

Se desea implementar un filtro activo pasa bajos que satisfaga la siguiente plantilla de especificaciones mediante la aproximación de Butterworth:

$$A_{\max} = 2 \text{ dB}, \quad f_p = 1,5 \text{ KHz} \quad \text{Ganancia en banda de paso de 1 a 5.}$$

$$A_{\min} = 22 \text{ dB}, \quad f_s = 4 \text{ KHz}$$

Determinamos el orden del filtro necesario:

Aproximación por Butterworth.

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1 \cdot A_{\max}} - 1} = \sqrt{10^{0,2} - 1} = 0,765$$

$$n = \frac{\log_{10} \left(\frac{10^{0,1 \cdot A_{\min}} - 1}{\varepsilon^2} \right)}{\log_{10} \left(\frac{\omega_s}{\omega_p} \right)^2} = \frac{\log_{10} \left(\frac{10^{2,2} - 1}{(0,765)^2} \right)}{\log_{10} \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 4000}{2 \cdot \pi \cdot 1500} \right)^2} = \frac{2,43}{0,852} = 2,85 \Rightarrow \boxed{n = 3}$$

La función prototipo pasa bajos normalizada será:

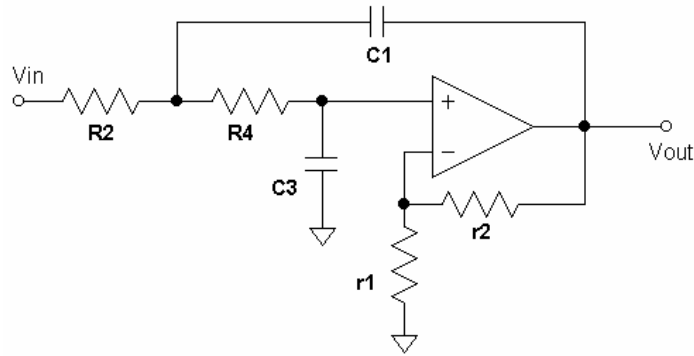
$$H(S) = \frac{1}{(S+1) \cdot (S^2 + S + 1)}$$

y la desnormalizada, reemplazando $S = s \cdot \left(\frac{\varepsilon^{1/n}}{\omega_p} \right) = 97,0396 \times 10^{-6} \cdot s$

$$H(s) = \frac{1}{(97,0396 \times 10^{-6} \cdot s + 1) \cdot ((97,0396 \times 10^{-6} \cdot s)^2 + (97,0396 \times 10^{-6} \cdot s) + 1)}$$

$$H(s) = \frac{1,09434 \times 10^{12}}{(s + 10,305 \times 10^3) \cdot (s^2 + 10,305 \times 10^3 \cdot s + 106,1943 \times 10^6)}$$

A partir de la topología pasa bajos Sallen Key se deben determinar los valores de los componentes para realizar la función de transferencia que satisface nuestros requerimientos.



$$T(s)|_{LP} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{k}{R_2 \cdot R_4 \cdot C_1 \cdot C_3}}{s^2 + \left(\frac{1}{R_2 \cdot C_1} + \frac{1}{R_4 \cdot C_1} + \frac{1-k}{R_4 \cdot C_3} \right) \cdot s + \frac{1}{R_2 \cdot R_4 \cdot C_1 \cdot C_3}}; \quad k = 1 + \frac{r_2}{r_1}$$

De donde por comparación podemos establecer que:

$$\omega_p^2 = \frac{1}{R_2 \cdot R_4 \cdot C_1 \cdot C_3} \quad ; \quad \frac{\omega_p}{Q_p} = \left(\frac{1}{R_2 \cdot C_1} + \frac{1}{R_4 \cdot C_1} + \frac{1-k}{R_4 \cdot C_3} \right) \quad \text{y} \quad K = \frac{k}{R_2 \cdot R_4 \cdot C_1 \cdot C_3}$$

Donde podemos ver que hay más variables que ecuaciones, por lo que a simple vista existen infinitas soluciones. En la práctica lo que se busca es que estas soluciones minimicen las funciones de sensibilidad de los valores de los componentes respecto a los parámetros de la función de transferencia del filtro ω_p y Q_p . En general se adoptan 3 tipos de soluciones distintas que se detallan a continuación, notándose que el diseño de Saraga es el más óptimo desde el punto de vista de la minimización de las funciones de sensibilidad del filtro.

