FRANCISCO RAINERO.

14R21

(1)

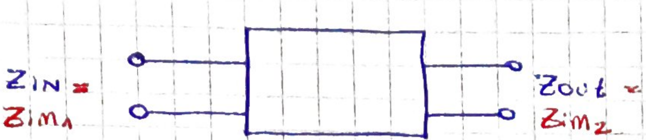
Resumen Teoria - 3er Parcial.

Temario:

- Cuadripolos Adaptadores:
  - Desarrollo General.
  - Config "L"
  - Config "T".
  - Adaptador Reactivo.
- Cuadripolos Atenuadores:
  - Config "T"
  - Config "L".
- Filtros
  - Desarrollo y clasificación.
  - Filtros k-cte.
    - → Secciones
    - → Función de propagación.
    - → Diseño
      - → pb
      - → pa
      - → PB
      - → EB.
    - → Normalización y transformación de frecuencias.
  - Filtros m-derivados.
    - → Teoría
    - → Normalizados.

Cuadripolo Adaptador de Impedancia

- Se quiere lograr que, al crear un cuadripolo, la Z_{in} sea igual a Z_{im_1} y la Z_{out} igual a Z_{im_2}. De esta manera un generador vería su impedancia de entrada y la carga se vería a sí misma. (condición deseada)



- Se sabe que:

$$\boxed{Z_{im_1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}}} \quad \text{I} \qquad y \qquad \boxed{Z_{im_2} = \sqrt{\frac{BD}{AC}}} \quad \text{II}$$

Z_{IN} y Z_{OUT} son conocidas. Diseñaremos un cuad. con ciertos parámetros ABCD.

- También sabemos que:

$$\left.\frac{E_{in}}{E_{out}}\right|_{Z_{im_2}} = \sqrt{\frac{Z_{im_1}}{Z_{im_2}}}\left(\underbrace{\sqrt{AD}}_{\cosh\theta} + \underbrace{\sqrt{AD-1}}_{\operatorname{senh}\theta}\right) \Rightarrow \boxed{\sqrt{AD} = \cosh\theta} \quad \text{A}$$

$$\sqrt{AD-1} = \boxed{\sqrt{BC} = \operatorname{senh}\theta} \quad \text{B}$$

- Hacemos $\text{I} \times \text{II}$ y $\text{I} \% \text{II}$:

$$\text{I} \times \text{II} \Rightarrow Z_{im_1} \times Z_{im_2} = \sqrt{\frac{AB}{CD} \times \frac{BD}{AC}} = \frac{B}{C} \Rightarrow \boxed{\sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}} = \sqrt{\frac{B}{C}}} \quad (1)$$

$$\frac{\text{I}}{\text{II}} \Rightarrow \frac{Z_{im_1}}{Z_{im_2}} = \sqrt{\frac{\frac{AB}{CD}}{\frac{DB}{CA}}} = \frac{A}{D} \Rightarrow \boxed{\sqrt{\frac{Z_{im_1}}{Z_{im_2}}} = \sqrt{\frac{A}{D}}} \quad (2)$$

- Ahora con (1), (2), A y B; multiplicando y dividiendo obtendremos A, B, C y D en función de Z_{im_1}, Z_{im_2} y θ.

$$(2) \times \text{A} \rightarrow \sqrt{\frac{Z_{im_1}}{Z_{im_2}}} \times \cosh\theta = \sqrt{\frac{A}{D}}\sqrt{AD} = A$$

$$\boxed{A = \sqrt{\frac{Z_{im_1}}{Z_{im_2}}} \cdot \cosh\theta}$$

$$(1) \times \text{B} \rightarrow \sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}} \times \operatorname{senh}\theta = \sqrt{\frac{B}{C}}\sqrt{BC} = B$$

$$\boxed{B = \sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}} \cdot \operatorname{senh}\theta}$$

$$\frac{\text{B}}{(1)} \rightarrow \frac{\operatorname{senh}\theta}{\sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}}} = \frac{\sqrt{BC}}{\sqrt{\frac{B}{C}}} = C$$

$$\boxed{C = \frac{\operatorname{senh}\theta}{\sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}}}}$$

$$\frac{\text{A}}{(2)} \rightarrow \frac{\cosh\theta}{\sqrt{\frac{Z_{im_1}}{Z_{im_2}}}} = \frac{\sqrt{AD}}{\sqrt{\frac{A}{D}}} = D$$

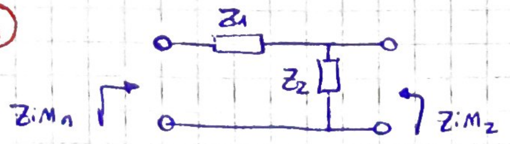
$$\boxed{D = \frac{\cosh\theta}{\sqrt{\frac{Z_{im_1}}{Z_{im_2}}}} = \sqrt{\frac{Z_{im_2}}{Z_{im_1}}} \cdot \cosh\theta}$$

* Z_{im_1} y Z_{im_2} son datos conocidos (Z_{in} y Z_{out} a adaptar).
* θ dependerá de la configuración de cuadripolo elegida.

Cuadripolos Adaptador de Z_i en config "L"

Tenemos 2 config. posibles, dependerá de si $Z_{im_1} > Z_{im_2}$ o $Z_{im_1} < Z_{im_2}$ cual se usa.

A



$Z_{im_1} > Z_{im_2}$

- $A = \dfrac{Z_{11}}{Z_{21}} = \dfrac{Z_1 + Z_2}{Z_2} = \sqrt{\dfrac{Z_{im_1}}{Z_{im_2}}} \cosh\theta$

$Z_1 = \sqrt{\dfrac{Z_{im_1}}{Z_{im_2}}} \cosh\theta \cdot Z_2 - Z_2$

(Fórmula poco útil)
↳ Necesito Z_2 p/ calcular Z_1

- $B = \dfrac{\Delta Z}{Z_{21}} = \dfrac{(Z_1 + Z_2)\, Z_2 - Z_2^2}{Z_2} = Z_1$

$B = \sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}}\ \operatorname{senh}\theta$

$$\boxed{Z_1 = \sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}}\ \operatorname{senh}\theta}$$

- $C = \dfrac{1}{Z_{21}} = \dfrac{1}{Z_2} = \dfrac{\operatorname{senh}\theta}{\sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}}}$

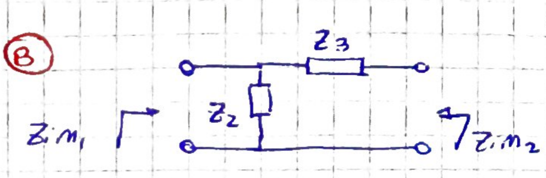
$$\boxed{Z_2 = \dfrac{\sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}}}{\operatorname{senh}\theta}}$$

- $D = \dfrac{Z_{22}}{Z_{21}} = \dfrac{Z_2}{Z_2} = 1 = \sqrt{\dfrac{Z_{im_2}}{Z_{im_1}}} \cosh\theta$

$$\boxed{\theta = \cosh^{-1}\left(\sqrt{\dfrac{Z_{im_1}}{Z_{im_2}}}\right)}$$

Calculo θ, y luego Z_1 y Z_2

B



$Z_{im_1} < Z_{im_2}$

- $A = \dfrac{Z_{11}}{Z_{21}} = \dfrac{Z_2}{Z_2} = \sqrt{\dfrac{Z_{im_1}}{Z_{im_2}}} \cosh\theta = 1$

$$\boxed{\theta = \cosh^{-1}\left(\sqrt{\dfrac{Z_{im_2}}{Z_{im_1}}}\right)}$$

- $B = \dfrac{\Delta Z}{Z_{21}} = \dfrac{Z_2(Z_2 + Z_3) - Z_2^2}{Z_2} = Z_3$

$$\boxed{Z_3 = \sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}}\ \operatorname{senh}\theta}$$

- $C = \dfrac{1}{Z_{21}} = \dfrac{\operatorname{senh}\theta}{\sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}}} = \dfrac{1}{Z_2}$

$$\boxed{Z_2 = \dfrac{\sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}}}{\operatorname{senh}\theta}}$$

- $D = \dfrac{Z_{22}}{Z_{21}} = \dfrac{Z_3 + Z_2}{Z_2} = \sqrt{\dfrac{Z_{im_2}}{Z_{im_1}}} \cosh\theta$

$Z_3 = \sqrt{\dfrac{Z_{im_2}}{Z_{im_1}}} \cosh\theta \cdot Z_2 - Z_2$

(Fórmula poco útil).

Calculo θ, y luego Z_3 y Z_2.

Regla memotécnica: - Cuando calculo θ $\dfrac{Z_{im_x}}{Z_{im_y}} > 0$ siempre.

Z_1 y Z_3 → misma fórmula
Z_2 → misma fórmula

} El 2° es igual al 1° cambiando Entrada por salida.

Ejemplo

1) Adaptador en conf. L con $Z_{in} = 150\,\Omega$ y $Z_{out} = 50\,\Omega$.

- $Z_{im_1} > Z_{im_2} \longrightarrow$

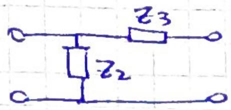
$$\theta = \cosh^{-1}\left(\sqrt{\frac{150}{50}}\right) = 1{,}15$$

$$Z_1 = \sqrt{150 \cdot 50} \cdot \operatorname{senh}(1{,}15) = 122{,}47\,\Omega.$$

$$Z_2 = \frac{\sqrt{150 \cdot 50}}{\operatorname{senh}(1{,}15)} = 61{,}24\,\Omega.$$

2) Adaptador en conf. L con $Z_{in} = 100\,\Omega$ y $Z_{out} = 150\,\Omega$.

$Z_{im_2} > Z_{im_1} \longrightarrow$

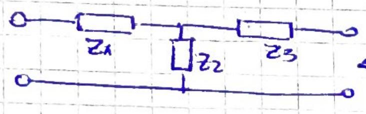


$$\theta = \cosh^{-1}\left(\sqrt{\frac{150}{100}}\right) = 0{,}658$$

$$Z_1 = \sqrt{150 \times 100} \cdot \operatorname{senh}(0{,}658) = 86{,}53\,\Omega.$$

$$Z_2 = \frac{\sqrt{150 \times 100}}{\operatorname{senh}(0{,}658)} = 173{,}34\,\Omega.$$

Cuadripolo Adaptador en config. "T".



$Z_{in} = Z_{im_1}$ $\qquad$ $Z_{out} = Z_{im_2}$.

En esta config, veremos que θ puede ser aleatorio (pero mayor a un cierto valor) y Z_1, Z_2 y Z_3 serán función de θ, Z_{im_1} y Z_{im_2}.

- $A = \sqrt{\dfrac{Z_{im_1}}{Z_{im_2}}} \cosh\theta = \dfrac{Z_{11}}{Z_{21}} = \dfrac{Z_1 + Z_2}{Z_2} \longrightarrow Z_1 = \sqrt{\dfrac{Z_{im_1}}{Z_{im_2}}} \cosh\theta \cdot Z_2 - Z_2.$

- $B = \dfrac{\Delta Z}{Z_{21}} = \dfrac{(Z_1 + Z_2)(Z_2 + Z_3) - Z_2^2}{Z_2}$ $\quad$ $\rightarrow$ NO SE USA.

- $C = \dfrac{1}{Z_{21}} = \dfrac{1}{Z_2} = \dfrac{\operatorname{senh}\theta}{\sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}}} \longrightarrow \boxed{Z_2 = \dfrac{\sqrt{Z_{im_1} \times Z_{im_2}}}{\operatorname{senh}\theta}.}$

- $D = \dfrac{Z_{22}}{Z_{21}} = \dfrac{Z_2 + Z_3}{Z_2} = \sqrt{\dfrac{Z_{im_2}}{Z_{im_1}}} \cosh\theta \longrightarrow Z_3 = \sqrt{\dfrac{Z_{im_2}}{Z_{im_1}}} \cosh\theta \cdot Z_2 - Z_2.$

Introduciendo Z_2 en Z_1 y Z_3:

$$\boxed{Z_1 = \frac{Zim_1 \cdot \cosh\theta - \sqrt{Zim_1 \times Zim_2}}{\operatorname{senh}\theta}}$$

$$\boxed{Z_3 = \frac{Zim_2 \cdot \cosh\theta - \sqrt{Zim_1 \times Zim_2}}{\operatorname{senh}\theta}}$$

Ahora debemos definir a θ, el cual estará relacionado con la atenuación:

El valor mínimo de θ está dado por:

$$\boxed{\theta_{min} = \cosh^{-1}\sqrt{\frac{Zim_1}{Zim_2}}} \quad \text{ó} \quad \boxed{\theta_{min} = \cosh^{-1}\sqrt{\frac{Zim_2}{Zim_1}}}$$

si $Zim_1 > Zim_2$ — si $Zim_1 < Zim_2$.

- Si elijo un θ menor, alguna Z (Z_1, Z_2 o Z_3) dará con parte real negativa y no servirá el cuadripolo.
- Si elijo θ_{min}, una de las Z (Z_1 o Z_3) dará 0 y estaremos en el caso de cuad. adaptador L.
- Lo que se hace es elegir un θ mayor, según la atenuación deseada:

$$\left.\frac{E_{in}}{E_{out}}\right|_{\substack{\theta_{min} \\ (Z_3 \text{ o } Z_1 = \emptyset)}} = \sqrt{\frac{Zim_1}{Zim_2}} \cdot e^{\theta_{min}} = \#_1$$

Se elige una atenuación mayor a $\#_1 \longrightarrow \#_2 > \#_1$ (no puede ser menor).

$$\left.\frac{E_{in}}{E_{out}}\right|_{\theta} = \#_2 = \sqrt{\frac{Zim_1}{Zim_2}} \cdot e^{\theta}$$

θ ↳ Valor a utilizar

$$\boxed{\theta = \ln\left(\#_2 \sqrt{\frac{Zim_2}{Zim_1}}\right)}\;,$$

siendo $\#_2$ la atenuación (lineal) deseada que debe cumplir con que $\#_2 > \#_1$.

Ejemplo: Adaptar con cuad. "T" $\begin{cases} Z_{in} = 150\,\Omega \\ Z_{out} = 300\,\Omega \end{cases}$ y la atenuación $\frac{E_{in}}{E_{out}} = 2$

$$\theta_{min} = \cosh^{-1}\sqrt{\frac{Z_{im_2}}{Z_{im_1}}} = \cosh^{-1}\sqrt{\frac{300}{150}} = 0{,}881$$

$$\left.\frac{E_{in}}{E_{out}}\right|_{\theta_{min}\,(Z_1=0)} = \sqrt{\frac{150}{300}}\cdot e^{0{,}881} = 1{,}707$$

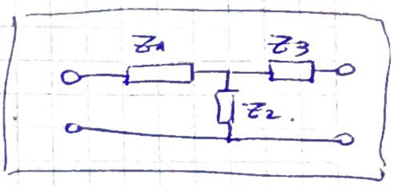
(Como 2 es mayor a 1,707 es posible realizar el cuadripolo con esa atenuación).

