

PRÁCTICA

“CRITERIO DE NYQUIST”

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA TOTAL

por

Ing. Juan José García Abad

EJEMPLO 1

Dada la siguiente función de Transferencia Total, trace el diagrama polar y aplique criterio de Nyquist

$$F(p) = \frac{10P + 20}{P^4 - 2P^3 + 5P^2}$$

EJEMPLO 1

$$F_{(P)} = \frac{10P + 20}{P^4 - 2P^3 + 5P^2}$$

PASO 1: Origen del Diagrama $F(P)|_{P \rightarrow 0}$

EJEMPLO 1

$$F_{(P)} = \frac{10P + 20}{P^4 - 2P^3 + 5P^2}$$

PASO 1: Origen del Diagrama $F(P)|_{P \rightarrow 0}$

$$F_{(P)} \Big|_{P \rightarrow 0} = \frac{K_{cte}}{P^2} \Big|_{P \rightarrow 0} = \left| \infty \right| \xrightarrow{-180^\circ}$$

EJEMPLO 1

$$F(p) = \frac{10p + 20}{p^4 - 2p^3 + 5p^2}$$

PASO 2: Final del Diagrama $F(p) \big|_{p \rightarrow \infty}$

EJEMPLO 1

$$F(p) = \frac{10p + 20}{p^4 - 2p^3 + 5p^2}$$

PASO 2: Final del Diagrama $F(p) \big|_{p \rightarrow \infty}$

$$F(p) \big|_{p \rightarrow \infty} = \frac{K_{cte}}{p^3} \bigg|_{p \rightarrow \infty} = \left| 0 \right| \xrightarrow{-270^\circ}$$

EJEMPLO 1

$$F(P) = \frac{10P + 20}{P^4 - 2P^3 + 5P^2}$$

PASO 3: $P \rightarrow j\omega$ es decir $F(P) \rightarrow F(j\omega)$

$$F(j\omega) = \frac{10j\omega + 20}{\omega^4 + 2j\omega^3 - 5\omega^2}$$

EJEMPLO 1

$$F(j\omega) = \frac{10j\omega + 20}{\omega^4 + 2j\omega^3 - 5\omega^2}$$

PASO 4: $F(j\omega) = \text{Re} + j \text{Im}$

$$F(j\omega) = \underbrace{\frac{40\omega^4 - 100\omega^2}{(\omega^4 - 5\omega^2)^2 + 4\omega^6}}_{\text{Re}} + j \underbrace{\frac{10\omega^5 - 90\omega^3}{(\omega^4 - 5\omega^2)^2 + 4\omega^6}}_{\text{Im}}$$

EJEMPLO 1

$$F(j\omega) = \frac{40\omega^4 - 100\omega^2}{(\omega^4 - 5\omega^2)^2 + 4\omega^6} + j \frac{10\omega^5 - 90\omega^3}{(\omega^4 - 5\omega^2)^2 + 4\omega^6}$$

PASO 5 : $\text{Re} | F(j\omega) = 0$

EJEMPLO 1

$$F(j\omega) = \frac{40\omega^4 - 100\omega^2}{(\omega^4 - 5\omega^2)^2 + 4\omega^6} + j \frac{10\omega^5 - 90\omega^3}{(\omega^4 - 5\omega^2)^2 + 4\omega^6}$$

PASO 5 : $\text{Re} | F(j\omega) = 0$

$$\omega = \sqrt{\frac{100}{40}} = \pm 1,58113883$$

EJEMPLO 1

PASO 6 : Corte eje Imaginario. $|\operatorname{Im} F(j\omega)|_{\omega \rightarrow \operatorname{Re}=0}$

$$\left| \operatorname{Im} F(j\omega) \right|_{\omega = +1,5811} = j \frac{10 \omega^5 - 90 \omega^3}{(\omega^4 - 5 \omega^2)^2 + 4 \omega^6} \Bigg|_{\omega = +1,5811}$$

EJEMPLO 1

PASO 6 : Corte eje Imaginario. $|\operatorname{Im} F(j\omega)|_{\omega \rightarrow \operatorname{Re}=0}$

$$\left| \operatorname{Im} F(j\omega) \right|_{\omega = +1,5811} = j \frac{10 \omega^5 - 90 \omega^3}{(\omega^4 - 5 \omega^2)^2 + 4 \omega^6} \Bigg|_{\omega = +1,5811}$$

$$\left| \operatorname{Im} F(j\omega) \right|_{\omega = +1,5811} = -j 2,529822128$$

EJEMPLO 1

$$F(j\omega) = \frac{40\omega^4 - 100\omega^2}{(\omega^4 - 5\omega^2)^2 + 4\omega^6} + j \frac{10\omega^5 - 90\omega^3}{(\omega^4 - 5\omega^2)^2 + 4\omega^6}$$

$$\underline{\text{PASO 7}} : = \text{Im} | F(j\omega) = 0$$

EJEMPLO 1

$$F(j\omega) = \frac{40\omega^4 - 100\omega^2}{(\omega^4 - 5\omega^2)^2 + 4\omega^6} + j \frac{10\omega^5 - 90\omega^3}{(\omega^4 - 5\omega^2)^2 + 4\omega^6}$$

$$\underline{\text{PASO 7}} : = \text{Im} | F(j\omega) = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{90}{10}} = \pm 3$$

EJEMPLO 1

PASO 8 : Corte eje Real. $\operatorname{Re} |F(j\omega)|_{\omega \rightarrow \operatorname{Im}=0}$

$$\operatorname{Re} |F(j\omega)|_{\omega=+3} = \frac{40\omega^4 - 100\omega^2}{(\omega^4 - 5\omega^2)^2 + 4\omega^6} \Big|_{\omega=+3}$$

