

Estrutura de Dados 2

Árvore Binária

Prof. Rafael Oliveira Vasconcelos

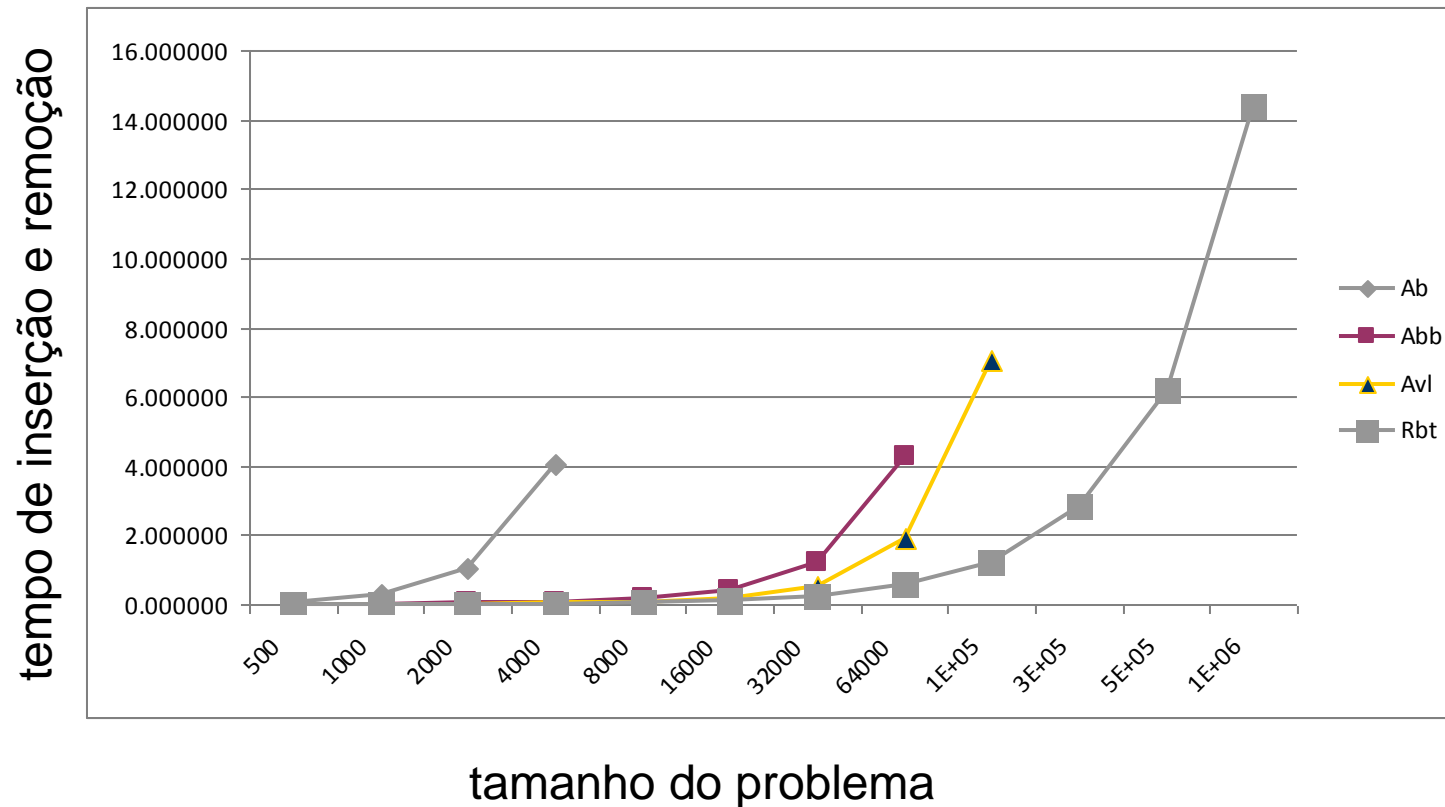
O que vamos estudar de árvores binárias?

Ab = árvore binária

Abb = árvore binária de busca

Avl = árvore binária de busca, balanceada

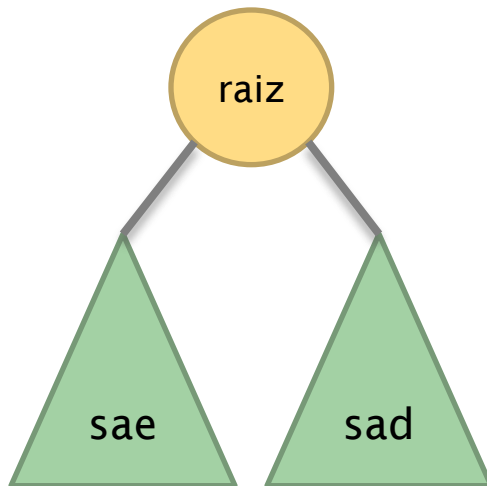
Rbt = árvores rubro-negras ou vermelho e preto (red-black tree)