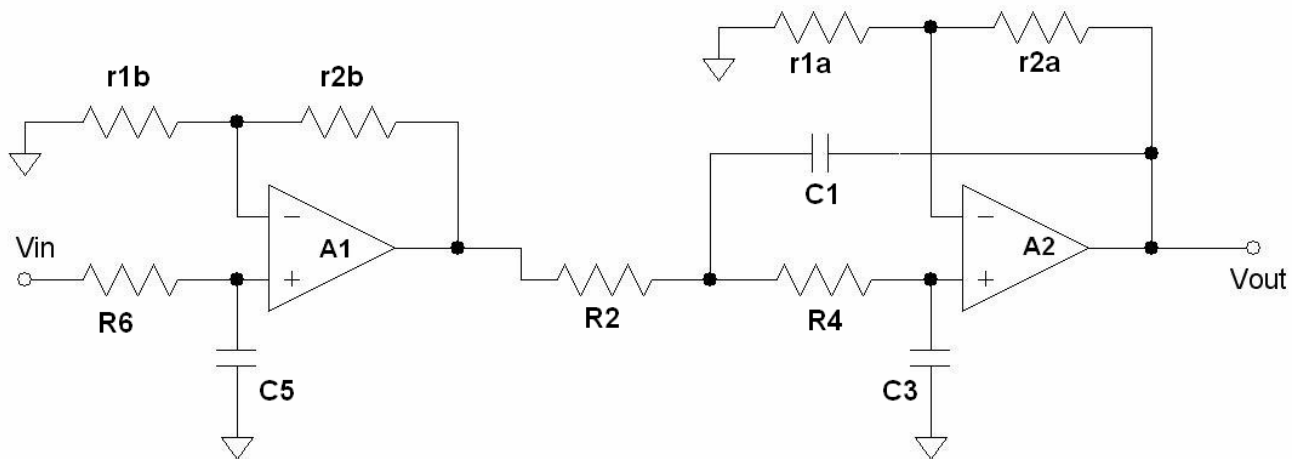
| Diseño 1 | Diseño 2 | Diseño 3 (Saraga) |
|--|---|--|
| $k = 1$ $R_2 = R_4 = 1$ | $C_1 = C_3 = 1$ $R_2 = R_4 = R$ | $C_3 = 1$; $C_1 = \sqrt{3} \cdot Q_p$ $\frac{R_4}{R_2} = \frac{Q_p}{\sqrt{3}}$ |
| $C_1 = \frac{2 \cdot Q_p}{\omega_p}$ $C_3 = \frac{1}{2 \cdot \omega_p \cdot Q_p}$ | $R = \frac{1}{\omega_p}$ $k = 3 - \frac{1}{Q_p}$ | $R_4 = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \omega_p}$ $R_2 = \frac{1}{Q_p \cdot \omega_p}$ $k = \frac{3}{4}$ |

Como la función de transferencia que debemos realizar es de tercer grado, el circuito que la implementará tiene la siguiente topología general, pudiéndose intercalar las etapas en forma indistinta. Al ser de grado 3, la primera etapa (A1), que generará el polo simple en $\omega_p = 10,305 \times 10^3$ rps, me permitirá ajustar la ganancia en la banda de paso en forma independiente, se puede calcular que su función de transferencia es:

$$T_{LPA1} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{k}{R_6 \cdot C_5}}{s + \frac{1}{R_6 \cdot C_5}}; \quad k = 1 + \frac{r_{2b}}{r_{1b}}$$