EJEMPLO 1

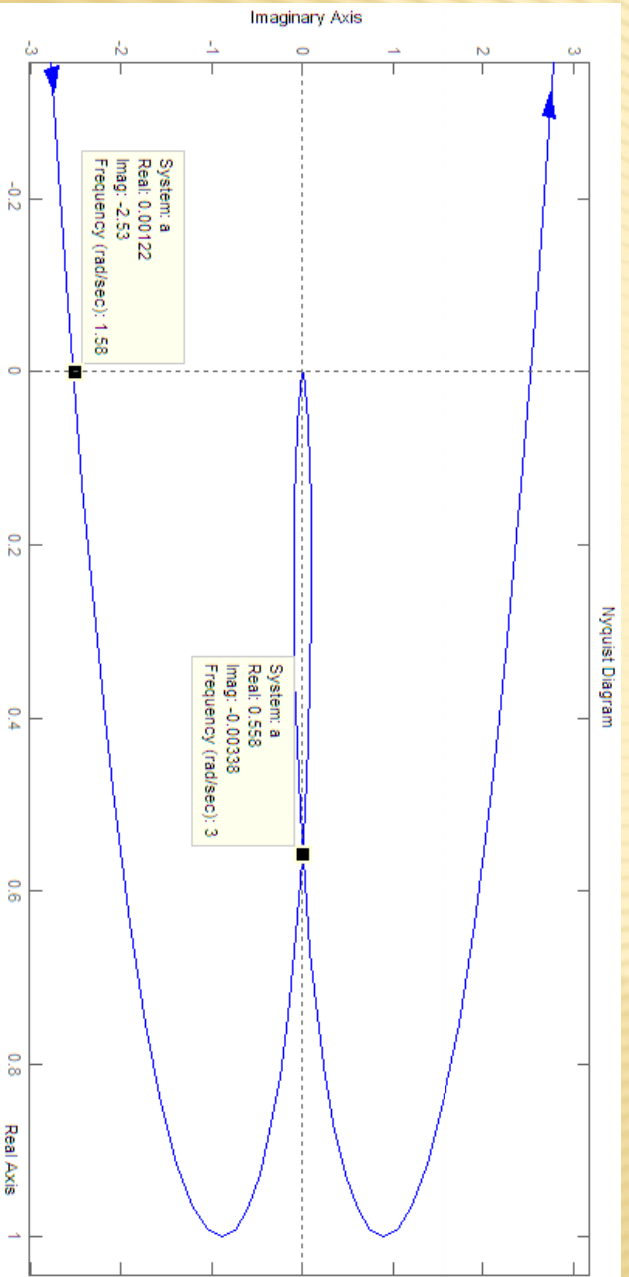
PASO 8 : Corte eje Real. $\operatorname{Re} |F(j\omega)|_{\omega \rightarrow \operatorname{Im}=0}$

$$\operatorname{Re} |F(j\omega)|_{\omega=+3} = \frac{40\omega^4 - 100\omega^2}{(\omega^4 - 5\omega^2)^2 + 4\omega^6} \Big|_{\omega=+3}$$

