

Se desea implementar un filtro activo pasa altos que satisfaga la siguiente plantilla de especificaciones mediante la aproximación de Butterworth:

$$A_{\max} = 0,5 \text{ dB}, \quad f_p = 10 \text{ KHz} \quad \text{Ganancia en banda de paso de 2 a 5.}$$

$$A_{\min} = 30 \text{ dB}, \quad f_s = 2 \text{ KHz}$$

Determinamos el orden del filtro necesario:

Transformando las especificaciones al filtro prototipo pasa bajo normalizado nos queda:

$$A_{\min} = 30 \text{ dB}, \quad A_{\max} = 0,5 \text{ dB}, \quad \Omega_p = 1$$

Notar que al hacer la transformación ahora $\omega_s = 2\pi \cdot 10000$ y $\omega_p = 2\pi \cdot 2000$

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1 \cdot A_{\max}} - 1} = \sqrt{10^{0,05} - 1} = 0,349311 \cong 0,35$$

$$n = \frac{\log_{10} \left(\frac{10^{0,1 \cdot A_{\min}} - 1}{\varepsilon^2} \right)}{\log_{10} \left(\frac{\omega_s}{\omega_p} \right)^2} = \frac{\log_{10} \left(\frac{10^3 - 1}{(0,35)^2} \right)}{\log_{10} \left(\frac{2\pi \cdot 10000}{2\pi \cdot 2000} \right)^2} = \frac{3,911}{1,397} = 2,79 \Rightarrow \boxed{n=3}$$

Para verificar nuestros cálculos:

$$\Omega_s = \varepsilon^{1/n} \cdot \left(\frac{\omega_s}{\omega_p} \right) = (0,704267) \cdot \left(\frac{2\pi \cdot 10000}{2\pi \cdot 2000} \right) = 3,5213$$

Con este valor de Ω_s normalizado podemos entrar en las curvas normalizadas de Butterworth y verificar la atenuación gráficamente o sino analíticamente calcular la atenuación que se producirá:

$$|A(\omega)|_{dB} = 10 \cdot \log_{10} (1 + \Omega^{2n}) = 10 \cdot \log_{10} [1 + (3,52)^6] = 32,8 \text{ dB}$$

La función prototipo pasa bajos normalizada grado 3 de Butterworth para $\varepsilon=1$ es:

$H(S)|_{\varepsilon=1} = \frac{1}{(S+1).(S^2+S+1)}$ y para $\varepsilon=0,349311$ reemplazando $S=S.\varepsilon^{1/n}$ tendremos:

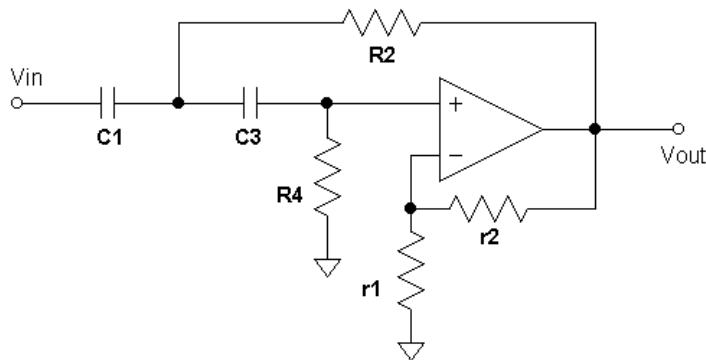
$$H(S)|_{\varepsilon<1} = \frac{2,86278}{(S+1,41992).(S^2+1,41992.S+2,01616)}$$

Para desnormalizar y transformar en frecuencia debemos reemplazar por:

$$S = \left(\frac{2.\pi.10000}{s} \right) =$$

$$H(s)|_{HP} = \frac{s^3}{(s+44250).(s^2+44250.s+(44250)^2)} = \frac{s}{(s+44250)} \cdot \frac{s^2}{(s^2+44250.s+(44250)^2)}$$

A partir de la topología pasa altos Sallen Key se deben determinar los valores de los componentes para realizar la función de transferencia que satisface nuestros requerimientos.



