices de impedancia $[Z]$ y de las tensiones de malla $[V]$ para el planteo del método $[Z][I] = [V]$, con $[I] = [\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3]^T$,
 - justificar el signo de las copedancias de la matriz $[Z]$.

**Figura 7:** Corrientes de malla.

10. En el circuito de la figura 8 se pide, aplicando el método de tensiones en los nudos, obtener la matriz de admitancia $[Y]$ y el vector de corrientes $[I]$, tal que $[Y][V] = [I]$, con $[V] = [\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3]^T$ según las referencias.

**Figura 8:** Tensiones en los nudos.

11. En el circuito de la figura 9 se pide, aplicando el método de tensiones en los nudos.
- Obtener la matriz de admitancia $[Y]$ y el vector de corrientes $[I]$ para el planteo del método $[Y][V] = [I]$, con $[V] = [\bar{V}_1, \bar{V}_2, \bar{V}_3]^T$.
 - Justificar el signo de las coadmitancias de la matriz $[Y]$.
12. Aplicando el método de las tensiones en los nudos, calcular la tensión eficaz del generador de la figura 10 para disipar 75W en la resistencia.
13. Calcular la corriente de salida \bar{I}_o del circuito de la figura 11 utilizando el método de los nudos.
14. Dado el circuito de la figura 12, se pide determinar la tensión \bar{V}_{AB} con los datos indicados.
15. Para el circuito de la figura 13 calcular la tensión de salida \bar{V}_{out} si
- el generador de tensión vale $\bar{V}_{\text{in}} = 0\text{V}$

**Figura 9:** Tensiones en los nudos.**Figura 10****Figura 11:** Determinar \bar{I}_o .**Figura 12:** Determinar \bar{V}_{AB} .

b) el generador de tensión vale $\bar{V}_{in} = 36 / 30^\circ \text{V}$

16. La figura 14 muestra un esquema trifásico de conexión tipo estrella. Encontrar por el método de las corrientes de mallas las llamadas *corrientes de línea* \bar{I}_A , \bar{I}_B e \bar{I}_C .
17. Calcular la tensión de salida \bar{V}_{out} del circuito de la figura 15.

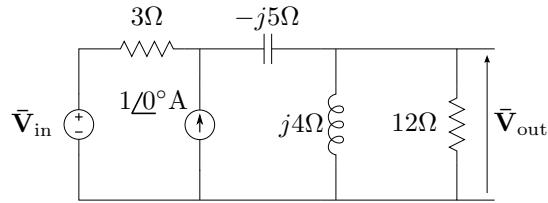


Figura 13

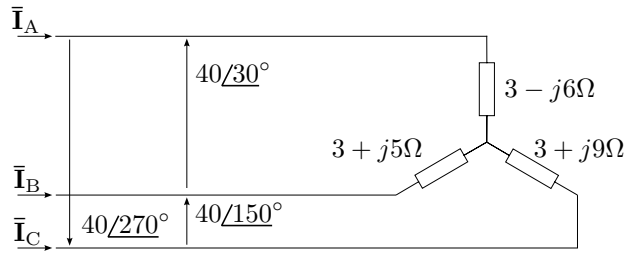


Figura 14

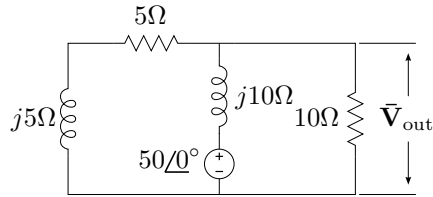


Figura 15

18. Aplicando el método de las corrientes de mallas encontrar el valor de capacidad C que produce un atraso de corriente de 30° respecto de la tensión aplicada en el circuito de la figura 16. Hallar el fasor corriente total y construir el diagrama fasorial de tensiones y corrientes completo. Calcular la potencia disipada por la resistencia y la potencia compleja en el generador.