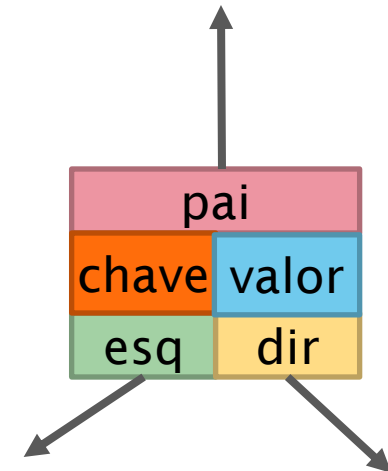
Árvore Binária (AB) - Definições

É uma árvore com as seguintes propriedades:

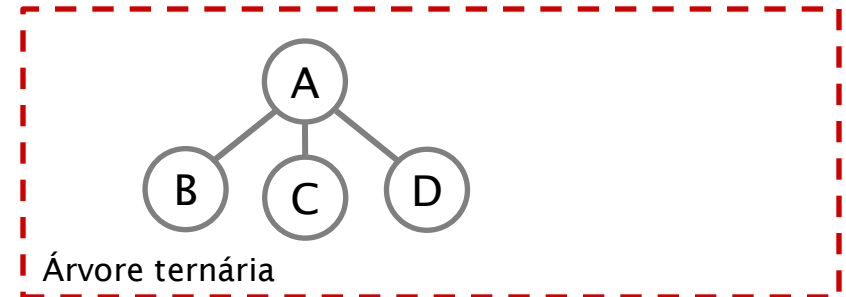
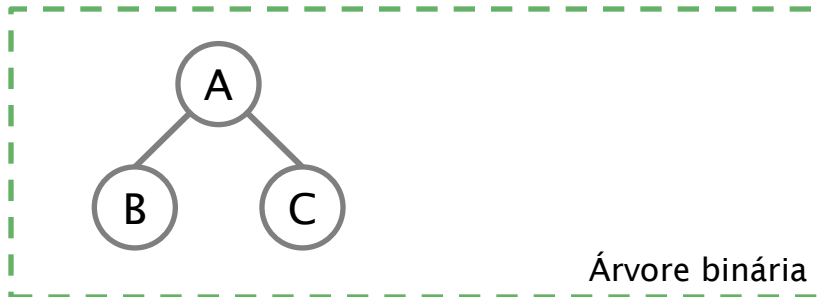
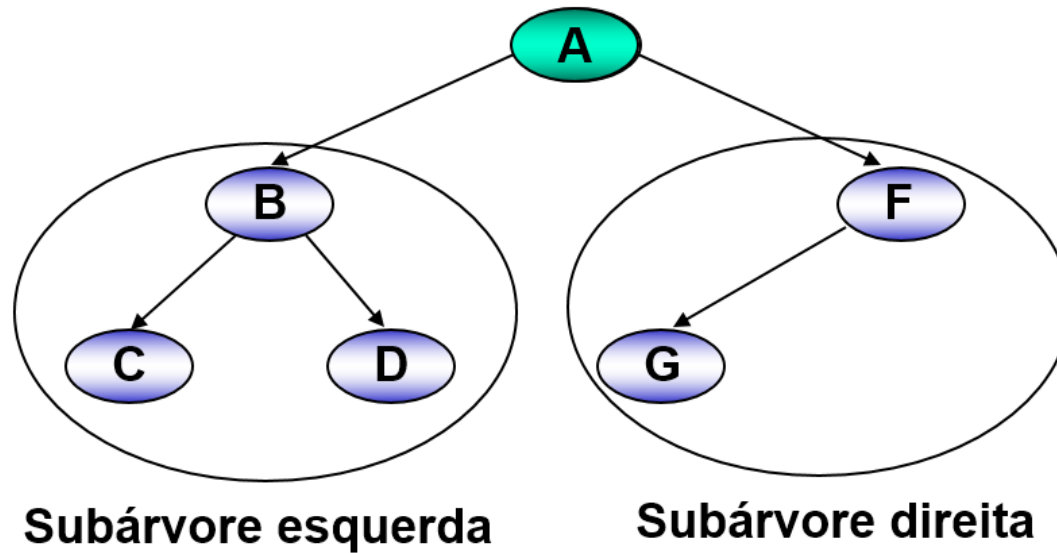
- Cada nó possui no máximo 2 subárvores (grau 2)
- Cada subárvore é identificada como **subárvore esquerda** ou **direita**



```
class NoArvoreBin{  
    Comparable obj;  
    NoArvoreBin esq;  
    NoArvoreBin dir;  
}
```