$$T(s)|_{HP} = \frac{Vout}{Vin} = \frac{k.s^2}{s^2 + \left(\frac{1}{R_4.C_3} + \frac{1}{R_4.C_1} + \frac{1-k}{R_2.C_1} \right).s + \frac{1}{R_2.R_4.C_1.C_3}}; \quad k = 1 + \frac{r_2}{r_1}$$

De donde por comparación podemos establecer que:

$$\omega_p^2 = \frac{1}{R_2.R_4.C_1.C_3} \quad ; \quad \frac{\omega_p}{Q_p} = \left(\frac{1}{R_4.C_3} + \frac{1}{R_4.C_1} + \frac{1-k}{R_2.C_1} \right)$$

Donde podemos ver que hay más variables que ecuaciones, por lo que a simple vista existen infinitas soluciones. En la práctica lo que se busca es que estas soluciones minimicen las funciones de sensibilidad de los valores de los componentes respecto a los parámetros de la función de transferencia del filtro ω_p y Q_p . En general se adoptan 3 tipos de soluciones distintas que se detallan a continuación,

notándose que el diseño de Saraga es el más óptimo desde el punto de vista de la minimización de las funciones de sensibilidad del filtro.

Diseño 1	Diseño 2	Diseño 3 (Saraga)
$k = 1$ $C_1 = C_3 = 1$	$C_1 = C_3 = 1$ $R_2 = R_4 = R$	$R_2 = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot Q_p \cdot \omega_p}$; $R_4 = \frac{1}{\omega_p}$ $\frac{C_1}{C_3} = \frac{Q_p}{\sqrt{3} \cdot Q_p} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
$R_2 = \frac{1}{2 \cdot \omega_p \cdot Q_p}$ $R_4 = \frac{2 \cdot Q_p}{\omega_p}$	$R = \frac{1}{\omega_p}$ $k = 3 - \frac{1}{Q_p}$	$C_1 = Q_p$ $C_3 = \sqrt{3} \cdot Q_p$ $k = \frac{4}{3}$

Como la función de transferencia que debemos realizar es de tercer grado, el circuito que la implementará tiene la siguiente topología general, pudiéndose intercalar las etapas en forma indistinta desde el punto de vista teórico, pero en la práctica hay que considerar el **slew rate** del amplificador operacional, en este caso es preferible poner primero la etapa de grado 2, con ganancia 1, y a continuación la etapa que genera el polo simple en 44250 rps ya que con esta podemos ajustar la ganancia total del filtro en forma independiente. Si las conectamos al revés debemos tener en cuenta que seguramente necesitaremos mayor **slew rate** en el operacional que realiza la función de grado 2.

Al ser de grado 3, la segunda etapa (A2), que generará el polo simple en $\omega_p = 44250$ rps, me permitirá ajustar la ganancia en la banda de paso en forma independiente, se puede calcular que su función de transferencia es:

$$T_{HPA2} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{k_b \cdot s}{s + \frac{1}{R_6 \cdot C_5}}; \quad k_b = 1 + \frac{r_{2b}}{r_{1b}}$$

donde por comparación podemos ver que:

$$\omega_p = \frac{1}{R_6 \cdot C_5} = 44250 \text{ rps} \quad \text{si tomamos } C_5 = 2,4 \text{ nF y } R_6 = 9,42 \text{ K}\Omega \text{ (componentes al } \pm 1\% \text{) entonces:}$$

$$\omega_p = \frac{1}{R_6 \cdot C_5} = \frac{1}{2,4 \text{ nF} * 9,42 \text{ K}\Omega} \simeq 44232 \text{ rps}$$

Arbitrariamente para el diseño 1 tomamos:

$$k = 2 \Rightarrow r_{1b} = 1 \text{ K}\Omega \text{ y } r_{2b} = 2 \text{ K}\Omega$$

