

# TPO 2015

October 20, 2015

Schamun Lucas, 62378

Sueldo Enrique, 62508

Massitti Martin, 62623

Fernandez Monte Emanuel , 61955

Profesores: Gaydou David, Boglione Sergio

Curso: 3R4

Fecha: 23/10/15

# Metodo Fasorial

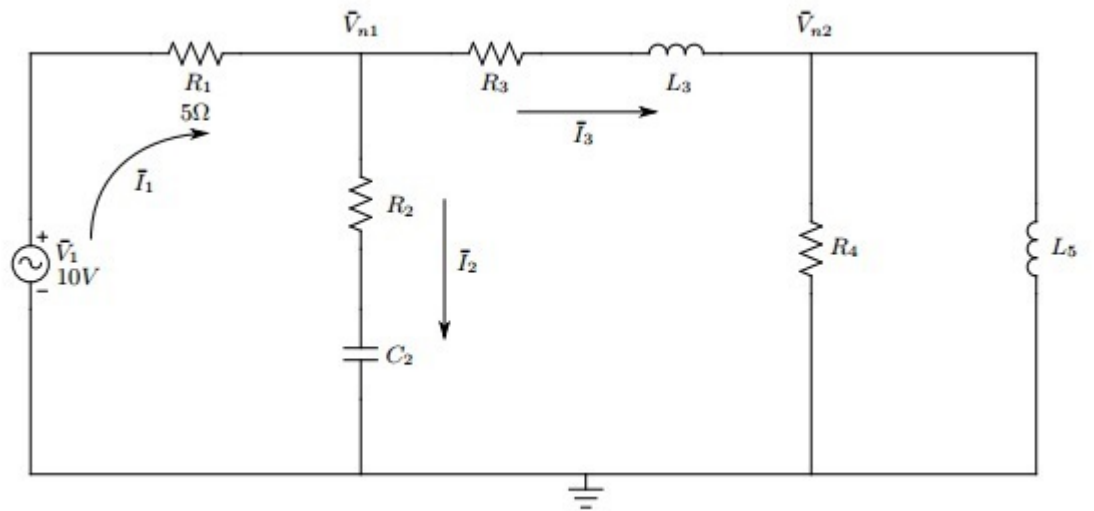


Figure 1:

Datos:

$$\bar{V}_{n1} = \bar{V}_1/2 \quad (1)$$

$$\bar{V}_{n2} = \bar{V}_{n1}/2 \quad (2)$$

$$\theta_{V1} = \theta_{I1} \quad (3)$$

$$|\bar{I}_1| = |\bar{I}_2| = |\bar{I}_3| \quad (4)$$

De (1) y (2)

$$\bar{V}_{n1} = \bar{V}_1/2 = 10V/2 = 5V$$

$$\bar{V}_{n2} = \bar{V}_{n1}/2 = 5V/2 = 2,5V$$

LKV

$$\bar{V}_1 - \bar{V}_{R1} - \bar{V}_{R2} - \bar{V}_{C2} = 0 \quad (5)$$

$$\bar{V}_{C2} + \bar{V}_{R2} - \bar{V}_{R3} - \bar{V}_{L3} - \bar{V}_{R4} = 0 \quad (6)$$

$$\bar{V}_{R4} - \bar{V}_{L5} = 0 \quad (7)$$

LKI

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}_3 \quad (8)$$

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_4 + \bar{I}_5 \quad (9)$$

Teniendo en cuenta que

$$\bar{V}_{n1} = \bar{V}_{R2} + \bar{V}_{C2}$$

De 5

$$\bar{V}_1 - \bar{V}_{R1} - \bar{V}_{n1} = 0$$

$$\bar{V}_{R1} = 10V - 5V$$

$$\bar{V}_{R1} = 5V$$

La relación tensión corriente en  $\bar{I}_1$  es:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_{R1}}{R} = \frac{5V}{5\Omega} = 1A$$

De 3 se cumple que:

$$\theta_{V1} = \theta_{I1} = 0$$

Debido a que se cumple 4 y LKI en  $\bar{V}_{n1}$ , en el diagrama fasorial se formará un triángulo equilátero, ya que todos los módulos y ángulos son iguales.