$$\operatorname{Re} |F(j\omega)|_{\omega=+3} = 0,55555$$

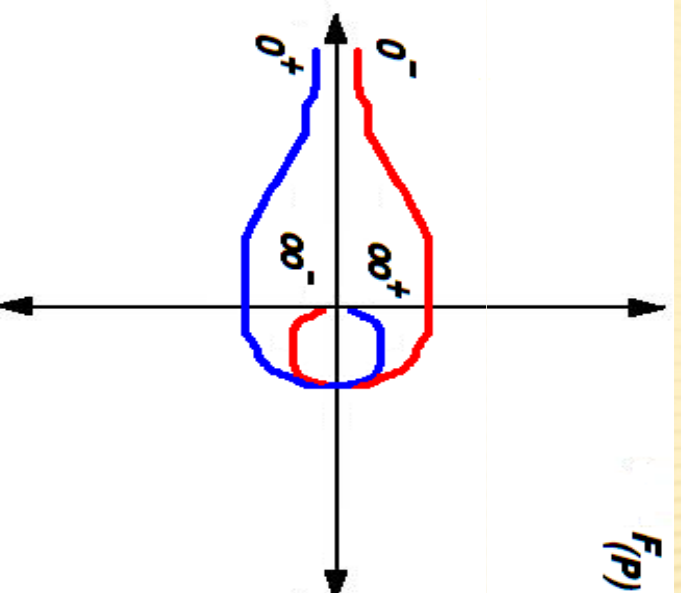
EJEMPLO 1

PASO 9 : Trazar el diagrama Polar



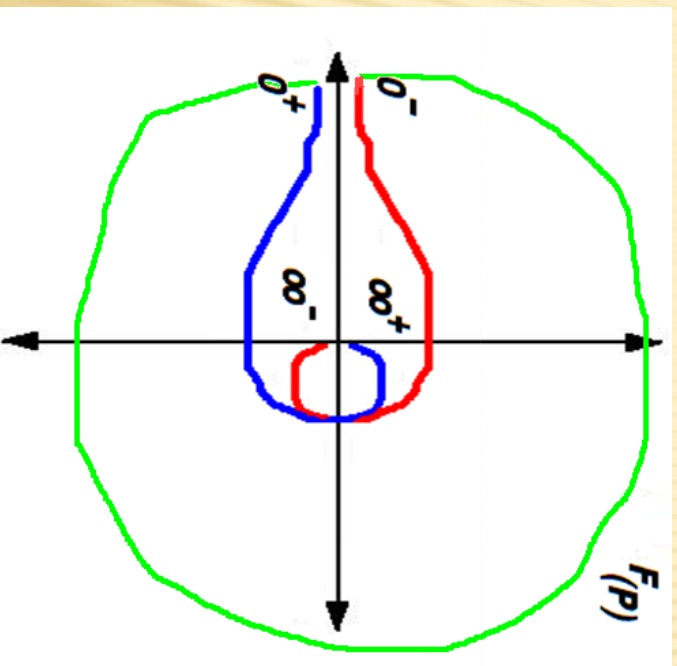
EJEMPLO 1

PASO 10 : Cerrar diagrama para $P \rightarrow 0$



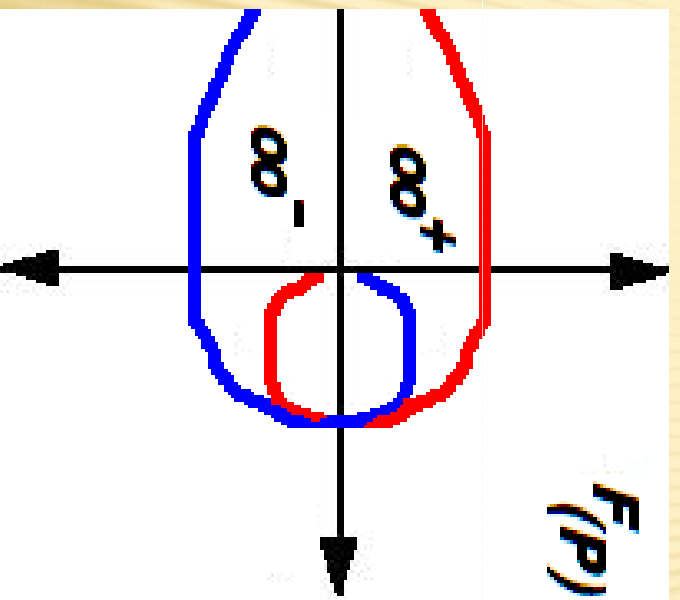
EJEMPLO 1

PASO 10 : Cerrar diagrama para $P \rightarrow 0$



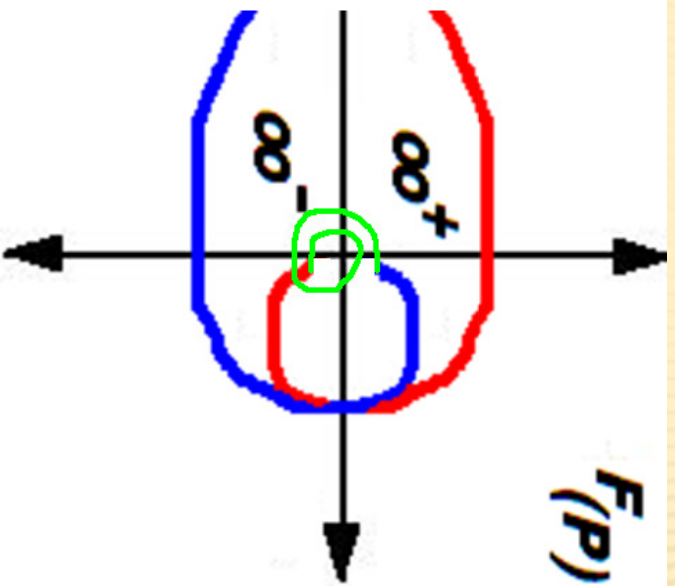
EJEMPLO 1

PASO 11 : Cerrar diagrama para $P \rightarrow \infty$



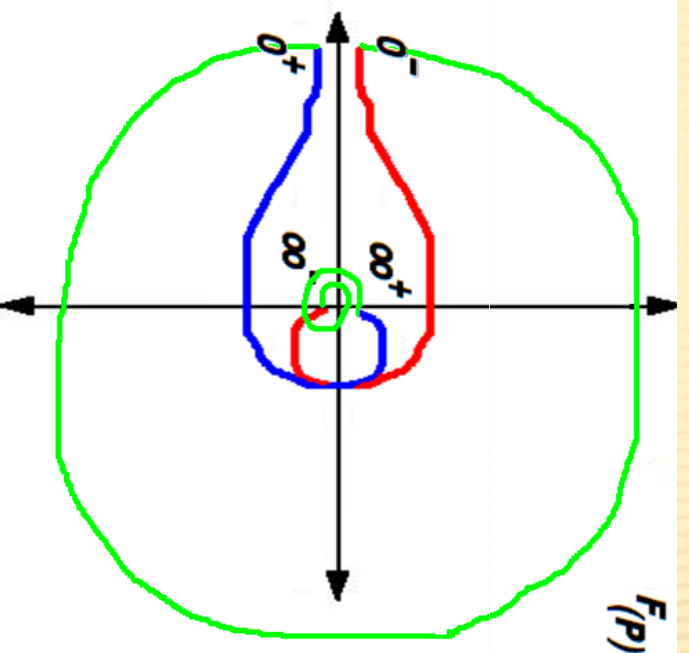
EJEMPLO 1

PASO 11 : Cerrar diagrama para $P \rightarrow \infty$



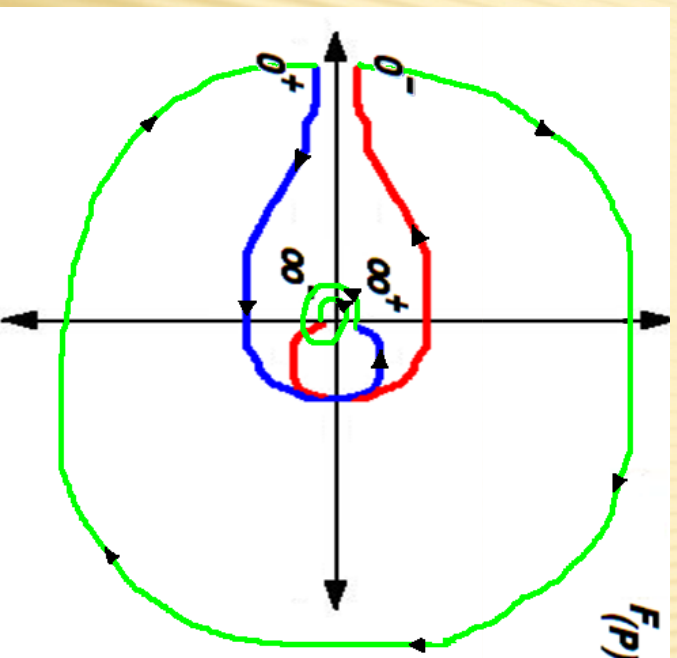
EJEMPLO 1

PASO 12 : Aplicar criterio de Nyquist



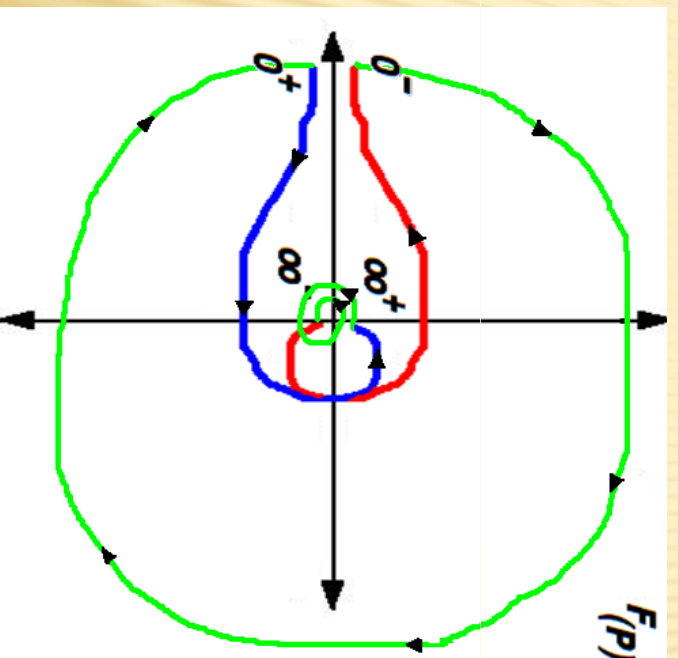
EJEMPLO 1

PASO 12 : Aplicar criterio de Nyquist



EJEMPLO 1

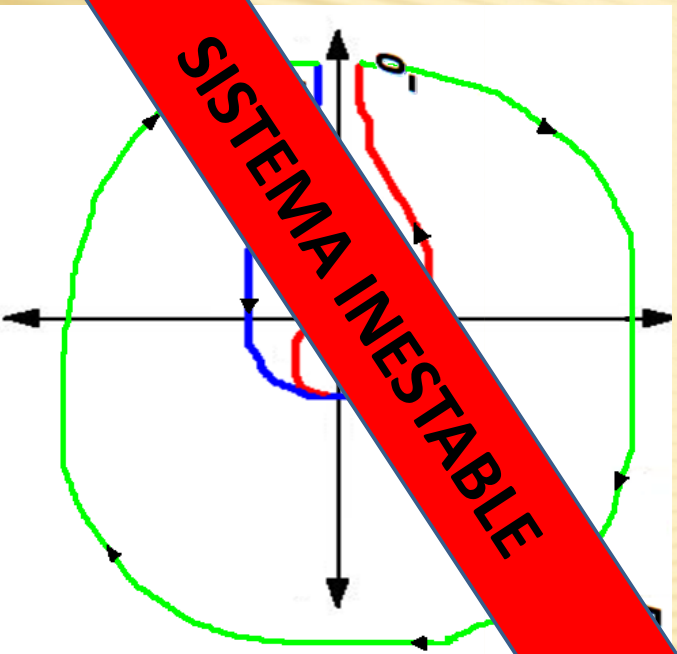
PASO 12 : Aplicar criterio de Nyquist



N = -2

EJEMPLO 1

PASO 12 : Aplicar criterio de Nyquist



$N = -2$

EJEMPLO 2

Dada la siguiente función, trace diagrama polar y aplique criterio de Nyquist

$$F_{(P)} = \frac{5P + 30}{P^5 - 3P^4 + 2P^3}$$

EJEMPLO 2

$$F_{(P)} = \frac{5P + 30}{P^5 - 3P^4 + 2P^3}$$

PASO 1: Origen del Diagrama $F(P) \big|_{P \rightarrow 0}$

EJEMPLO 2

$$F_{(P)} = \frac{5P + 30}{P^5 - 3P^4 + 2P^3}$$

PASO 1: Origen del Diagrama $F(P) \big|_{P \rightarrow 0}$

$$F_{(P)} \big|_{P \rightarrow 0} = \frac{K_{cte}}{P^3} \bigg|_{P \rightarrow 0} = \left| \infty \right| \xrightarrow{-270^\circ} \rightarrow$$

EJEMPLO 2

$$F_{(P)} = \frac{5P + 30}{P^5 - 3P^4 + 2P^3}$$

PASO 2: Final del Diagrama $F(P) \big|_{P \rightarrow \infty}$

EJEMPLO 2

$$F_{(P)} = \frac{5P + 30}{P^5 - 3P^4 + 2P^3}$$

PASO 2: Final del Diagrama $F(P) \big|_{P \rightarrow \infty}$

$$F_{(P)} \big|_{P \rightarrow \infty} = \frac{K_{cte}}{P^4} \bigg|_{P \rightarrow \infty} = \left| \mathbf{0} \right| \xrightarrow{-360^\circ} \rightarrow$$

EJEMPLO 2

$$F_{(P)} = \frac{5P + 30}{P^5 - 3P^4 + 2P^3}$$

PASO 3: $P \rightarrow j\omega$ es decir $F(P) \rightarrow F(j\omega)$

$$F_{(j\omega)} = \frac{5j\omega + 30}{-3\omega^4 + j(\omega^5 - 2\omega^3)}$$

