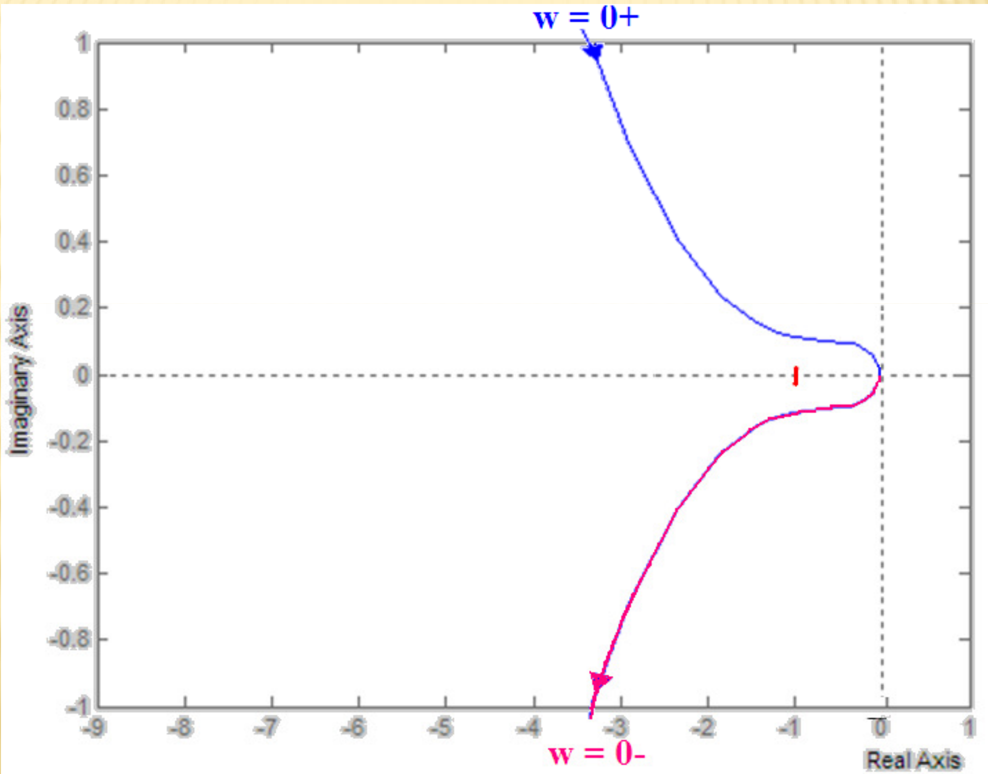
EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE CRITERIO DE NYQUIST ,ROUTH-HURTWITZ, MARGEN DE GANANCIA Y MARGEN DE FASE

por

Ing. Juan José Garcia Abad

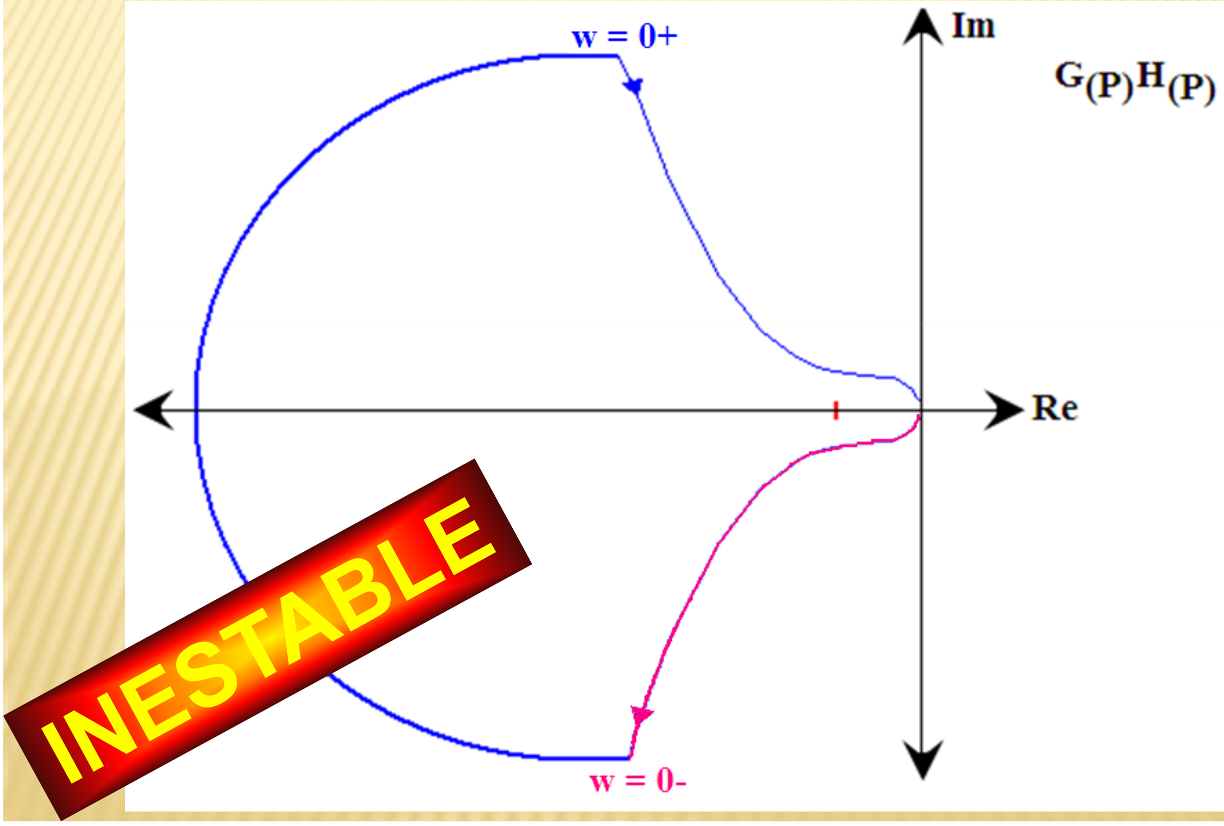
EJEMPLO 1:

$$G_{(P)}H_{(P)} = \frac{10P+5}{P^4+6P^3+4P^2-2P}$$



$$G_{(P)}H_{(P)} = \frac{10P+5}{P^4+6P^3+4P^2-2P}$$

N=Z-P= +1



Aplicamos Routh-Hurtwitz al numerador y denominador de $G_{(P)}H_{(P)}+1$ de la función dada:

$$G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1 = \frac{10P+5}{P^4+6P^3+4P^2-2P} + 1 = \frac{P^4+6P^3+4P^2+8P+5}{P^4+6P^3+4P^2-2P}$$

Numerador de $G_{(P)}H_{(P)}+1$

1.0*P4 + 6.0*P3 + 4.0*P2 + 8.0*P1 + 5.0

P4	1.0000	4.0000	5.0000
P3	6.0000	8.0000	
P2	2.6667	5.0000	
P1	-3.2500		
P0	5.0000		

$$Raices\ Num\Big|_{G_{(P)}\bullet H_{(P)}+1} = 2$$

Denominador de $G_{(P)}H_{(P)}+1$

1.0*P3 + 6.0*P2 + 4.0*P1 + -2.0

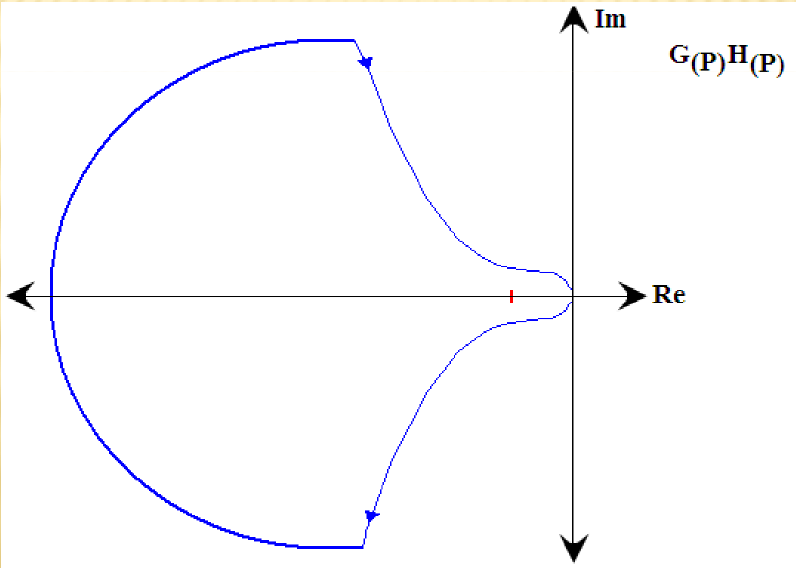
P3	1.0000	4.0000
P2	6.0000	-2.0000
P1	4.3333	
P0	-2.0000	

$$Raices\ Den\Big|_{G_{(P)}\bullet H_{(P)}+1} = 1$$

INESTABLE

$$N = Z - P = Raices\ Num\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} - Raices\ Den\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} =$$

$$N = 2 - 1 = +1$$



N=Z-P= +1

Aplicamos rltools mediante MATLAB
LUGAR DE RAÍCES- MÉTODO DE EVANS

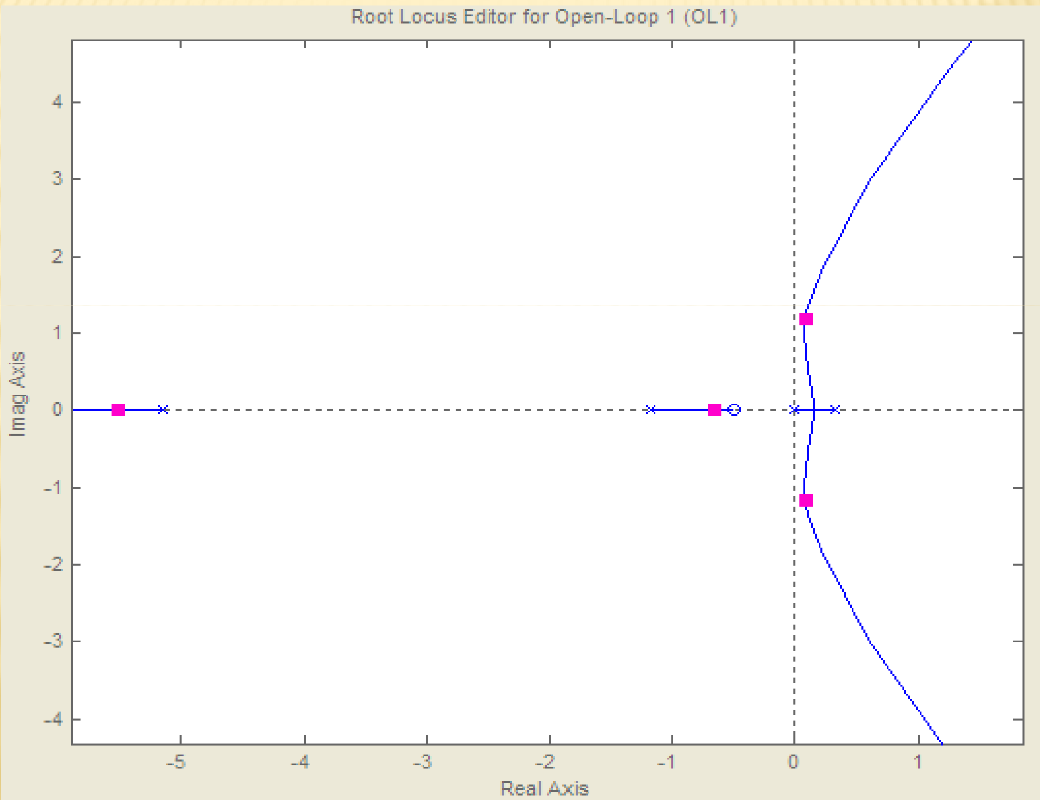


Diagrama de Nyquist de la función dada:

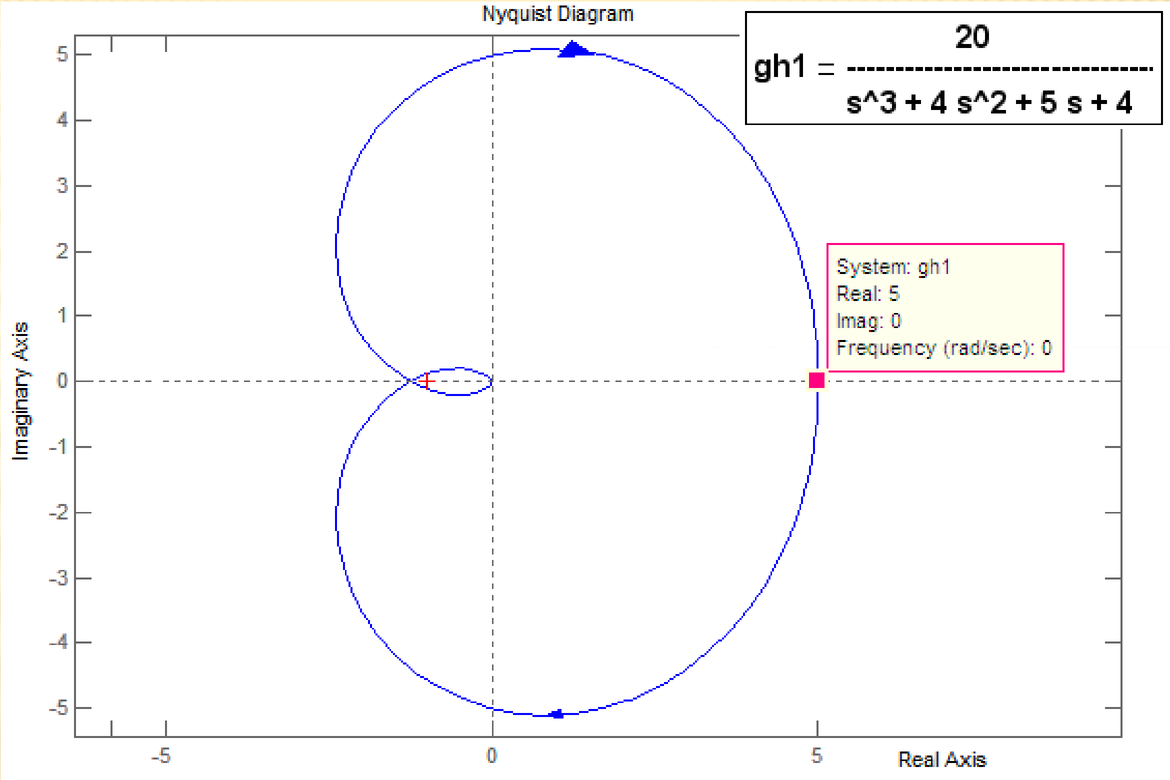
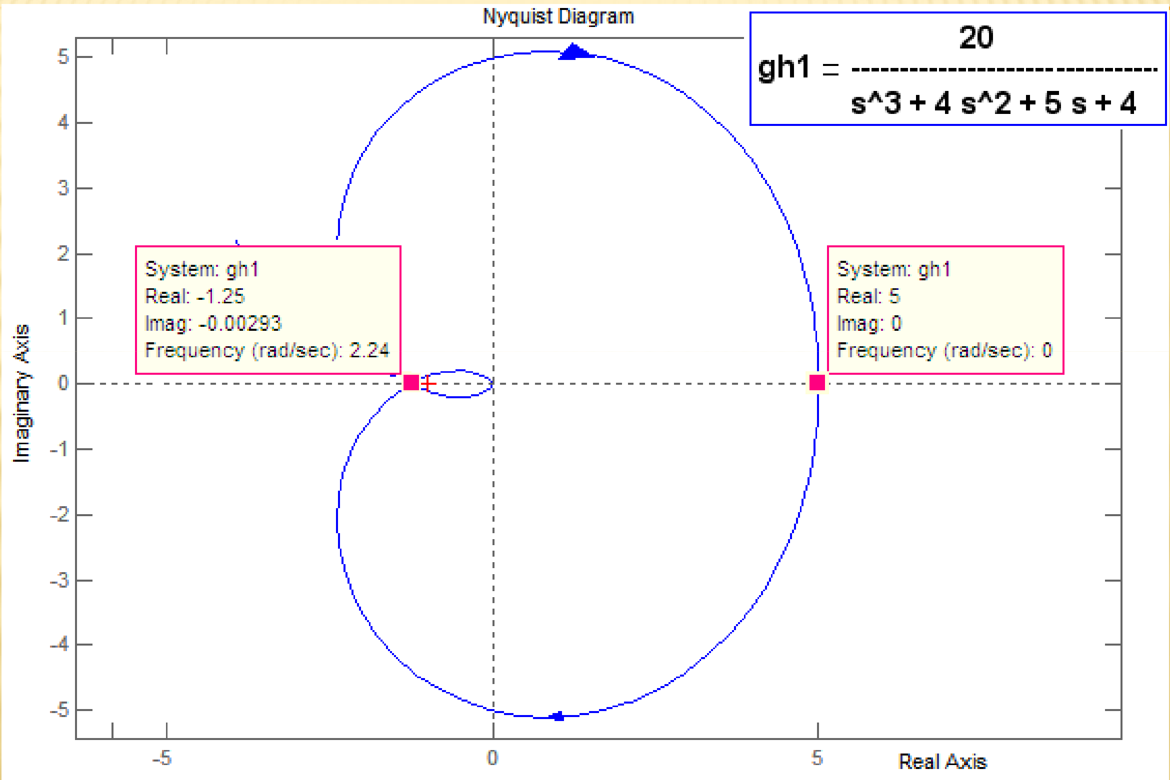
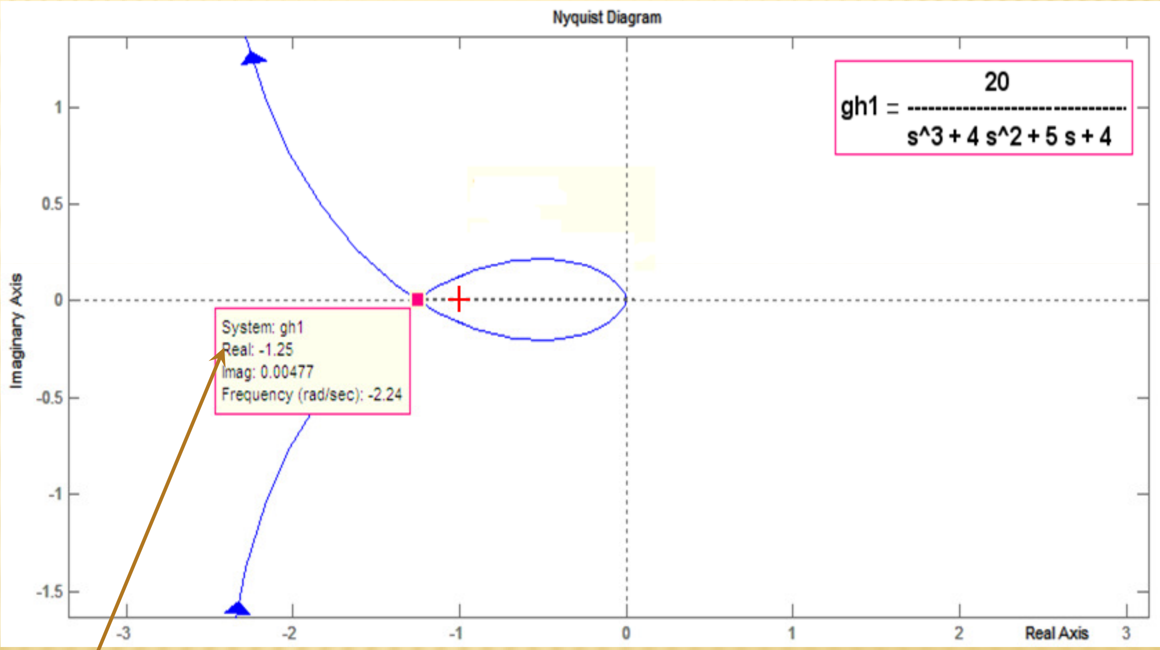


Diagrama de Nyquist de la función dada:

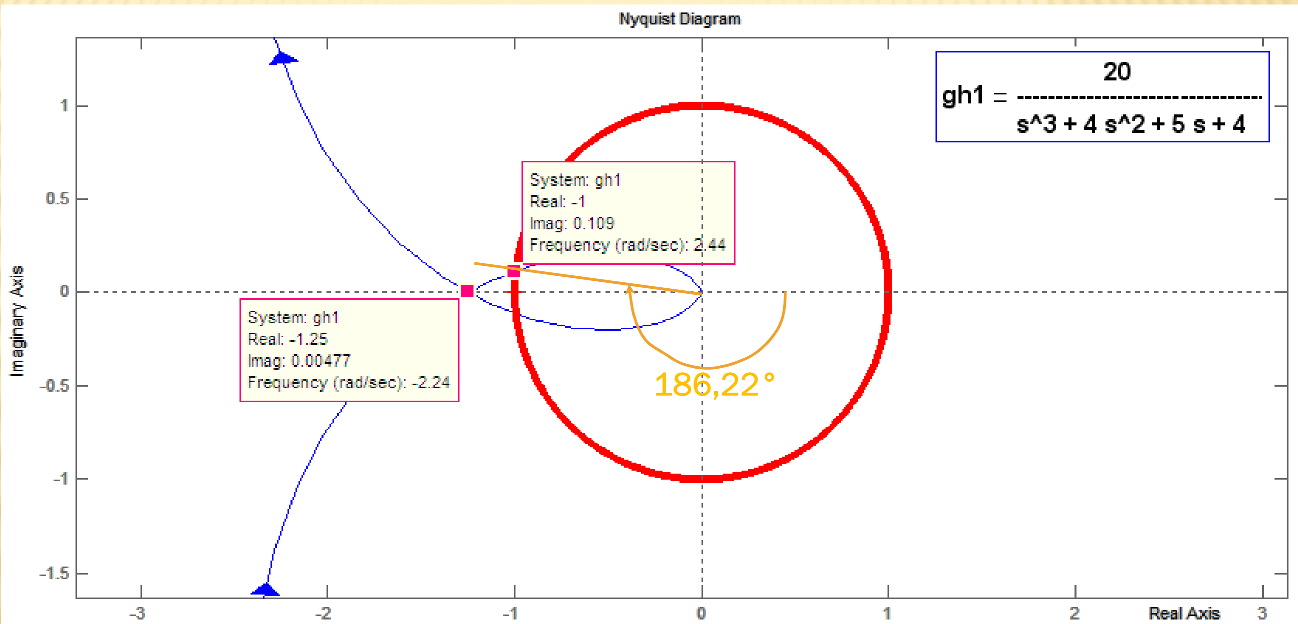


Zoom cercano al Origen. La inversa del módulo del valor de corte sobre el eje real nos da el Margen de Ganancia (MG)



$$MG = 1 / |1{,}25| = 0{,}8$$

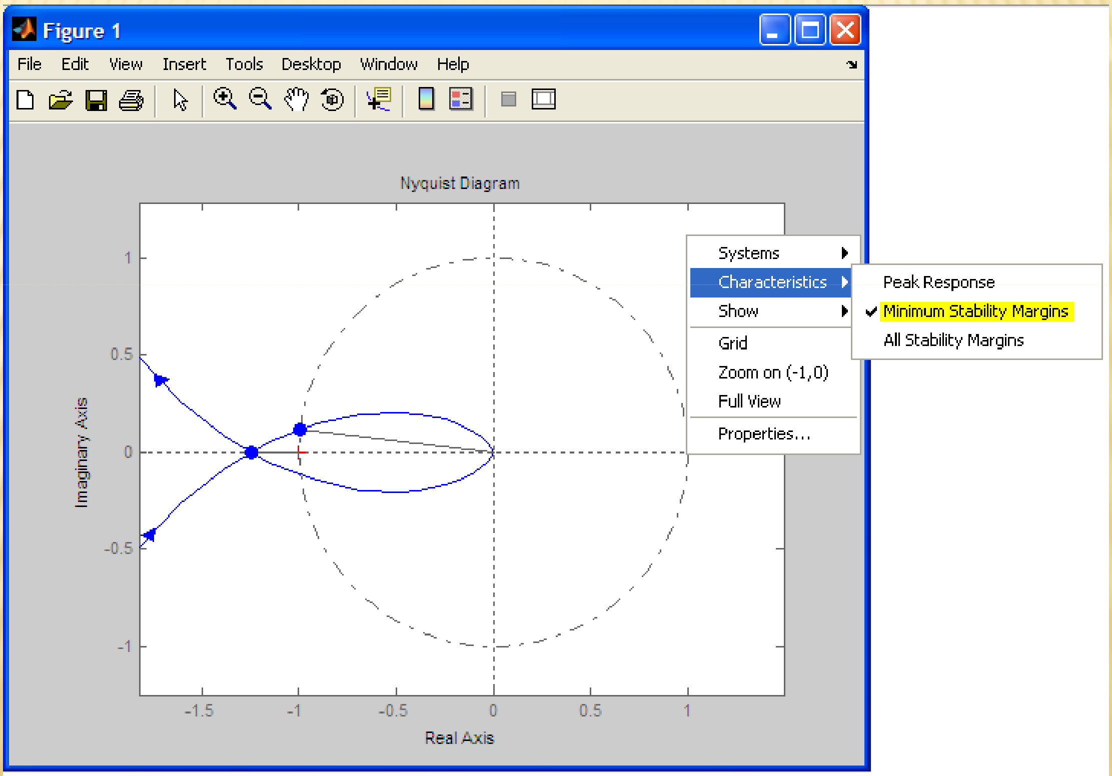
Marcamos un circulo de radio igual a uno para determinar el margen de fase:



$$MF = 180° - \arctan(0{,}109/1) = 180° - 186{,}22°$$

$$MF = -6{,}22°$$

Mediante MATLAB con el boton derecho del MOUSE obtenemos esta información:



Aplicamos la función allmargin de MATLAB™ :

```
>> allmargin(GH_1)

ans =

    GainMargin: 8.000100630845841e-001
   GMFrequency: 2.236079228319969e+000
   PhaseMargin: -6.768749706781921e+000
   PMFrequency: 2.442365492689843e+000
   DelayMargin: 2.524212021912866e+000
   DMFrequency: 2.442365492689843e+000
        Stable: 0
```

```
>> allmargin(GH_1)

ans =

   GainMargin: 8.000100630845841e-001
  GMFrequency: 2.236079228319969e+000
  PhaseMargin: -6.768749706781921e+000
  PMFrequency: 2.442365492689843e+000
  DelayMargin: 2.524212021912866e+000
  DMFrequency: 2.442365492689843e+000
       Stable: 0
```

GainMargin : Margen de ganancia.