De donde por comparación podemos ver que:

$$\omega_p = \frac{1}{R_6 \cdot C_5} \quad \text{y} \quad K = \frac{k}{R_6 \cdot C_5}$$



Entonces para los diferentes diseños obtenemos los valores de los componentes.

| Diseño 1 | Diseño 2 | Diseño 3 (Saraga) |
|---|---|---|
| $k = 1$ $R_2 = R_4 = 1\Omega$ | $C_1 = C_3 = 1F$ $R_2 = R_4 = R$ | $C_3 = 1F$ $C_1 = \sqrt{3} \cdot Q_p = 1,732F$ $\frac{R_4}{R_2} = \frac{Q_p}{\sqrt{3}} = 0,5735$ |
| $C_1 = \frac{2 \cdot Q_p}{\omega_p} = 194,08 \times 10^{-6} F$ $C_3 = \frac{1}{2 \cdot \omega_p \cdot Q_p} = 48,52 \times 10^{-6} F$ | $R = \frac{1}{\omega_p} = 97,04 \times 10^{-6} \Omega$ $k = 3 - \frac{1}{Q_p} = 2$ | $R_4 = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \omega_p} = 56,026 \times 10^{-6} \Omega$ $R_2 = \frac{1}{Q_p \cdot \omega_p} = 97,04 \times 10^{-6} \Omega$ $k = \frac{3}{4}$ |

| | | |
|--|--|---|
| Escaleando por 1×10^4 $k = 1 \Rightarrow r_{1a} = \infty$ y $r_{2a} = 0$ $R_2 = R_4 = 10k\Omega$ $C_1 = 19,408nF$ $C_3 = 4,852nF$ | Escaleando por 1×10^8 $C_1 = C_3 = 10nF$ $R_2 = R_4 = 9,704k\Omega$ $k = 2$ $\Rightarrow r_{1a} = 1k\Omega$ y $r_{2a} = 1k\Omega$ | Escaleando por 1×10^8 $C_3 = 10nF$ $C_1 = 17,32nF$ $R_4 = 5,602k\Omega$ $R_2 = 9,704k\Omega$ $k = 3/4$ $\Rightarrow r_{1a} = 3k\Omega$ y $r_{2a} = 1k\Omega$ |
|--|--|---|

Para la primera etapa que realiza el polo simple:

$$\omega_p = \frac{1}{R_6 \cdot C_5} = 10305 \text{ rps}$$

$$C_5 = 10nF \Rightarrow R_6 = 9,704k\Omega$$

Arbitrariamente por el momento tomamos:

$$k = 1 \Rightarrow r_{1b} = \infty \text{ y } r_{2b} = 0$$

Tomando valores de componentes estandarizados al 1% tendremos:

| Diseño 1 | Diseño 2 | Diseño 3 (Saraga) |
|---|--|--|
| $R_2 = R_4 = 10k\Omega$ $C_1 = 20nF$ $C_3 = 4,8nF$ $r_{1a} = \infty$ $r_{2a} = 0$ | $C_1 = C_3 = 10nF$ $R_2 = R_4 = 9,7k\Omega$ $r_{1a} = 1k\Omega$ $r_{2a} = 1k\Omega$ | $C_1 = 18nF$ $C_3 = 10nF$ $R_2 = 9,7k\Omega$ $R_4 = 5,6k\Omega$ $r_{1a} = 3k\Omega$ $r_{2a} = 1k\Omega$ |

Para la primer etapa:

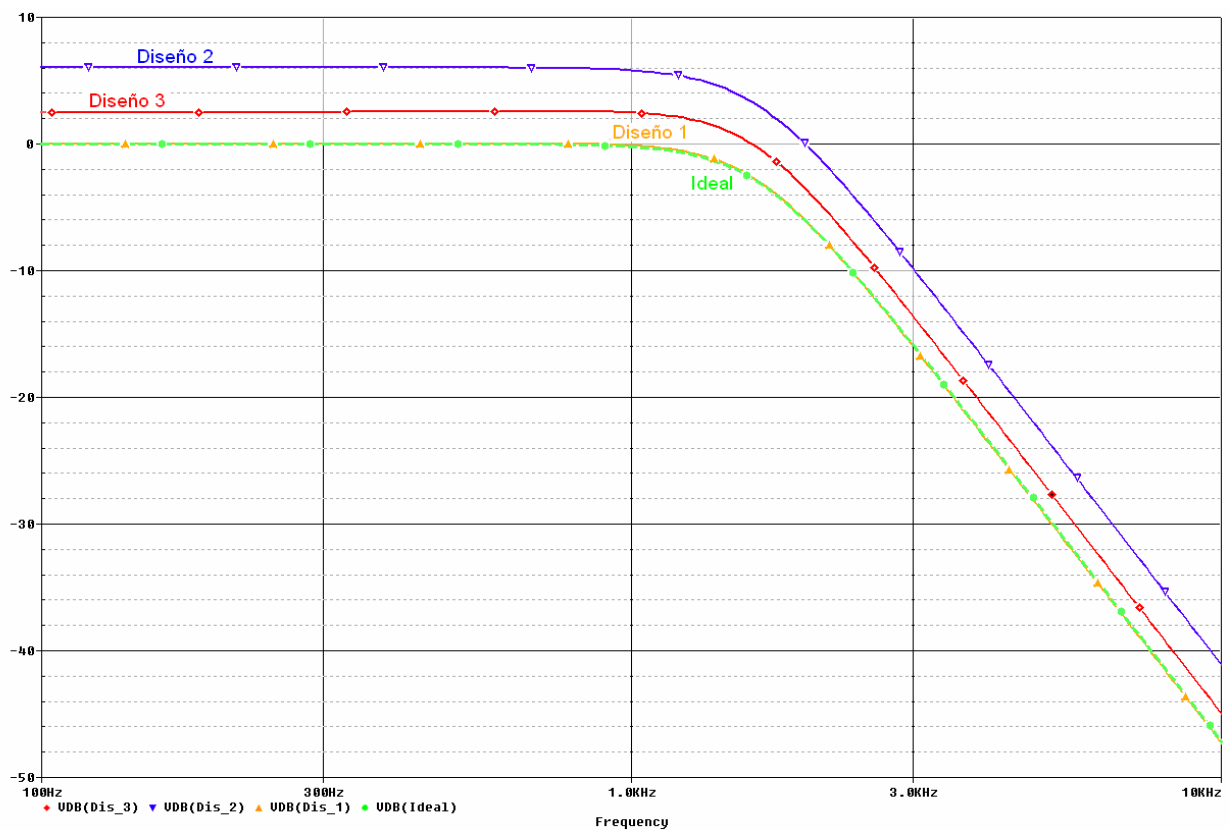
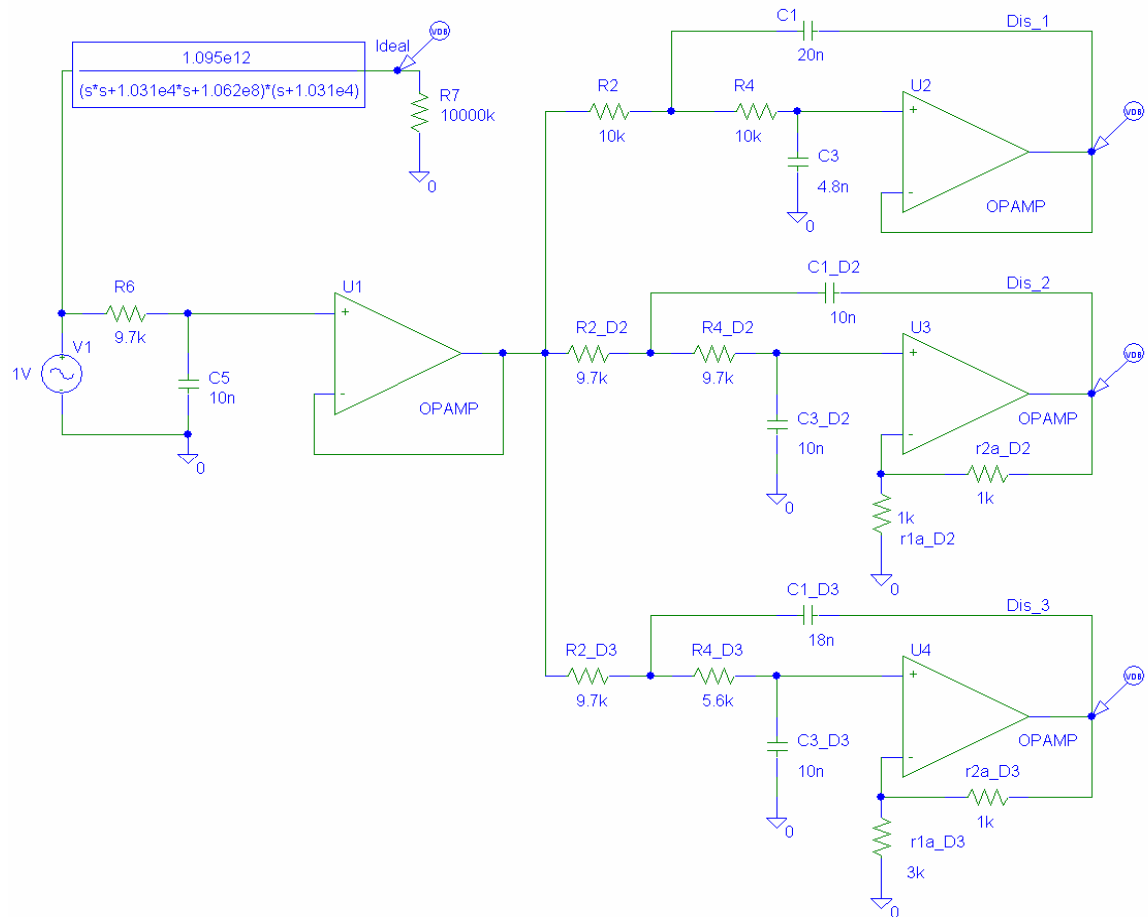
$$C_5 = 10nF$$