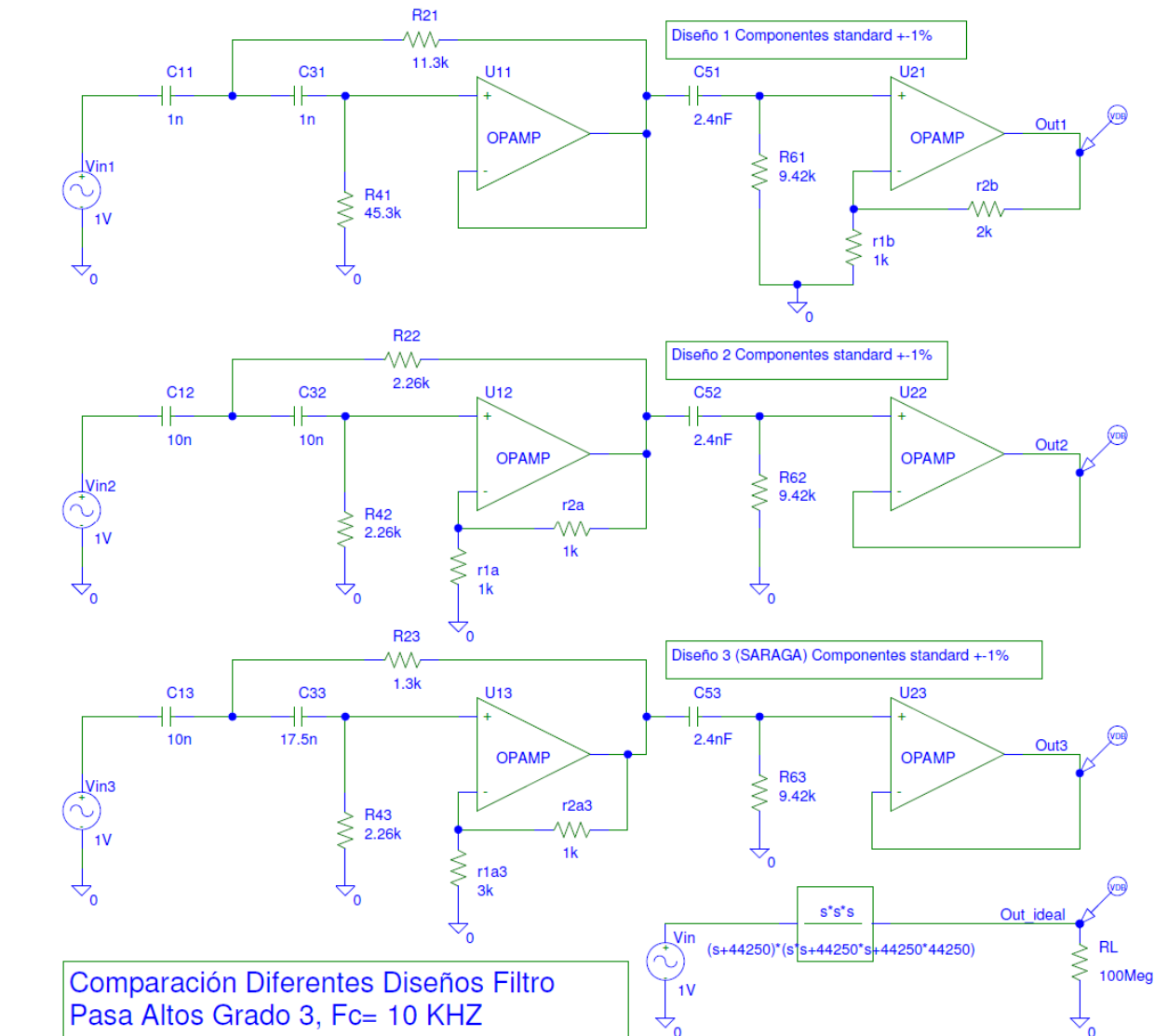
Entonces para los diferentes diseños obtenemos los valores exactos de los componentes y luego los aproximamos al valor standard más cercano.