GMFrequency : todas las frecuencias que cortan en el angulo -180° en [rad/seg].

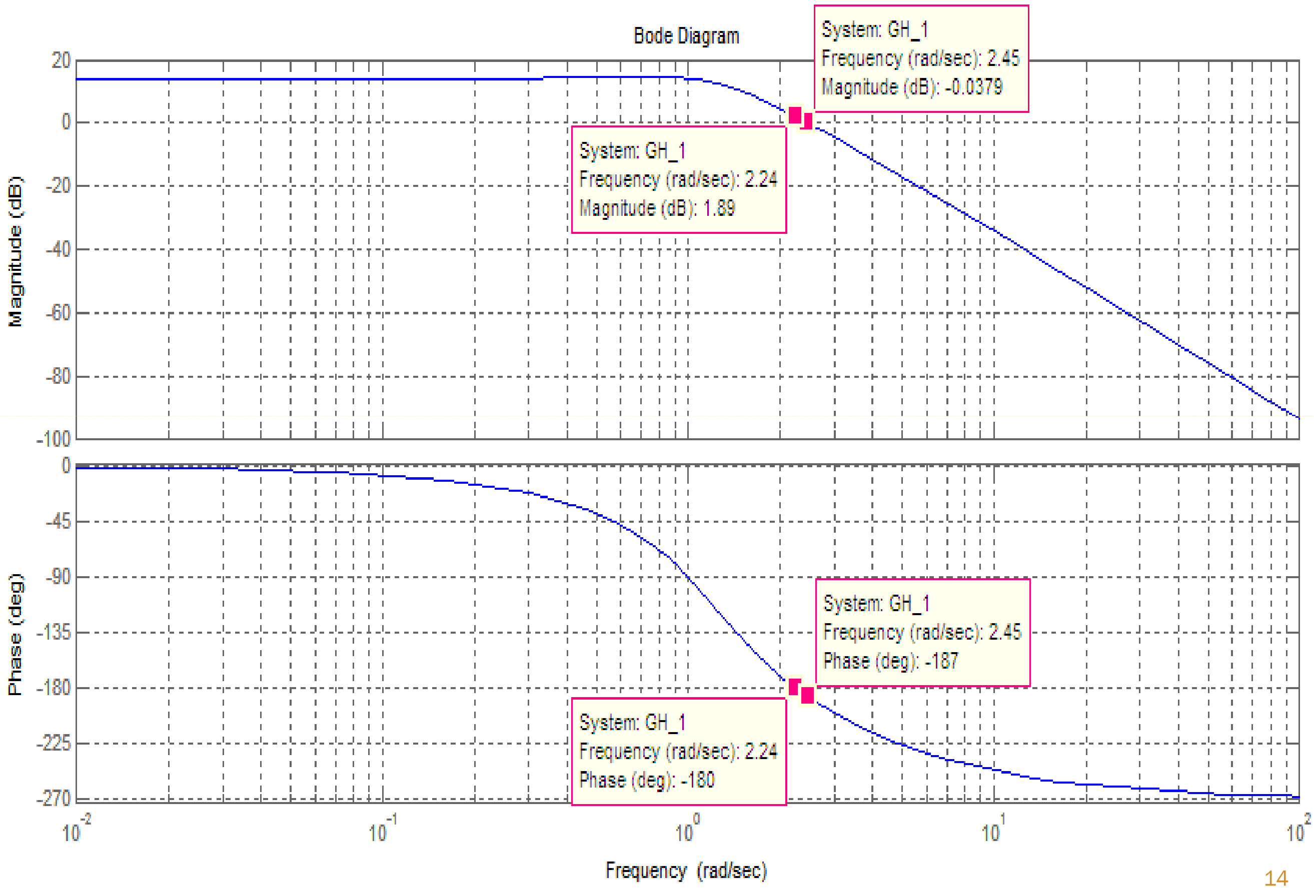
PhaseMargin : Margen de Fase en °

PMFrequency : todas las frecuencias que tienen una ganancia de 0 dB en [rad/seg].

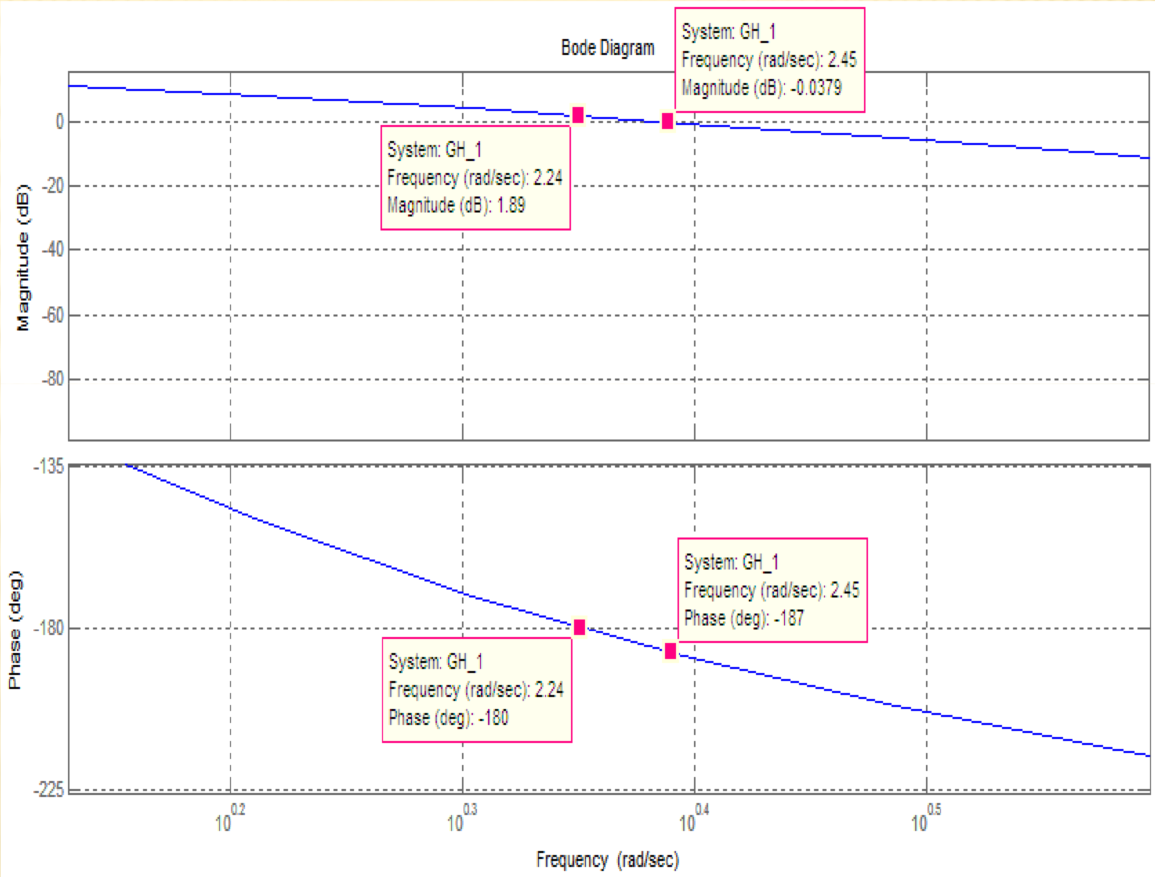
DelayMargin-DMFrequency : frecuencias críticas y sus correspondientes margenes de retraso.

Stable : estabilidad del sistema en lazo cerrado -> 1 estable, 0 inestable

Diagrama de BODE de la función dada:



Zoom en la zona de interés:



Zoom en la zona de interés:

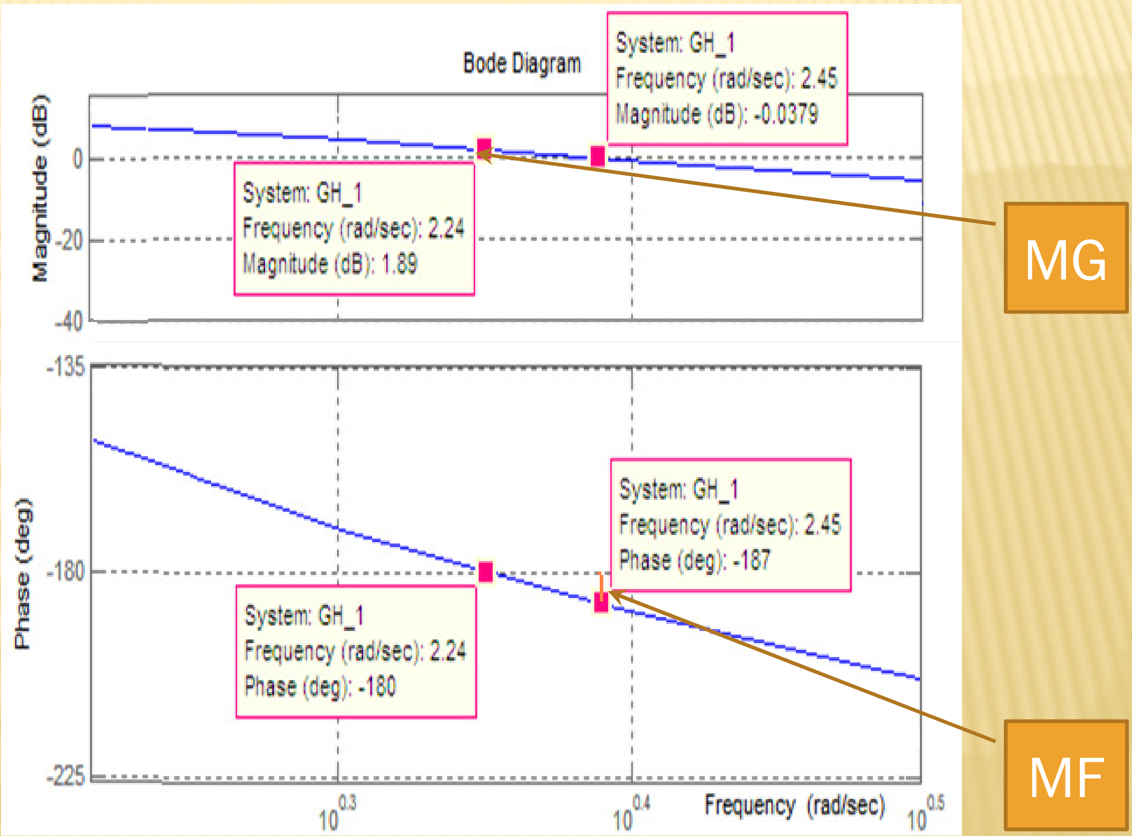
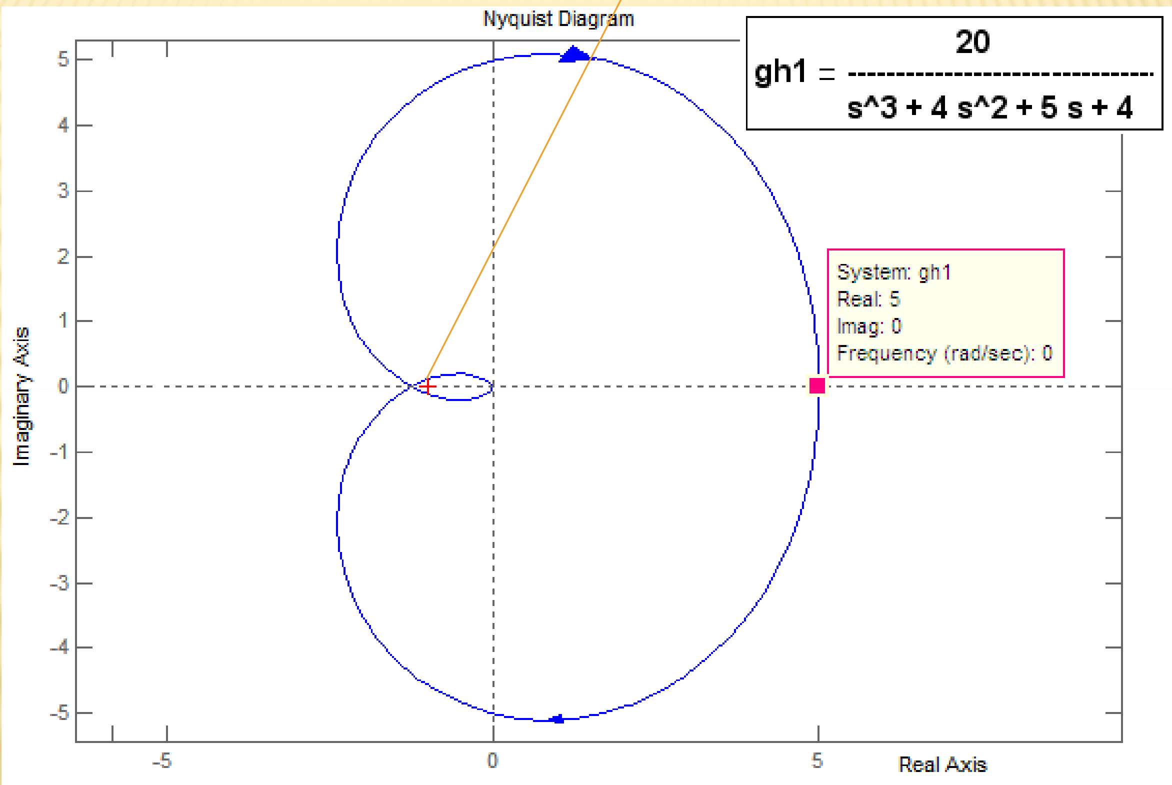