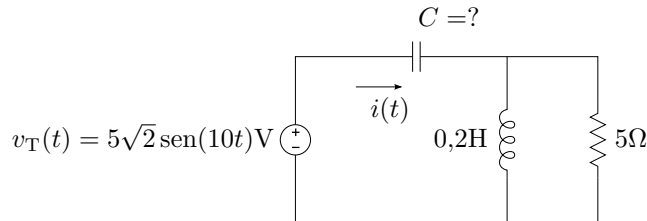
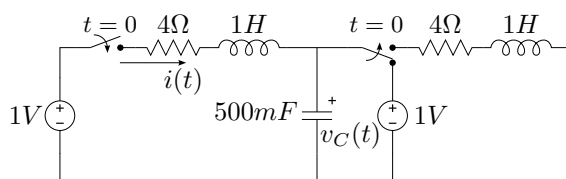
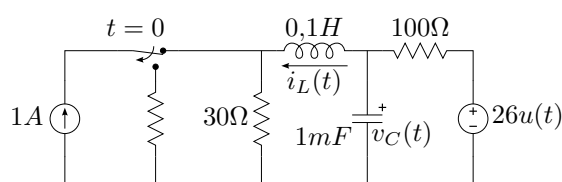


Figura 16: Hallar el valor de C para que la corriente atrase 30° a la tensión aplicada.

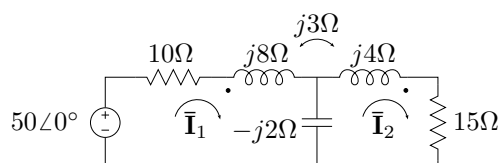
19. Para el circuito de la figura 17 se pide encontrar la corriente $i(t)$, utilizando el circuito equivalente de Laplace y el método de las corrientes de malla.
20. Para el circuito de la figura 18 se pide encontrar $I_L(s)$ y $i_L(t)$ para $t > 0$,

**Figura 17:** Circuito RLC.

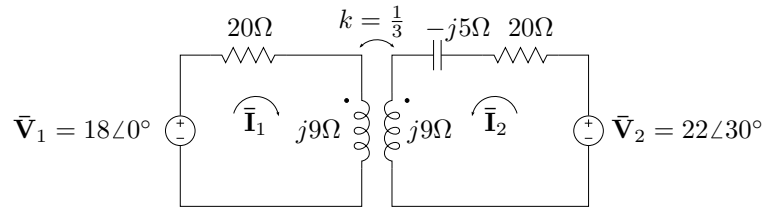
utilizando el circuito equivalente de Laplace y el método de las corrientes de malla.

**Figura 18:** RLC en régimen transitorio.

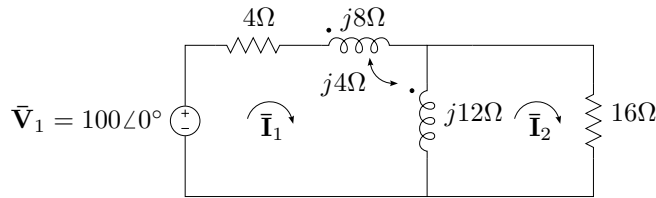
21. Para el circuito de la figura 17 se pide encontrar la corriente $i(t)$, utilizando el circuito equivalente de Laplace y el método de las tensiones de nudos.
22. Para el circuito de la figura 18 se pide encontrar la corriente $i_L(t)$, utilizando el circuito equivalente de Laplace y el método de las tensiones de nudos.
23. Para el circuito acoplado de la figura 19 se pide determinar la matriz de impedancias.

**Figura 19:** Matriz de impedancias.

24. Del circuito de la figura 20 se pide:
 - Calcular $\bar{\mathbf{I}}_1$ e $\bar{\mathbf{I}}_2$.
 - Dibujar el diagrama fasorial completo de tensiones y corrientes. Utilizar un sistema de ejes para cada malla.
25. Del circuito de la figura 21 se pide:
 - Calcular $\bar{\mathbf{I}}_1$ e $\bar{\mathbf{I}}_2$.

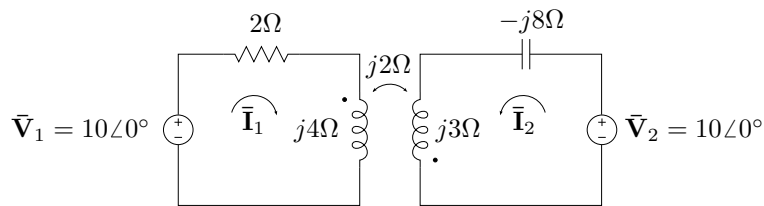
**Figura 20:** Calcular \bar{I}_1 e \bar{I}_2 .