EJEMPLO 2

$$F_{(j\omega)} = \frac{5j\omega + 30}{-3\omega^4 + j(\omega^5 - 2\omega^3)}$$

PASO 4: $F(j\omega) = \text{Re} + j\text{Im}$

$$F_{(j\omega)} = \underbrace{\frac{5\omega^6 - 100\omega^4}{9\omega^8 + (\omega^5 - 2\omega^3)^2}}_{\text{Re}} + j \underbrace{\frac{60\omega^3 - 45\omega^5}{9\omega^8 + (\omega^5 - 2\omega^3)^2}}_{\text{Im}}$$

EJEMPLO 2

$$F_{(j\omega)} = \frac{5\omega^6 - 100\omega^4}{9\omega^8 + (\omega^5 - 2\omega^3)^2} + j \frac{60\omega^3 - 45\omega^5}{9\omega^8 + (\omega^5 - 2\omega^3)^2}$$

$$\text{PASO 5 : } \operatorname{Re} |F(j\omega)| = 0$$

EJEMPLO 2

$$F_{(j\omega)} = \frac{5\omega^6 - 100\omega^4}{9\omega^8 + (\omega^5 - 2\omega^3)^2} + j \frac{60\omega^3 - 45\omega^5}{9\omega^8 + (\omega^5 - 2\omega^3)^2}$$

$$\text{PASO 5 : } \operatorname{Re} |F(j\omega)| = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{100}{5}} = \pm 4,472135955$$

EJEMPLO 2

PASO 6 : Corte eje Imaginario. $|\text{Im}|_{F(j\omega)}|_{\omega \rightarrow \text{Re}=0}$

$$|\text{Im}_{F(j\omega)}|_{\omega \rightarrow \text{Re}=0} = +j \frac{60\omega^3 - 45\omega^5}{9\omega^8 + (\omega^5 - 2\omega^3)^2} \Big|_{\omega=4,472}$$

EJEMPLO 2

PASO 6 : Corte eje Imaginario. $|\text{Im}|_{F(j\omega)}|_{\omega \rightarrow \text{Re}=0}$

$$|\text{Im}_{F(j\omega)}|_{\omega \rightarrow \text{Re}=0} = +j \frac{60\omega^3 - 45\omega^5}{9\omega^8 + (\omega^5 - 2\omega^3)^2} \Big|_{\omega=4,472}$$

$$|\text{Im}_{F(j\omega)}|_{\omega \rightarrow \text{Re}=0} = -j0,018633$$

EJEMPLO 2

$$F_{(j\omega)} = \frac{5\omega^6 - 100\omega^4}{9\omega^8 + (\omega^5 - 2\omega^3)^2} + j \frac{60\omega^3 - 45\omega^5}{9\omega^8 + (\omega^5 - 2\omega^3)^2}$$

$$\underline{\text{PASO 7}} : = \text{Im} |F(j\omega)| = 0$$

EJEMPLO 2

$$F_{(j\omega)} = \frac{5\omega^6 - 100\omega^4}{9\omega^8 + (\omega^5 - 2\omega^3)^2} + j \frac{60\omega^3 - 45\omega^5}{9\omega^8 + (\omega^5 - 2\omega^3)^2}$$

$$\underline{\text{PASO 7}} : = \text{Im} |F(j\omega)| = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{60}{45}} = \pm 1,154700538$$