Diagrama de Nyquist de la función dada:



Aplicando criterio de Nyquist N=Z-P=2 ⟶ Inestable

Aplicamos Routh-Hurtwitz al numerador y denominador de G(P) H(P) +1 de la función dada:

$$G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1 = \frac{20}{P^3 + 4P^2 + 5\ P^2 + 4} + 1 = \frac{P^3 + 4P^2 + 5\ P^2 + 24}{P^3 + 4P^2 + 5\ P^2 + 4}$$

Numerador de G(P) H(P) +1

1 x P3 + 4 x P2 + 5 x P1 + 24

P3	1	5
P2	4	24
P1	-1	
P0	24	

$$Raices\ Num\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} = 2$$

INESTABLE

Denominador de G(P) H(P) +1

1 x P3 + 4 x P2 + 5 x P1 + 4

P3	1	5
P2	4	4
P1	4	
P0	4	

$$Raices\ Den\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} = 0$$

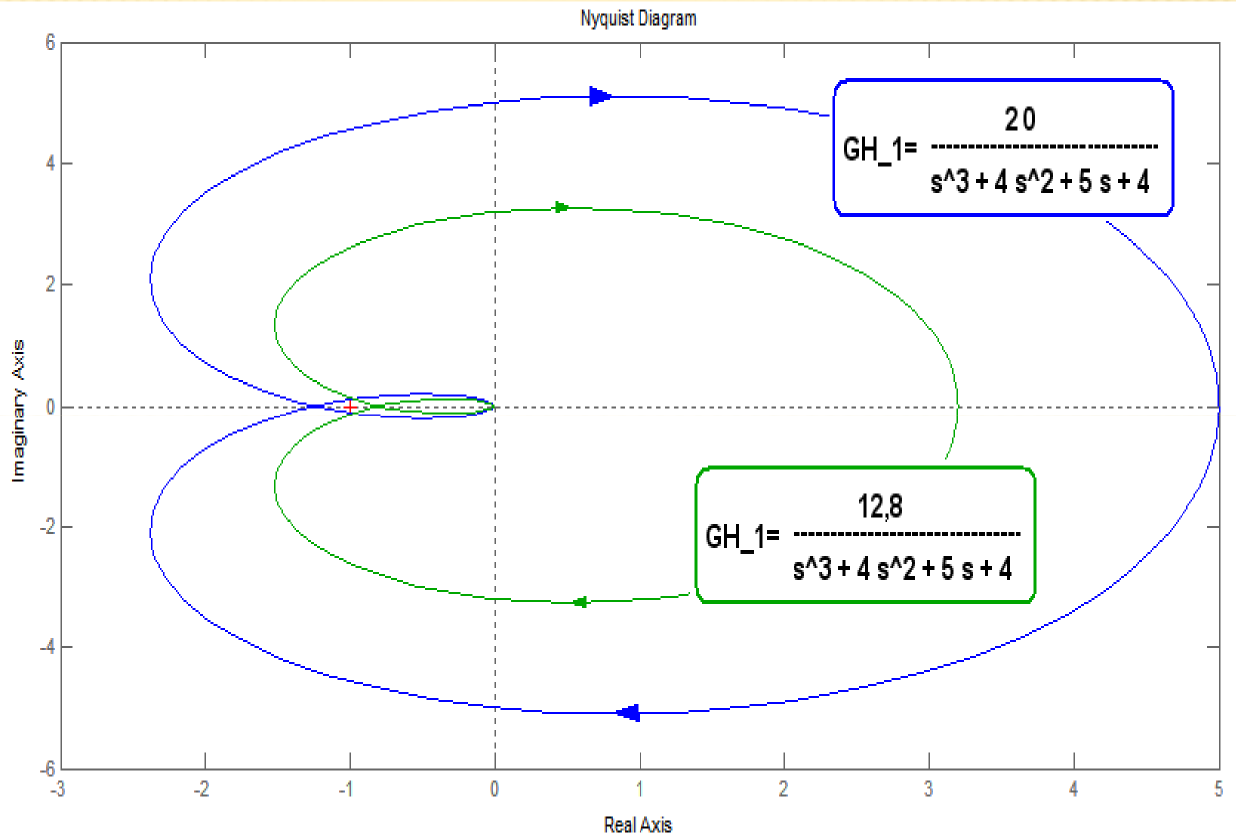
Al aplicar Routh-Hurtwitz al numerador y al denominador de $G_{(P)}\,H_{(P)} + 1$ de la función dada, se obtuvo dos raices del numerador y cero raices en el denominador, esta es la razón por la cual el diagrama de Nyquist nos dio dos rodeos en sentido positivo, es decir :

$$N = Z - P = Raices_{NUM|(G_{(P)}H_{(P)}+1)} - Raices_{DEN|(G_{(P)}H_{(P)}+1)}$$

$$N = 2 - 0 = +2$$

La función dada es INESTABLE pues tenemos dos raices en el numerador de G(P) H(P) +1 de acuerdo a los resultados de aplicar Routh-Hurtwitz

Estabilizamos el Sistema reduciendo la ganancia para un Margen de de 1,25 , por lo que el Diagrama de Nyquist pasará por -0,8



Aplicamos Routh-Hurtwitz para la nueva ganancia:

$$G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1 = \frac{12{,}8}{P^3 + 4P^2 + 5\ P^2 + 4} + 1 = \frac{P^3 + 4P^2 + 5\ P^2 + 16{,}8}{P^3 + 4P^2 + 5\ P^2 + 4}$$

Numerador de G(P) H(P) +1

1 x P3 + 4 x P2 + 5 x P1 + 16,8		
P3	1	5
P2	4	16,8
P1	0,8	
P0	16,8	

Denominador de G(P) H(P) +1

1 x P3 + 4 x P2 + 5 x P1 + 4		
P3	1	5
P2	4	4
P1	4	
P0	4	

ESTABLE

$$Raices\ Num\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1} = 0$$

$$Raices\ Den\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1} = 0$$

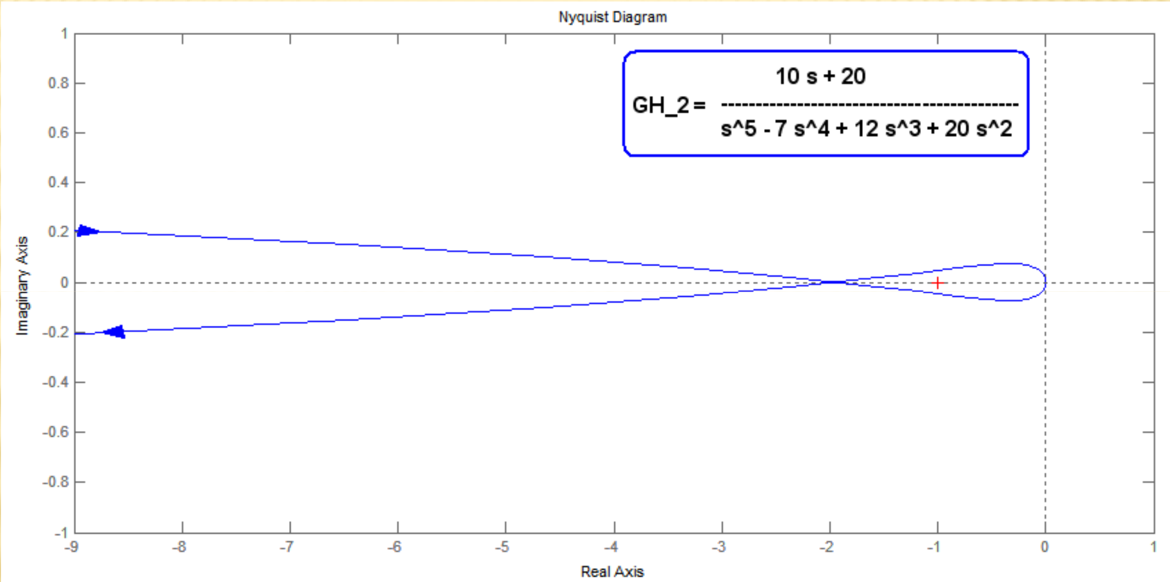
Aplicamos MATLAB™ al sistema corregido:

```
>> allmargin(GH_1)

ans =

   GainMargin: 1.250015723569663e+000
  GMFrequency: 2.236079228319969e+000
  PhaseMargin: 7.593041898465681e+000
  PMFrequency: 2.042532665809892e+000
  DelayMargin: 6.488198871353655e-002
  DMFrequency: 2.042532665809892e+000
       Stable: 1
```

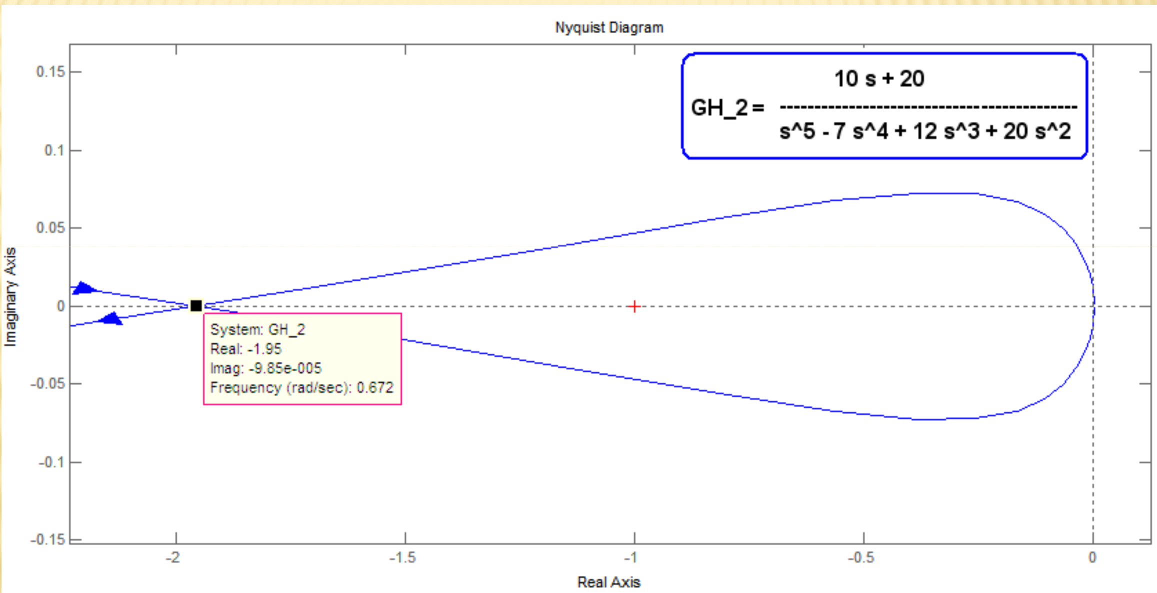

2° Función para el ejemplo :

$$G_{(P)} \bullet H_{(P)} = \frac{10\ P + 20}{P^5 - 7P^4 + 12\ P^3 + 20\ P^2}$$

Diagrama de Nyquist de la función dada:



Zoom cercano al Origen. La inversa del módulo del valor de corte sobre el eje real nos da el Margen de Ganancia (MG)



MG = 1 / |1,95| = 0,512

Zoom del Diagrama de Nyquist de la función , Vemos el valor de corte al eje imaginario :