- Calcular la caída de tensión que medirá un voltímetro a bornes de cada elemento de la malla 1.
- Dibujar el diagrama fasorial de tensiones de la malla 1, y el de corrientes.

**Figura 21:** Encontrar \bar{I}_1 e \bar{I}_2 .

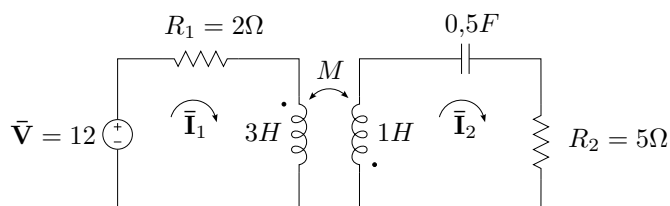
26. Para el circuito acoplado inductivamente de la figura 22 se pide:

- Calcular las corrientes de malla \bar{I}_1 e \bar{I}_2
- Determinar las componentes de la corriente \bar{I}_2 debido a la fuente \bar{V}_1 (\bar{I}_{21}) y debido a la fuente \bar{V}_2 (\bar{I}_{22}).
- Construir el diagrama fasorial de cada malla.

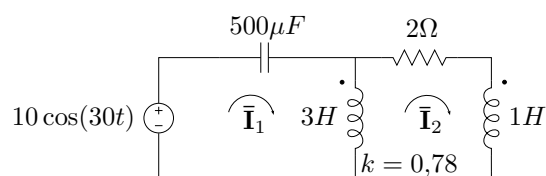
**Figura 22:** Calcular \bar{I}_1 e \bar{I}_2 .

27. Para el circuito de la figura 23 con $\omega = 1$ y $M = 1,2H$ se pide:

- Resolver \bar{I}_1 e \bar{I}_2 por método de mallas. Plantear la matriz de impedancias en forma directa explicando brevemente cómo se calculan cada elemento.
- Construir el triángulo de potencias.
- Calcular las potencias activas en R_1 y R_2 y comparar con la potencia activa total.

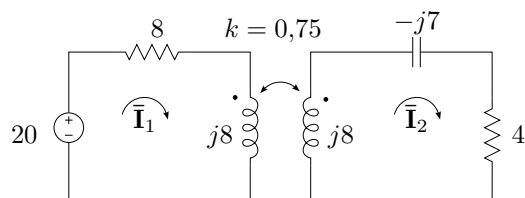
**Figura 23:** Potencia en acoplamiento inductivo.

28. En el circuito de la figura 24 se pide conformar la matriz \mathbf{Z} indicando en forma detallada la obtención de cada uno de los componentes de dicha matriz.

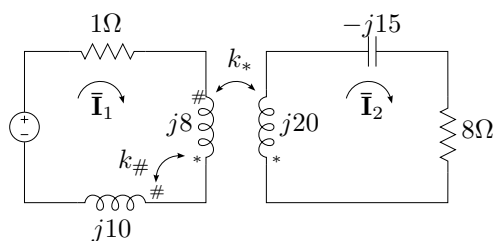
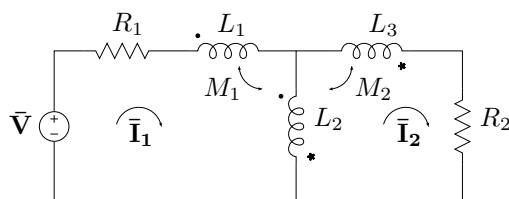
**Figura 24:** Matriz de impedancias.

29. Dado el circuito de la figura 25 se pide:

- Potencia en las resistencias.
- Triángulo de potencias en el generador.

**Figura 25:** Cálculo de potencia.

30. Deducir las impedancias propias de cada malla y la copedancia del circuito de la figura 26 según las corrientes \bar{I}_1 y \bar{I}_2 , siendo $k_* = 0,6$ y $k_{\#} = 0,8$.
31. Calcular la copedancia Z_{12} del circuito de la figura 27.