Diseño 1	Diseño 2	Diseño 3 (Saraga)
$k = 1$ $C_1 = C_3 = 1F$	$C_1 = C_3 = 1F$ $R_2 = R_4 = R$	$R_2 = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot Q_p \cdot \omega_p} = 13,04746 \times 10^{-6} \Omega$ $R_4 = \frac{1}{Q_p \cdot \omega_p} = 22,59887 \times 10^{-6} \Omega$ $\frac{C_1}{C_3} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,57735$
$R_2 = \frac{1}{2 \cdot \omega_p \cdot Q_p} = 11,2994 \times 10^{-6} \Omega$ $R_4 = \frac{2 \cdot Q_p}{\omega_p} = 45,19774 \times 10^{-6} \Omega$	$R = \frac{1}{\omega_p} = \frac{1}{44250} = 22,59887 \times 10^{-6} \Omega$ $k = 3 - \frac{1}{Q_p} = 2$	$C_1 = 1F$ $C_3 = \sqrt{3}F = 1,732F$ $k = \frac{4}{3}$
Escaleando por 1×10^9 $k = 1 \Rightarrow r1a = \infty$ y $r2a = 0$ $C_1 = C_3 = 1nF$ $R_2 = 11,3K\Omega$ $R_4 = 45,2K\Omega$ $k = 1$ $\Rightarrow r1a = \infty \Omega$ y $r2a = 0 \Omega$	Escaleando por 1×10^8 $C_1 = C_3 = 10nF$ $R_2 = R_4 = 2259 \Omega$ $k = 2$ $\Rightarrow r1a = 1k\Omega$ y $r2a = 1k\Omega$	Escaleando por 1×10^8 $C_1 = 10nF$ $C_3 = 17,32nF$ $R_2 = 1,304k\Omega$ $R_4 = 2,259k\Omega$ $k = 4/3$ $\Rightarrow r1a = 3k\Omega$ y $r2a = 1k\Omega$

Tomando valores de componentes estandarizados al $\pm 1\%$ tendremos:

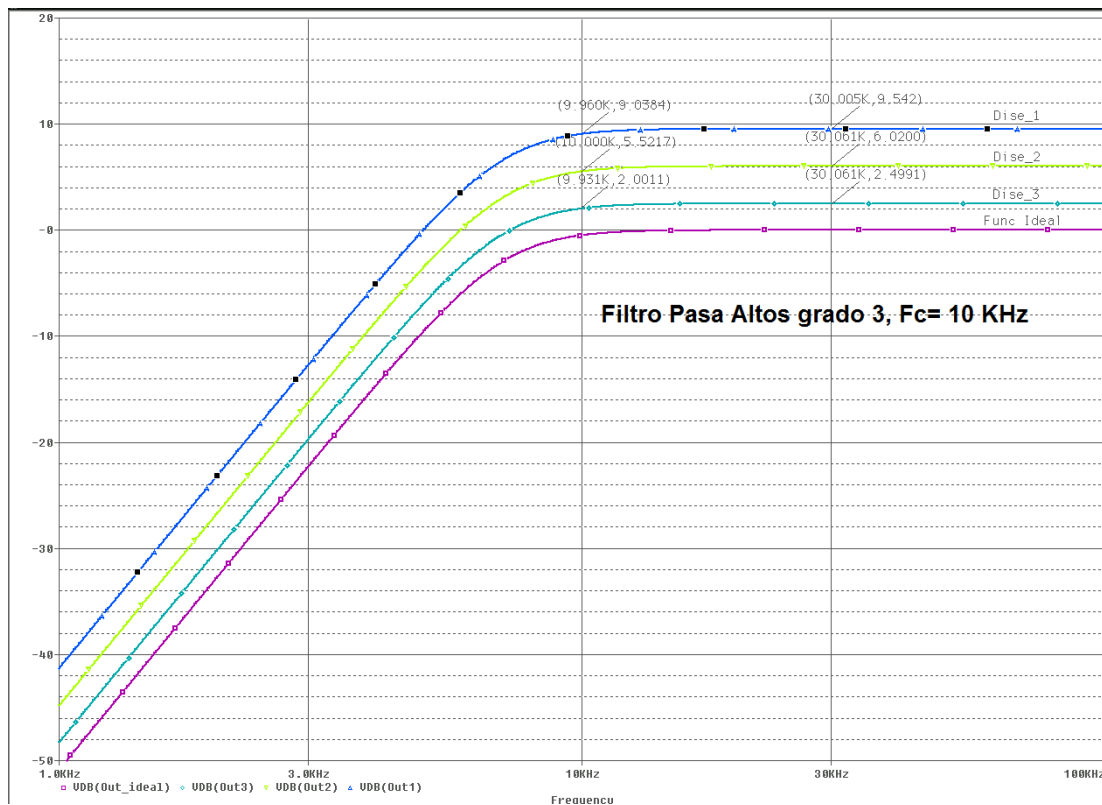
Diseño 1	Diseño 2	Diseño 3 (Saraga)
$C_1 = C_3 = 1nF$ $R_2 = 11,3K\Omega$ $R_4 = 45,3K\Omega$ $k = 1$ $r1a = \infty$; $r2a = 0$	$C_1 = C_3 = 10nF$ $R_2 = R_4 = 2,26k\Omega$ $r1a = 1k\Omega$ $r2a = 1k\Omega$	$C_1 = 10nF$ $C_3 = 10nF + 7,5nF = 17,5nF$ $R_2 = 1,3k\Omega$ $R_4 = 2,26k\Omega$ $r1a = 3k\Omega$; $r2a = 1k\Omega$
$\Rightarrow \omega_p = \frac{1}{\sqrt{C_1 \cdot C_3 \cdot R_2 \cdot R_4}} \simeq 44199 rps$	$\Rightarrow \omega_p = \frac{1}{\sqrt{C_1 \cdot C_3 \cdot R_2 \cdot R_4}} \simeq 44248 rps$	$\Rightarrow \omega_p = \frac{1}{\sqrt{C_1 \cdot C_3 \cdot R_2 \cdot R_4}} \simeq 44102 rps$