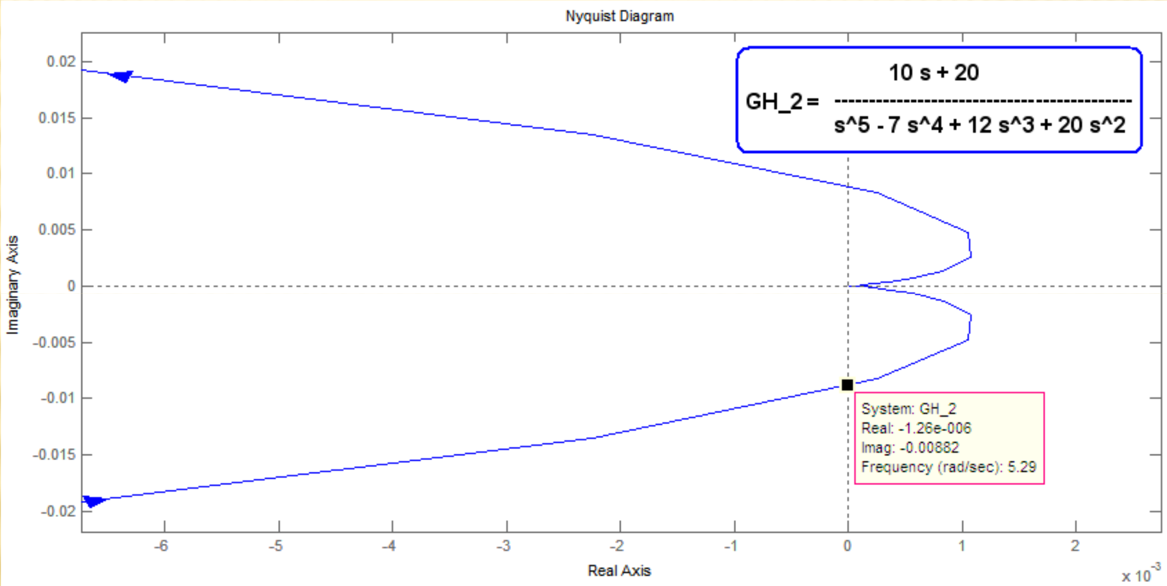
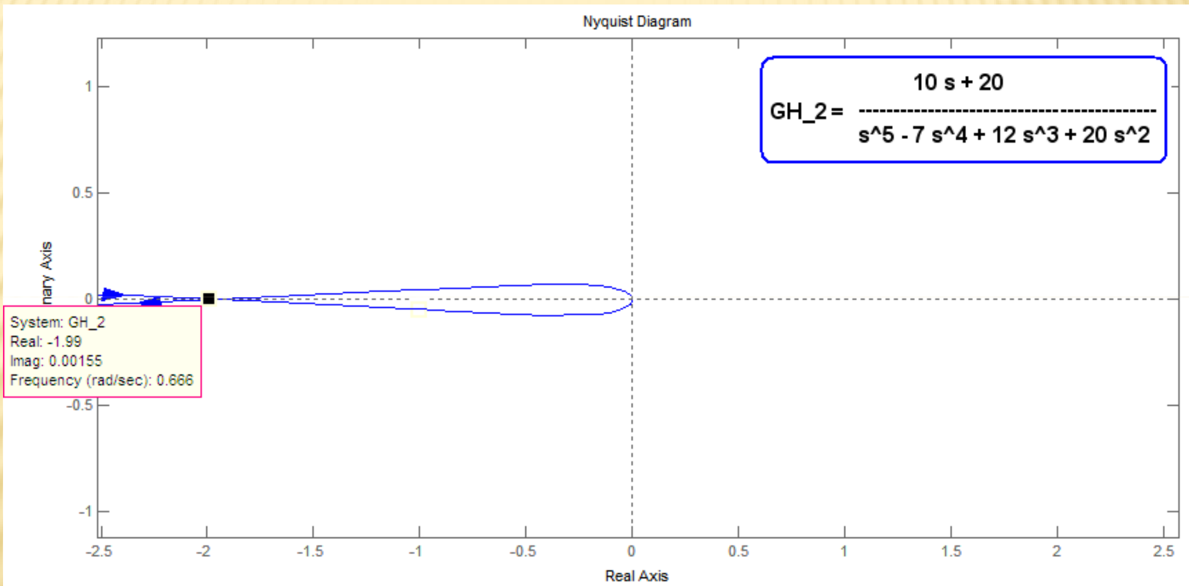
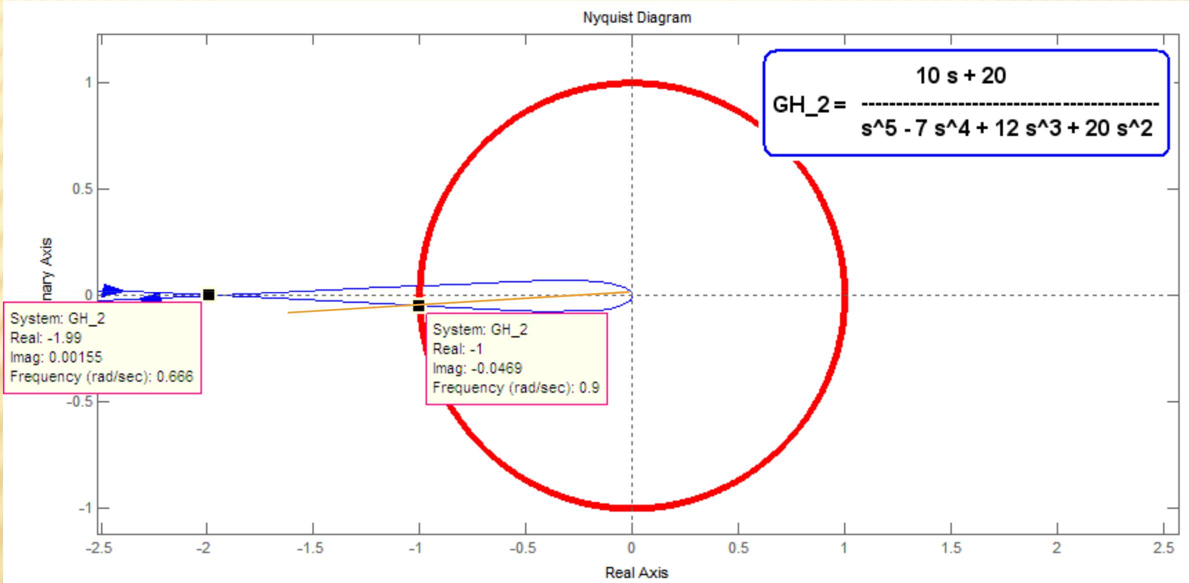


Diagrama de Nyquist de la función :



Marcamos un circulo de radio igual a uno para determinar el margen de fase:



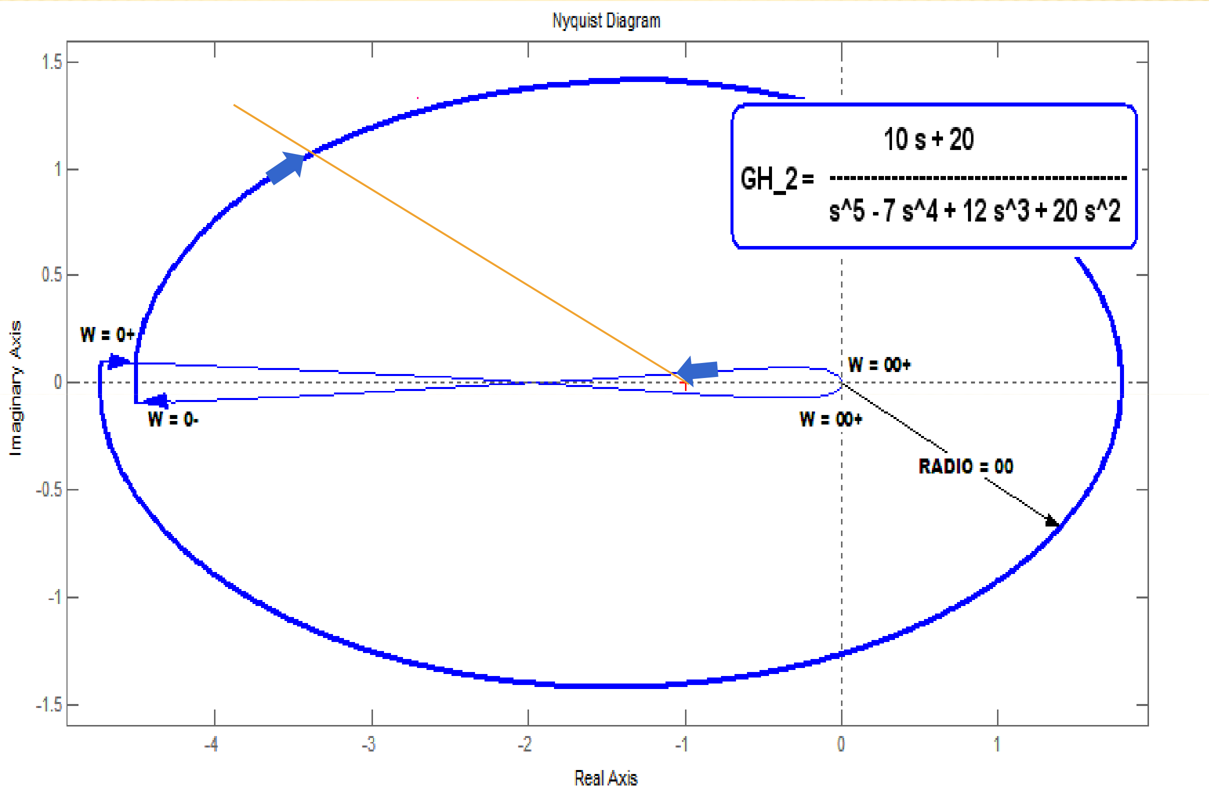
MF = 180° - artan(0,0469/1)=180° - 177,3147°

MF+ 2,685°

Aplicamos MATLAB™ al sistema :

```
>> allmargin(GH_2)

ans =

   GainMargin: [0 5.132724935873143e-001]
  GMFrequency: [0 6.664878614702460e-001]
  PhaseMargin: 2.702366971242474e+000
  PMFrequency: 8.929695303561643e-001
  DelayMargin: 5.281837693444709e-002
  DMFrequency: 8.929695303561643e-001
       Stable: 0
```

Hacemos el cierre del diagrama para S --> 0



Aplicando criterio de Nyquist N=Z-P=0 → No se sabe

Aplicamos Routh-Hurtwitz al numerador y denominador de G(P) H(P) +1 de la función dada:

$$G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1 = \frac{10\,P + 20}{P^5 - 7P^4 + 12\,P^3 + 20\,P^2} + 1 = \frac{P^5 - 7P^4 + 12\,P^3 + 20\,P^2 + 10\,P + 20}{P^5 - 7P^4 + 12\,P^3 + 20\,P^2}$$

Numerador de G(P) H(P) +1

1 x P5 + -7 x P4 + 12 x P3 + 20 x P2 + 10 x P1 + 20

P5	1	12	10
P4	-7	20	20
P3	14,8571	12,8571	
P2	26,0577	20	
P1	1,4539		
P0	20		

Denominador de G(P) H(P) +1

1 x P3 + -7 x P2 + 12 x P1 + 20

P3	1	12
P2	-7	20
P1	14,8571	
P0	20	

$$Raices\ Den\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} = 2$$

$$Raices\ Num\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} = 2$$

INESTABLE

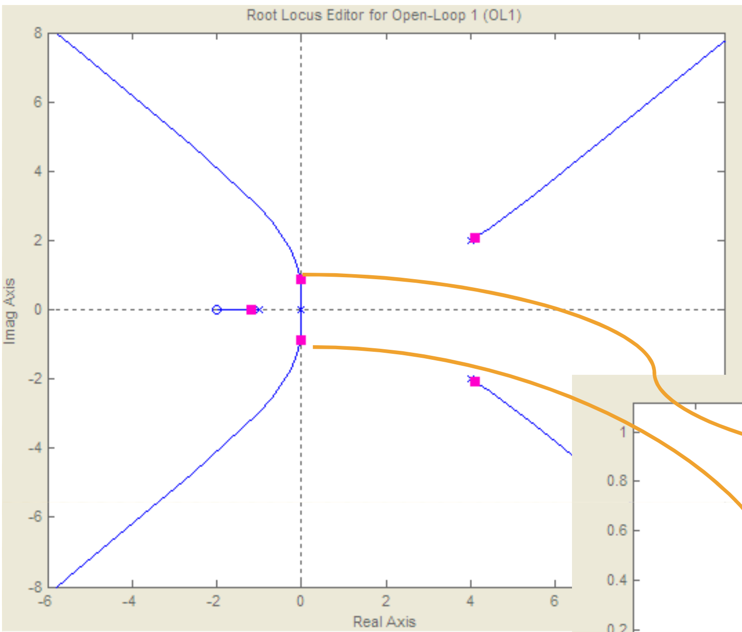
Al aplicar Routh-Hurtwitz al numerador y al denominador de $G_{(P)} H_{(P)} + 1$ de la función dada, se obtuvo que las raices del numerador eran dos igual que las raices del denominador, esta es la razón por la cual el diagrama de Nyquist nos dio Cero rodeo es decir :

$$N = Z - P = Raices_{NUM|(G_{(P)}H_{(P)}+1)} - Raices_{DEN|(G_{(P)}H_{(P)}+1)}$$