**Figura 26:** Acoplamiento inductivo.**Figura 27:** Acoplamiento inductivo.

Soluciones

Ejercicio 3 Solución

$$\bar{I}_1 = 7,56 + j1,88 = 7,79/\underline{13,94^\circ} \text{ A} \quad (1)$$

$$\bar{I}_2 = 4,15 - j2,94 = 5,10/\underline{-35,15^\circ} \text{ A} \quad (2)$$

Ejercicio 4 Solución

$$\bar{I}_1 = -3,23 + j0,43 = 3,25/\underline{172,32^\circ} \text{ A} \quad (3)$$

$$\bar{I}_2 = -2,93 + j0,86 = 3,05/\underline{163,60^\circ} \text{ A} \quad (4)$$

$$\bar{I}_3 = -2,2 + j0,81 = 2,34/\underline{159,76^\circ} \text{ A} \quad (5)$$

Ejercicio 5 Solución

$$\bar{V}_B = 4/\underline{180^\circ} \text{ V} \quad (6)$$

Ejercicio 6 Solución

$$\mathbf{Z}_{\text{ent}} = 23,64\Omega \quad (7)$$

$$R_x = 8,33\Omega \quad (8)$$

$$\mathbf{Z}_{\text{trans13}} = 85,24/\underline{136,15^\circ}\Omega \quad (9)$$

$$\bar{\mathbf{V}}_{\text{AB}} = 1,5315/\underline{-81,1^\circ}\text{V} \quad (10)$$

Ejercicio 8 Solución

$$I_x = 5,15\text{A}$$

En la tabla 1 se muestra el código en octave con su salida numérica.

Ejercicio 12 Solución

$$|\bar{\mathbf{V}}| = 24,2\text{V} \quad (11)$$

Ejercicio 13 Solución

$$\bar{\mathbf{I}}_o = 0,86 - j1,34\text{A} = 1,6/\underline{-56,7^\circ}\text{A} \quad (12)$$

Ejercicio 15 Solución

$$\bar{\mathbf{V}}_{\text{out}} = 2,571/\underline{90^\circ}\text{V} \quad (13)$$

$$\bar{\mathbf{V}}_{\text{out}} = 33,106/\underline{117,78^\circ}\text{V} \quad (14)$$

En la tabla 2 se muestra el código y la salida numérica de Octave.

Ejercicio 17 Solución

$$\bar{\mathbf{V}}_{\text{out}} = 17,68/\underline{-45^\circ} \quad (15)$$

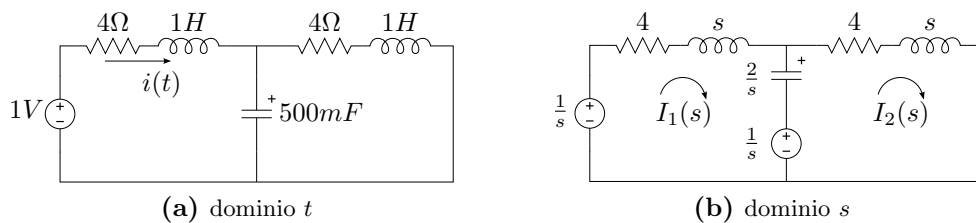
Código en Octave	Salida numérica
<pre> Y11= 1/8+1/10+1/5; Y22= 1/10+1/4+1/7; Y33= 1/8+1/12+1/7; Y12=Y21= -1/10; Y13=Y31= -1/8; Y23=Y32= -1/7; I1= 100/8+140/10; I2= -140/10-60/7; I3= -100/8-80/12+60/7; Y= [Y11, Y12, Y13; Y21, Y22, Y23; Y31, Y32, Y33] I= [I1; I2; I3] V= Y\I; V1= V(1) V2= V(2) V3= V(3) Ix= (V2+140-V1)/10 </pre>	<pre> Y = 0.425000 -0.100000 -0.125000 -0.100000 0.492857 -0.142857 -0.125000 -0.142857 0.351190 I = 26.5000 -22.5714 -10.5952 V1 = 40.8375 V2 = -47.6626 V3 = -35.0223 Ix = 5.14999 </pre>

Tabla 1: Código de Octave del ejercicio 8.