Como la suma de los ángulos internos de un triángulo es  $180^\circ$ , cada ángulo será de  $60^\circ$ , como se puede ver en el diagrama fasorial de la figura 2.

### Calculo de $\bar{I}_1$ :

$\bar{I}_1$  esta en fase con  $\bar{V}_{R1}$ , por lo tanto

$$\bar{I}_1 = 1\angle 0^\circ$$

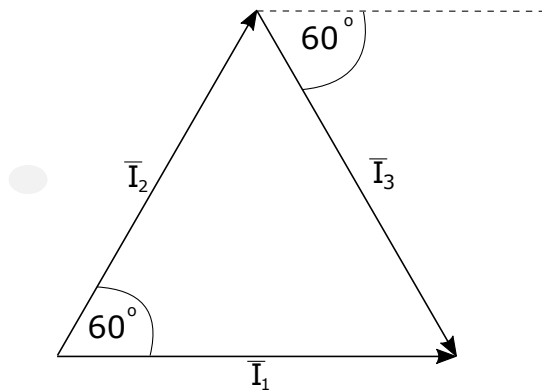


Figure 2:

### Calculo de $\bar{I}_2$ :

Debido a que la tensión esta atrasada con respecto a la corriente y como tiene una resistencia, esta comprendido entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , por lo tanto

$$\bar{I}_2 = 1 \angle 60^\circ$$

### Calculo de $\bar{I}_3$ :

Lo mismo ocurre en  $\bar{I}_3$  pero como la corriente en el inductor esta atrasada  $90^\circ$  con respecto a la tensión, se va a comprender entre  $0^\circ$  y  $-90^\circ$

$$\bar{I}_3 = 1 \angle -60^\circ$$

## Calculo de Impedancias del circuito

### Calculo de R2 Y XC2

Si hacemos la impedancia equivalente entre R2 y XC2

$$Z_{RC} = \frac{\bar{V}_{n1}}{\bar{I}_2} = \frac{5}{1 \angle 60^\circ} = 5 \angle -60^\circ$$

$$Z_{RC} = 2,5 - j4,33$$

Como la resistencia tiene parte reactiva cero, y el capacitor parte resistiva nula.

$$Z_{R2} = 2,5 \Omega$$

$$Z_{C2} = -j4,33$$

### Calculo de R3 y XL3

Haciendo

$$Z_{RL} = \frac{\bar{V}_{n1} - \bar{V}_{n2}}{I_3}$$

$$Z_{RL} = \frac{2,5V}{1\angle-60^\circ} = 2,5\angle60^\circ$$

$$Z_{RL} = 1,25 + j2,16$$

$$Z_{R3} = R3 = 1,25\Omega$$

$$Z_{L3} = 2,16j$$

### Calculo de R4 y XL5

$$\frac{1}{\frac{1}{Z_{R4}} + \frac{1}{Z_{L5}}} = \frac{\bar{V}_{n2}}{I_3}$$

$$\frac{1}{Z_{R4}} + \frac{1}{z_{L5}} = \frac{\bar{I}_3}{\bar{V}_{n2}}$$

$$\frac{1}{Z_{R4}} + \frac{1}{z_{L5}} = \frac{1\angle-60^\circ}{2,5}$$

$$\frac{1}{Z_{R4}} + \frac{1}{z_{L5}} = 0,2 - 0,34j$$

$$\frac{1}{Z_{R4}} = 0,2$$

$$Z_{R4} = R4 = 5\Omega$$

$$\frac{1}{Z_{L5}} = -0,34j$$

$$Z_{L5} = 2,887j$$

# Metodo de los nodos

Referenciando al apunte “Teoría de los circuitos I” podemos decir que:

$$\begin{aligned} [\bar{Y}] [\bar{V}] &= [\bar{I}] \\ \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{n1} \\ \bar{V}_{n2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{Z_{R1}} + \frac{1}{Z_{R2+ZL3}} + \frac{1}{Z_{R3+ZL3}} \right) & \left( -\frac{1}{Z_{R3+ZL3}} \right) \\ \left( -\frac{1}{Z_{R3+ZL3}} \right) & \left( \frac{1}{Z_{R3+ZL3}} + \frac{1}{Z_{R4}} + \frac{1}{Z_{L5}} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{n1} \\ \bar{V}_{n2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{Z_{R1}} + \frac{1}{Z_{R2+ZL3}} + \frac{1}{Z_{R3+ZL3}} \right) & \left( -\frac{1}{Z_{R3+ZL3}} \right) \\ \left( -\frac{1}{Z_{R3+ZL3}} \right) & \left( \frac{1}{Z_{R3+ZL3}} + \frac{1}{Z_{R4}} + \frac{1}{Z_{L5}} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5V \\ 2,5V \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ Y_L = 0,263 + j4,88 & \\ \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5V \\ 2,5V \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que  $\bar{Y} = \frac{\bar{I}}{\bar{V}}$  y resolviendo(ver apendice), obtenemos:  
Impedancia Z3

$$Z3 = 1,18 + j2,12$$

$$Z_{R3} = R_3 = 1,18\Omega$$

$$Z_{L3} = j2,12\Omega$$

Impedancia Z2

$$Z_{R2} = 2,5\Omega$$

$$Z_{C2} = -j4,3\Omega$$

Impedancia Z4 y Z5

$$Z_{R4} = 5\Omega$$

$$Z_{L5} = j2,9\Omega$$

## Análisis de potencia del circuito

Potencia activa en las resistencias del circuito

$$P_{R1} = |\bar{I}_1|^2 R_1 = 5W$$

$$P_{R2} = |\bar{I}_2|^2 R_2 = 2,5W$$

$$P_{R3} = |\bar{I}_3|^2 R_3 = 1,25W$$

$$P_{R4} = |\bar{I}_4|^2 R_4 = 1,25W$$

### Potencia en el generador

$$\bar{S} = \bar{V} \cdot \bar{I}^*$$

$$S = |\bar{V}_1| |\bar{I}_1|$$

Como el ángulo de  $V_1$  y el ángulo de  $I_1$  son iguales, la potencia aparente es igual a la potencia activa.

$$S = P_G = 10V \cdot 1A = 10W$$

$$P_G = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} + P_{R4}$$

$$P_G = 5W + 2,5W + 1,25W + 1,25W = 10W$$

Como se ve la potencia activa total es la suma de las potencias activas en cada resistencia

## Método de circuito equivalente de Thevenin

Para calcular la  $Z_{th}$  vista desde los terminales A y B, pasivamos la fuente interna  $V_1$ , y el circuito equivalente es

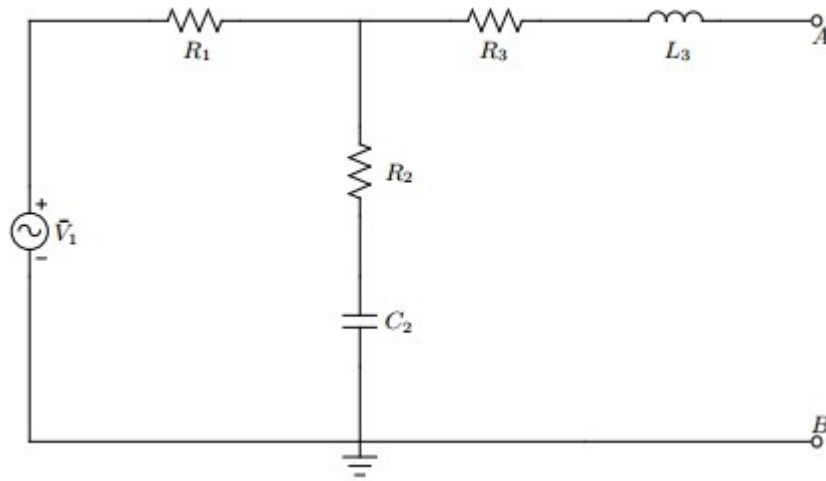


Figure 3:



## Equivalente de Thevenin

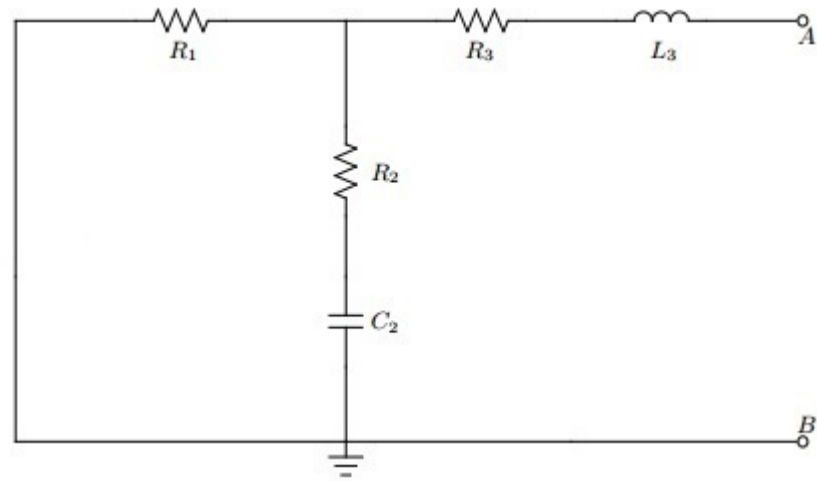
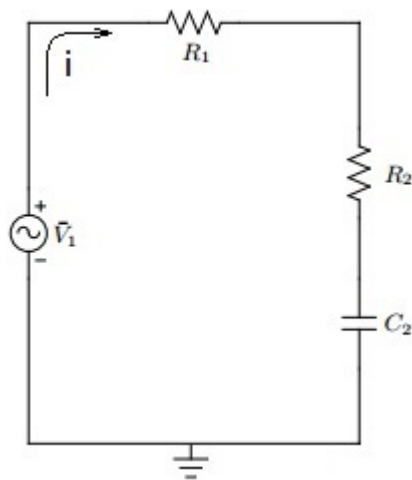


Figure 4:

$$Z_{TH} = \left( \frac{1}{Z_{R2} + z_{C2}} + \frac{1}{Z_{R1}} \right)^{-1} + z_{R3} + z_{L3} = 3,77 + J0,68$$

Para calcular  $V_{th}$  calculamos la corriente de malla, la cual circula por  $R_1$ ,  $R_2$  y  $C_2$ , por  $R_3$  y  $L_3$ , como el circuito esta abierto entre A y B, no va a circular corriente.

Figure 5:



LKV

$$\bar{V}_1 - i(Z_{R1} + Z_{R2} + Z_{C2}) = 0$$

$$i = \frac{\bar{V}_1}{Z_{R1} + Z_{R2} + Z_{C2}}$$

$$i = 1 + j0,57$$

Teniendo esta corriente podemos calcular la tensión

$$V_{TH} = i(Z_{R2} + Z_{C2})$$

$$V_{TH} = 4,78 - j2,97$$

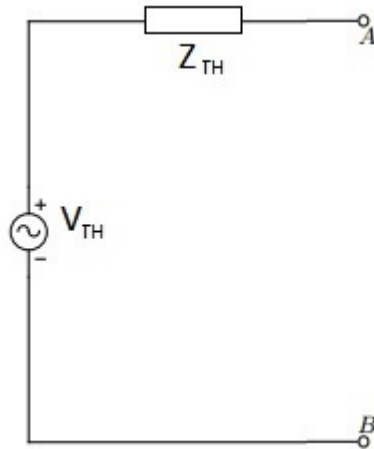


Figure 6:

## Impedancia de entrada Zi

La impedancia de entrada vista desde los terminales A y B, es igual a la impedancia de Thevenin  $Z_{th}$