- $\theta = \ln\left(2\cdot\sqrt{\frac{Z_{im_2}}{Z_{im_1}}}\right) = \ln\left(2\sqrt{\frac{300}{150}}\right) = 1{,}03$

- $Z_1 = \frac{Z_{im_1}\cosh\theta - \sqrt{Z_{im_1}\times Z_{im_2}}}{\operatorname{senh}\theta} = 21{,}43\,\Omega$

- $Z_2 = \frac{\sqrt{Z_{im_1}\,Z_{im_2}}}{\operatorname{senh}\theta} = 171{,}42\,\Omega$

- $Z_3 = \frac{Z_{im_2}\cosh\theta - \sqrt{Z_{im_1}\times Z_{im_2}}}{\operatorname{senh}\theta} = 214{,}28\,\Omega$



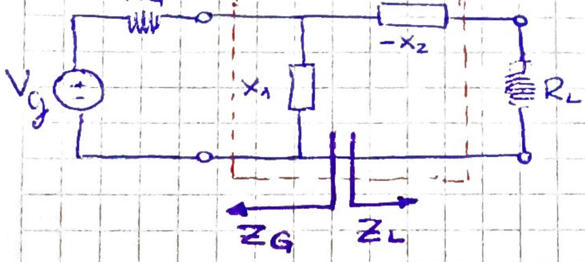
Beneficio de adaptar con T: Puedo elegir la atenuación (cosa que no puedo con "L").

Cuadripolo Adaptador de impedancia Reactivo

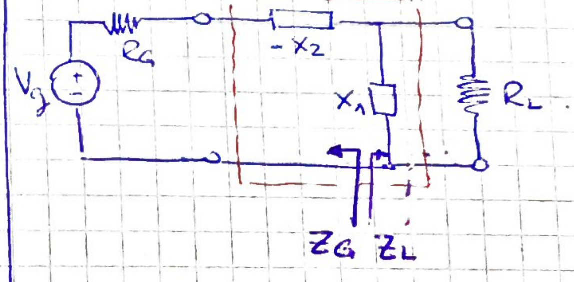
- Se basa en el teorema de máxima transf. de energía.
- R_G (Resistencia del generador) y R_L (carga) deben ser resistivas puras
- Sirven únicamente para trabajar en una misma frecuencia.

Dos casos: (Alrevez que adaptadores "L")

$R_G > R_L$



$R_G < R_L$



Para máx transf. de energía Z_G y Z_L deberán ser complejos conjugados (a esto se debe el signo menos de X_2).

$R_G > R_L$

$$Z_G = R_G // jX_1 = \frac{R_G\, jX_1}{R_G + jX_1}$$

Mult x conj

$$Z_G = \frac{R_G X_1^2}{R_G^2 + X_1^2} + j\frac{R_G^2 X_1}{R_G^2 + X_1^2}$$

$$Z_L = R_L - jX_2$$

* $$R_L = \frac{R_G X_1^2}{R_G^2 + X_1^2}$$

$$R_G^2 R_L + X_1^2 R_L = R_G X_1^2$$

$$R_G^2 R_L = X_1^2 (R_G - R_L)$$

$$\boxed{X_1 = R_G \sqrt{\frac{R_L}{R_G - R_L}}}$$

* $$|X_2| = \frac{R_G^2 X_1}{R_G^2 + X_1^2} = \frac{R_G^2 \cdot R_G \sqrt{\frac{R_L}{R_G - R_L}}}{R_G^2 + R_G^2 \frac{R_L}{R_G - R_L}}$$

$$|X_2| = \frac{R_G \sqrt{\frac{R_L}{R_G - R_L}}}{1 + \frac{R_L}{R_G - R_L}}$$

$$|X_2| = \frac{R_G \sqrt{\frac{R_L}{R_G - R_L}}}{\frac{R_G - R_L + R_L}{R_G - R_L}}$$

$$|X_2| = (R_G - R_L)\sqrt{\frac{R_L}{R_G - R_L}}$$

$$\boxed{|X_2| = \sqrt{R_L (R_G - R_L)}}$$

Ej. Diseñar Ad. Reac. c/ $R_G: 350\,\Omega$ y $R_L = 75$

$$jX_1 = jR_G\sqrt{\frac{R_L}{R_G - R_L}} = j\,182{,}78$$

$$-jX_2 = -j\sqrt{R_L(R_G - R_L)} = -j\,143{,}61$$

Luego: $\boxed{jX_1 = j\omega L_1}$ y $\boxed{-jX_2 = \frac{-j}{\omega C_2}}$

$R_G < R_L$

$$Z_L = R_L // jX_1 = \frac{R_L \cdot jX_1}{R_L + jX_1}$$

$$Z_G = R_G - jX_2$$

- Son las mismas ecuaciones, cambiando R_G con R_L.

Por lo que:

$$\boxed{X_1 = R_L \sqrt{\frac{R_G}{R_L - R_G}}}$$

$$\boxed{|X_2| = \sqrt{R_G (R_L - R_G)}}$$

Ej. Diseñar Ad. Reac. con $R_G = 50\,\Omega$ y $R_L = 600\,\Omega$.

$$jX_1 = j\,R_L\sqrt{\frac{R_G}{R_L - R_G}} = j\,180{,}9$$

$$-jX_2 = -j\sqrt{R_G(R_L - R_G)} = -j\,165{,}83$$

Luego:

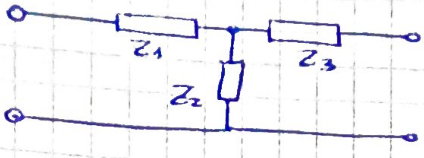
$$jX_1 = j\omega L_1$$

$$-jX_2 = \frac{-j}{\omega C_2}$$

Para una cierta frecuencia de trabajo se calculan L_1 y C_2.

Cuadripolo Atenuador en conf. "T"

- Basandonos en el cuadripolo adaptador T tenemos:



$$* \; Z_1 = \frac{Zim_1 \cosh\theta - \sqrt{Zim_1 \times Zim_2}}{\operatorname{senh}\theta}$$

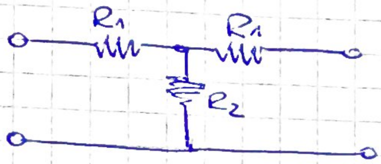
$$* \; Z_2 = \frac{\sqrt{Zim_1 \times Zim_2}}{\operatorname{senh}\theta}.$$

$$* \; Z_3 = \frac{Zim_2 \cosh\theta - \sqrt{Zim_1 \times Zim_2}}{\operatorname{senh}\theta}.$$

$$* \; \frac{E_{in}}{E_{out}} = \sqrt{\frac{Zim_1}{Zim_2}}\; e^{\theta}.$$

- Como no se desea desfasaje, todas las Z serán R (Resistencias)
- Sólo se quiere atenuar, no adaptar, es decir que se desea que la entrada vea la salida. La forma de lograr esto es con un cuadripolo simétrico, con $Zo = Zout$. (impedancia carac. igual a la carga)

El circuito se reduce a:



$$Zim_1 = Zim_2 = Zo.$$

$$\circ \; R_1 = \frac{Zo \cdot \cosh\theta - Zo}{\operatorname{senh}\theta} = Zo\underbrace{\left(\frac{\cosh\theta - 1}{\operatorname{senh}\theta}\right)}_{tgh\frac{\theta}{2}} = Zo \cdot tgh\frac{\theta}{2}$$

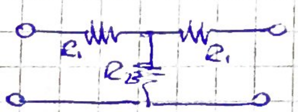
$$\circ \; R_2 = \frac{Zo}{\operatorname{senh}\theta}.$$

$$\frac{E_{in}}{E_{out}} = \sqrt{\cancelto{1}{\frac{Zim_1}{Zim_2}}}\; e^{\theta} = e^{\theta} = e^{\gamma} = e^{\alpha}\, \cancelto{1}{e^{j\beta}}$$

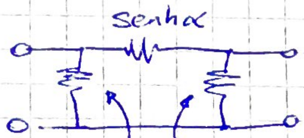
$$e^{\theta} = e^{\alpha} \longrightarrow \boxed{\theta = \alpha}$$

$$\boxed{R_1 = Zo \cdot tgh\frac{\alpha}{2}} \quad y \quad \boxed{R_2 = \frac{Zo}{\operatorname{senh}\alpha}} \qquad \boxed{\alpha = Ln\left(\frac{E_{in}}{E_{out}}\right)}$$

Atenuador normalizado: (con $Zo = 1\Omega$)



$$R_1 = tgh\frac{\alpha}{2} \quad y \quad R_2 = \frac{1}{\operatorname{senh}\alpha}$$



senh α

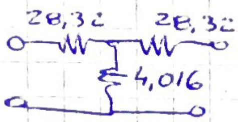
$$\frac{1}{tgh\frac{\alpha}{2}}$$

Luego multiplico por el Zo deseado y obtengo mi atenuador.

Ej 2 Se desea un At. "T" con $E_{in} = 40V$, $E_{out} = 2,5V$ y $Z_{out} = 32\,\Omega$

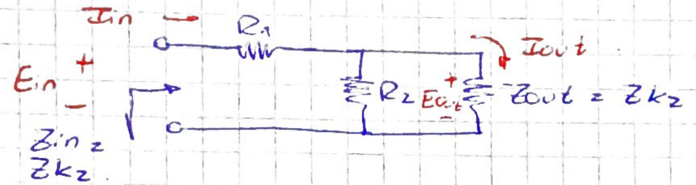
$$\frac{E_{in}}{E_{out}} = \frac{40}{2,5} = 16 = e^{\alpha} \longrightarrow \alpha = \ln(16) = 2,772$$

$$Z_1 = Z_0 \cdot tg\,h\,\frac{\alpha}{2} = 28,23\,\Omega \quad ; \quad Z_2 = Z_0 \cdot \frac{1}{senh\,\alpha} = 4,016\,\Omega$$



Cuadripolo Atenuador en conf. "L".

- Usaremos todas R para que no haya desfasaje ($\gamma = \alpha$)
- Para ver en la entrada la salida, se diseña el atenuador tal que tenga como $Z_{k_2} = Z_{out}$



Cuando $Z_L = Z_{k_2}$

$$\left(\left.\frac{E_{in}}{E_{out}}\right|_{Z_{k_2}} = \left.\frac{I_{in}}{I_{out}}\right|_{Z_{k_2}} \right)$$

$$E_{in} = I_{in} \cdot R_1 + E_{out}$$

$$\underbrace{\frac{E_{in}}{E_{out}}}_{e^{\alpha}} = \frac{I_{in}}{E_{out}} R_1 + 1 \quad ; \quad E_{out} = I_{out} \cdot Z_{k_2}$$

$$\underbrace{\frac{E_{in}}{E_{out}}}_{e^{\alpha}} = \underbrace{\frac{I_{in}}{I_{out}}}_{e^{\alpha}} \frac{R_1}{Z_{k_2}} + 1 \longrightarrow R_1 = \left(\frac{e^{\alpha} - 1}{e^{\alpha}} \right) \cdot Z_{k_2}$$

$$\boxed{R_1 = Z_{k_2} \left(1 - \frac{1}{e^{\alpha}} \right)}$$

$$I_{out} = I_{in} \cdot \frac{R_2 // Z_{k_2}}{Z_{k_2}} = I_{in} \cdot \frac{R_2}{R_2 + Z_{k_2}}$$

$$\frac{I_{in}}{I_{out}} = \frac{R_2 + Z_{k_2}}{R_2} = e^{\alpha} \longrightarrow R_2\, e^{\alpha} - R_2 = Z_{k_2}$$

$$\boxed{R_2 = \frac{Z_{k_2}}{e^{\alpha} - 1}}$$

(Ej.) Atenuador L, con $Z_{out} = 32\,\Omega$, $E_{in} = 40V$ y $E_{out} = 2{,}5V$

- $\alpha = Ln\left(\frac{40}{2,5}\right) = 2{,}77$.
- $R_1 = 32\left(1 - \frac{1}{16}\right) = 30\,\Omega$
- $R_2 = \frac{32}{16-1} = 2{,}13\,\Omega$.

Resumen

- **Adaptadores generales** ($Zim_1 = Zin$ y $Zim_2 = Zout$)

$\boxed{A = \sqrt{\frac{Zim_1}{Zim_2}}\cosh\theta}$; $\boxed{B = \sqrt{Zim_1 \cdot Zim_2}\cdot \operatorname{senh}\theta}$; $\boxed{C = \frac{\operatorname{senh}\theta}{\sqrt{Zim_1 \times Zim_2}}}$, $\boxed{D = \cosh\theta \sqrt{\frac{Zin_2}{Zin_1}}}$

- **Adap "L"**

$\boxed{\theta = \cosh^{-1}\sqrt{\frac{Zim_x}{Zim_y}}}$ ($x \rightarrow$ la mas grande)

$\boxed{Z_1 \text{ o } Z_3 = \sqrt{Zim_1 \times Zim_2}\cdot \operatorname{senh}\theta}$

$\boxed{Z_2 = \sqrt{\frac{Zim_1 \times Zim_2}{\operatorname{senh}\theta}}}$

- **Adap. "T"**

$\boxed{Z_1 = \frac{Zim_1 \cdot \cosh\theta - \sqrt{Zim_1 \times Zim_2}}{\operatorname{senh}\theta}}$; $\boxed{Z_2 = \frac{\sqrt{Zim_1 \times Zim_2}}{\operatorname{senh}\theta}}$; $\boxed{Z_3 = \frac{Zim_2 \cdot \cosh\theta - \sqrt{Zim_1 \times Zim_2}}{\operatorname{senh}\theta}}$

$\boxed{\theta = Ln\left(\frac{E_{in}}{E_{out}} \cdot \sqrt{\frac{Zim_2}{Zim_1}}\right)} \longrightarrow$ Debe ser mayor a θ_{min} (o igual)

- **Adap. Reac.**

$R_G > R_L \longrightarrow X_1 = R_G\sqrt{\frac{R_L}{R_G - R_L}}$; $\longrightarrow X_2 = \sqrt{R_L(R_G - R_L)}$

; $R_G < R_L \longrightarrow X_1 = R_L\sqrt{\frac{R_G}{R_L - R_G}}$; $\longrightarrow X_2 = \sqrt{R_G(R_L - R_G)}$

- **Atenuador "T"**

$\boxed{Z_1 (= Z_3) = Z_0 \operatorname{tgh}\frac{\alpha}{2}}$; $\boxed{Z_2 = \frac{Z_0}{\operatorname{senh}\alpha}}$; $\boxed{\alpha = Ln\left(\frac{E_{in}}{E_{out}}\right)}$ ($Z_0 = Z_L$)

- **Atenuador "L"**:

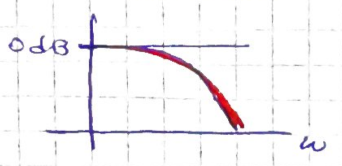
$\boxed{R_1 = Zk_2\left(1 - \frac{1}{e^{\alpha}}\right)}$ $\boxed{R_2 = \frac{Zk_2}{e^{\alpha} - 1}}$

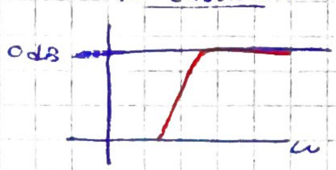
$\boxed{\alpha = Ln\left(\frac{E_{in}}{E_{out}}\right)}$

FILTROS

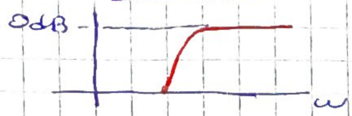
- Permite el paso de una banda y atenúa el resto de frec.

