6. Eje Radical

Dado dos círculos en el plano, su eje radical es el lugar geométrico de puntos de igual potencia a los dos círculos. Resulta que esto es siempre un línea. Si los dos círculos se intersecan, entonces el eje radical es la línea que pasa a través de los dos puntos de intersección (i.e., La cuerda común). Si los dos círculos son tangentes, entonces el eje radical es la tangente interna común.

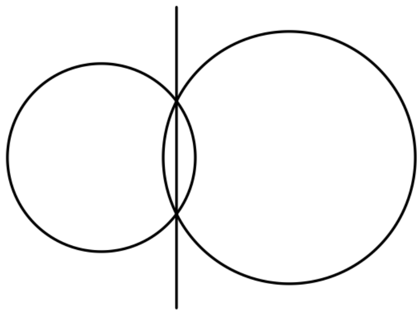

Figura 7: Un ejemplo de un eje radical

Ejercicio 9. Use el Hecho 9 para deducir que un eje radical es siempre una línea.

Es bien sabido (y fácil de probar) que, dado tres círculos distintos, sus ejes radicales de par en par o son concurrentes o son todos paralelos. Si los tres ejes radicales se encuentran en un punto en común, decimos que ese punto común de intersección es el *centro radical* de los tres círculos.

Por ejemplo, usando la Figura 6, vemos que BC es el eje radical de los círculos $ABCD$ y $BCQM$, AD es el eje radical de los círculos $ABCD$ y $ADQM$, y QM es el eje radical de los círculos $ADQM$ y $BCQM$. Así que las líneas AD, BC, QM se encuentran en un punto en común, R, el centro radical de los tres círculos: $ABCD, ADQM, BCQM$.

Hecho 10. Usando la Figura 6. Los puntos A, C, M, O son concíclicos, y los puntos B, D, M, O son concíclicos.

Ejercicio 10. Probar el Hecho 10. (Esto es una persecusión de ángulos fácil)

Hecho 11. Usando la Figura 6. Las líneas AC, BD, OM son concurrentes.

Prueba. Considera los tres círculos: $ABCD, AOCM, BODM$. Las líneas AC, BD, OM son los tres ejes radicales, y por lo tanto deben concurrir. □

Ejercicio 11. Muestre que MO biseca a $\angle CMA$ y a $\angle BMD$

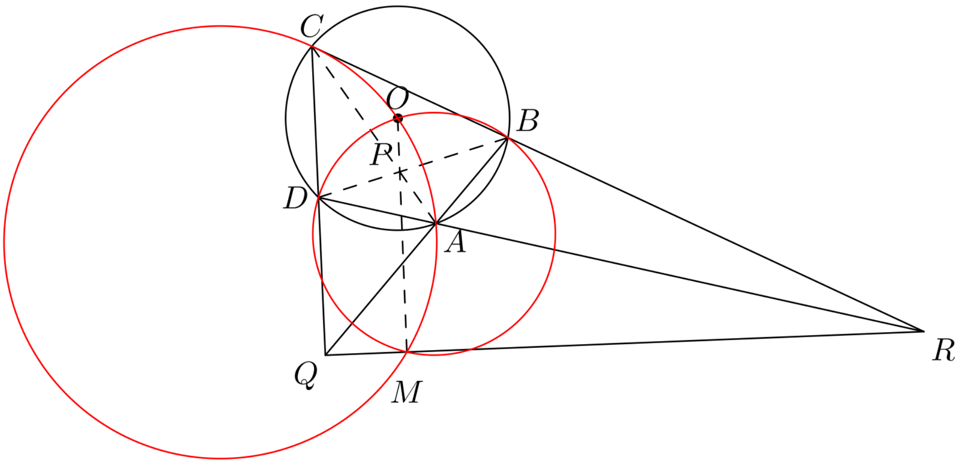

Figura 8: Diagrama para la prueba del Hecho 11.