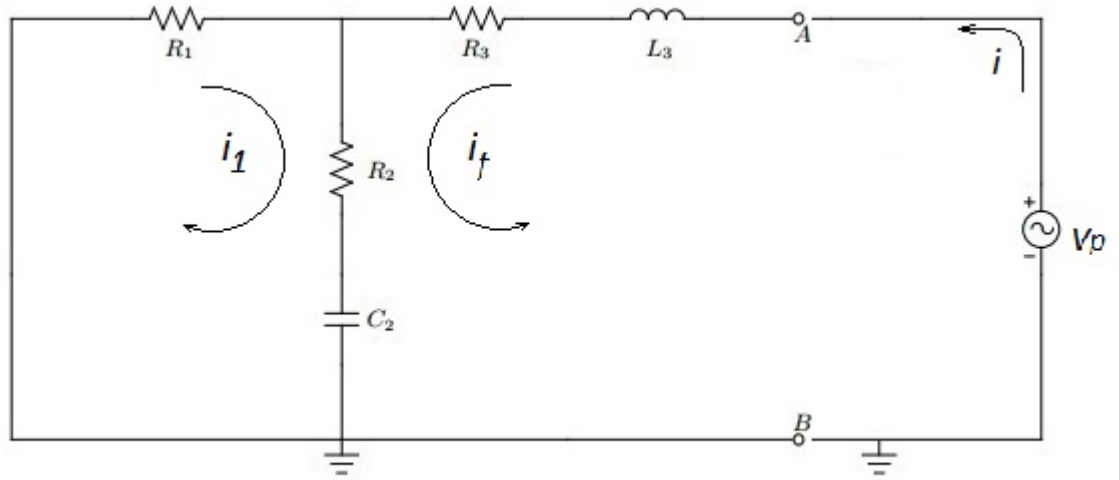


Figure 7:

$$\begin{bmatrix} (R_2 + R_3 + X_{C2} + X_{L3}) & (R_2 + X_{C2}) \\ (R_2 + X_{C2}) & (R_1 + X_{C2} + R_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_f \\ 0 \end{bmatrix}$$

Utilizando la herramienta Octave calculamos  $I_f$ , y con  $V_f$ , obtenemos:  
 $Z_i = Z_{TH} = 3,77 + j0,68$

## Impedancia de carga $Z_L$ para maxima transferencia de potencia

Referenciando al apunte “Teoría de los circuitos I” podemos decir que: para lograr máxima transferencia de potencia se debe cumplir

$$Z_L = Z_{TH}^*$$

$$Z_L = 3,77 - j0,68$$

Para expresar  $Z_L$  como resistencias y reactancias en paralelo, se calcula la admitancia de  $Z_L$ , en la cual la parte real corresponde a la resistencia, y la parte imaginaria de la  $Y_L$  corresponde a la del inductor.

$$Y_L = \frac{1}{Z_L}$$

$$Y_L = G + jB$$

$$Y_L = 0,263 + j0,049$$

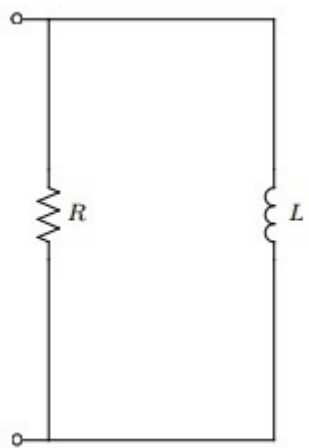


Figure 8:

# Apéndice

## Script

```
clear all; close all;

disp('DATOS del circuito')

v1=10 vn1=5 vn2=2.5 vr1=5

I1=1 I2=(0.5)+(0.866025403784*i) I3=(0.5)-(0.866025403784*i)

zr1=5

disp('calculo de admitancias')

y11=(I1/vr1) + (I2/vn1) + (I3/vn2)

y22=- (((v1/zr1) - (y11*vn1))*vn1)/(vn2*vn2)

y12= -(y22*vn2)/vn1

disp('calculo de impedacias propias, a partir de admitancias')

z12=(-1/y12) zr3=real(z12) zl3=imag(z12)

z11=1/((y11)-(1/zr1)-(1/z12)) zr2=real(z11) zc2=imag(z11)

z22=((y22)- (1/z12));

z22r=real(z22) z22i=imag(z22)

zr4=1/z22r zl5=-1/z22i

disp('calculo de circuito equivalente de thevenin ')

zth=((zr1*z11)/(zr1+z11) + z12)

Ith=v1/(zr1+z11)

vth=Ith*(z11)

zl=conj(zth)

yl=1/zl
```

**Zi**

%Tension del circuito

VF= 2; V2= 0;

%Impedancias propias de cada malla

$z_{11} = 2.5 - 4.33i + 1.18 + 2.12i;$

$z_{22} = 5 + 2.5 - 4.3i;$

%Impedancias compartidas entre mallas

$z_{12} = 2.5 - 4.3i;$