EJEMPLO 2

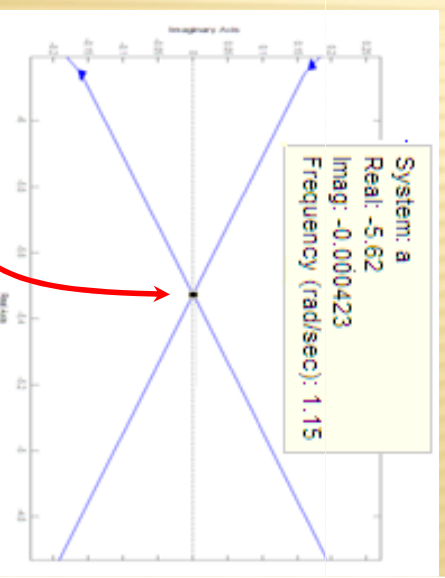
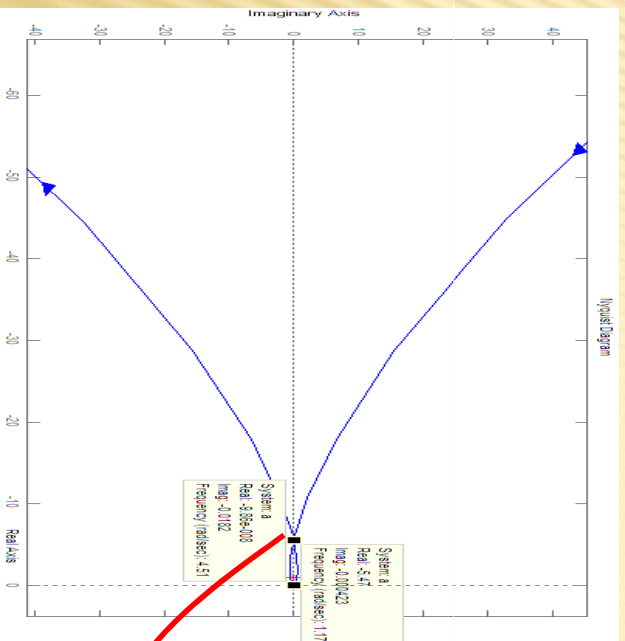
PASO 8 : Corte eje Real. $\text{Re} | F(j\omega) |_{\omega \rightarrow \text{Im}=0}$

$$\text{Re}_{F(j\omega)} \Big|_{\omega \rightarrow \text{Im}=0} = +j \frac{5\omega^6 - 100\omega^4}{9\omega^8 + (\omega^5 - 2\omega^3)^2} \Big|_{\omega=1,154}$$

$$\text{Re}_{F(j\omega)} \Big|_{\omega \rightarrow \text{Im}=0} = -5,625$$

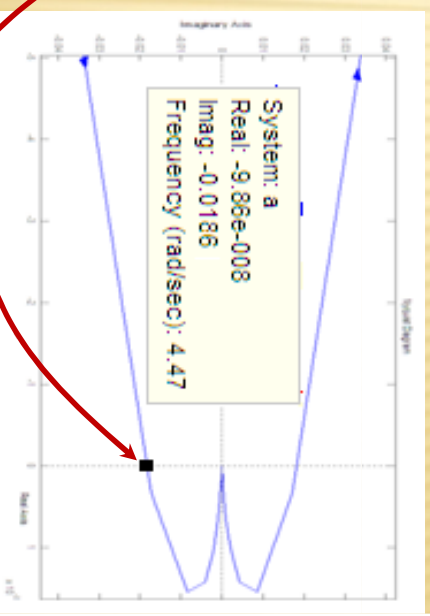
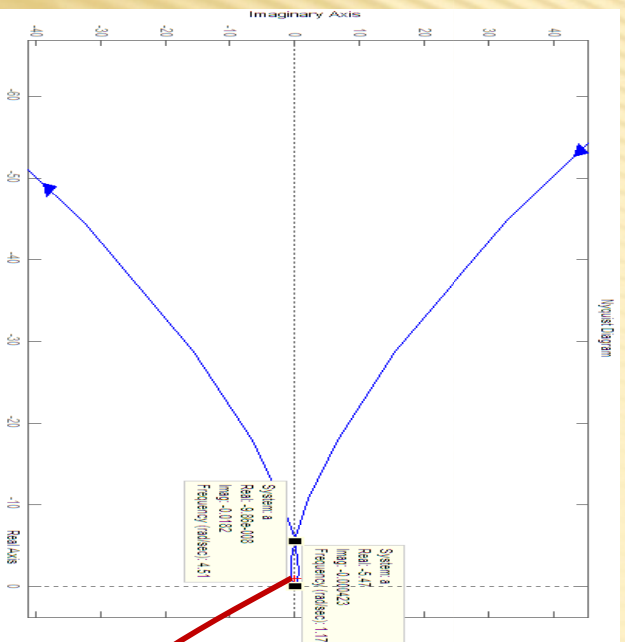
EJEMPLO 2

