Guia 1. Fundamentos

1. Aplicando la Ley de Kirchhoff de tensiones (LKV) determinar la caída de tensión en la resistencia R_2 del circuito de la fig. 1.

- Encontrar una expresión de v_2 (y $\tilde{v}_2$) en función de los demás parámetros del circuito.
- Calcular el valor de la tensión en voltios haciendo $v = 12V$, $R_1 = 100\Omega$ y $R_2 = 200\Omega$.

Calcular también la potencia disipada en la resistencia R_2.

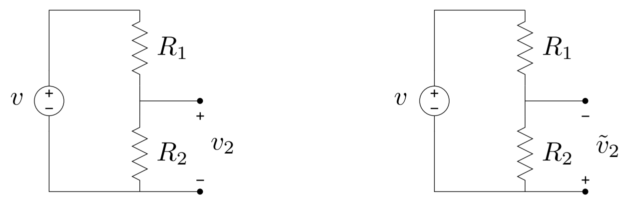


Figura 1: Cálculo de la tensión en un divisor resistivo.

2. Aplicando la Ley de Kirchhoff de corrientes (LKI) determinar la corriente por la resistencia R_2 del circuito de la fig. 2.

- Encontrar una expresión de i_2 (e $\tilde{i}_2$) en función de los demás parámetros del circuito.
- Calcular el valor de corriente en amperes haciendo $i = 1{,}2A$, $R_1 = 10\Omega$ y $R_2 = 2\Omega$.

Calcular también la potencia disipada en la resistencia R_2.

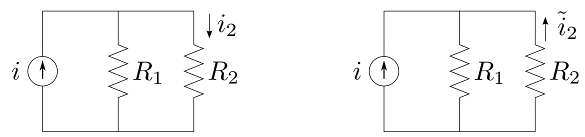


Figura 2: Cálculo de la corriente en un divisor resistivo.

3. Aplicar la LKV según las distintas referencias que se muestran en la fig. 3. Calcular para cada caso el valor de la tensión v_{R_2}.

4. Aplicar la LKV y calcular la tensión v_{R_3} según la referencia que se muestra en el circuito de la fig. 4.

5. Aplicando LKI calcular la corriente i_3 según la referencia que se indica en el circuito de la fig. 5.

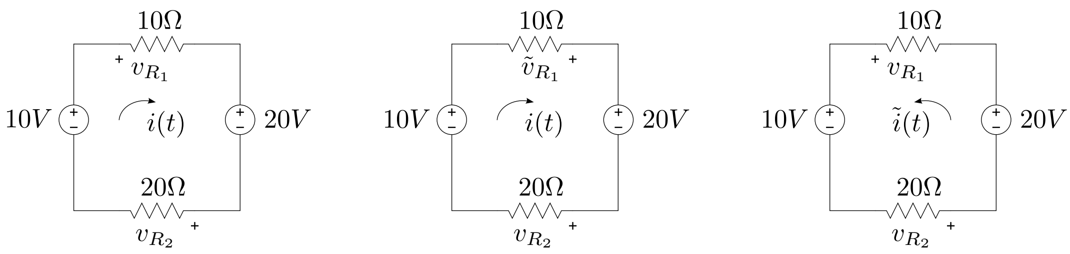


Figura 3: Plantear LKV y encontrar v_{R_2}.

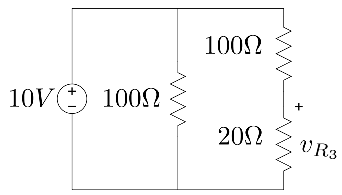


Figura 4: Plantear LKV y encontrar $v_{R_3}(t)$.

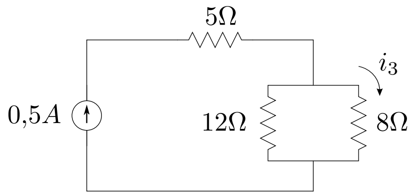


Figura 5: Planteando LKI encontrar la corriente i_3.

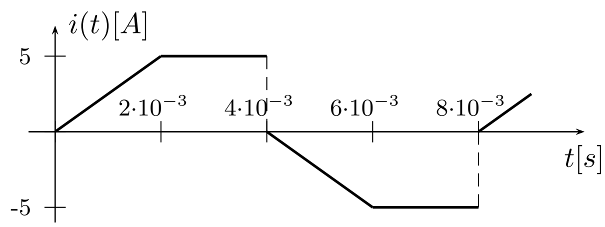


Figura 6: Corriente circulante por el circuito RL serie.