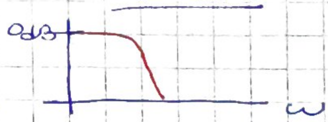
Clasif
- Pasivos (sin ganancia) o Activos (con ganancia).
- Analógicos, Digitales o Mecánicos
- Según el tipo de función de transf.
- Orden del filtro (pendiente del BODE)
- Según Rta en frecuencia
  - Filtro pasa bajo (Fpb)

    Ganancia:
    

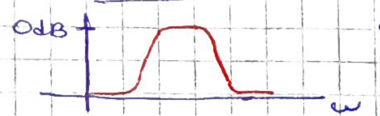
    Atenuación
    

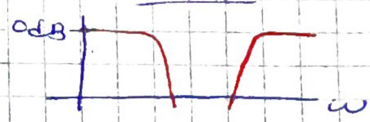
  - Filtro pasa alto (Fpa)

    Ganancia.
    

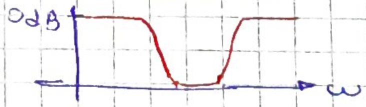
    Atenuación.
    

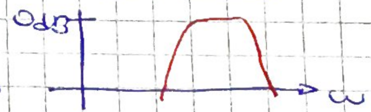
  - Filtro pasa banda (FPB)

    Ganancia.
    

    Atenuación
    

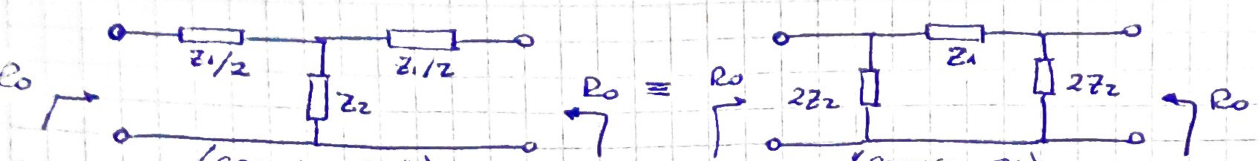
  - Filtro elimina banda (FEB o Notch)

    Ganancia
    

    Atenuación
    

- Según el diseño
  - Teoría Convencional → k-cte, m-derivados } Cuadripolos simétricos
  - Teoría moderna (Se tiene una F(P) y se diseña un filtro que lo represente) → Butterworth, Chevyshev, Bessel, Caver o Elípticos, Otros } Pueden ser Pasivos o Activos.

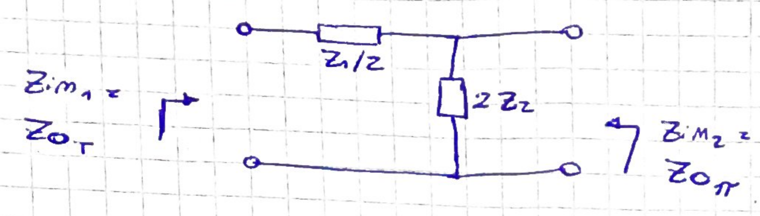
Filtros K-constante.



(sección "T")   (sección π)

- Son filtros simétricos, diseñados para una Zcarga puramente resistiva.
- Son conexiones en cascada de secciones "L".

Sección "L":



- La Zim_1 del L es la Zcaracterística (Z_0) del T
- La Zim_2 del L es la Z_0 del π.

- $Zim_1 = \sqrt{Zin_{OC} \times Zin_{SH}} = \sqrt{\left(\frac{Z_1}{2} + 2Z_2\right)\cdot\frac{Z_1}{2}} = \sqrt{Z_1 \times Z_2\left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)} = \sqrt{Z_1 Z_2}\cdot\sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}$

$$\boxed{Z_{im_1} = \sqrt{Z_1 \times Z_2}\cdot\sqrt{\left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)} = Z_{0_T}}$$

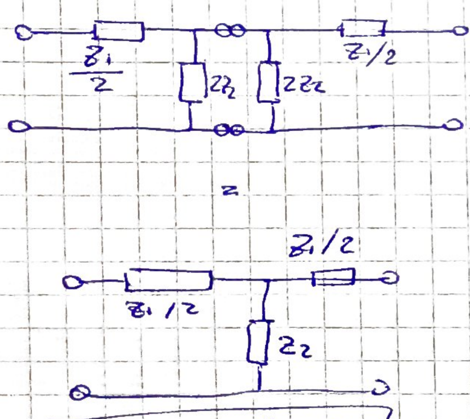
Zim_1 igual a Z_0 de una sección "T".

- $Zim_2 = \sqrt{Zout_{OC} \times Zout_{SH}} = \sqrt{2Z_2\cdot\left(\frac{\frac{Z_1}{2}\,2Z_2}{\frac{Z_1}{2} + 2Z_2}\right)} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}} = \frac{\sqrt{Z_1 \times Z_2}}{\sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}}$

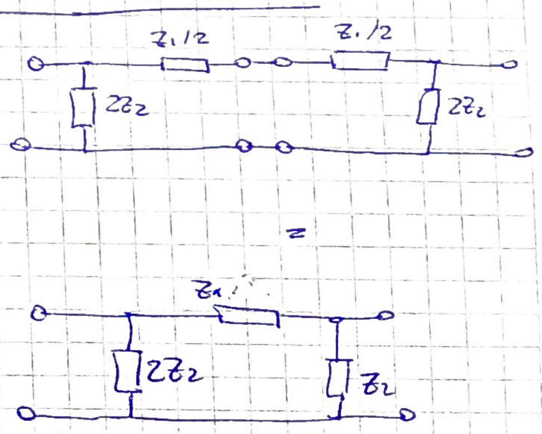
$$\boxed{Zim_2 = \frac{\sqrt{Z_1 \times Z_2}}{\sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}}}$$

Zim_2 igual a Z_0 de una sección π.

Si uno secciones "L" en cascada

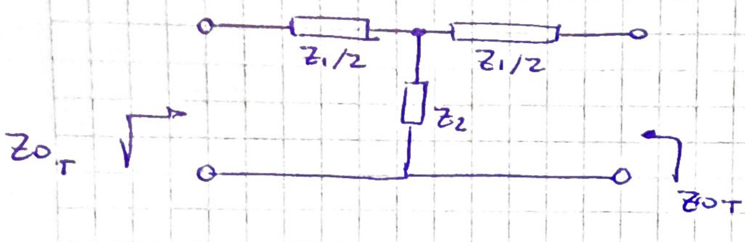


Sección "T"



Sección "π"

Sección "T"



– Cuad. simétrico con imp. caract. Zo_T.

$$Zo_T = \sqrt{Zin_{OC} \times Zin_{SH}} = \sqrt{Zout_{OC} \times Zout_{SH}} = \sqrt{\left(\frac{Z_1}{2} + Z_2\right)\left(\frac{Z_1}{2} + \frac{\frac{Z_1}{2} \times Z_2}{\frac{Z_1}{2} + Z_2}\right)}$$

$$Zo_T = \sqrt{\cancel{\left(\frac{Z_1}{2} + Z_2\right)} \frac{\left(\frac{Z_1}{2}\left(\frac{Z_1}{2} + Z_2\right) + \frac{Z_1}{2} \times Z_2\right)}{\cancel{\left(\frac{Z_1}{2} + Z_2\right)}}} = \sqrt{\frac{Z_1 \times Z_1}{4} + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{2} + \frac{Z_1 \cdot Z_2}{2}}$$

$$Zo_T = \sqrt{\frac{Z_1^2}{4} + Z_1 \cdot Z_2} = \sqrt{(Z_1 \cdot Z_2)\left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)} = \sqrt{(Z_1 Z_2)}\sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}} = Zim_{1_L}$$

$$\boxed{Zo_T = \sqrt{Z_1 \times Z_2} \cdot \sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}} = Zim_{1_L}}$$

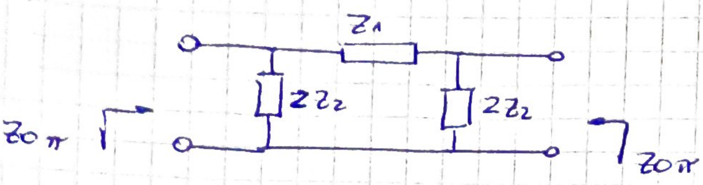
En filtros Kcte tendremos que:

$$\boxed{R_o = \sqrt{Z_1 \times Z_2}}$$ (Impedancia de carga)

$$\boxed{-|X_k|^2 = \frac{Z_1}{4Z_2}}$$

$$\boxed{Zo_T = R_o \cdot \sqrt{1 - |X_k|^2} = Zim_{1_L}}$$

Sección "π"

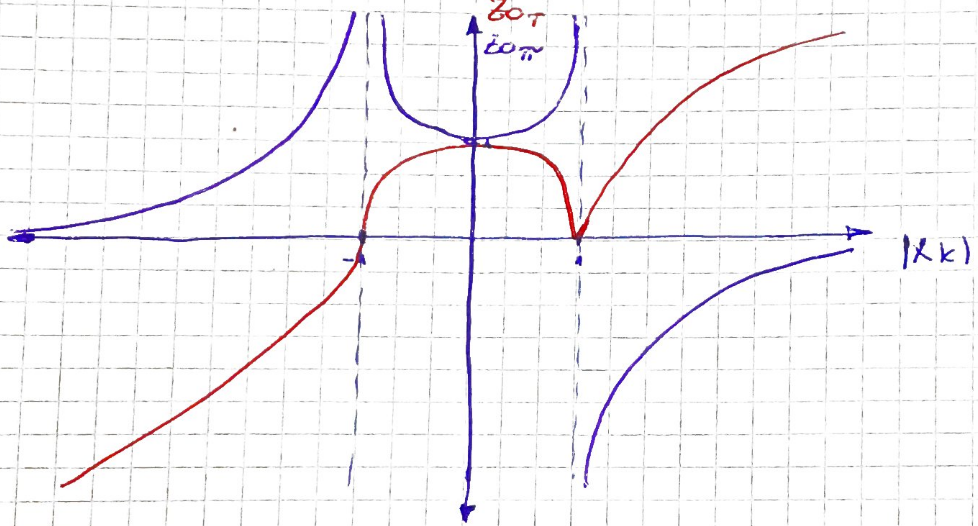


$$Zo_\pi = \sqrt{Zin_{OC} \times Zin_{SH}} = \sqrt{Zout_{OC} \times Zout_{SH}}$$

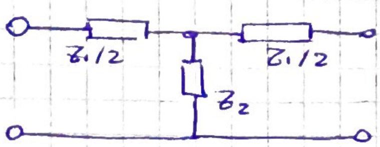
$$Zo_\pi = \sqrt{\frac{2Z_2\cancel{(Z_1+2Z_2)}}{Z_1+2Z_2+2Z_2} \cdot \frac{(Z_1 \cdot 2Z_2)}{\cancel{(Z_1+2Z_2)}}} = \sqrt{\frac{4Z_1Z_2^2}{Z_1+4Z_2}} = \sqrt{\frac{Z_1Z_2}{1+\frac{Z_1}{4Z_2}}} = \frac{\sqrt{Z_1 \times Z_2}}{\sqrt{1+\frac{Z_1}{4Z_2}}}$$

$$\boxed{Zo_\pi = \frac{\sqrt{Z_1 \times Z_2}}{\sqrt{1+\frac{Z_1}{4Z_2}}} = Zim_{2L} = \frac{R_0}{\sqrt{1-|X_K|^2}}}$$

Si graficamos Zo_T y Zo_π en función de $|X_K|$ y con $R_0=1$:



Función de propagación en cuadripolo "T" simétrico.



$$\left.\frac{E_{in}}{E_{out}}\right|_{Z_0} = \underbrace{A}_{\cosh\gamma} + \underbrace{\sqrt{A^2-1}}_{\operatorname{senh}\gamma}$$

- $$\cosh\gamma = A = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} = \frac{\frac{Z_1}{2}\cdot Z_2}{Z_2} = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2}$$

- Es más cómodo trabajar con $\operatorname{senh}\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(\cosh\gamma - 1)}$

$$\operatorname{senh}\frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1+\frac{Z_1}{2Z_2}-1\right)} = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}} = \underline{X_k}$$

Recordando que $-|X_k|^2 = \frac{Z_1}{4Z_2}$

$$X_k = \operatorname{senh}\frac{\gamma}{2} = \operatorname{senh}\left(\frac{\alpha}{2} + j\frac{\beta}{2}\right)$$

- Por prop. trigonométrica:

$$X_k = \operatorname{senh}\left(\frac{\alpha}{2} + j\frac{\beta}{2}\right) = \operatorname{senh}\frac{\alpha}{2}\cdot\cosh j\frac{\beta}{2} + \cosh\frac{\alpha}{2}\cdot\operatorname{senh} j\frac{\beta}{2}$$

- También por prop. trig.

$$\cosh j\frac{\beta}{2} = \cos\frac{\beta}{2} \quad \text{y} \quad \operatorname{senh} j\frac{\beta}{2} = j\operatorname{sen}\frac{\beta}{2}$$

$$\boxed{X_k = \operatorname{senh}\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\beta}{2} + j\cosh\frac{\alpha}{2}\cdot\operatorname{sen}\frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}}}$$

Además $R_0 = \sqrt{Z_1 \times Z_2} = \sqrt{Z_{1k}\times Z_{2k}}$ (se agrega la k por filtros kcte)

De aquí que se llaman Filtros Kcte.