PASO 9 : Trazar el diagrama Polar



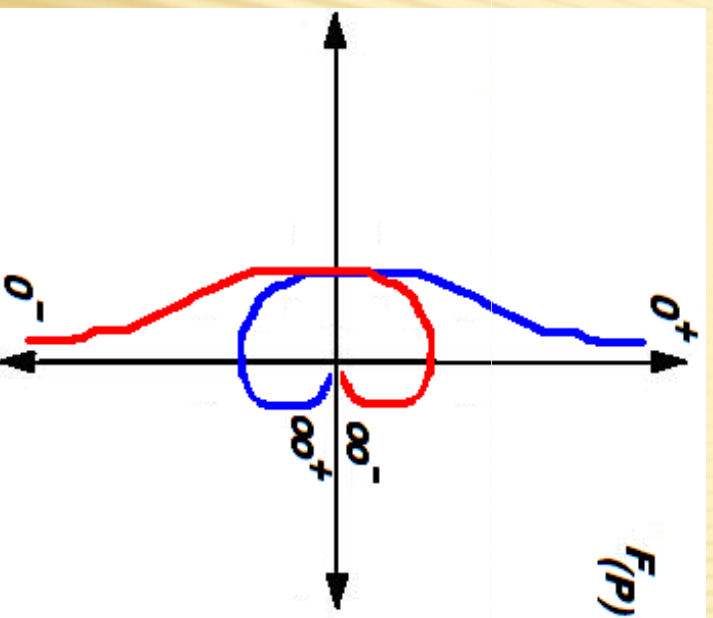
EJEMPLO 2

PASO 9 : Trazar el diagrama Polar



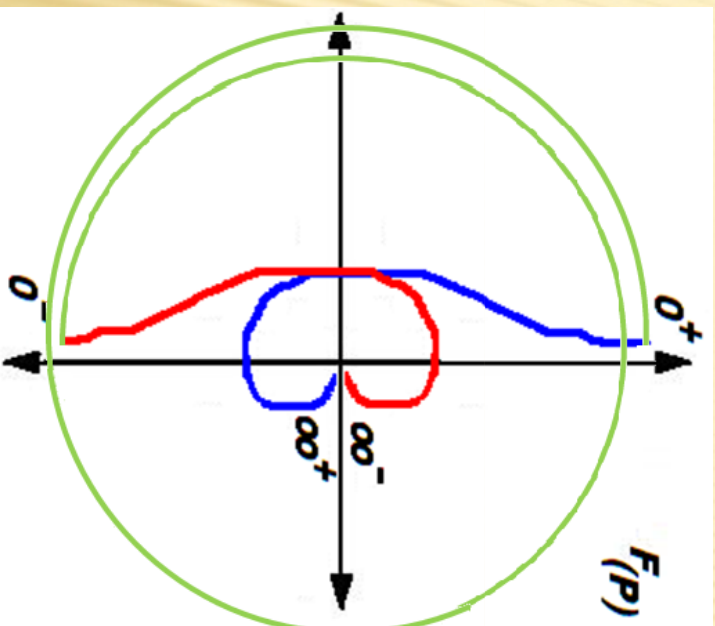
EJEMPLO 2

PASO 10 : Cerrar diagrama para $P \rightarrow 0$



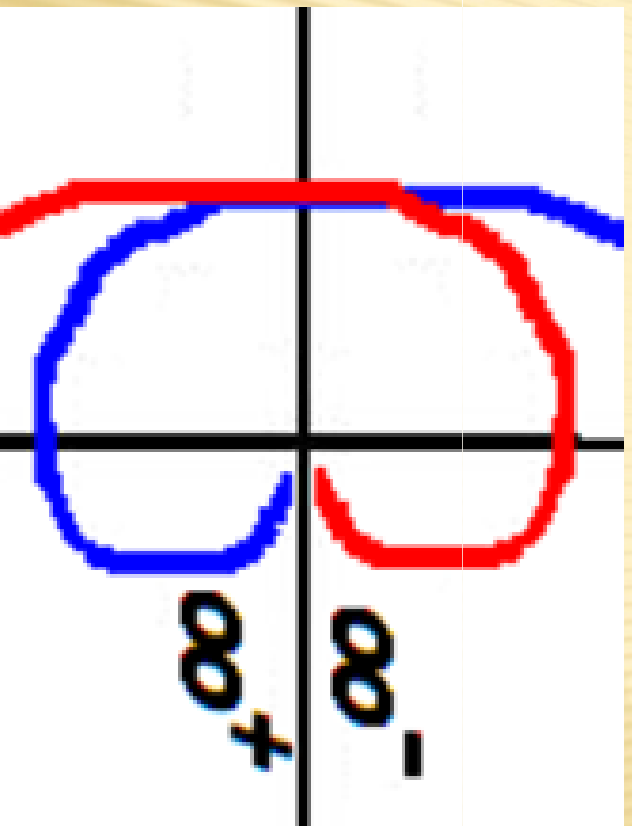
EJEMPLO 2

PASO 10 : Cerrar diagrama para $P \rightarrow 0$



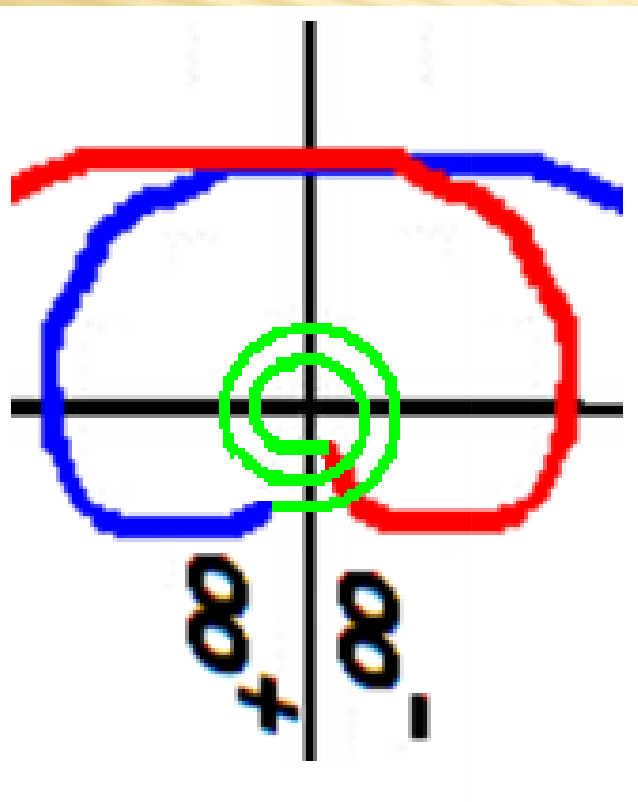
EJEMPLO 2

PASO 11 : Cerrar diagrama para $P \rightarrow \infty$