La siguiente figura muestra el esquemático correspondiente para generar las simulaciones de los tres diseños y compararlas respecto a la respuesta ideal.



En la próxima figura se comparan las respuestas en frecuencia respecto a la función de transferencia ideal, notándose que para el diseño 1 la frecuencia de corte está aproximadamente en 9,96 KHz, para el diseño 2 en 10,0 KHz y para el diseño 3 en 9,93 KHz.

Se nota además que todas las ganancias en la banda de paso de los diferentes diseños son distintas y mayores a uno, pudiéndose ajustar fácilmente a los requerimientos ya que se dispone de una etapa de grado uno, la que genera un cero simple en el origen y el polo simple en 44250 rps, que permite agregar ganancia en forma desacoplada al ajuste de la frecuencia de corte del filtro.



Comparación de las respuestas en frecuencia de los 3 diseños vs respuesta Ideal

A continuación se observa la comparación entre los distintos histogramas generados a partir de las simulaciones de Monte Carlo de los tres diseños tomando en cuenta solo la tolerancia de los componentes pasivos, es decir solo los capacitores y resistores al $\pm 1\%$, y considerando al amplificador operacional ideal, siendo esto posible si se seleccionó adecuadamente en función de la frecuencia de trabajo del filtro, topología y ganancia necesaria en la banda de paso.

Análisis de Monte Carlo: Cuando nos enfrentamos a cualquier diseño electrónico, por lo general disponemos de métodos deterministas que permiten el cálculo de lo que estamos diseñando, de modo que podemos prever los parámetros que vamos a encontrar en la medida física de cualquier dispositivo o sistema. Estos cálculos previos facilitan el desarrollo y normalmente los resultados suelen coincidir en gran medida con la predicción. Sin embargo, sabemos que todo aquello que creemos o fabriquemos siempre está sometido a tolerancias. Y esas tolerancias provocan variaciones en los resultados que muchas veces no se pueden analizar de forma sencilla, sin una herramienta de cálculo potente. En 1944, Newmann y Ulam desarrollaron un método estadístico no determinista que denominaron *Método de Monte Carlo*. Este potente método permite la predicción de posibles tolerancias en circuitos en función de la tolerancia de sus componentes y distribución de probabilidad asociada, sobre todo cuando son fabricados de forma industrial o seriada.