Esto quiere decir que $Z_1 \times Z_2$ = constante positiva

esto es solo posible si $Z_{1k} = jX_1$ y $Z_2 = -jX_2$ o viceversa.

Por lo que Z_{1k} y Z_{2k} serán puramente reactivos y si uno es carga inductiva el otro será capacitiva.

El producto debe dar una constante $\mathbb{R}$ y positiva.

$$R_0^2 = Z_{1k} \cdot Z_{2k} \longrightarrow \begin{cases} Z_{1k} = \dfrac{R_0^2}{Z_{2k}} \\ Z_{2k} = \dfrac{R_0^2}{Z_{1k}} \end{cases}$$

$$X_k = \sqrt{\frac{Z_{1k}}{4 Z_{2k}}} = \frac{R_0}{2 Z_{2k}} = \frac{Z_{1k}}{2 R_0}.$$

Z_{1k} y Z_{2k} son Reactivas, por lo que X_k será reactiva siempre.

$\longrightarrow j X_k$ (Y su parte real es siempre 0 porque X_{1k} y X_{2k} no tienen parte real)

(De aquí a que $(jX_k)^2 = -|X_k|^2$)

$$\circ\ jX_k = \underbrace{\operatorname{senh}\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\beta}{2}}_{\text{Es igual a } \emptyset.} + j \cosh\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{sen}\frac{\beta}{2}$$

Se da p/:

$$\operatorname{senh}\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\beta}{2} = 0 \quad \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = \pm\pi. \end{cases}$$

* Si $\alpha = 0 \longrightarrow \operatorname{senh}\frac{\alpha}{2} = 0$ y $\cosh\frac{\alpha}{2} = 1$.

$$j|X_k| = j \operatorname{sen}\frac{\beta}{2}$$

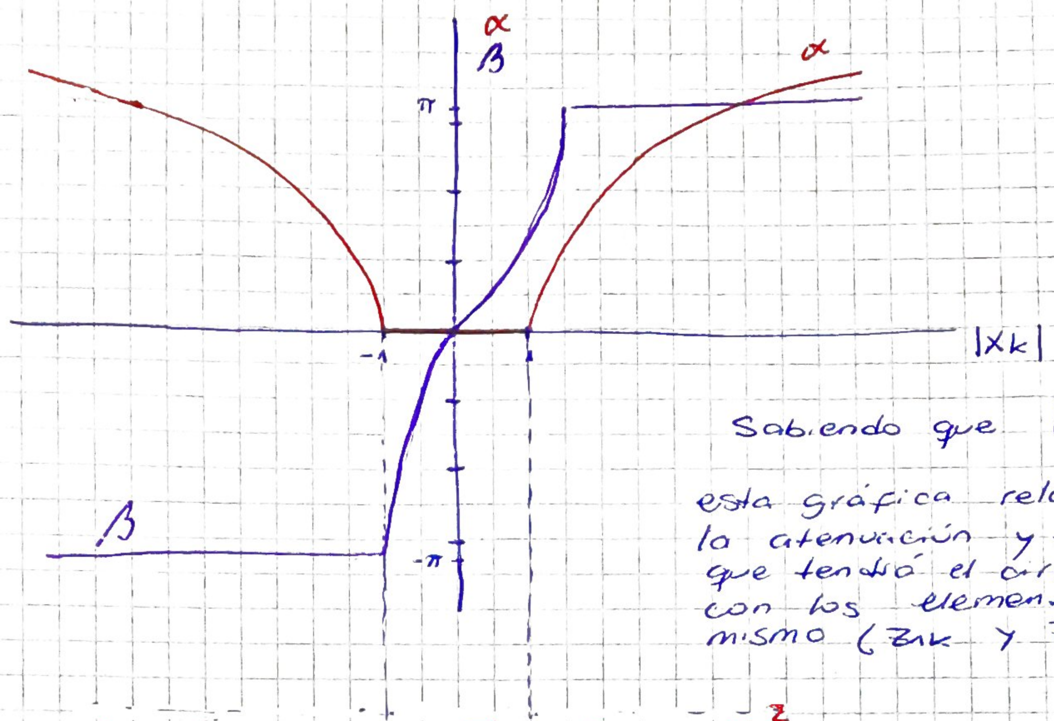
$$\boxed{\beta = 2 \cdot \operatorname{sen}^{-1}(|X_k|)}$$

* Si $\beta = \pm\pi \longrightarrow \cos\frac{\beta}{2} = 0$ y $\operatorname{sen}\frac{\beta}{2} = 1$.

$$j|X_k| = j \cosh\frac{\alpha}{2}$$

$$\boxed{\alpha = 2 \cdot \cosh^{-1}(|X_k|)}$$

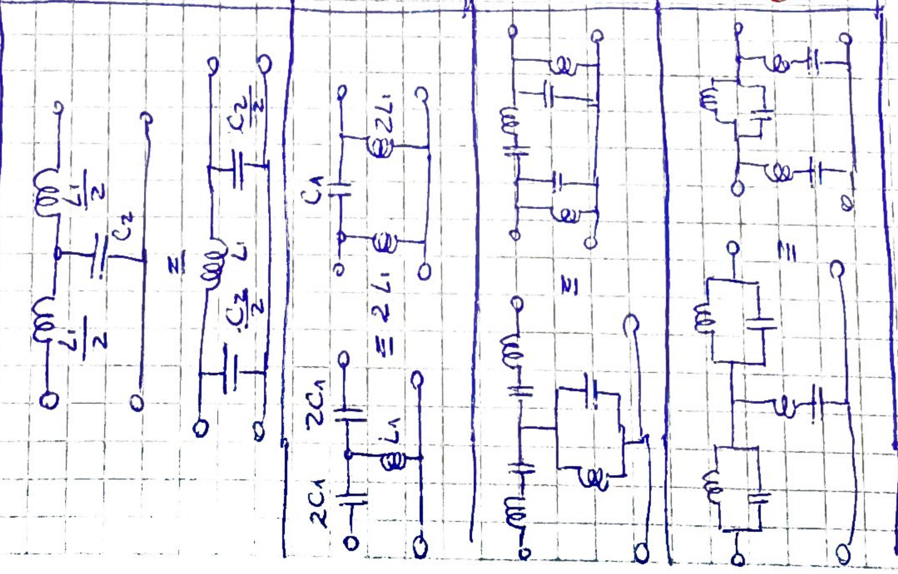
Curvas de atenuación (α) y fase (β) en función de $|X_k| = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}}$



Sabiendo que $|X_k| = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}}$ esta gráfica relaciona la atenuación y fase que tendrá el circuito con los elementos del mismo (Z_{1k} y Z_{2k})

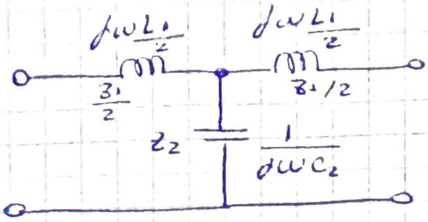
Combinación para que $Z_{1k} \cdot Z_{2k} = R_0^2$

Z_{1k}	L_1	C_1	L_1 C_1	L_1 C_1
Z_{2k}	C_2	L_2	L_2 C_2	L_2 C_2
$Z_{1k} \cdot Z_{2k}$	$\frac{L_1}{C_2}$	$\frac{L_2}{C_1}$	$\frac{L_1}{C_2} = \frac{L_2}{C_1}$	$\frac{L_1}{C_2} = \frac{L_2}{C_1}$
Combinación	Filtro pasa Bajo	Filtro Pasa Alto	Filtro Pasa Banda	Filtro Elimina Banda
Circuito				



(1) Diseño de un filtro pasa bajos (FPb)

Circuito a emplear:

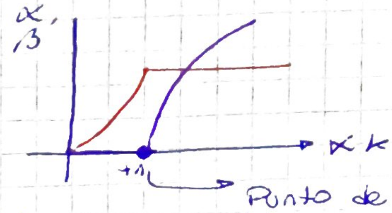


Datos:

- R_0 (R de carga) igual a imp caract.
- ω_c (frecuencia de corte)

$$\begin{cases} Z_{1k} = j\omega L_1 \\ Z_{2k} = \dfrac{1}{j\omega C_2} \end{cases}$$

Curva de Atenuación y fase:



Punto de trabajo de ω_c, para que a frec menores α sea 0 y a frec. mayores atenúe.

$R_0^2 = Z_{1k} \times Z_{2k}$ (Se debe cumplir siempre que el producto de una kcte)

$$j|x_k| = \sqrt{\frac{Z_{1k}}{4 Z_{2k}}} = \frac{Z_{1k}}{2R_0} = \frac{j\omega L_1}{2R_0}$$

Cuando $\omega = \omega_c$

$$\frac{j\omega_c L_1}{2R_0} = j x_k = j \cdot 1$$

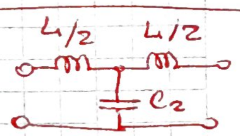
$$\boxed{L_1 = \frac{2R_0}{\omega_c}} \rightarrow \boxed{\frac{L_1}{2} = \frac{R_0}{\omega_c}}$$

$$R_0^2 = Z_{1k} \cdot Z_{2k} = j\omega L_1 \cdot \frac{1}{j\omega C_2} = \frac{L_1}{C_2}$$

$$R_0^2 = \frac{L_1}{C_2} \Rightarrow C_2 = \frac{L_1}{R_0^2} = \frac{2}{\omega_c R_0}$$

$$\boxed{C_2 = \frac{2}{\omega_c R_0}}$$

Circuito empleado:



Otra forma de calc. C_2:

$$j|x_k| = \sqrt{\frac{Z_{1k}}{4Z_{2k}}} = \frac{R_0}{2Z_{2k}} = j\frac{R_0 \omega_c C_2}{2} = j1 \rightarrow \boxed{C_2 = \frac{2}{\omega_c R_0}}$$

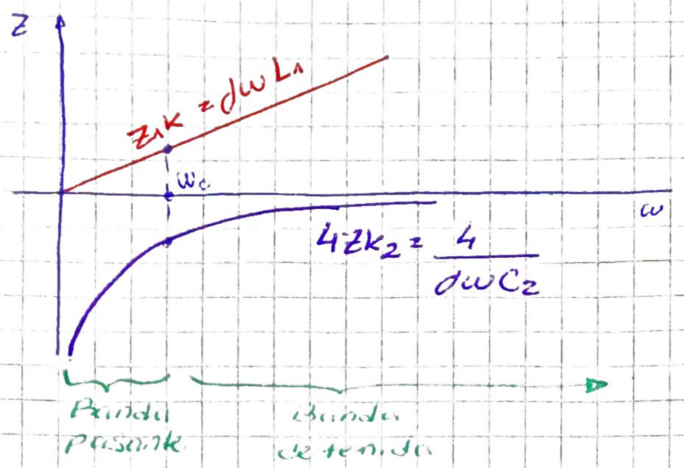
Método de comprobación:

$$L_1 \cdot C_2 = \frac{2R_0}{\omega_c} \cdot \frac{2}{\omega_c R_0} \Rightarrow \boxed{\omega_c = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}}}$$

También

$$\boxed{R_0^2 = \frac{L_1}{C_2}}$$

Si graficamos Z_{1K} y $4Zk_2$ en función de ω tenemos.



Cuando $Zk_1 = 4Zk_2$, ω es ω_c.

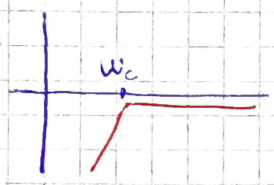
Esto es porque

$$\sqrt{\frac{Zk}{4Zk_2}} = 1 = |Xk|$$

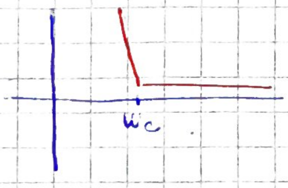
y esto ocurre cuando $\omega = \omega_c$.

2 Diseño de un filtro pa de kcte

Ganancia:

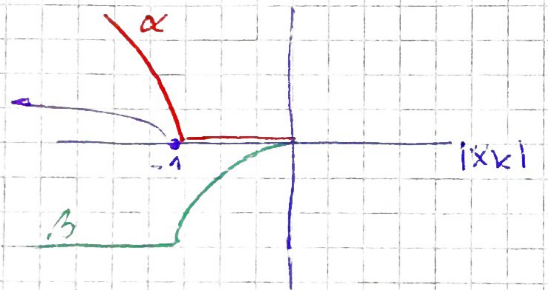


Atenuación:



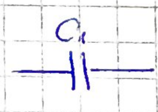
Si vemos, la atenuación corresponde a la parte izquierda de la gráfica de α

Punto de Trabajo para ω_c.



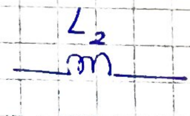
↳ A frecuencias menores atenuará y a mayores no.