6. Por un circuito serie RL con $R = 5\Omega$ y $L = 0,004H$ circula una corriente como la de la figura 6. Calcular y graficar $v_R(t)$ y $v_L(t)$.

7. La tensión representada por la fig. 7 se aplica a un circuito RL paralelo de $R = 4\Omega$ y $L = 10mH$. Calcular y graficar la corriente total $i(t)$.

8. Una rama RLC, con $R = 2\Omega$, $L = 2mH$ y $C = 500\mu F$, es atravesada por una corriente cuya forma se representa en la fig. 8. Calcular y graficar las tensiones de cada elemento.

9. La caída de tensión en el elemento inductivo del circuito serie de la fig. 9a es

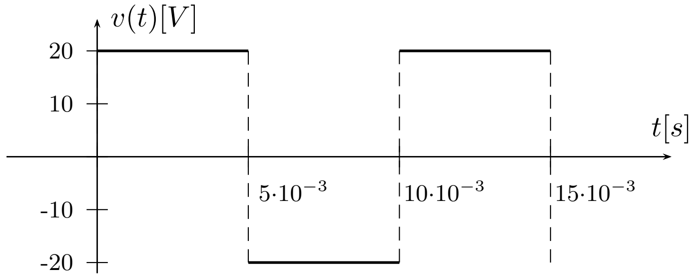


Figura 7: Tensión aplicada al circuito RL paralelo.

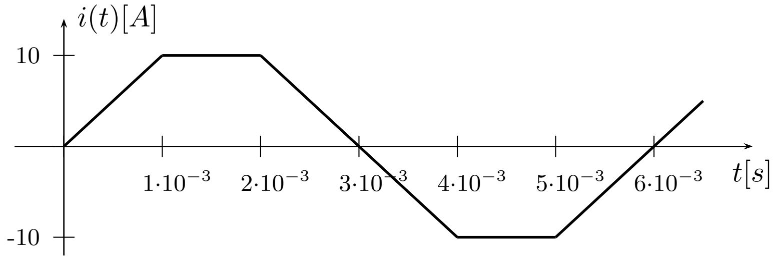
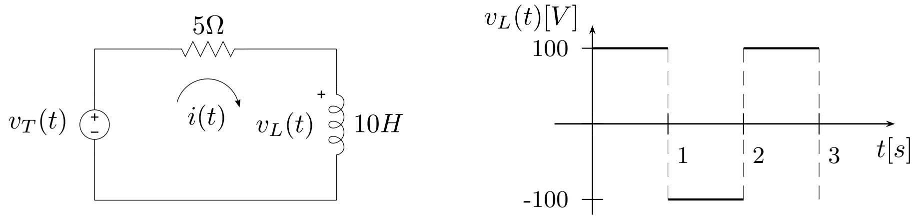


Figura 8: Corriente de rama.

como se muestra en el gráfico 9b. Siendo la $i(0) = -5A$ graficar por lo menos un ciclo de la corriente total $i(t)$, de la caída en la resistencia $v_R(t)$ y de la tensión del generador $v_T(t)$.



(a) **(b)**

Figura 9

10. Por una rama RC circula una corriente como la de la figura 10. Graficar las tensiones de cada elemento considerando que el capacitor se encuentra inicialmente descargado.

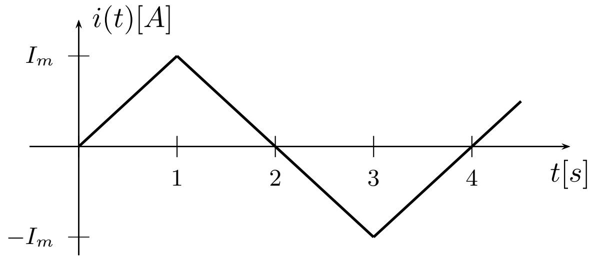


Figura 10: Corriente variable circulante por una rama RC.