Ejercicio 19 Solución

En la figura 28a se muestra como queda el circuito para $t > 0$ a partir del circuito de la figura 17 en el dominio del tiempo, mientras que en la figura 28b en el dominio de Laplace. En este último se muestran también las corrientes de malla elegidas para realizar el análisis. Notar que las corrientes de malla se eligen de forma tal que sólo se necesita encontrar $I_1(s)$ para luego calcular $i(t)$. Para el circuito equivalente de Laplace se consideró que las condiciones iniciales de ambos inductores son nulas, y la tensión inicial del capacitor $v_c(0) = 1V$.

Código en Octave	Salida numérica
<pre> V=0; Y=[1/3+i/5 -i/5 -i/5 1/12-i/20] I=[V/3+1; 0] V=Y\I; [Va,Vm]=cart2pol(real(V(2)),imag(V(2))); disp(['Vout='num2str(Vm) '/_ 'num2str(Va*180/pi)]) V=36*exp(i*30/180*pi); I=[V/3+1; 0] V=Y\I; [Va,Vm]=cart2pol(real(V(2)),imag(V(2))); disp(['Vout='num2str(Vm) '/_ 'num2str(Va*180/pi)]) </pre>	<pre> Y = 0.3333+0.2000i 0.0000-0.2000i 0.0000-0.2000i 0.0833-0.0500i I = 1 0 Vout=2.5714/_ 90 I = 11.3920 + 6.0000i 0.0000 + 0.0000i Vout=33.109/_ 117.774 </pre>

Tabla 2: Salida numérica del ejercicio 15 generada por Octave.**Figura 28:** Circuito para $t > 0$.

El planteo del método de las corrientes de malla es $[Z(s)] [I(s)] = [V(s)]$, donde la dimensión del sistema de ecuaciones es 2, o sea

$$\begin{bmatrix} Z_{11}(s) & Z_{12}(s) \\ Z_{21}(s) & Z_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Mediante observación directa del circuito de la figura 28b se tiene

$$Z_{11}(s) = 4 + s + 2/s \quad (17)$$

$$Z_{12}(s) = Z_{21}(s) = -2/s \quad (18)$$

$$Z_{22}(s) = 4 + s + 2/s \quad (19)$$

y

$$V_1(s) = 0, \quad V_2(s) = 1/s. \quad (20)$$

Luego, se calcula la corriente de malla 1, como $I_1(s) = |Z(s)|/|Z_{s1}(s)|$, donde

$$\begin{aligned} |Z(s)| &= \begin{vmatrix} 4 + s + \frac{2}{s} & -\frac{2}{s} \\ -\frac{2}{s} & 4 + s + \frac{2}{s} \end{vmatrix} = \left(4 + s + \frac{2}{s}\right) \left(4 + s + \frac{2}{s}\right) - \frac{4}{s^2} \\ &= 20 + 8s + \frac{16}{s} + s^2 \end{aligned} \quad (21)$$

$$|Z_{s1}(s)| = \begin{vmatrix} 0 & -\frac{2}{s} \\ \frac{1}{s} & 4 + s + \frac{2}{s} \end{vmatrix} = \frac{2}{s^2}. \quad (22)$$

Entonces

$$I_1(s) = \frac{2}{s(s^3 + 8s^2 + 20s + 16)} = \frac{2}{s(s+4)(s+2)^2} \quad (23)$$

Y por último mediante la anti-transformada de Laplace, la corriente en el dominio del tiempo será

$$i(t) = \frac{1}{8} - \frac{1}{8}e^{-4t} - \frac{1}{2}te^{-2t}. \quad (24)$$

Ejercicio 21 Solución

En la figura 29 se muestra el circuito para $t > 0$ en el dominio de Laplace del circuito de la figura 17, para lo que se considera que las iniciales de ambos inductores son nulas, y la tensión inicial del capacitor $v_c(0) = 1V$.

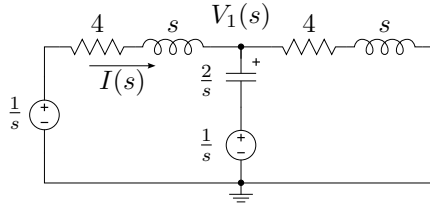


Figura 29: Circuito para $t > 0$ en el dominio de Laplace.