- En Zk_1 pondremos un elemento que bloquee las ω bajas (elemento en serie) → $Zk_1 =$



$= \frac{1}{j\omega C_1}$

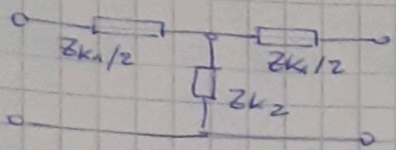
- En Zk_2 pondremos un elemento que deje pasar las ω bajas a masa (para que no salga a la salida) (elemento en paralelo) → $Zk_2 =$

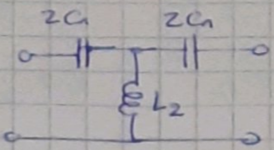


$= j\omega L_2$

$$Zk_1 \times Zk_2 = R_c^2 = \frac{L_2}{C_1}$$

Circuito a emplear:





($2C_1$ porque en la fórmula de reactancia el C está en el denominador)

Dijimos que p/ $\omega = \omega_c$ $\quad j|X_k| = -1j$

$$j|X_k| = -1j = \sqrt{\frac{Zk_1}{4Zk_2}} = \frac{Zk_1}{2R_0} = \frac{1}{j\omega_c C_1} \cdot \frac{1}{2R_0}$$

$$\boxed{C_1 = \frac{1}{2R_0\omega_c}} \longrightarrow \boxed{2C_1 = \frac{1}{R_0\omega_c}}$$

$$R_0^2 = \frac{L_2}{C_1} \longrightarrow L_2 = R_0^2 \cdot C_1 = R_0^2 \frac{1}{2R_0\omega_c}$$

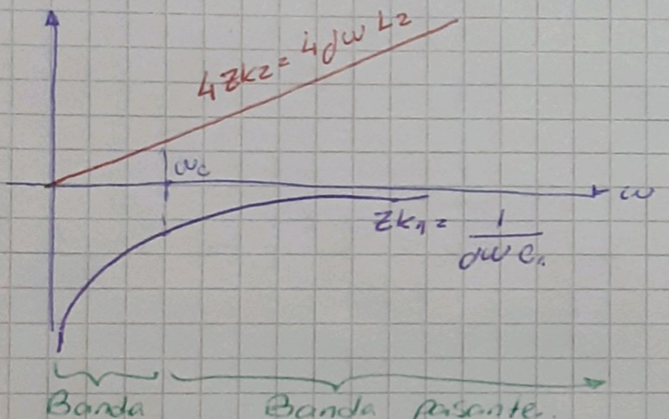
$$\boxed{L_2 = \frac{R_0}{2\omega_c}}$$

Comprobación: (fórmulas para comprobar resultados)

$$\boxed{R_0 = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}}$$

$$L_2 \cdot C_1 = \frac{R_0}{2\omega_c} \cdot \frac{1}{2R_0\omega_c} = \frac{1}{4\omega_c^2} \longrightarrow \boxed{\omega_c = \frac{1}{2\sqrt{L_2 C_1}}}$$

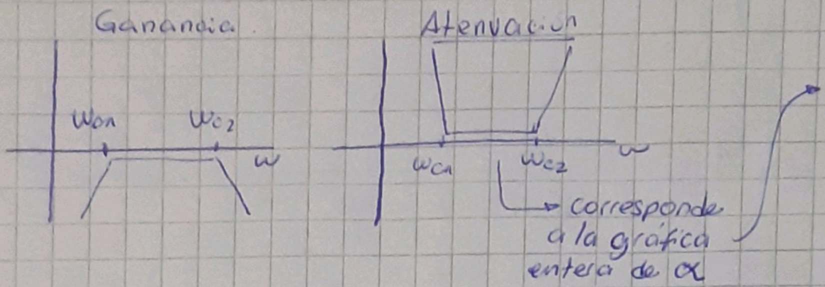
Además, gráficamente si graficamos Zk_1 y $4Zk_2$ en función de ω:

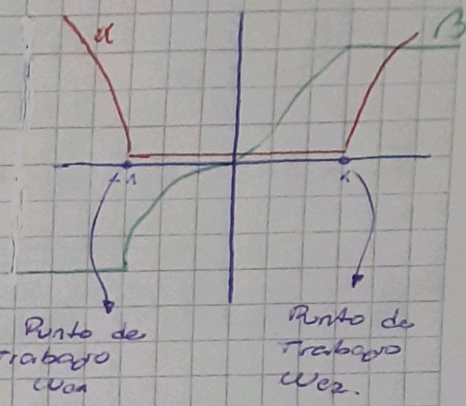


En ω_c son iguales porque

$$|X_k| = 1 = \sqrt{\frac{Zk_1}{4Zk_2}}$$

3 Diseño de un filtro PB (Pasa banda) Kcte.

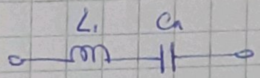


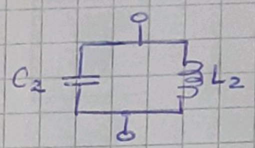


Se puede relacionar como un filtro pasa alto y uno pasa bajo funcionando a la vez.

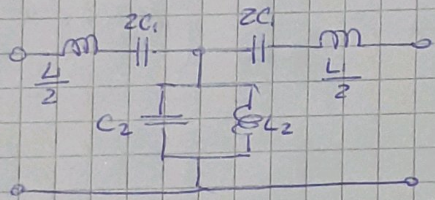
- ω_{c2} sería el ω_c del filtro pasa bajo
- ω_{c1} el ω_c del filtro pasa alto.

Se utilizará:

- $Zk_1 =$  $= j\omega L_1 + \dfrac{1}{j\omega C_1}$

- $Zk_2 =$  $= \dfrac{L_2/C_2}{j\omega L_2 + \dfrac{1}{j\omega C_2}}$

Circuito a emplear:



Cuando un circuito serie resuena su impedancia es 0 y cuando un paralelo resuena su impedancia es infinita (si se trata de 1 inductor y un capacitor)

Si ambos circuitos resuenan a la misma ω_0, dejarán pasar esa frecuencia y una cierta banda próxima a ω_0.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad ; \quad \therefore \quad \omega_0^2 = \frac{1}{L_1 C_1} = \frac{1}{L_2 C_2}$$

Como en todo filtro Kcte $\quad Zk_1 \times Zk_2 = R_0^2$ (Igual a una constante)

$$Z_{k1} \times Z_{k2} = R_0^2 = \left(j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right) \cdot \frac{L_2/C_2}{\left(j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}\right)}$$

Reemplazamos C_1 y C_2

$$\left(C_1 = \frac{1}{L_1\omega_0^2} \quad y \quad C_2 = \frac{1}{L_2\omega_0^2}\right)$$

$$Z_{k1} \times Z_{k2} = R_0^2 = \left(j\omega L_1 - j\frac{L_1\omega_0^2}{\omega}\right) \frac{L_2/C_2}{\left(j\omega L_2 - j\frac{L_2\omega_0^2}{\omega}\right)}$$

* Se simplifican las j y L_2

$$Z_{k1} \times Z_{k2} = R_0^2 = \left(\omega L_1 - L_1\frac{\omega_0^2}{\omega}\right) \frac{1/C_2}{\left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right)} = L_1\left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right)\frac{1/C_2}{\left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right)}$$

$$Z_{k1} \times Z_{k2} = R_0^2 = \frac{L_1}{C_2}$$

Si en vez de reemplazar C_1 y C_2, reemplazamos L_1 y L_2

$$Z_{k1} \times Z_{k2} = R_0^2 = \frac{L_2}{C_1}$$

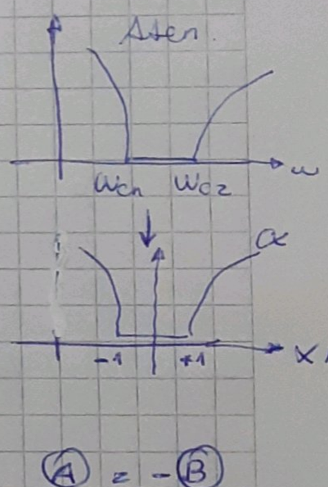
$$\boxed{Z_{k1} \times Z_{k2} = R_0^2 = \frac{L_1}{C_2} = \frac{L_2}{C_1}}$$

$$X_k = j|X_k| = \sqrt{\frac{Z_{k1}}{4Z_{k2}}} = \frac{Z_{k1}}{2R_0} = \frac{1}{2R_0}\left(j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_2}\right)$$

$$^{*}\left(C_2 = \frac{1}{L_2\omega_0^2}\right)$$

$$j|X_k| = \frac{1}{2R_0}\left(j\omega L_1 - j\frac{L_1\omega_0^2}{\omega}\right) = j\frac{L_1}{2R_0}\left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right)$$

Para ω_{c1}, $|X_k| = -1$ y para ω_{c2}, $|X_k| = +1$



$$j1 = j\frac{L_1}{2R_0}\left(\omega_{c2} - \frac{\omega_0^2}{\omega_{c2}}\right) \qquad (A)$$

$$-j1 = j\frac{L_1}{2R_0}\left(\omega_{c1} - \frac{\omega_0^2}{\omega_{c1}}\right) \qquad (B)$$

Para encontrar ω_0 en función de ω_{c1} y ω_{c2} hago (A) = -(B).

$$\omega_{c2} - \frac{\omega_0^2}{\omega_{c2}} = -\omega_{c1} + \frac{\omega_0^2}{\omega_{c1}}.$$

$$\frac{w_{c2}^2 - w_0^2}{w_{c2}} = -\frac{w_{c1}^2 + w_0^2}{w_{c1}}$$

$$w_{c1}\, w_{c2}^2 - w_0^2\, w_{c1} + w_{c1}^2 \cdot w_{c2} - w_0^2\, w_{c2} = \emptyset$$

$$w_{c1}\, w_{c2} \cancel{(w_{c2} + w_{c1})} - w_0^2 \cancel{(w_{c2} + w_{c1})} = \emptyset$$

$$w_0^2 = w_{c1} \cdot w_{c2} \longrightarrow \boxed{w_0 = \sqrt{w_{c1} \times w_{c2}}}$$ Media geométrica.

De (A) : $j1 = j\frac{L_1}{2R_0}\left(w_{c2} - \frac{w_0^2}{w_{c2}}\right)$

$$L_1 = \frac{2R_0}{\left(w_{c2} - \frac{w_0^2}{w_{c2}}\right)} = \frac{2R_0}{(w_{c2} - w_{c1})} = \frac{2R_0}{BW}$$

$$\boxed{L_1 = \frac{2R_0}{BW}}$$

BW → Ancho de banda de banda pasante $(w_{c2} - w_{c1})$

* $C_1 \rightarrow w_0^2 = \frac{1}{L_1 C_1} \longrightarrow C_1 = \frac{1}{L_1 w_0^2} = \frac{BW}{2R_0 w_0^2}$

$$\boxed{C_1 = \frac{BW}{2R_0 w_0^2}}$$

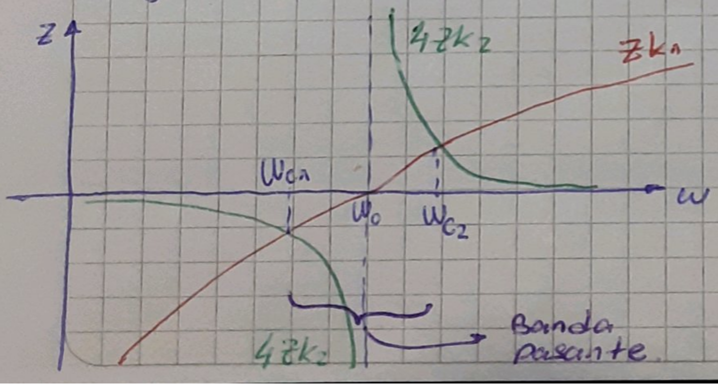
* $C_2 \rightarrow R_0^2 = \frac{L_1}{C_2} \longrightarrow C_2 = \frac{L_1}{R_0^2} = \frac{2R_0}{R_0^2\, BW} = \frac{2}{R_0 BW}$

$$\boxed{C_2 = \frac{2}{R_0 BW}}$$

* $L_2 \rightarrow R_0^2 = \frac{L_2}{C_1} \longrightarrow L_2 = R_0^2 C_1 = \frac{R_0^2 \cdot BW}{2R_0 w_0^2} \longrightarrow \boxed{L_2 = \frac{R_0 BW}{2w_0^2}}$

Comprob: $\boxed{R_0^2 = \frac{L_1}{C_2} = \frac{L_2}{C_1}}$ y $\boxed{BW = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}}}$

* Si graficamos Zk_1 y $4Zk_2$



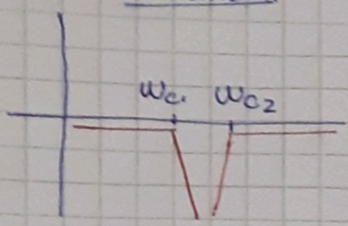
$$\begin{cases} Zk_1 = jwL_1 + \frac{1}{jwC_1} \\ 4Zk_2 = \frac{4 \cdot L_2/C_2}{jwL_2 + 1/jwC_2} \end{cases}$$

Cuando se cruzan (son iguales) se dan w_{c1} y w_{c2}.

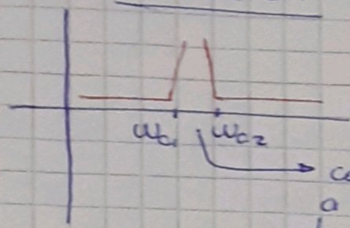
Notar que para w_0 $Zk_1 = 0$ y $Zk_2 = \infty$ (No hay atenuación y la banda pasa directo).

④ # Diseño de un Filtro Elimina Banda (FEB)

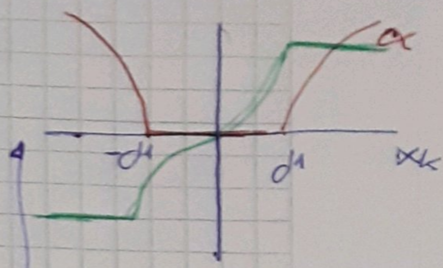
Ganancia



Atenuación



→ corresponde a la inversa de la gráfica de atenuación Kcte

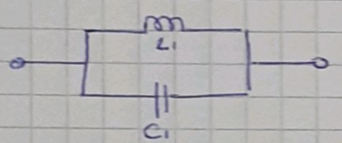


Colocaremos a ω_{c_1} en $j1$ para que a frecuencias mayores atenue pero a menores no.
Y colocaremos a ω_{c_2} en $-j1$ para que a frec. menores atenue pero a mayores no.

- Se utilizará un circuito resonante paralelo como Zk_1 para que al resonar en ω_0 su impedancia sea infinita y no deje pasar una banda.

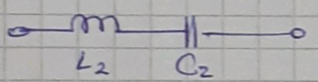
- Se utilizará un circuito resonante serie como Zk_2 para que al resonar en ω_0 su impedancia sea $\emptyset$ y la banda cercana a ω_0 se "vaya a masa".

- Zk_1 :



$$\longrightarrow Zk_1 = \frac{L_1/C_1}{j\omega L_1 - j\frac{1}{\omega C_1}}$$

- Zk_2 :



$$\longrightarrow Zk_2 = j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C_2}$$

La Resonancia de ambos circuitos debe a darse a ω_0

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_1 C_1} = \frac{1}{L_2 C_2}$$

Como en todos los Filtros Kcte = $Zk_1 \times Zk_2 = R_0^2$.

$$R_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$$

Las formulas son idénticas al FPB (pasa banda) por lo que:

$$\boxed{\omega_0^2 = \omega_{c_1} \times \omega_{c_2}}$$

$$X_k = j|X_k| = \sqrt{\frac{Z_{k1}}{4Z_{k2}}} = \frac{Z_{k1}}{2R_0} = \frac{L_1/C_1}{2R_0\left(j\omega L_1 - j\frac{1}{\omega C_1}\right)}$$

$$\left(C_1 = \frac{1}{\omega_0^2 L_1}\right)$$

$$= \frac{\cancel{L_1}/C_1}{2R_0\left(j\omega \cancel{L_1} - j\frac{\omega_0^2 \cancel{L_1}}{\omega}\right)} = \frac{1/C_1}{j2R_0\left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right)}$$

$$j|X_k| = \frac{1}{j2R_0C_1\left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right)} = \begin{cases} +j1 & \big|_{\omega=\omega_{C1}} \\ -j1 & \big|_{\omega=\omega_{C2}} \end{cases}$$

- Si $\omega = \omega_{C_2}$

$$j|X_k| = -j1 = \frac{1}{j2R_0C_1\left(\omega_{C2} - \frac{\omega_0^2}{\omega_{C2}}\right)} = \frac{1}{j2R_0C_1\left(\omega_{C2} - \omega_{C1}\right)}$$

$$\boxed{C_1 = \frac{1}{2R_0 \cdot BW}}$$

BW Ancho de Banda de Banda eliminada.