Soluciones

Ejercicio 1 Planteo

Aplicando la Ley de Kirchhoff de tensiones (LKV) al circuito de la fig. 11

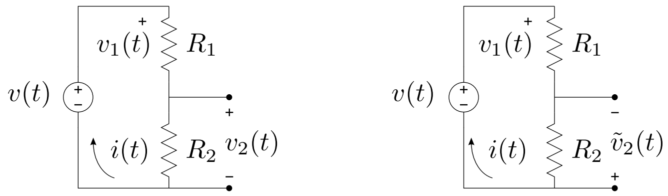


Figura 11: Referencias para la resolución del circuito de la fig. 1.

$$v(t) - v_1(t) - v_2(t) = 0 \tag{1}$$

y las relaciones entre la corriente y las caídas de tensiones en las resistencias según las referencias dadas, son

$$v_1(t) = R_1 i(t) \tag{2}$$
$$v_2(t) = R_2 i(t) \tag{3}$$

Reemplazando $v_1(t)$ de (2) en (1) se tiene

$$v(t) - R_1 i(t) - v_2(t) = 0 \tag{4}$$

y luego $i(t)$ de (3) en (4)

$$v(t) - \frac{v_2(t)}{R_2} R_1 - v_2(t) = 0$$

Operando

$$v(t) - v_2(t)\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) = 0$$

Luego, la caída de tensión de la resistencia R_2 queda

$$v_2(t) = v(t)\frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{5}$$

Para determinar la caída de tensión $\tilde{v}_2(t)$ se sigue un procedimiento similar. Aplicando LKV

$$v(t) - v_1(t) + \tilde{v}_2(t) = 0$$

las relaciones tensión-corriente son

$$v_1(t) = R_1 i(t), \qquad \tilde{v}_2(t) = -R_2 i(t)$$

Luego, realizando los mismo pasos anteriores para el nuevo planteo, queda

$$v(t) - R_1 i(t) + \tilde{v}_2(t) = 0$$
$$v(t) - \frac{\tilde{v}_2(t)}{R_2}R_1 + \tilde{v}_2(t) = 0$$
$$v(t) + \tilde{v}_2(t)\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) = 0$$
$$v(t) = -\tilde{v}_2(t)\left(\frac{R_1 + R_2}{R_2}\right)$$

Por lo que la tensión en la resistencia $\tilde{v}_2(t)$ queda

$$\tilde{v}_2(t) = -v(t)\frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{6}$$

Para el cálculo de la potencia se tiene

$$P_2 = \frac{v_2(t)^2}{R_2} = \frac{\tilde{v}_2(t)^2}{R_2} \tag{7}$$

Resolución numérica

Dando valores en (5) se tiene

$$v_2(t) = 12V\frac{200\Omega}{100\Omega + 200\Omega} = 12V\frac{200}{300} = 8V$$

y en (6)

$$\tilde{v}_2(t) = -12V\frac{200\Omega}{100\Omega + 200\Omega} = -12V\frac{200}{300} = -8V$$

El cálculo de la potencia queda

$$P_2 = \frac{(8V)^2}{200\Omega} = 0{,}32W$$

Ejercicio 4 Solución

$$v_{R_3} = \frac{5}{3}V$$

Ejercicio 5 Solución

$$i_3 = 0{,}3A$$

Ejercicio 6 Planteo

La corriente que atraviesa el circuito RL representada gráficamente en la fig. 6, se puede expresar matemáticamente mediante una función definida por tramos

$$i(t) = \begin{cases} \frac{5A}{2\cdot 10^{-3}s}t & 0\cdot 10^{-3} < t < 2\cdot 10^{-3}[s] \\ 5A & 2\cdot 10^{-3} < t < 4\cdot 10^{-3}[s] \\ -\frac{5A}{2\cdot 10^{-3}s}t & 4\cdot 10^{-3} < t < 6\cdot 10^{-3}[s] \\ -5A & 6\cdot 10^{-3} < t < 8\cdot 10^{-3}[s] \end{cases} \tag{8}$$

Suponiendo que la corriente ingresa por el terminal de mayor potencial de la caída de tensión tanto en la resistencia como en el inductor, la relación tensión-corriente es

$$v_R(t) = Ri(t), \qquad v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} \tag{9}$$

Resolución numérica

Para obtener $v_R(t)$ y $v_L(t)$ se aplican las relaciones dadas en (9) para cada tramo de la señal dada en (8).