A través del método de las tensiones en los nudos se determina la tensión $V_1(s)$ mediante el sistema $[Y(s)] [V(s)] = [I(s)]$, cuya dimensión es 1; o sea que el planeo del método queda $Y_{11}(s)V_1(s) = I_1(s)$.

Mediante observación directa del circuito de la figura 29 se tiene

$$Y_{11}(s) = \frac{1}{s+4} + \frac{s}{2} + \frac{1}{s+4} = \frac{s^2 + 4s + 4}{2s + 8} \quad (25)$$

$$I_1(s) = \frac{1/s}{s+4} + \frac{1/s}{2/s} = \frac{s^2 + 4s + 2}{2s^2 + 8s}. \quad (26)$$

Luego, la tensión del nudo queda

$$V_1(s) = \frac{I_1(s)}{Y_{11}(s)} = \frac{(s^2 + 4s + 2)(2s + 8)}{(s^2 + 4s + 4)(2s^2 + 8s)} = \frac{2s^3 + 16s^2 + 36s + 16}{2s^4 + 16s^3 + 40s^2 + 32s} \quad (27)$$

$$= \frac{(s+4)(2s^2 + 8s + 4)}{2s(s+4)(s+2)^2} = \frac{s^2 + 4s + 2}{s(s+2)^2}. \quad (28)$$

Finalmente, la corriente de rama es

$$I(s) = \frac{1/s - V_1(s)}{s+4} = \frac{\frac{1}{s} - \frac{s^2 + 4s + 2}{s^3 + 4s^2 + 4s}}{s+4} = \frac{2}{s(s+4)(s+2)^2} \quad (29)$$

que resulta igual a la (23), calculada mediante el método de las corrientes de malla.

Ejercicio 24 Planteo y resolución numérica

La matriz de impedancia es

$$Z = \begin{pmatrix} 20 + j9 & j3 \\ j3 & 20 + j4 \end{pmatrix}$$

su determinante principal, y sustitutos son

$$\Delta Z = 373 + j260$$

$$\Delta s_1 = 393 + j14,84$$

$$\Delta s_2 = 282,05 + j337,47$$

El cálculo de las corrientes es entonces

$$\bar{\mathbf{I}}_1 = \frac{\Delta s_1}{\Delta Z} = 0,87 \angle -32,7^\circ$$

$$\bar{\mathbf{I}}_2 = \frac{\Delta s_2}{\Delta Z} = 0,97 \angle 15,2^\circ$$

Para los diagramas fasoriales las tensiones en la malla 1 y 2 son

$$\bar{V}_{R1} = 14,5 - j9,3$$

$$\bar{V}_{L1} = 4,2 + j6,5$$

$$\bar{V}_{M1} = -0,7 + j2,8$$

$$\bar{V}_{R2} = 18,67 + j5,1$$

$$\bar{V}_{L2} = -2,3 + j8,4$$

$$\bar{V}_{C2} = 1,27 - j4,67$$

$$\bar{V}_{M2} = 1,4 + j2,18$$

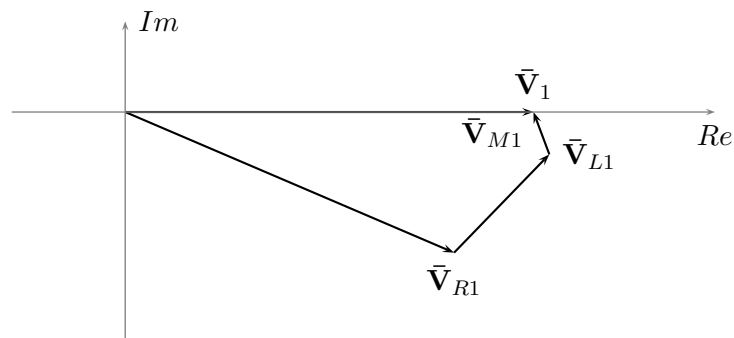


Figura 30: Diagrama fasorial de tensiones y corrientes para la malla 1.