- $L_1 = \frac{1}{\omega_0^2 C_1} = \frac{2R_0 BW}{\omega_0^2} \Rightarrow \boxed{L_1 = \frac{2R_0BW}{\omega_0^2}}$

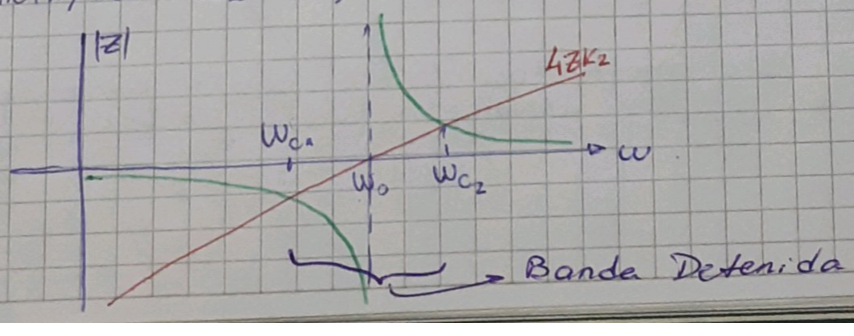
- $C_2 = \frac{L_1}{R_0^2} = \frac{2R_0BW}{\omega_0^2R_0^2} \Rightarrow \boxed{C_2 = \frac{2BW}{R_0\omega_0^2}}$

- $L_2 = \frac{1}{\omega_0^2C_2} = \frac{R_0\omega_0^2}{\omega_0^2 \cdot 2BW} \Rightarrow \boxed{L_2 = \frac{R_0}{2BW}}$

Aclaración: Hay muchas maneras de llegar a las mismas fórmulas.

Para la comprobación se puede usar $\boxed{BW = \frac{1}{2\sqrt{L_2C_1}}}$ (sale de multiplicar $L_2 \times C_1$)

Graficando $-Z_{k1}$ y $4Z_{k2}$ en función de ω:



Normalización y Transformación de frecuencias

- Se puede aplicar al ser circuitos lineales.
- Se normalizan los filtros para luego multiplicar por un factor y tener el filtro listo. (De tabla).
- Se normaliza para $R_o = 1\Omega$. y W_c o $BW = 1rps$.

(W_c en FPa y fpb ; BW en FPB y FEB).

Suponiendo una cierta $Z(P)$:

$$Z = R + L.P + \frac{1}{CP}$$

Para pasar de Z a Zn, dividimos por R_o
(En la parte reactiva multiplicamos y dividimos por W_o)

$$Z_n = \frac{Z}{R_o} = \frac{R}{R_o} + \frac{L W_o P}{R_o \, W_o} + \frac{1}{C P R_o} \frac{W_o}{W_o}$$

$$Z_n = R_n + L_n P_n + \frac{1}{C_n P_n}$$

$$\boxed{R_n = \frac{R}{R_o}} \quad \boxed{L_n = L \cdot \frac{W_o}{R_o}} \quad \boxed{C_n = R_o C W_o} \quad \boxed{P_n = \frac{P}{W_o}}$$

Para desnormalizar:

$$R_x = R_n \cdot R_o = R_n \cdot b$$

$$L_x = \frac{R_o \times L_n}{W_o} = L_n \cdot \frac{b}{a}$$

$$C_x = \frac{C_n}{R_o W_o} = \frac{C_n}{b \cdot a}$$

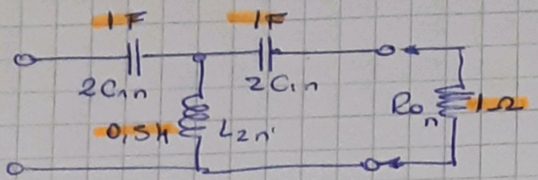
$$\left(\begin{array}{l} b = R_o \\ a = W_o \end{array}\right)$$

En nuestro caso $R_n = 1\Omega$ y L_n y C_n serán los componentes de los filtros calculados p/ $R_o = 1\Omega$
$W_c / BW = 1rps$.

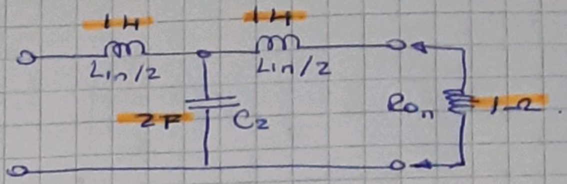
Tendremos que multiplicar/dividir según corresponda por la nueva R_o y las nuevas W_c y BW.

Filtros Normalizados

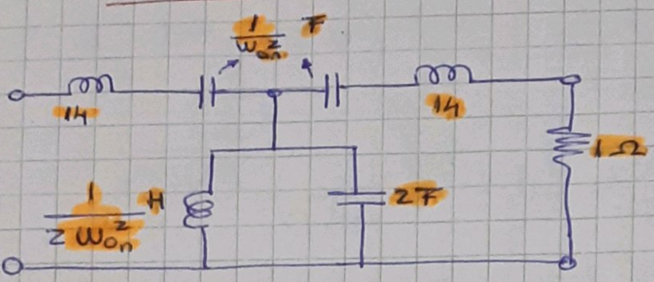
FPa_n



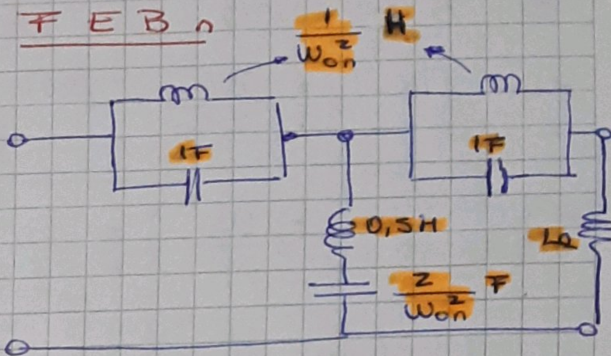
FPb_n



FPB_n



FEB_n



$$\left(\omega_{o_n} = \frac{\omega_o}{BW} = \frac{\omega_o}{1\,rps} = \omega_o\right)$$

Para desnormalizar

- a las R multiplico por R_o
- a las L multiplico por R_o y divido por ω_c / BW.
- a las C divido por R_o y por ω_c / BW.
- ω_{o_n} es igual a ω_o. Si la fórmula tiene $\omega_{o_n}^2$ uso ω_o^2.

$(\omega_o = \sqrt{\omega_{c_1}\,\omega_{c_2}})$

Transformación de Frecuencia

1) Filtro pasa bajo.

$$X_k = d|X_k| = \sqrt{\frac{Z_{k_1}}{4 Z_{k_2}}} = \frac{Z_{k_1}}{2R_o} = \frac{d\,\omega L_1}{2R_o} = \frac{d\,\omega}{\frac{2R_o}{L_1}}$$

$$R_o\Big|_{pb} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$$

$$d|X_k| = \frac{d\,\omega}{\frac{2R_o}{L_1}} = \frac{d\,\omega}{\frac{2}{L_1}\sqrt{\frac{L_1}{C_2}}} = \frac{d\,\omega}{\underbrace{\frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}}}_{\omega_c|_{pb}}} = d\,\frac{\omega}{\omega_c} = P$$

$$\boxed{P = d\,\frac{\omega}{\omega_c} = d|X_k|_{pb}}$$

2) Filtro pasa alto.

$$X_k = j|X_k| = \frac{Z_{k1}}{2R_0} = \frac{1}{C_1 j\omega 2R_0} = \frac{1}{j\omega}\,\frac{1}{2R_0 C_1} \qquad \left(R_0\Big|_{Pa} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}\right)$$

$$= \frac{1}{j\omega}\,\frac{1}{2C_1\sqrt{\frac{L_2}{C_1}}} = \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{L_2C_1}}}_{\omega_c|_{Pa}}\,\frac{1}{j\omega} = \frac{\omega_c}{j\omega} = \frac{1}{P}$$

$$\boxed{\frac{\omega_c}{j\omega} = \frac{1}{P} = j|X_k|_{Pa}}$$

3) Filtro PB

$$X_k = j|X_k| = \frac{Z_{k1}}{2R_0} = \frac{j\omega L_1 - j\frac{1}{\omega C_1}}{2R_0} = \frac{j}{2R_0}\left(\omega L_1 - 1\cdot\frac{\omega_0^2 L_1}{\omega}\right)$$

$$= \frac{L_1}{2R_0}\left(j\omega - j\frac{\omega_0^2}{\omega}\right) = \frac{L_1}{2}\sqrt{\frac{C_2}{L_1}}\left(j\omega - j\frac{\omega_0^2}{\omega}\right) = \frac{\sqrt{L_1C_2}}{2}\left(j\omega - j\frac{\omega_0^2}{\omega}\right)$$

$$= \frac{1}{BW}\left(j\omega - j\frac{\omega_0^2}{\omega}\right) = j\frac{\omega}{BW} + \frac{\omega_0^2}{\omega\cdot BW} = j\underbrace{\frac{\omega}{BW}}_{P} + \frac{1}{\underbrace{\frac{\omega}{BW}}_{P}}\cdot\underbrace{\frac{\omega_0^2}{BW^2}}_{\omega_{0n}^2}$$

$$\boxed{j|X_k|_{PB} = P + \frac{\omega_{0n}^2}{P}}$$

4) Filtro EB

$$X_k = j|X_k| = \frac{Z_{k1}}{2R_0} = \frac{L_1/C_1}{\left(j\omega L_1 - j\frac{1}{\omega C_1}\right)\cdot 2R_0} = \frac{L_1/C_1}{\left(j\omega L_1 - j\frac{\omega_0^2 L_1}{\omega}\right)2R_0}$$

$$= \frac{1}{2R_0C_1\left(j\omega - j\frac{\omega_0^2}{\omega}\right)} = \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{\frac{L_2}{C_1}}\,C_1}}_{1/\sqrt{L_2C_1}}\;\frac{1}{\left(j\omega + \frac{\omega_0^2}{j\omega}\right)} = \frac{BW}{\left(j\omega + \frac{\omega_0^2}{j\omega}\right)}$$

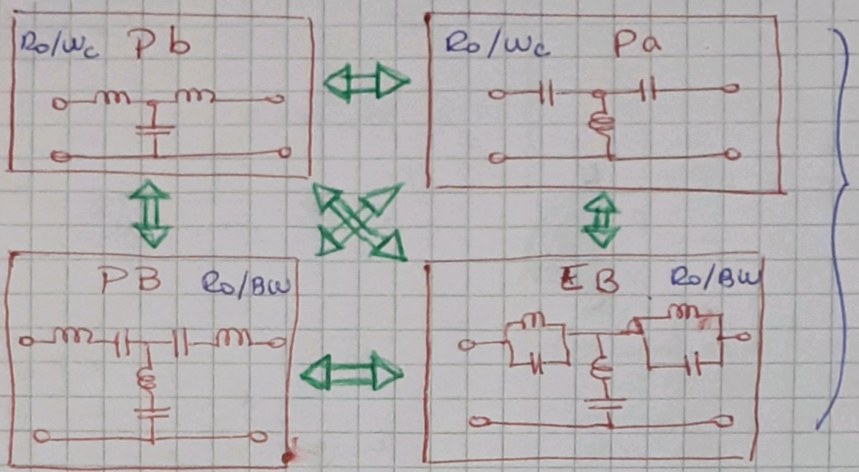
$$= \frac{1}{j\frac{\omega}{BW} + \frac{\omega_0^2}{j\frac{\omega}{BW}\,BW^2}} = \frac{1}{P + \frac{\omega_{0n}^2}{P}}$$

$$\boxed{j|X_k|_{EB} = \frac{1}{P + \frac{\omega_{0n}^2}{P}}}$$

Se puede ver que en pa y pb los $d|X_k|$ son inversas.
Igual que pasa con el PB y EB

↳ Esto es lo que demuestra que al invertir ramas paralelo - serie paso de un pa → pb o PB → EB o alrevez.

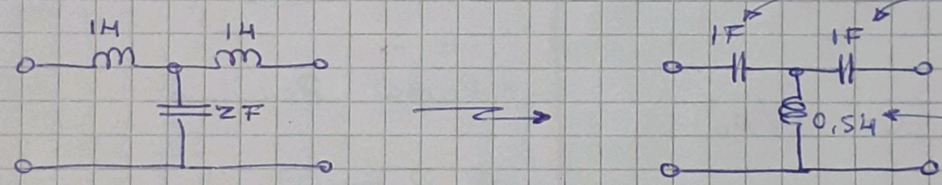
Esto nos da la pauta de como convertir un filtro de un cierto tipo a otro, conservando R_o y W_c / BW.



R_o no cambia y W_c o BW según corresponde se mantiene

Paso de Fpb a fpa

Se ejemplifica con uno normalizado por simplicidad.



$\boxed{\text{Cambiar } P \text{ por } 1/P}$

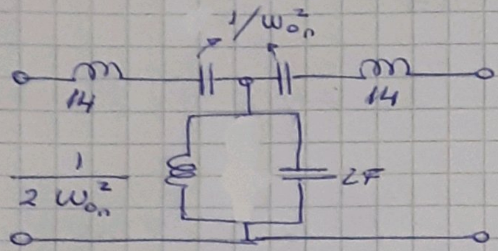
* Rama Serie: $L \cdot P \longrightarrow \frac{L}{P} = \frac{1}{P\underbrace{\frac{1}{L}}_{C}}$ (Para L = 1H ↳ C = 1F)

* Rama Paralela: $C \cdot P \rightarrow \frac{C}{P} = \frac{1}{P\underbrace{\frac{1}{C}}_{L}}$ (Para C = 2F ↳ L = 0,5H)

Se conserva R_o y W_c (cambia el funcionamiento)
El proceso inverso es similar.

Paso de Fpb a FPB

- Se mantiene ω_0/BW y Ro.
- Tambien se ejemplifica con el normalizado.