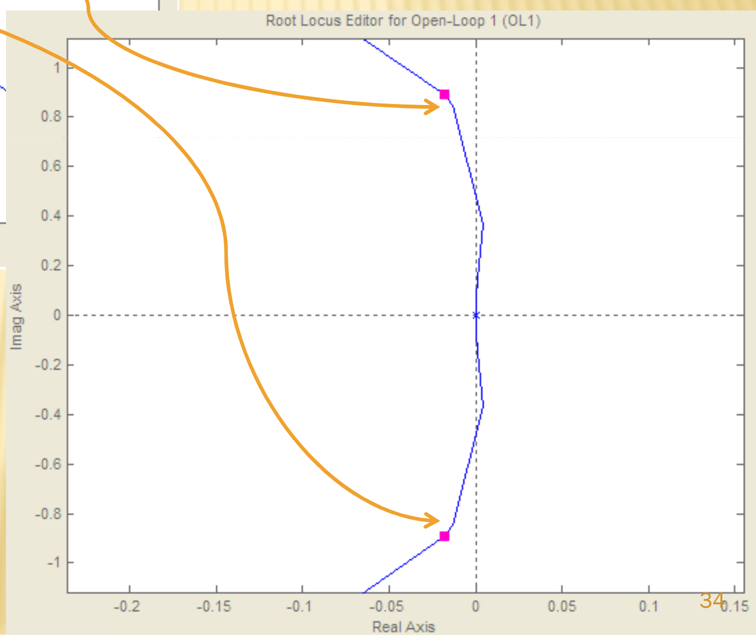
$$N = 2 - 2 = 0$$

La función dada es INESTABLE pues tenemos dos raices en el numerador de G(P) H(P) +1 de acuerdo a los resultados de aplicar Routh-Hurtwitz

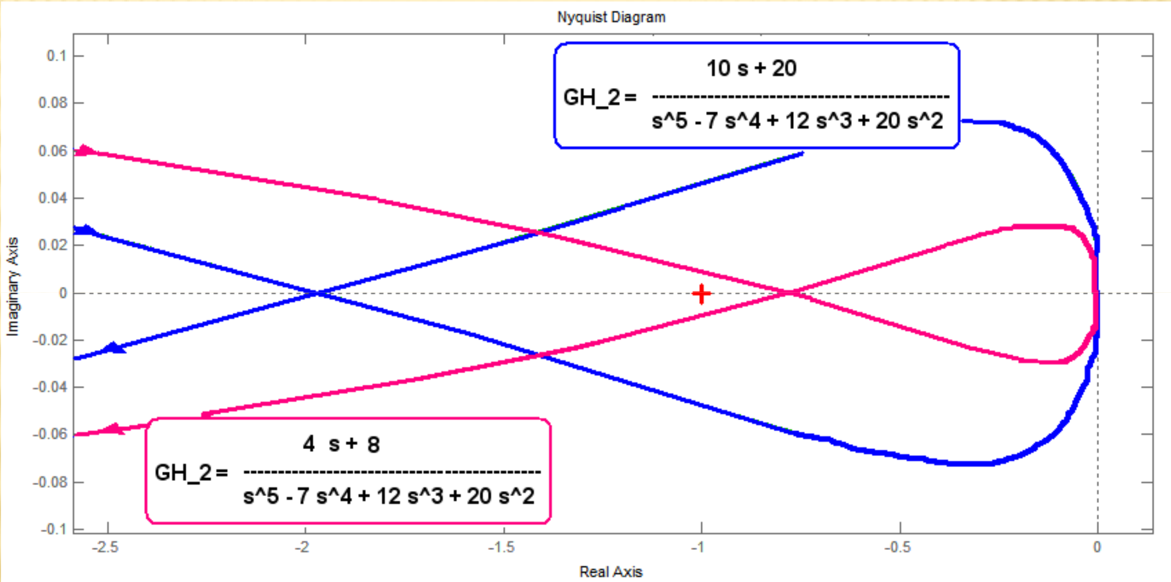
Aplicamos rltools en MATLAB




```
>> num=([10,20])
>> den=([1,-7,12,20,0,0])
>> a=tf(num,den)

Transfer function:
          10 s + 20
---------------------------------------
s^5 - 7 s^4 + 12 s^3 + 20 s^2

>> rltool(a)
```



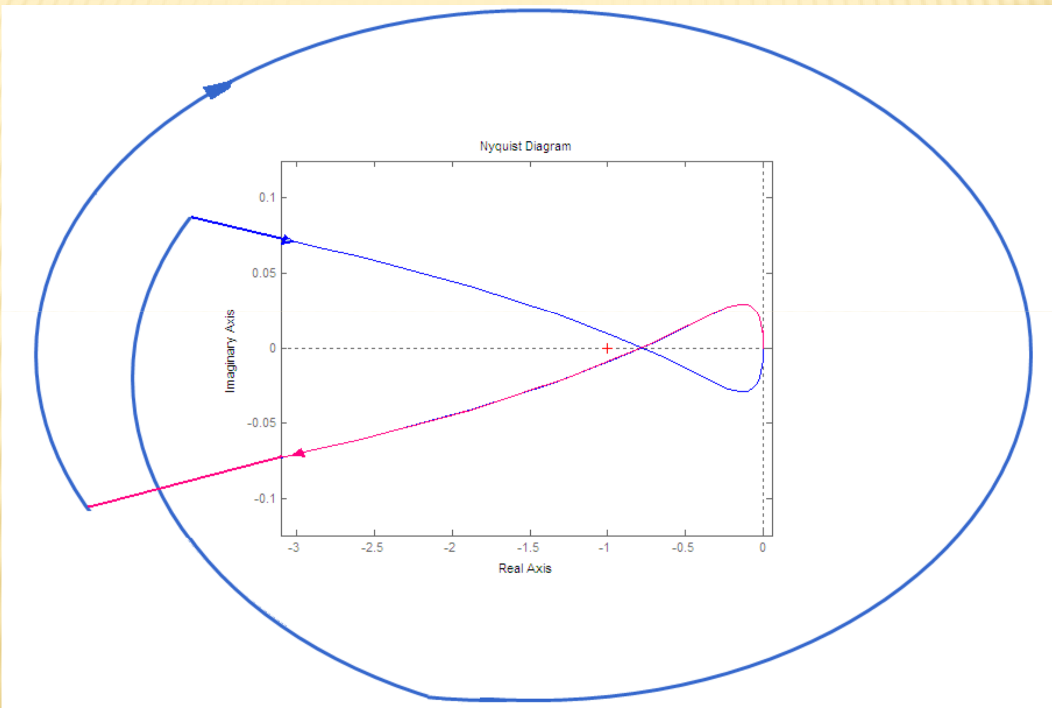
Como ejemplo adicional reducimos la ganancia de 10 a 4 para demostrar algunos resultados



Aplicando criterio de Nyquist N=Z-P =+2

→ Sistema Inestable

$$GH\_2 = \frac{4\ s + 8}{s^5 - 7 s^4 + 12 s^3 + 20 s^2}$$



N =Z – P = +2

Aplicamos Routh-Hurtwitz al numerador y denominador de G(P) H(P) +1 de la función :

$$G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1 = \frac{4\ P + 8}{P^5 - 7P^4 + 12\ P^3 + 20\ P^2} + 1 = \frac{P^5 - 7P^4 + 12\ P^3 + 20\ P^2 + 4\ P + 8}{P^5 - 7P^4 + 12\ P^3 + 20\ P^2}$$

Numerador de G(P) H(P) +1

```
************************************************************************
 1 x P5 +  - 7 x P4 + 12 x P3 + 20 x P2 +  4 x P1 +  8
************************************************************************
```

P5	1	12	4
P4	-7	20	8
P3	14,8571	5,1429	
P2	22,4231	8	
P1	-0,1578		
P0	8		

$$Raices\ Num\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1} = 4$$

Denominador de G(P) H(P) +1

```
************************************************
 1 x P3 +   -7 x P2 + 12 x P1 + 20
************************************************
```

P3	1	12
P2	-7	20
P1	14,8571	
P0	20	

$$Raices\ Den\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1} = 2$$

INESTABLE

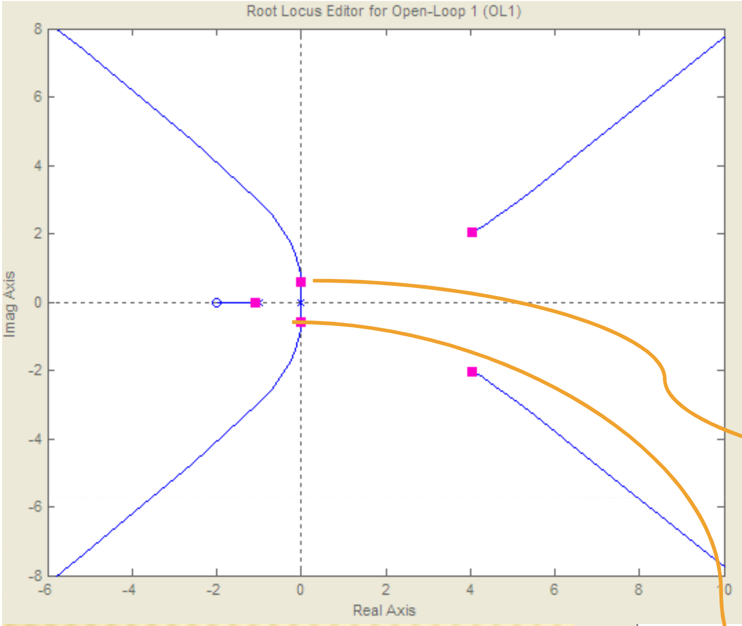
Al aplicar Routh-Hurtwitz al numerador y al denominador de G(P) H(P) +1 de la función dada, se obtuvo que las raices del numerador eran cuatro mientras que las raices del denominador fueron dos, esta es la razón por la cual el diagrama de Nyquist nos dio dos rodeos positivos , es decir :

$$N = Z - P = Raices_{NUM|(G_{(P)}H_{(P)}+1)} - Raices_{DEN|(G_{(P)}H_{(P)}+1)}$$

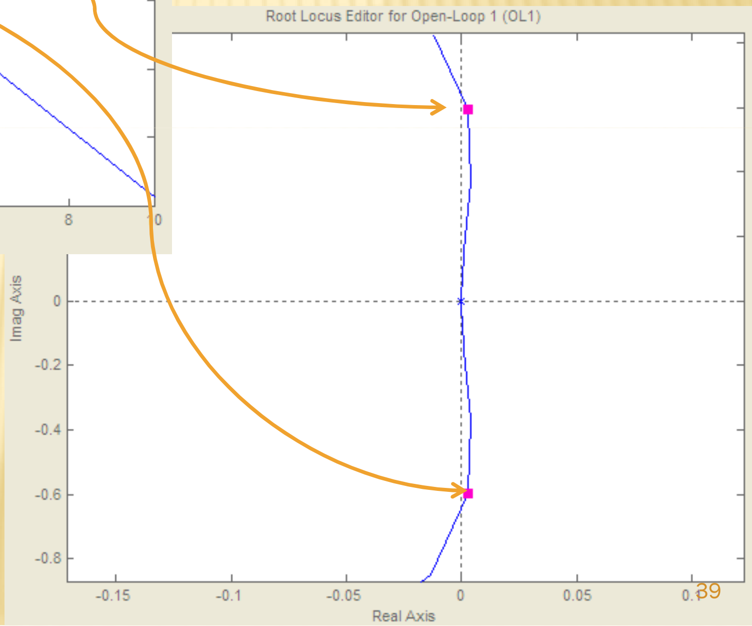
$$N = 4 - 2 = 2$$

La función dada es INESTABLE pues tenemos cuatro raices en el numerador de G(P) H(P) +1 de acuerdo a los resultados de aplicar Routh-Hurtwitz