Tramo 1. Para $0 < t < 2\cdot 10^{-3}[s]$, con $i(t) = (5/0{,}002)t = 2500t[A]$

$$v_R(t) = 5\cdot 2500t = 12500t[V]$$
$$v_L(t) = 0{,}004\frac{d(2500t)}{dt} = 2500\cdot 0{,}004 = 10V$$

Tramo 2. Para $2\cdot 10^{-3} < t < 4\cdot 10^{-3}[s]$, con $i(t) = 5A$

$$v_R(t) = 5\cdot 5 = 25V$$
$$v_L(t) = \frac{d}{dt}5 = 0V$$

Tramo 3. Para $4 \cdot 10^{-3} < t < 6 \cdot 10^{-3}[s]$, con $i(t) = -(5/0{,}002)t + 10 = -2500t + 10[A]$

$$v_R(t) = 5(-2500t + 10) = -12500t + 50[V]$$
$$v_L(t) = 0{,}004\frac{d}{dt}(-2500t + 10) = -2500 \cdot 0{,}004 = -10V$$

Tramo 4. Para $6 \cdot 10^{-3} < t < 8 \cdot 10^{-3}[s]$, con $i(t) = -5A$

$$v_R(t) = 5 \cdot (-5) = -25V$$
$$v_L(t) = 0{,}005H\frac{d}{dt}5 = 0V$$

El resultado de la caída de tensión en la resistencia $v_R(t)$ y en el inductor $v_L(t)$, junto a la corriente $i(t)$ se muestra en la fig. 12.

Ejercicio 8 Solución

La caída de tensión en la resistencia, el inductor y en el capacitor considerando que la corriente entra por el terminal de mayor potencial se muestra en la tabla 1.

Tramo $[s]$	$v_R(t)[V]$	$v_L(t)[V]$	$v_C(t)[V]$
$0 \cdot 10^{-3} < t < 1 \cdot 10^{-3}$	$20000t$	20	$10 \times 10^6 t^2$
$1 \cdot 10^{-3} < t < 2 \cdot 10^{-3}$	20	0	$20000t - 10$
$2 \cdot 10^{-3} < t < 4 \cdot 10^{-3}$	$-20000t + 60$	-20	$-10 \times 10^6 t^2 + 60 \times 10^3 t - 50$
$4 \cdot 10^{-3} < t < 5 \cdot 10^{-3}$	-20	0	$-20000t + 110$
$5 \cdot 10^{-3} < t < 6 \cdot 10^{-3}$	$20000t - 120$	20	$10^6 t^2 - 120 \times 10^3 t + 360$

Tabla 1: Caídas de tensión en cada elemento.

Ejercicio 9 Planteo

La caída de tensión en el inductor de la fig. 9b se puede expresar, para un período, como una señal por tramos dada por

$$v_L(t) = \begin{cases} 100V & 0 < t < 1[s] \\ -100V & 1 < t < 2[s] \end{cases} \tag{10}$$

La corriente del circuito serie se puede obtener a partir de la relación tensión-corriente del inductor como

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v_L(\tau)d\tau + i(t_0) \tag{11}$$