Todo lo $P \to P + \frac{\omega_{0n}^2}{P}$

* Rama serie:

$$LP \to L\cdot P + \frac{\omega_{0n}^2}{P} = LP + \frac{L}{P\frac{1}{\omega_{0n}^2 L}}$$

C

$$= LP + \frac{1}{PC}$$ (impedancias sumadas) Los elementos en serie

Para $L = 1H$:

$$\underbrace{1[H]\cdot P + \frac{1}{P\cdot\frac{1}{\omega_{0n}^2\cdot 1[H]}}}_{\text{Rama serie}}$$

($L = 1H$ y $C = 1/\omega_{0n}^2$)

* Rama Paralela.

$$CP \to CP + \frac{C\omega_{0n}^2}{P} = CP + \frac{1}{P\frac{1}{C\omega_{0n}^2}}$$

L

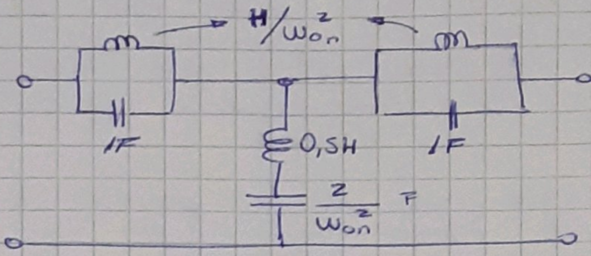
$$= CP + \frac{1}{PL}$$ (impedancias sumadas)

P/ $C = 2F$

$$\underbrace{= 2[F]C + \frac{1}{2[F]\omega_{0n}^2}}_{\text{Rama } \parallel}$$

($L = 1/2\omega_{0n}^2$ y $C = 2F$)

Paso de Fpa a FEB



$$\frac{1}{P} \to \frac{1}{P + \frac{\omega_{0n}^2}{P}}$$

* Rama serie.

$$\frac{1}{CP} \to \frac{1}{CP + \frac{C\omega_{0n}^2}{P}} = \frac{1}{CP + \frac{1}{P\frac{1}{C\omega_{0n}^2}}} = \frac{1}{CP + \frac{1}{PL}}$$

L

(Impedancia paralela)

P/ $C = 1F$ → $C = 1F$, $L = 1/\omega_{0n}^2$

* Rama Paralela.

$$\frac{1}{LP} \to \frac{1}{LP + \frac{L\omega_{0n}^2}{P}} = \frac{1}{LP + \frac{1}{P\frac{1}{2\omega_{0n}^2}}}$$

C

$$= \frac{1}{LP + \frac{1}{PC}}$$ (Impedancia serie)

P/ $L = 0,5H$ → $C = 1/\omega_{0n}^2$, $L = 0,5H$.

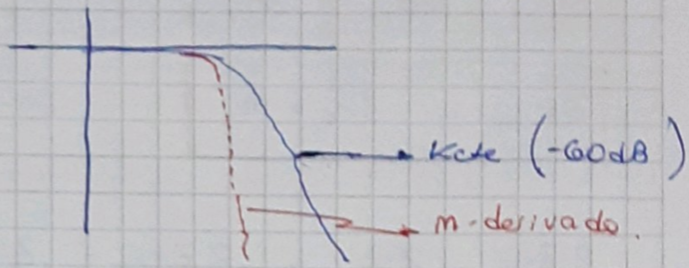
Para pasar de FPB a FEB es similar que de pb a pa

$$P + \frac{\omega_{0n}^2}{P} \to 1/\left(P + \frac{\omega_{0n}^2}{P}\right)$$

Para pasar de pa a FPB o pb a EB conviene hacer paso intermedio.

Filtros m-derivados.

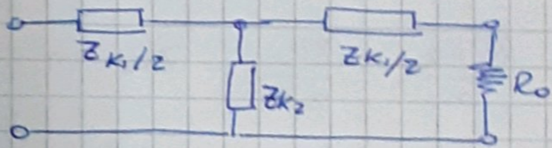
- Se diseñan a partir de los Kcte.
- Se ponen en cascada.
- Tienen mejor pendiente: (incluyen a más elementos reactivos).



- Especificaciones → misma R_0 / → misma banda pasante } Que el Kcte.

Igualdad $R_0 - Z_0$.

Tenemos un filtro Kcte.



$$Z_{o_T} = \sqrt{Z_{in_{cc}} \cdot Z_{in_{su}}} = \sqrt{Z_{out_{cc}} \cdot Z_{out_{su}}}$$ (Es un cuadripolo simétrico).

$$Z_{o_T} = \sqrt{\left(\frac{Z_{k_1}}{2} + Z_{k_2}\right)\left(\frac{\frac{Z_{k_1}}{2}\left(\frac{Z_{k_1}}{2} + Z_{k_2}\right) + \frac{Z_{k_1}}{2} \cdot Z_{k_2}}{\left(\frac{Z_{k_1}}{2} + Z_{k_2}\right)}\right)}$$

$$Z_{o_T} = \sqrt{\frac{Z_{k_1}}{2}\,\frac{Z_{k_1}}{2} + 2\,Z_{k_2}\,\frac{Z_{k_1}}{2}}$$

$$\boxed{Z_{o_T} = \sqrt{\frac{Z_{k_1}}{2}\left(2\,Z_{k_2} + \frac{Z_{k_1}}{2}\right)}}$$

En m-derivados:

$$Z_{o_{T_m}} = \sqrt{\frac{Z_{k_1 m}}{2}\left(2\,Z_{k_2 m} + \frac{Z_{k_1 m}}{2}\right)}$$

$$\left(\begin{array}{l} Z_{o_T} \to Z_{o_{T_m}} \\ Z_{k_1 m} \to Z_{k_{1m}} \\ Z_{k_2 m} \to Z_{k_{2m}} \end{array}\right)$$

Multiplicando y dividiendo por m: (m será un factor adim. $0<m<1$.)

$$Zo_T = \sqrt{\frac{Zk_1 \cdot m}{2}\left(\frac{2Zk_2}{m} + \frac{Zk_1}{2 \cdot m}\right)}$$

Si: $Zo_T = Zo_{Tm}$

- $\boxed{Zk_{1m} = Zk_1 \cdot m}$

Cuando diseñemos el filtro m-deriv, a Zk_1 la multiplicaremos por m.

- $$\frac{2Zk_2}{m} + \frac{Zk_1}{2m} = 2Zk_{2m} + Zk_{1m}$$

$$2Zk_{2m} = \frac{2Zk_2}{m} + \frac{Zk_1}{2m} - Zk_{1m}$$

$$2Zk_{2m} = \frac{2Zk_2}{m} + \frac{Zk_1}{2m} - Zk_1 \cdot m$$

$$2Zk_{2m} = 2\frac{Zk_2}{m} + Zk_1\left(\frac{1}{2m} - m\right)$$

$$\boxed{Zk_{2m} = 2\frac{Zk_2}{m} + Zk_1\left(\frac{1-m^2}{4m}\right)}$$

Cuando diseñemos, a Zk_2 la dividiremos por m y colocaremos en serie Zk_1 multiplicado por un factor $\left(\frac{1-m^2}{4m}\right)$

Misma Banda pasante.

$$Xk \rightarrow Xk_m$$

$$Xk = j|Xk| = \sqrt{\frac{Zk_1}{4Zk_2}}$$

$$Xk_m = j|Xk_m| = \sqrt{\frac{Zk_1 m}{4Zk_{2m}}} \quad \begin{cases} Z_{1km} = m \cdot Zk_1 \\ Zk_{2m} = \frac{Zk_2}{m} + Zk_1\left(\frac{1-m^2}{4m}\right) \end{cases}$$

$$Xk_m = \sqrt{\frac{Zk_1 \cdot m}{4 \cdot Zk_2\left(\frac{1}{m} + \frac{Zk_1}{Zk_2}\left(\frac{1-m^2}{4m}\right)\right)}} = \sqrt{\frac{Zk_1}{4Zk_2}\,\frac{m^2}{1 + \frac{Zk_1}{4Zk_2}(1-m^2)}}$$

Xk^2

$$\boxed{Xk_m = Xk \cdot m \Big/ \sqrt{1 + Xk^2(1-m^2)}}$$

Siendo $X_k = j\,|X_k|$:

$$\boxed{X_{km} = \frac{j\,|X_k|\cdot m}{\sqrt{1 - |X_k|^2(1-m^2)}} = j\,|X_{km}|}$$

$$\begin{cases} |X_k| = 1 \rightarrow |X_{km}| = 1 \\ |X_k| = -1 \rightarrow |X_{km}| = -1 \\ |X_k| = \infty \rightarrow |X_{km}| = \dfrac{1}{\sqrt{1-m^2}} \\ |X_k| = 0 \rightarrow |X_{km}| = 0 \end{cases}$$

Para que $X_{km} = \infty$ debe suceder que:

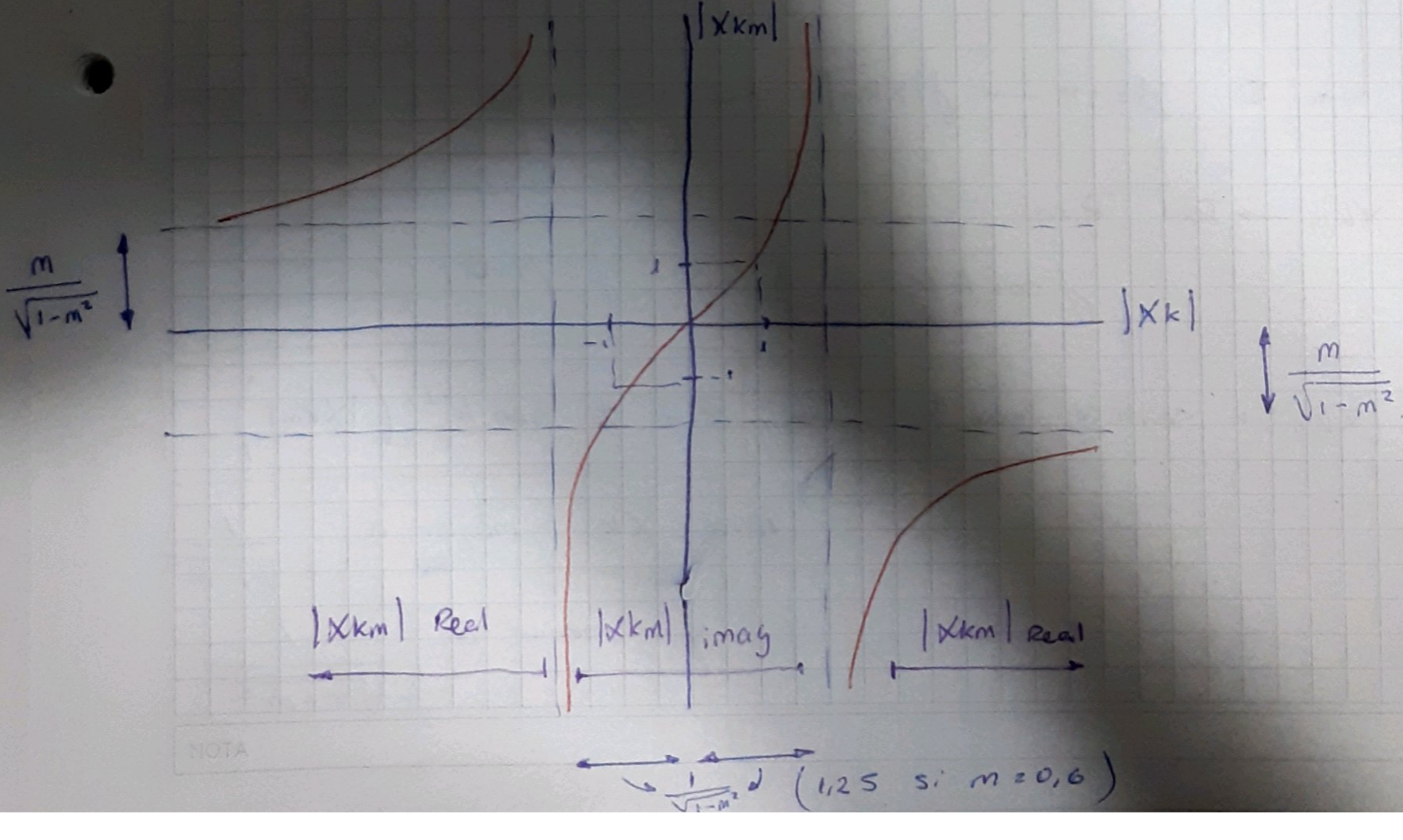
$$\sqrt{1 - |X_k|^2(1-m^2)} = 0$$

$$\boxed{|X_k| = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}}} \quad p/ \quad X_{km} = \infty$$

Si $m = 0{,}6 \longrightarrow |X_k|_{m=0,6} = \pm \dfrac{1}{\sqrt{1-0{,}6^2}} = \pm 1{,}25$

$$\boxed{|X_k|_{m=0,6} = \pm 1{,}25}$$

Curva de X_{km} en función de X_k :



* $|X_{km}|$ es imag puro cuando.

$$\frac{-1}{\sqrt{1-m^2}} < |X_k| < \frac{1}{\sqrt{1-m^2}}$$

* $|X_{km}|$ es real puro para: cualquier otro X_k.