Aplicamos rltools en MATLAB



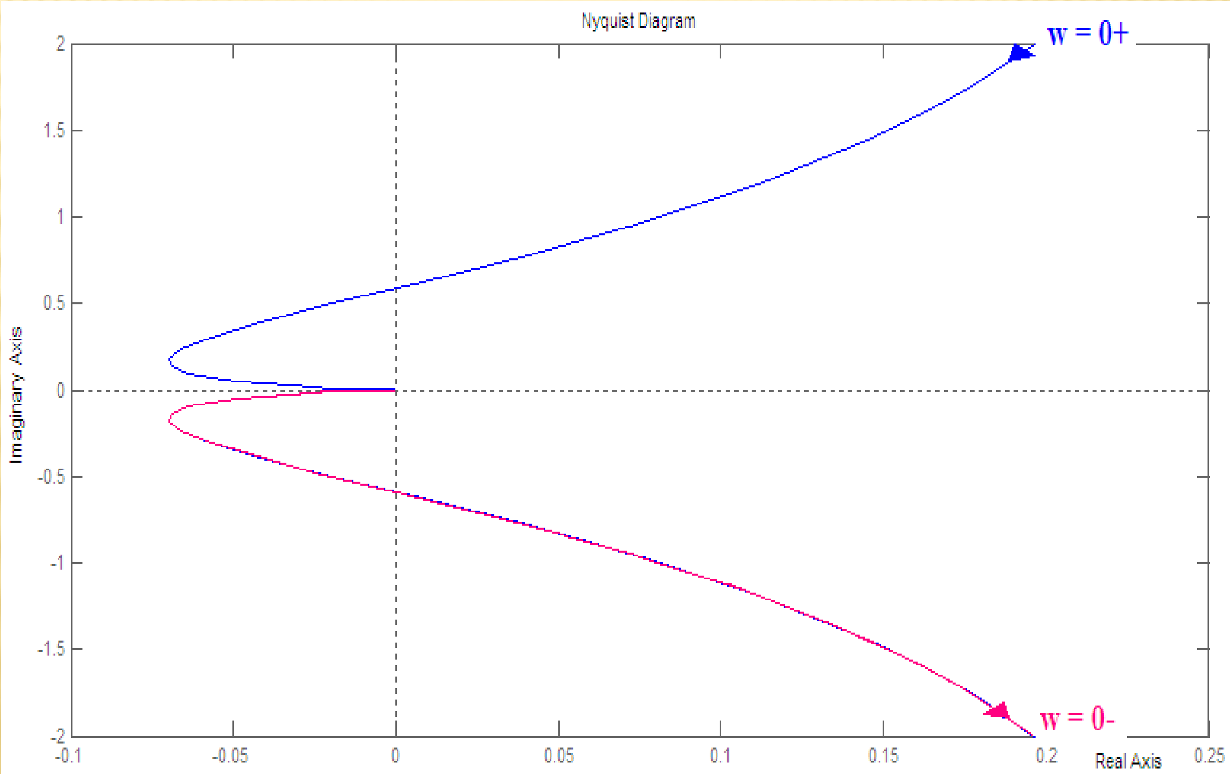

```
>> num=([4,8])
>> den=([1,-7,12,20,0,0])
>> a=tf(num,den)

Transfer function:
          4 s + 8
---------------------------------------------
s^5 - 7 s^4 + 12 s^3 + 20 s^2

>> rltool(a)
```



CASOS ESPECIALES !!!!!!

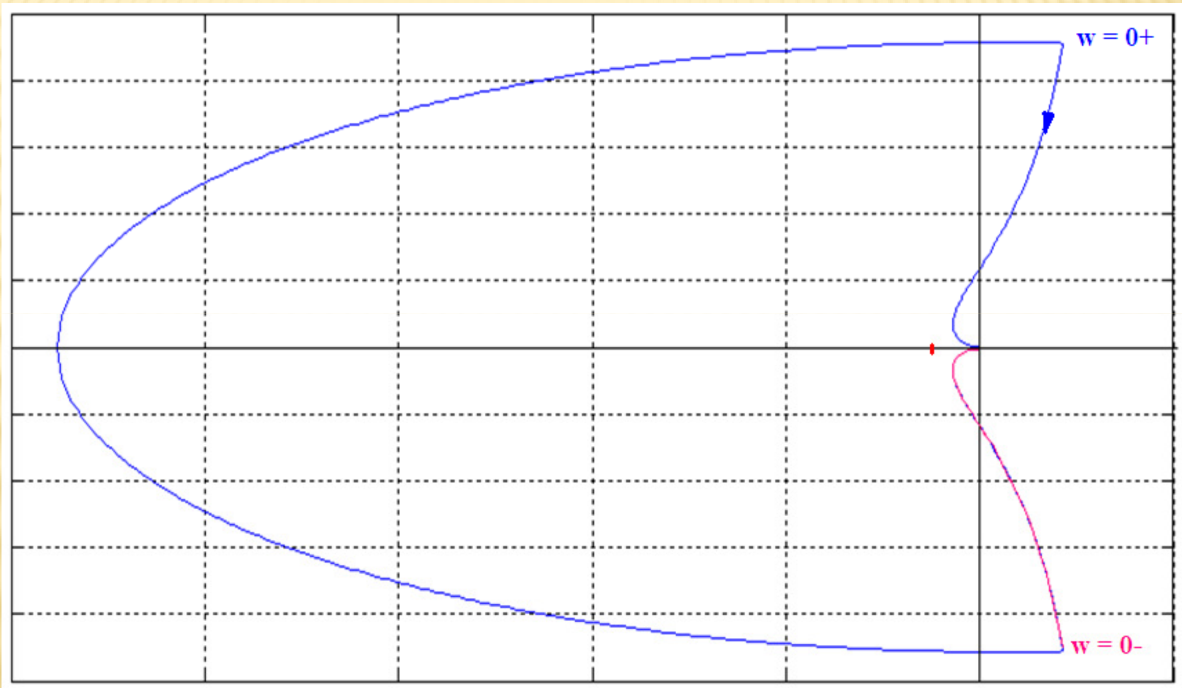
EJEMPLOS DE APLICACIÓN DE CRITERIO DE NYQUIST Y ROUTH-HURTWITZ

$$G_{(P)} * H_{(P)} = \frac{10P+40}{P^3 - 6P^2 - 16P}$$



$$G_{(P)} * H_{(P)} = \frac{10P+40}{P^3 - 6P^2 - 16P}$$

CIERRE PARA P→**0**



N =Z – P = +1

INESTABLE

Aplicamos Routh-Hurtwitz al numerador y denominador de G(P) H(P) +1 de la función :

$$G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1 = \frac{10\ P + 40}{P^3 - 6\ P^2 - 16\ P} + 1 = \frac{P^3 - 6\ P^2 - 6\ P + 40}{P(P^2 - 6\ P - 16)}$$

Numerador de G(P) H(P) +1

```
************************************************************
1.0*P3 +   -6.0*P2 +   -6.0*P1 +   40.0
************************************************************
P3 |   1.0000    -6.0000
P2 |  -6.0000    40.0000
P1 |   0.6667
P0 |  40.0000
```

$$Raices\ Num\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1} = 2$$

Denominador de G(P) H(P) +1

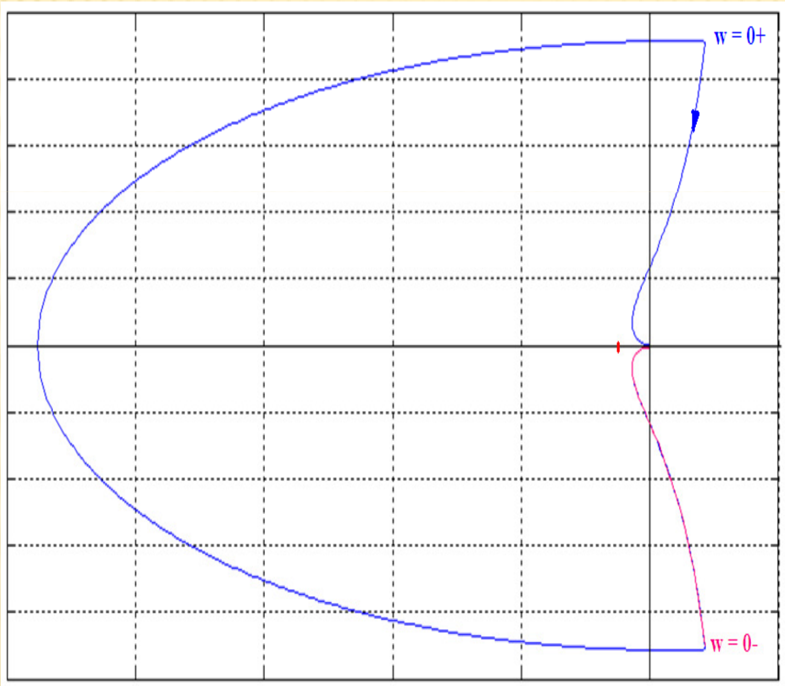
```
*****************************************
1.0*P2 +   -6.0*P1 +   -16.0
*****************************************
P2 |   1.0000   -16.0000
P1 |  -6.0000     0.0000
P0 | -16.0000
```

$$Raices\ Den\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1} = 1$$

INESTABLE

$$N = Z - P = Raices\ Num\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1} - Raices\ Den\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1} =$$

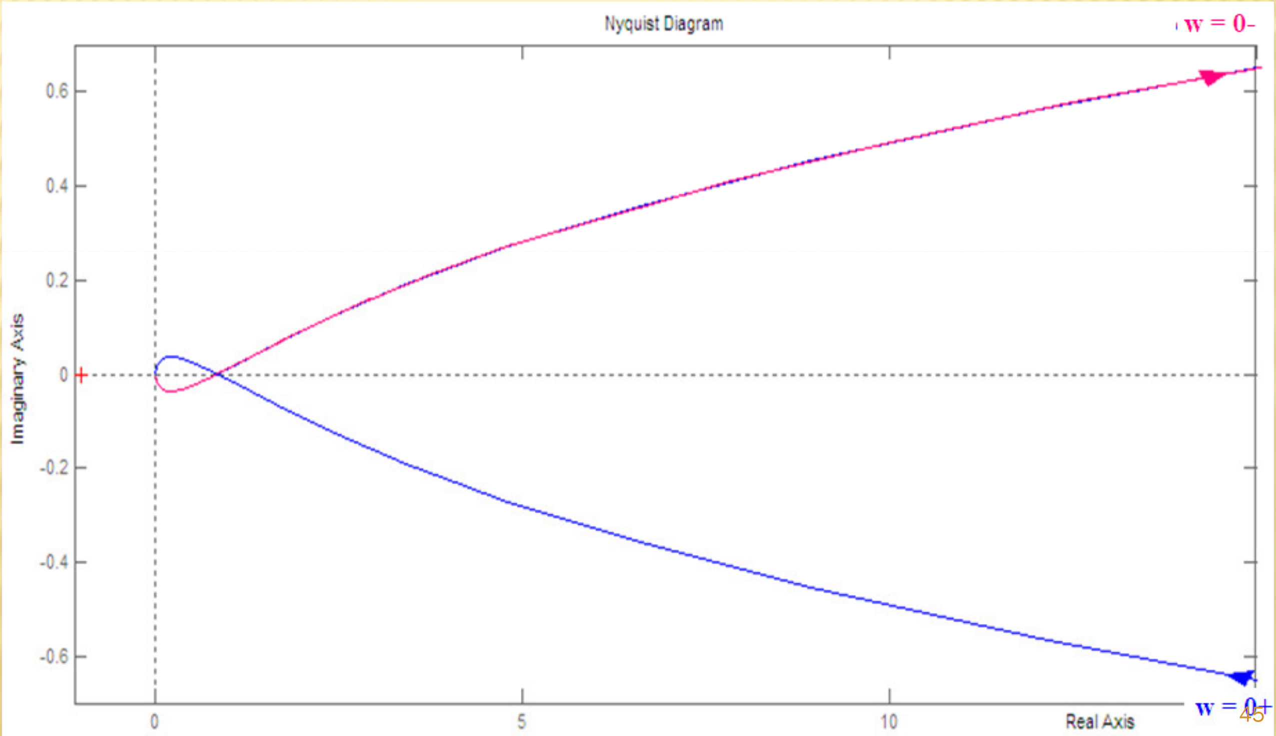
$$N = 2 - 1 = +1$$



N =Z – P = +1

INESTABLE

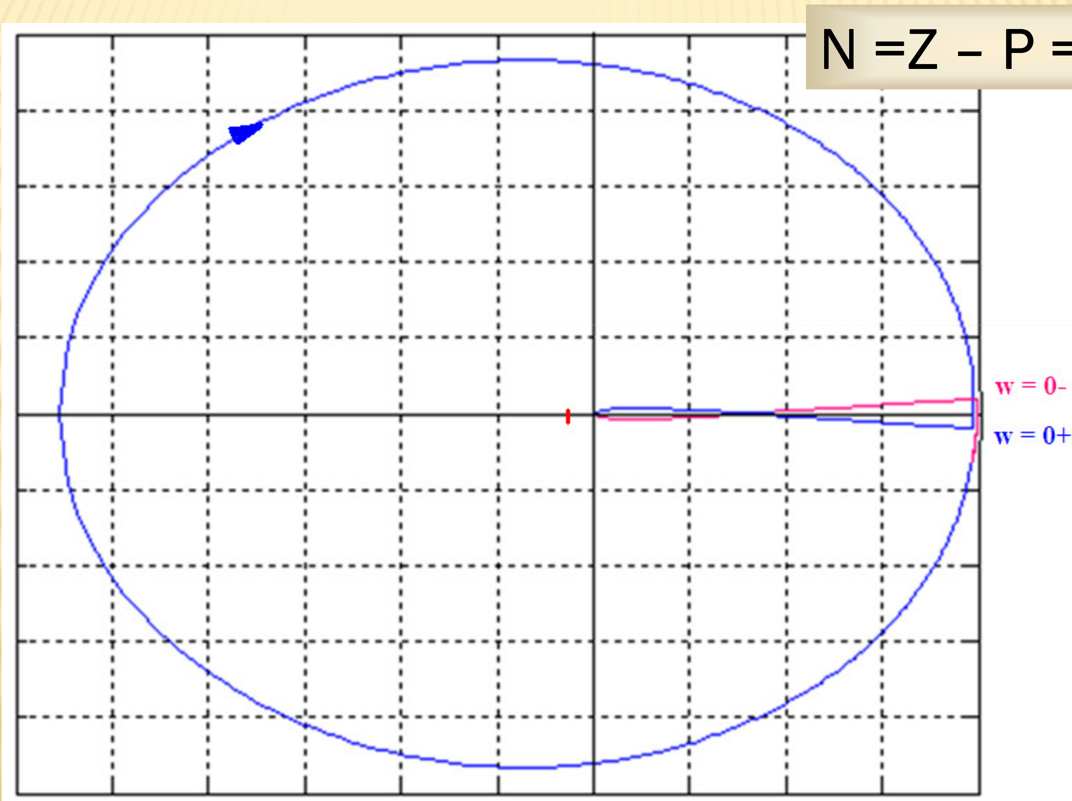
$$G_{(P)} * H_{(P)} = \frac{10P+40}{P^4 - 6P^3 - 16P^2}$$



$$G_{(P)} * H_{(P)} = \frac{10P+40}{P^4 - 6P^3 - 16P^2}$$

CIERRE PARA P→**0**

N =Z – P = +1



Aplicamos Routh-Hurtwitz al numerador y denominador de G(P) H(P) +1 de la función :

$$G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1 = \frac{10\ P + 40}{P^4 - 6\ P^3 - 16\ P^2} + 1 = \frac{P^4 - 6\ P^3 - 16P^2 + 10\ P + 40}{P^2(P^2 - 6\ P - 16)}$$