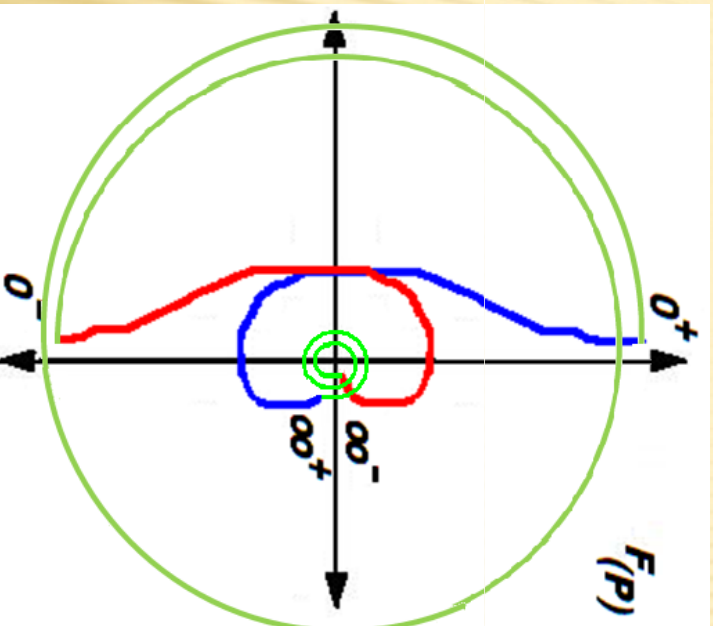
EJEMPLO 2

PASO 11 : Cerrar diagrama para $P \rightarrow \infty$



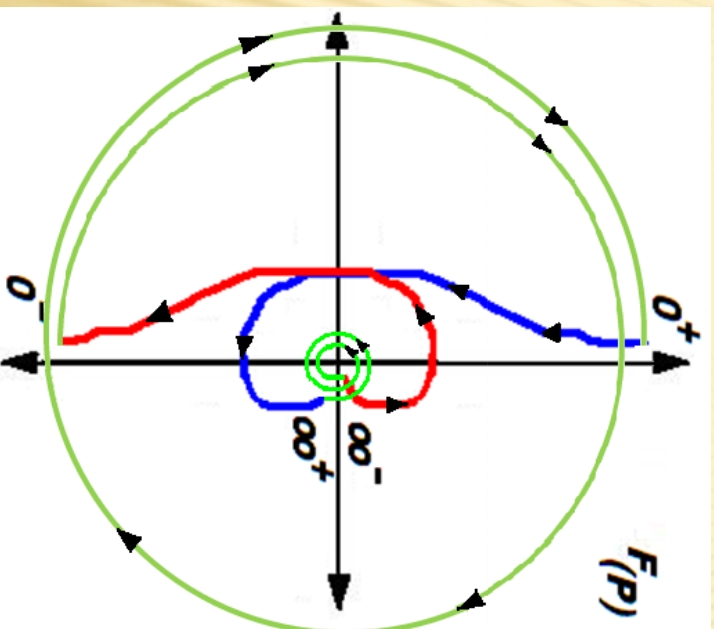
EJEMPLO 2

PASO 12 : Aplicar criterio de Nyquist



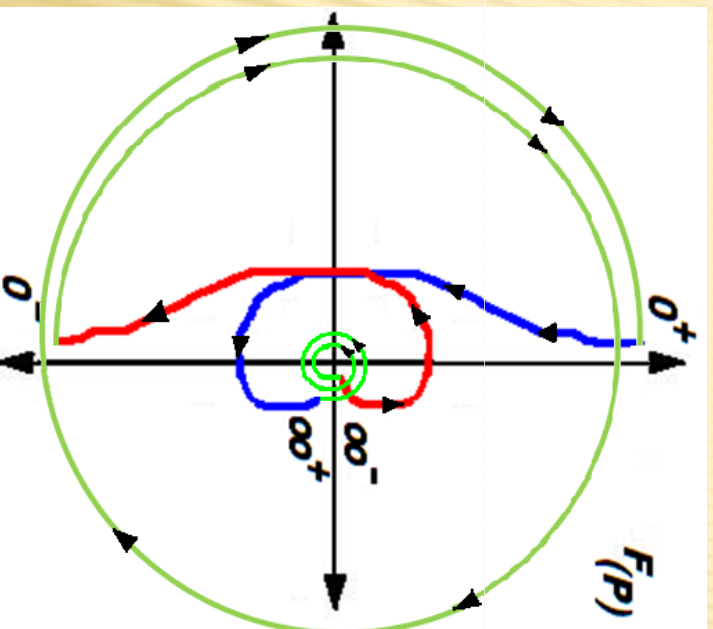
EJEMPLO 2

PASO 12 : Aplicar criterio de Nyquist



EJEMPLO 2

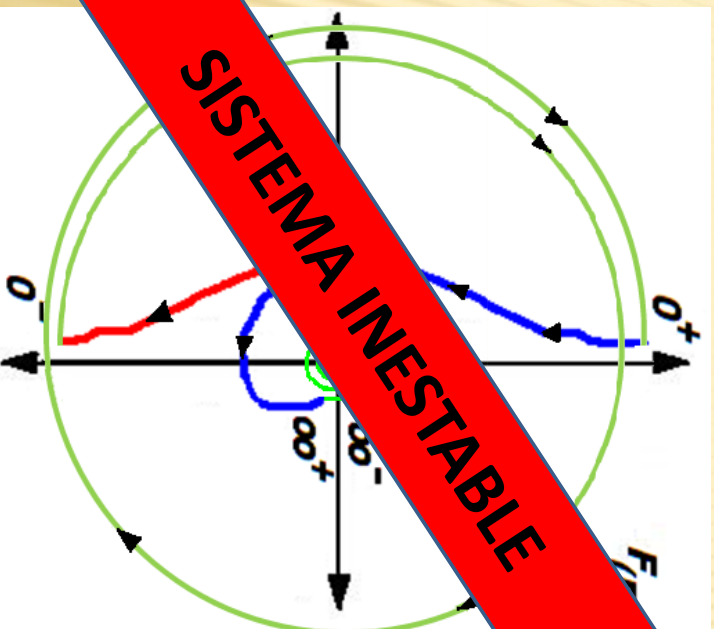
PASO 12 : Aplicar criterio de Nyquist



$$N = -2$$

EJEMPLO 2