Recordando:

$$X_k = j|X_k| = \sqrt{\frac{Z_{k_1}}{4Z_{k_2}}} = \operatorname{senh}\frac{\gamma}{2} = \operatorname{senh}\left(\frac{\alpha}{2} + j\frac{\beta}{2}\right)$$

$$= \operatorname{senh}\frac{\alpha}{2} \cdot \cosh\left(j\frac{\beta}{2}\right) + \cosh\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{senh}\left(j\frac{\beta}{2}\right)$$

$X_k \rightarrow X_{km}$:

$$X_{km} = \operatorname{senh}\frac{\alpha}{2} \cos\frac{\beta}{2} + j \cdot \cosh\frac{\alpha}{2} \operatorname{sen}\frac{\beta}{2}$$

$X_{km} \rightarrow$ Imag. Puro $(X_{km} = j|X_{km}|) \longrightarrow$ Para $\left\{\frac{-1}{\sqrt{1-m^2}} < X_k < \frac{1}{\sqrt{1-m^2}}\right\}$

$$X_{km} = j\cosh\frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{sen}\frac{\beta}{2}$$

Si $\operatorname{senh}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) = 0 \quad \begin{cases} \alpha = 0 \\ o \\ \beta = \pm\pi \end{cases}$

$\rightarrow$ Si: $\alpha = 0 \longrightarrow j|X_{km}| = j \operatorname{sen}\frac{\beta}{2} \longrightarrow \boxed{\beta = 2 \operatorname{sen}^{-1}|X_{km}|}$

$\rightarrow$ Si $\beta = \pm\pi \longrightarrow j|X_{km}| = j\cosh\frac{\alpha}{2} \longrightarrow \boxed{\alpha = 2 \cosh^{-1}|X_{km}|}$

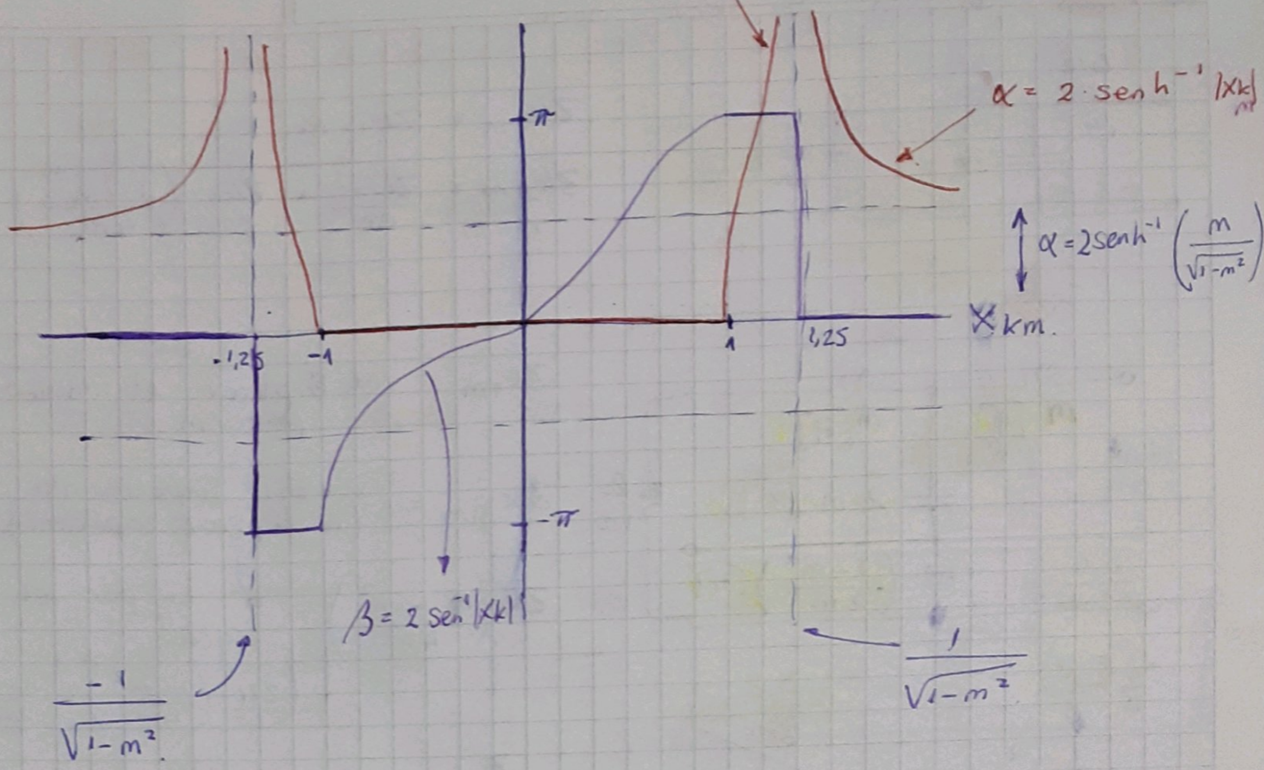
$X_{km} \rightarrow$ Real Puro.

$$\left.j \cdot \cosh\frac{\alpha}{2} \operatorname{sen}\frac{\beta}{2} = 0\right\} \beta = 0$$

$$|X_{km}| = \operatorname{senh}\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\beta}{2} \longrightarrow \boxed{\alpha = 2 \operatorname{senh}^{-1}(|X_{km}|)}$$

Para X_k mayor a $\frac{1}{\sqrt{1-m^2}}$

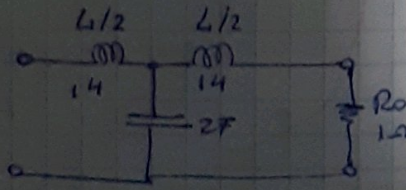
y menor a $\frac{-1}{\sqrt{1-m^2}}$



Cuando $m=1$, un m-derivado es un Kcte.

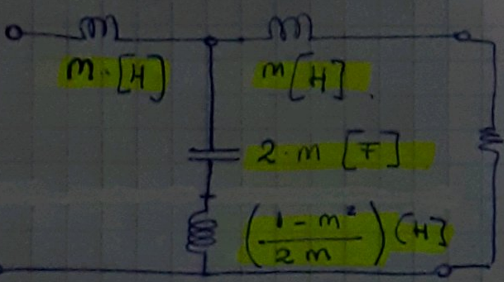
Filtro pb normalizado.

Partimos de un pb kcte norm.



$$Zk_1 m = Zk_1 \cdot m$$

$$Zk_2 m = \frac{Zk_2}{m} + Zk_1 \left(\frac{1-m^2}{4m}\right)$$

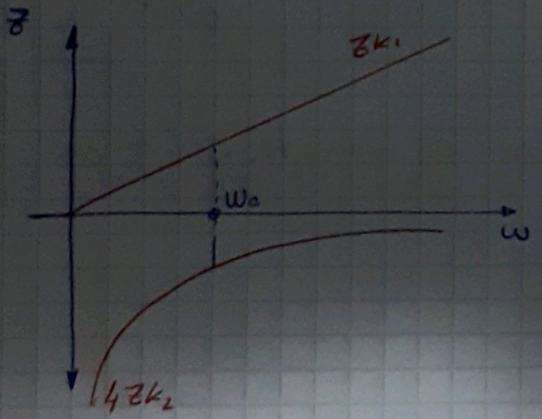


$Zk_1 m$: Multiplicar el inductor (L/2) por m.

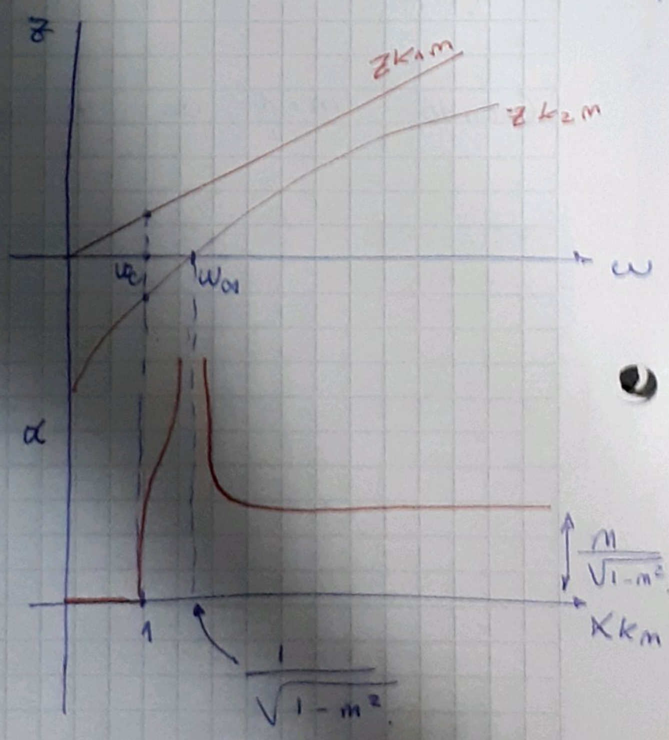
$Zk_2 m$ = Dividir impedancia (multiplicar capacitor).

$Zk_1 \left(\frac{1-m^2}{4m}\right)$ = a L por el factor.

$$\left(2H \left(\frac{1-m^2}{4m}\right) = \frac{1-m^2}{2m} [H]\right)$$



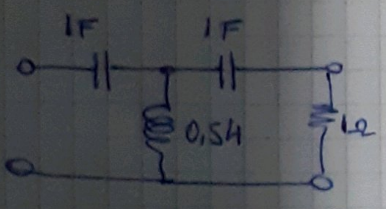
En kcte



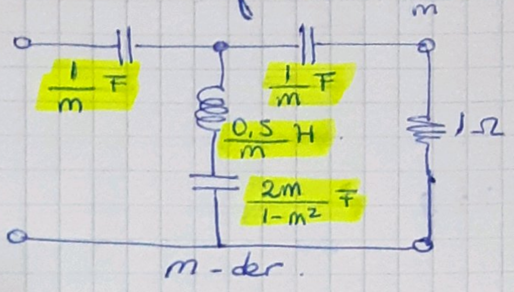
En m-deriv

Filtro pa m-derivado normalizado

$$\begin{cases} Z_{k1m} = Z_{k1} \cdot m \\ Z_{k2m} = \dfrac{Z_{k2}}{m} + Z_{k1}\left(\dfrac{1-m^2}{4m}\right) \end{cases}$$

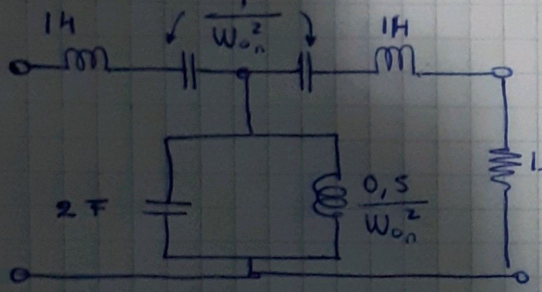


Kcte

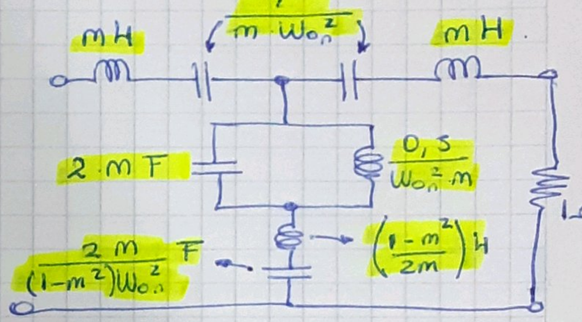


m-der.

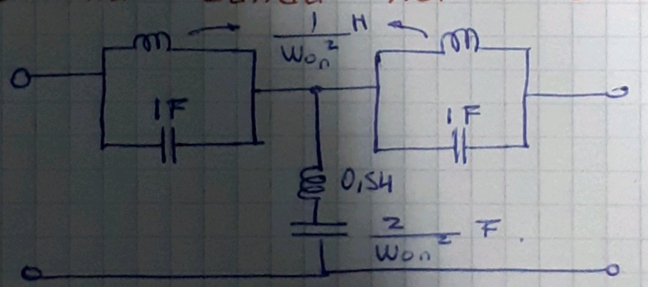
Filtro pasa banda normalizado.

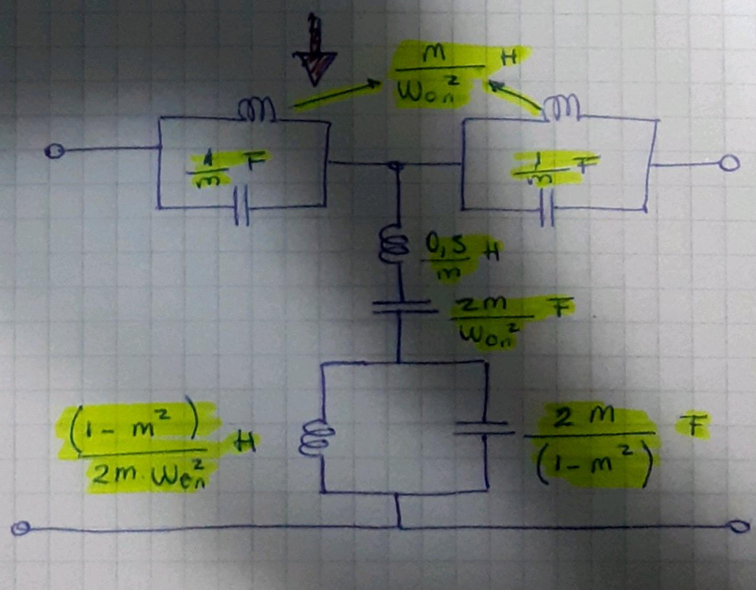


Kcte



Filtro elimina banda normalizado m-der.





Cálculo de m a partir de ω_c y ω_∞

Al calcular un m-derivado, se tendrán los mismos datos que un kcte, se calculará el kcte, y luego se procede a calcular el m-derivado correspondiente.

El m es un dato, o puede ser dato ω_∞ (pulsación para la cual el filtro atenúa infinitamente).

Filtro pasa alto: $\boxed{m_{Pa} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_\infty}{\omega_c}\right)^2}}$

Filtro pasa bajo: $\boxed{m_{Pb} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega_\infty}\right)^2}}$

Filtro pasa banda: $\boxed{m_{PB} = \sqrt{1 - \left(\frac{BW}{BW_\infty}\right)^2}}$

Filtro elimina banda: $\boxed{m_{EB} = \sqrt{1 - \left(\frac{BW_\infty}{BW}\right)^2}}$

$BW = \omega_{c2} - \omega_{c1}$

$BW_\infty = \omega_{\infty 2} - \omega_{\infty 1}$

$\boxed{\omega_{\infty 2} \times \omega_{\infty 1} = \omega_{c2} \times \omega_{c1}}$

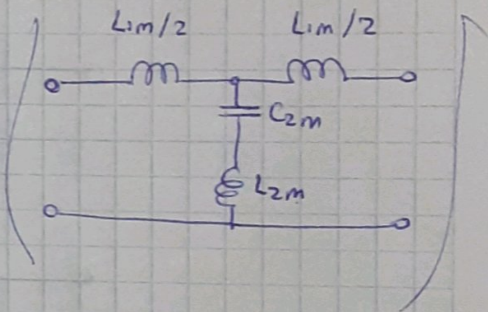
Comprobación (Cálculo de R_o, ω_c y ω_∞ a partir del circuito).

En fpb:

$$\boxed{R_o = \sqrt{\frac{L_{1k}}{C_{2k}}} = \sqrt{\frac{L_{1m}}{C_{2m}}}}$$

$$\boxed{\omega_c = \frac{2}{\sqrt{L_{1k} \times C_{2k}}} = \frac{2 \cdot m}{\sqrt{L_{1m} \times C_{2m}}}}$$

$$\boxed{\omega_\infty = \frac{1}{\sqrt{L_{2m} \times C_{2m}}}}$$



En fpa:

$$\boxed{R_o = \sqrt{\frac{L_{2k}}{C_{1k}}} = \sqrt{\frac{L_{1m}}{C_{2m}}}}$$

$$\boxed{\omega_c = \frac{1}{2\sqrt{L_{2k} \times C_{1k}}} = \frac{1}{2 \cdot m\sqrt{L_{2m} \times C_{1m}}}}$$

$$\boxed{\omega_\infty = \frac{1}{\sqrt{L_{2m} \times C_{2m}}}}$$