Numerador de G(P) H(P) +1

```
**********************************************************************
   1.0*P4 +   -6.0*P3 +   -16.0*P2 +   10.0*P1 +   40.0
**********************************************************************

 P4  |   1.0000    -16.0000    40.0000
 P3  |  -6.0000     10.0000
 P2  | -14.3333     40.0000
 P1  |  -6.7442
 P0  |  40.0000
```

$Raices\ Num\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} = 2$

Denominador de G(P) H(P) +1

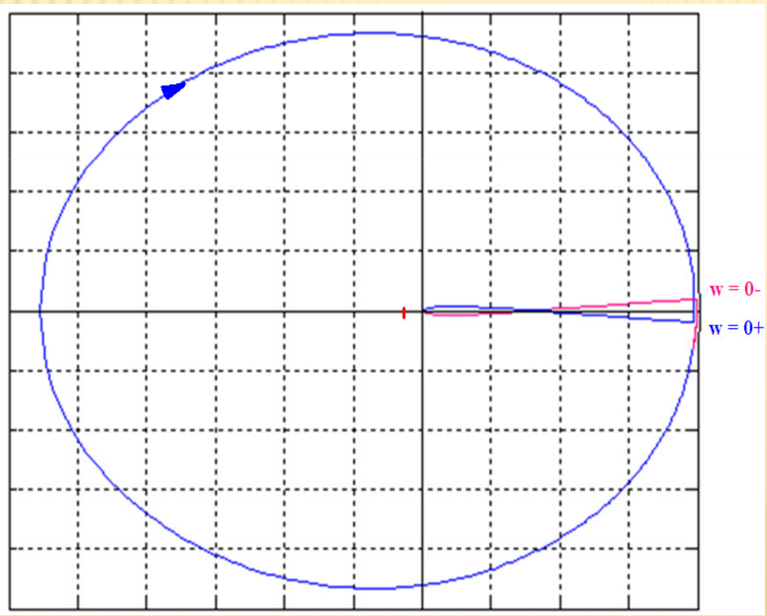
```
****************************************
   1.0*P2 +   -6.0*P1 +   -16.0
****************************************

 P2  |   1.0000    -16.0000
 P1  |  -6.0000      0.0000
 P0  | -16.0000
```

$Raices\ Den\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} = 1$

INESTABLE

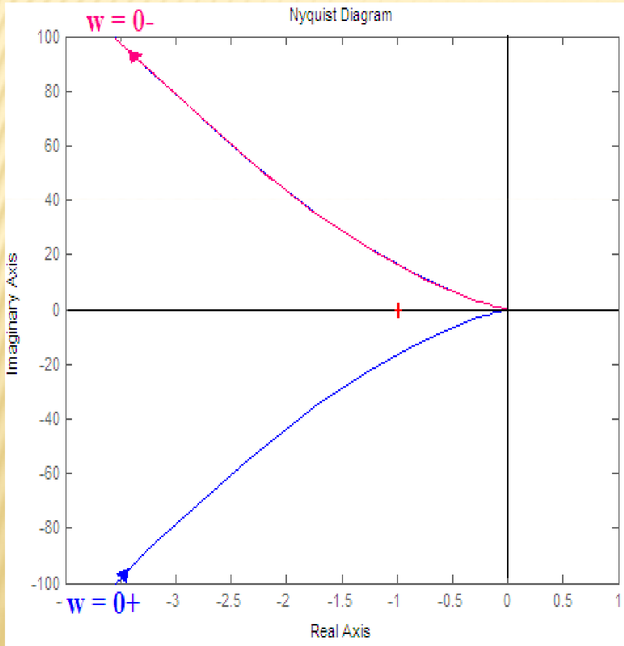
$$N = Z - P = Raices\ Num\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} - Raices\ Den\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} =$$

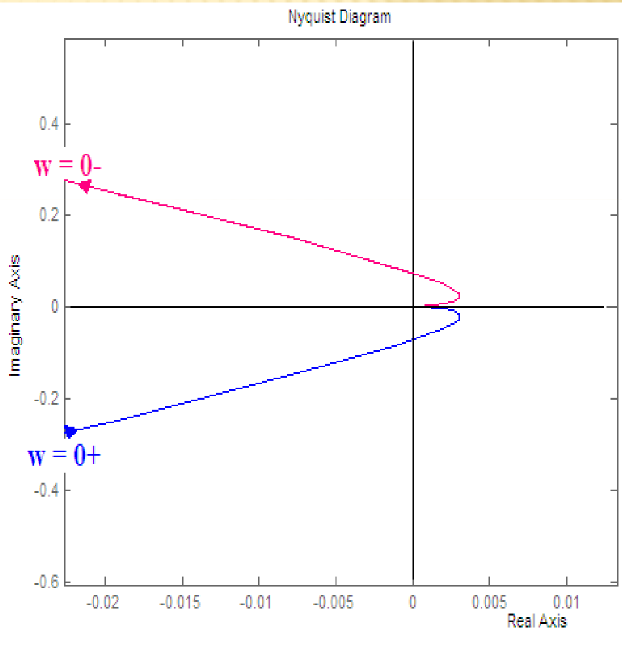
$$N = 2 - 1 = +1$$



N =Z – P = +1

$$G_{(P)} * H_{(P)} = \frac{10P + 40}{P^5 - 6P^4 - 16P^3}$$

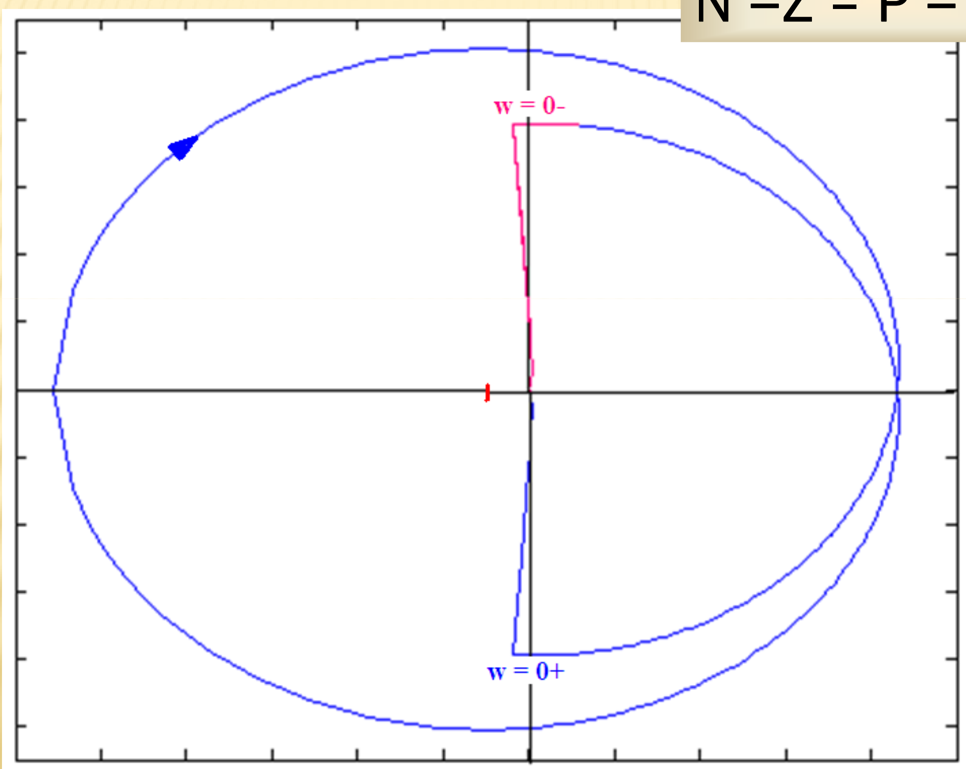




$$G_{(P)} * H_{(P)} = \frac{10P + 40}{P^5 - 6P^4 - 16P^3}$$

CIERRE PARA P→**0**

N =Z – P = +1



Aplicamos Routh-Hurtwitz al numerador y denominador de $G_{(P)} H_{(P)} + 1$ de la función :

$$G_{(P)} \bullet H_{(P)} + 1 = \frac{10\,P + 40}{P^5 - 6\,P^4 - 16\,P^3} + 1 = \frac{P^5 - 6\,P^4 - 16P^3 + 0P^2 + 10\,P + 40}{P^3(P^2 - 6\,P - 16)}$$

Numerador de $G_{(P)} H_{(P)} + 1$

```
************************************************************
 1.0*P5 +  -6.0*P4 +  -16.0*P3 +  0.0*P2 +  10.0*P1 +  40.0
************************************************************
```

P5	1.0000	-16.0000	10.0000
P4	-6.0000	0.0000	40.0000
P3	-16.0000	16.6667	
P2	-6.2500	40.0000	
P1	-85.7333		
P0	40.0000		

Denominador de $G_{(P)} H_{(P)} + 1$

```
**************************************
 1.0*P2 +  -6.0*P1 +  -16.0
**************************************
```

P2	1.0000	-16.0000
P1	-6.0000	0.0000
P0	-16.0000	

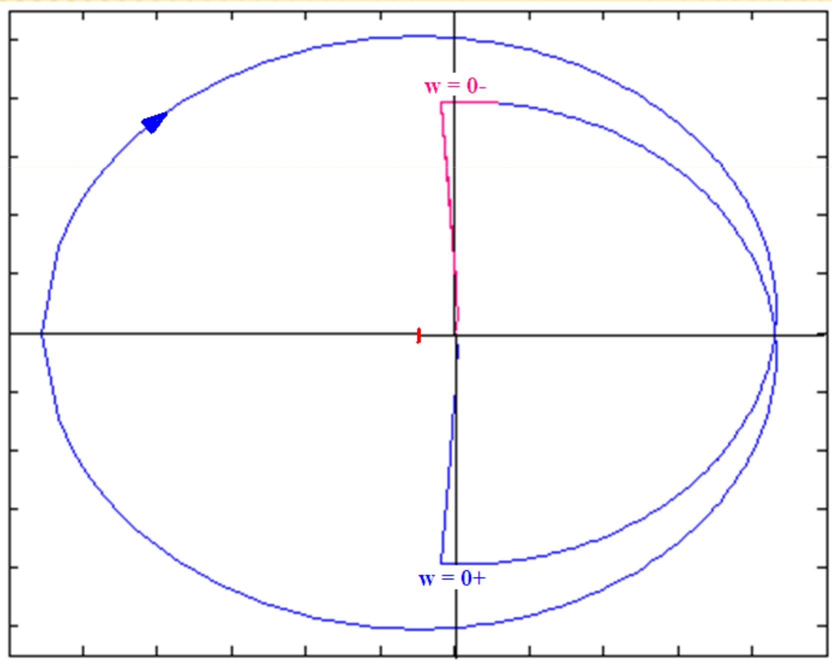
$$Raices\ Den\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} = 1$$

$$Raices\ Num\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} = 2$$

INESTABLE

$$N = Z - P = Raices\ Num\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} - Raices\ Den\Big|_{G_{(P)} \bullet H_{(P)}+1} =$$

$$N = 2 - 1 = +1$$



N =Z – P = +1

FIN DE LA PRESENTACIÓN

REPORTE ERRORES A : ⇒ jgarcia_abad@electronica.frc.utn.edu.ar

ó A : ⇒ jgarciaabad@iua.edu.ar