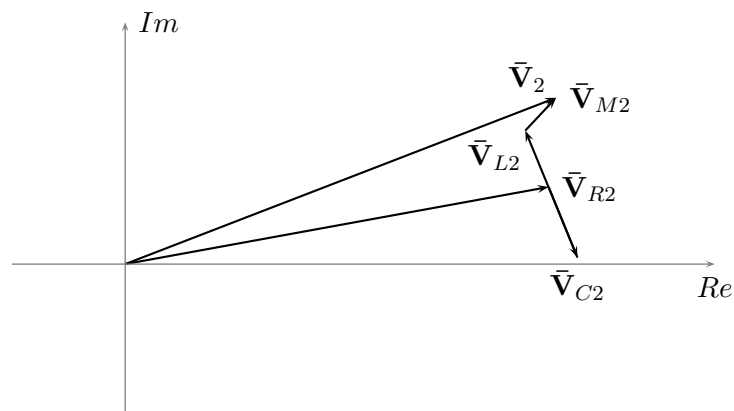


Figura 31: Diagrama fasorial de tensiones y corrientes para la malla 2.

Ejercicio 25 Planteo y resolución numérica

La matriz de impedancia es

$$Z = \begin{pmatrix} 4 + j8 + 2 \cdot j4 + j12 & -j4 - j12 \\ -j4 - j12 & 16 + j12 \end{pmatrix}$$

y su determinante principal, y sustitutos son

$$\Delta Z = -16 + j496$$

$$\Delta s_1 = 1600 + j1200$$

$$\Delta s_2 = j1600$$

El cálculo de las corrientes es entonces

$$\bar{\mathbf{I}}_1 = \frac{\Delta s_1}{\Delta Z} = 2,31 - j3,3A = 4,03\angle -55^\circ A$$

$$\bar{\mathbf{I}}_2 = \frac{\Delta s_2}{\Delta Z} = 3,22 - j0,1A = 3,22\angle -1,85^\circ A$$

Las tensiones medidas por un voltmetro en cada elemento de la malla 1 son

$$|\bar{\mathbf{V}}_{R_1}| = |\bar{\mathbf{I}}_1 \cdot R_1| = 16,11V$$

$$|\bar{\mathbf{V}}_{L_1}| = |\bar{\mathbf{I}}_1 \cdot j\omega L_1 + \bar{\mathbf{I}}_1 \cdot j\omega M - \bar{\mathbf{I}}_2 \cdot j\omega M| = 41,9V$$

$$|\bar{\mathbf{V}}_{L_2}| = |\bar{\mathbf{I}}_1 \cdot j\omega L_2 - \bar{\mathbf{I}}_2 \cdot j\omega L_2 + \bar{\mathbf{I}}_1 \cdot j\omega M| = 51,6V$$

Para los diagramas fasoriales las tensiones en la malla 1 son

$$\bar{\mathbf{V}}_{R_1} = 9,25 - j13,2V$$

$$\bar{\mathbf{V}}_{L_1} = 39,19 + j14,86V$$

$$\bar{\mathbf{V}}_{L_2} = 51,56 - j1,66V$$

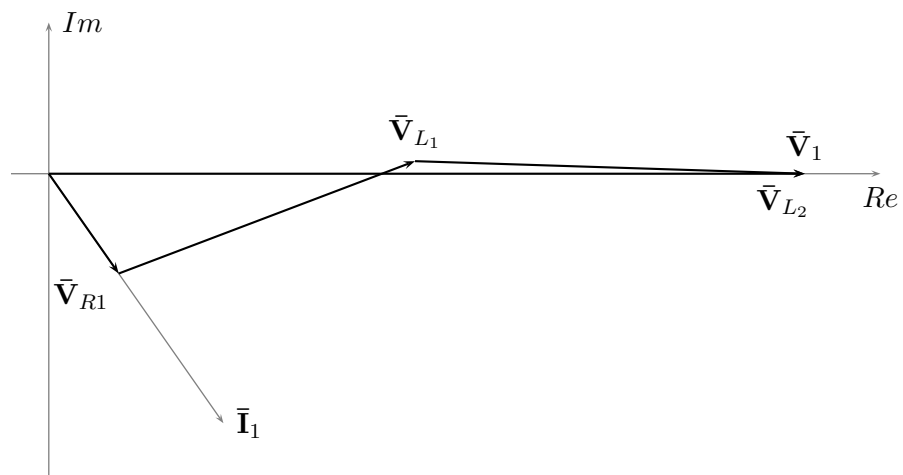


Figura 32: Diagrama fasorial de tensiones y corrientes para la malla 1.