$$R_6 = 9,7k\Omega$$

La siguiente figura muestra el esquemático correspondiente para generar las simulaciones de los tres diseños y compararlas respecto a la respuesta ideal.

Se nota que el diseño 2 tiene una ganancia de 6 dB en la banda de paso, el diseño 3 de 2,5 dB y el diseño 1 de 0 dB. De acuerdo a las necesidades de ganancia en la banda de paso se puede incrementar en forma independiente mediante el ajuste de r_{1b} y r_{2b} de la primera etapa. Si fuese necesario disminuirla se puede implementar un divisor resistivo en lugar de R_6 y/o R_2 tal que genere la atenuación necesaria y su paralelo sea el equivalente a R_6 y/o R_2 . Por ejemplo si en el diseño 2 se deseara disminuir la ganancia de 6 dB (1,99) a 2 dB (1,58) podríamos colocar un divisor tal que produzca una atenuación de 0,79 $\Rightarrow R_{6a}/R_{6b} = 9,7 K\Omega$ y $R_{6b}/(R_{6a} + R_{6b}) = 0,79$.

Una posible solución es: $R_{6a} = 10 K\Omega$ y $R_{6b} = 323,33 K\Omega$.



Comparación de las respuestas en frecuencia de los 3 diseños vs respuesta Ideal