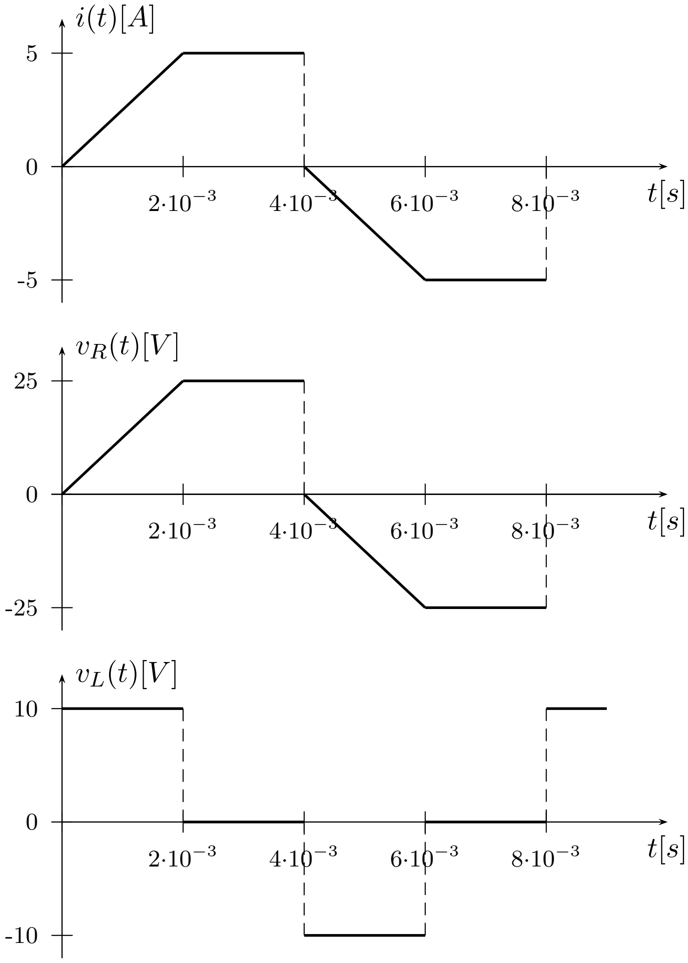


Figura 12: Gráfica de la corriente, caída de tensión en la resistencia y el inductor del ejercicio 6.

Luego, la caída de tensión de la resistencia se obtiene de la relación tensión-corriente de la misma, o sea

$$v_R(t) = Ri(t) \tag{12}$$

asumiendo que la corriente ingresa por el terminal de mayor potencial. Finalmente la tensión aplicada al circuito se obtiene de la LKV

$$v_T(t) = v_R(t) + v_L(t) \tag{13}$$

Resolución numérica

Tramo 1. Para $0 < t < 1[s]$, con $v_L(t) = 100V$

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{1}{L}\int_0^t v_L(\tau)d\tau + i(0) = \frac{1}{10}\int_0^t 100d\tau - 5 = 10t - 5[A] \\ v_R(t) &= Ri(t) = 5(10t-5) = 50t - 25[V] \\ v_T(t) &= 50t - 25 + 100 = 50t + 75[V] \end{aligned}$$

Al final del tramo para $t = 1s$ la corriente es

$$i(t = 1s) = i(1) = 5A$$

Tramo 2. Para $1 < t < 2[s]$, con $v_L(t) = -100V$

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{1}{L}\int_1^t v_L(\tau)d\tau + i(1) = \frac{1}{10}\int_1^t (-100)d\tau + 5 = -10t + 15[A] \\ v_R(t) &= Ri(t) = 5(-10t+15) = -50t + 75[V] \\ v_T(t) &= -50t + 75 - 100 = -50t - 25[V] \end{aligned}$$

Se puede ver que $i(2) = -5A$, que se corresponde con el inicio del siguiente ciclo.

Las gráficas del resultado se muestra en la fig. 13.

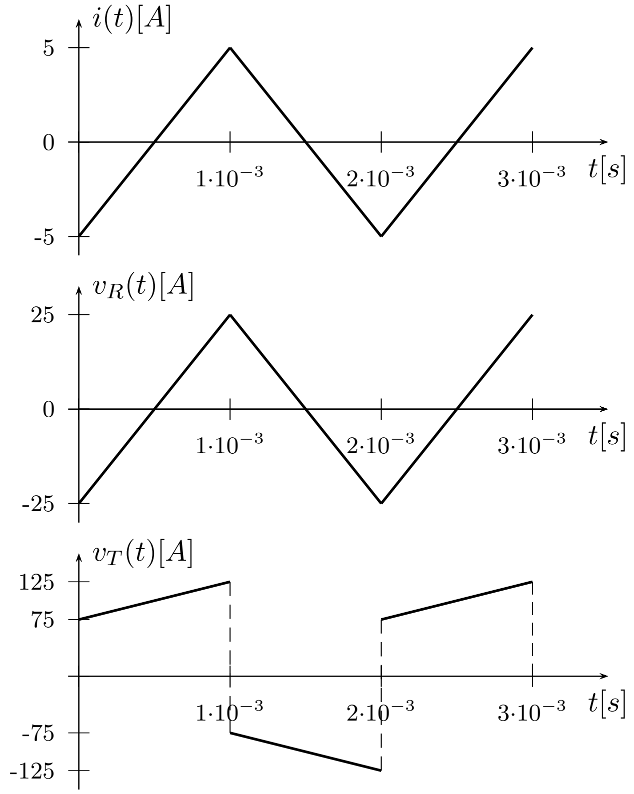


Figura 13: Gráfica de la corriente, caída de tensión en la resistencia y tensión aplicada al circuito.