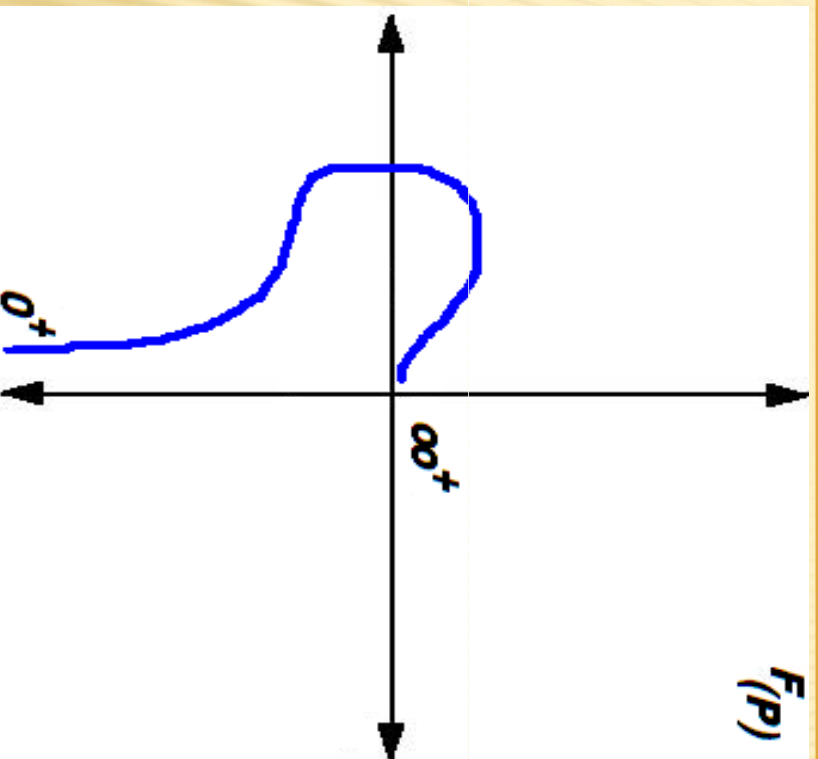
PASO 12 : Aplicar criterio de Nyquist



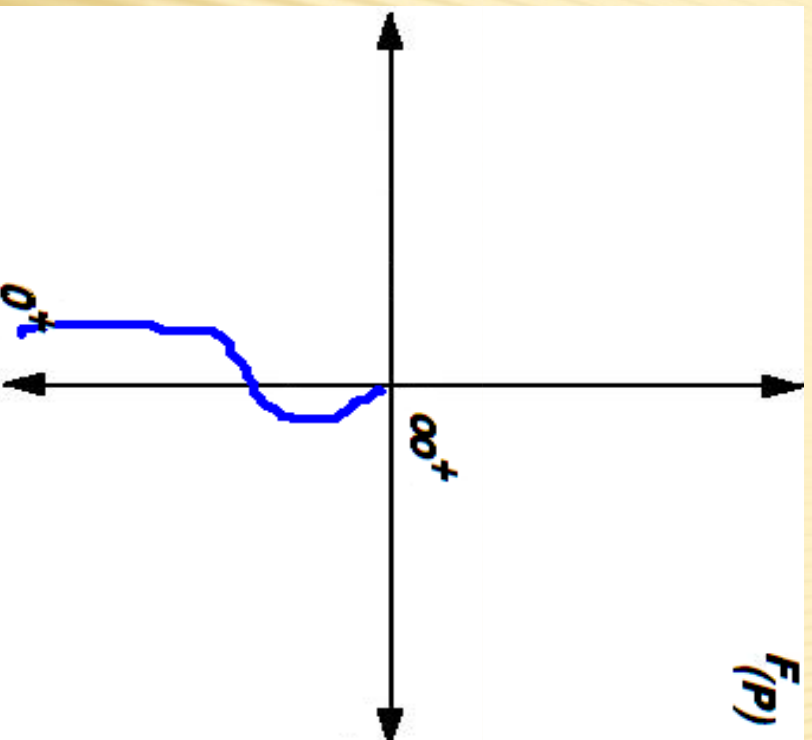
$N = -2$

SISTEMA INESTABLE

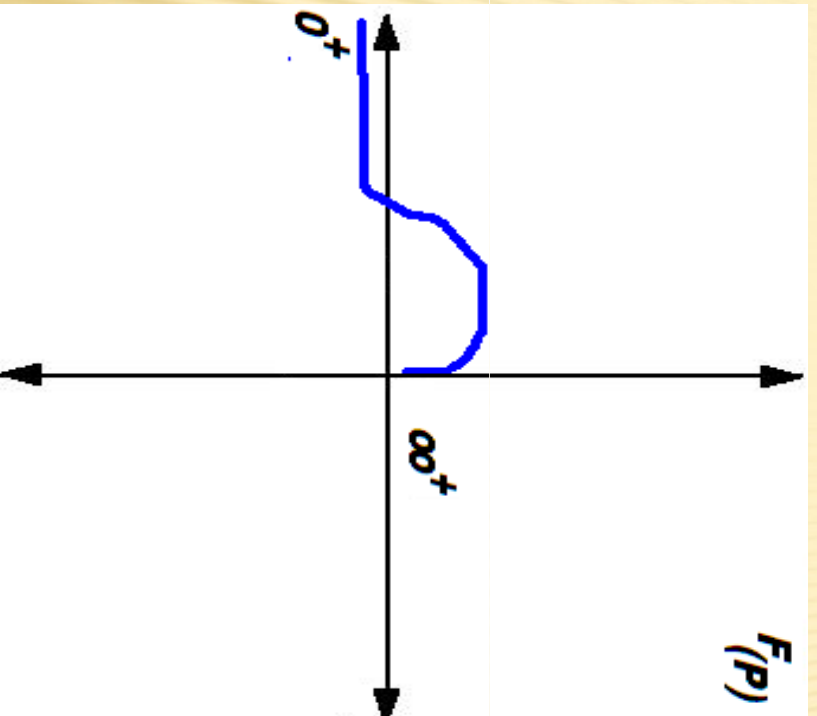
EJEMPLO 3



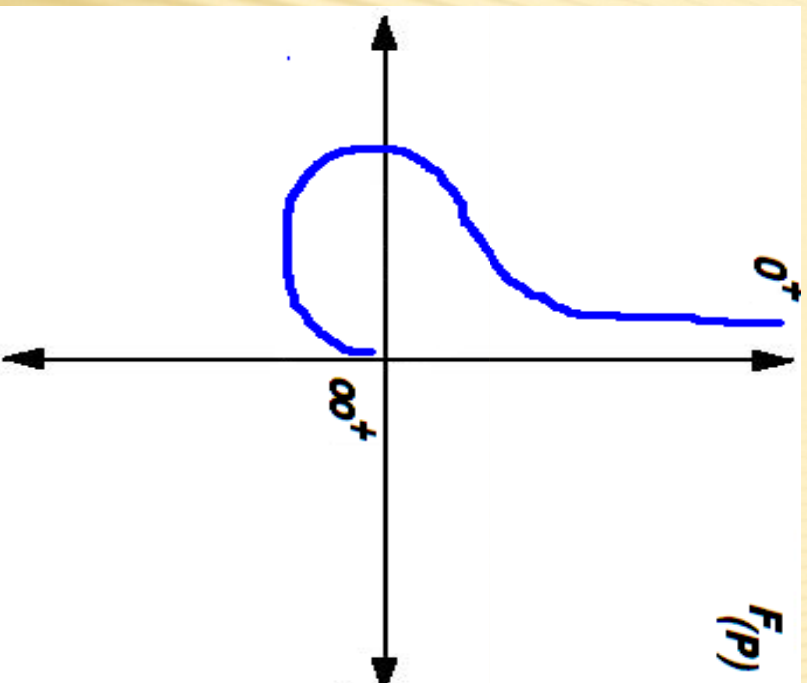
EJEMPLO 4



EJEMPLO 5



EJEMPLO 6



**FIN DE LA
PRESENTACION**

REPORTE ERRORES A : \Rightarrow jgarcia_abad@electronica.frc.utn.edu.ar

ó A : \Rightarrow jgarciaabad@iua.edu.ar