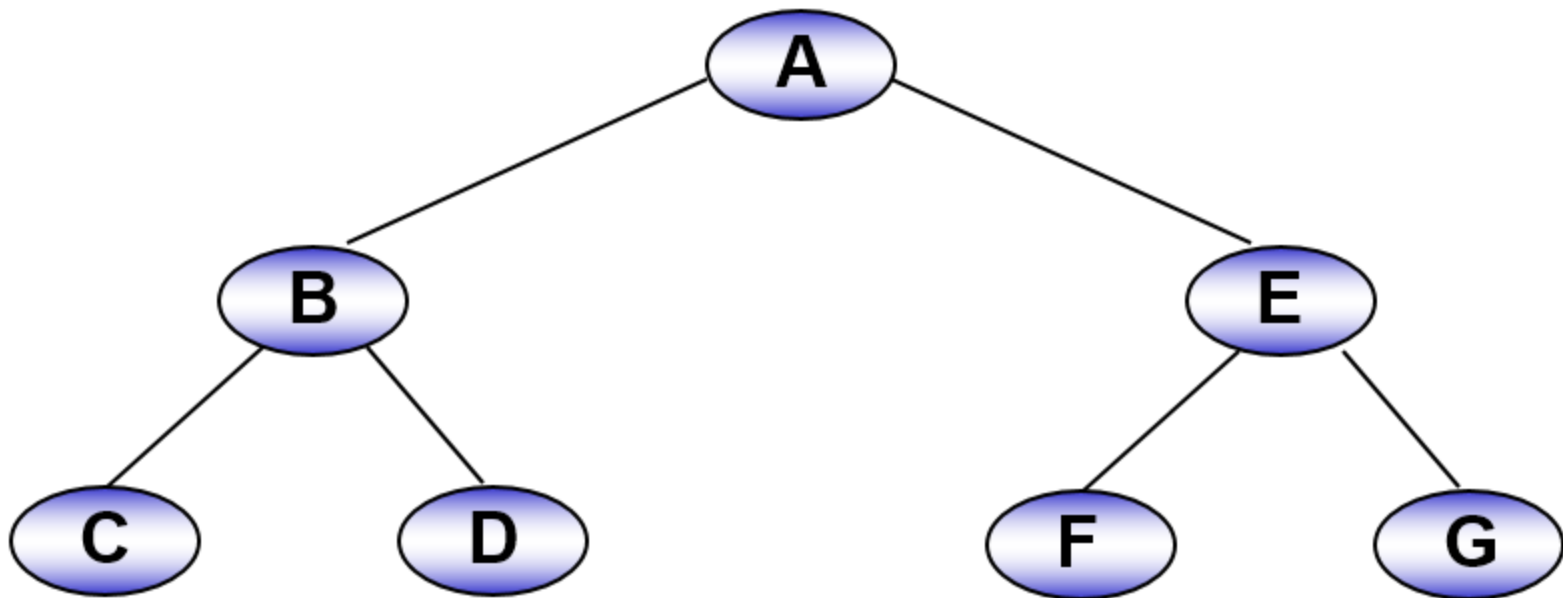


Árvore Binária - Exemplo



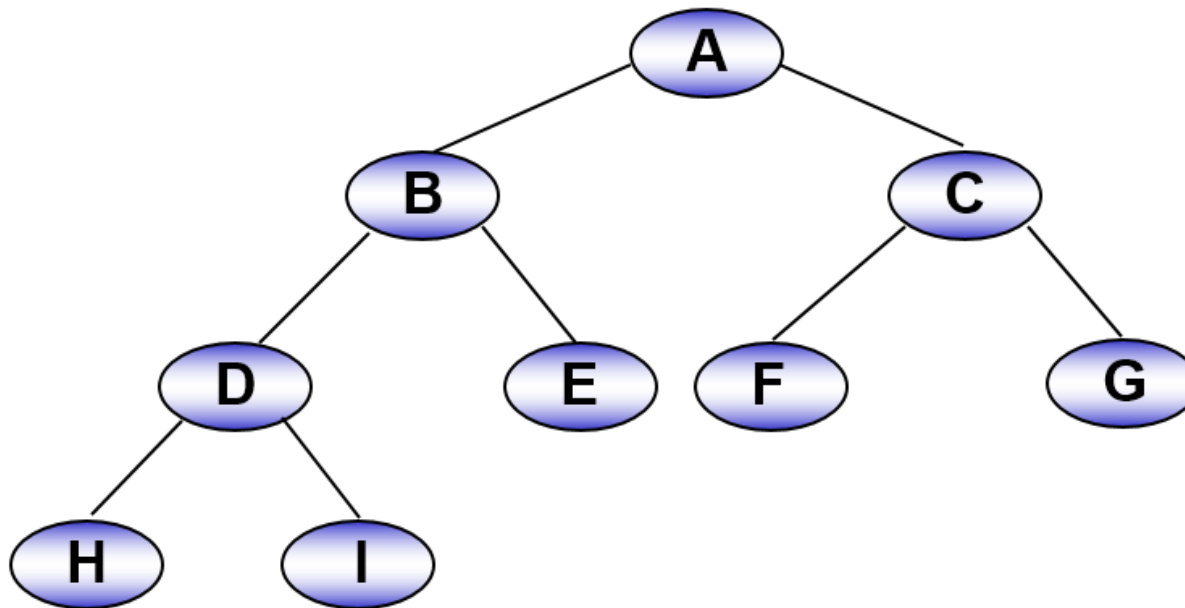
Árvore Binária Cheia

- Uma árvore binária é denominada **cheia** se:
 - Todas as **folhas** estão no **mesmo nível**
 - Todos os nós **não-folhas** têm exatamente **2 filhos**



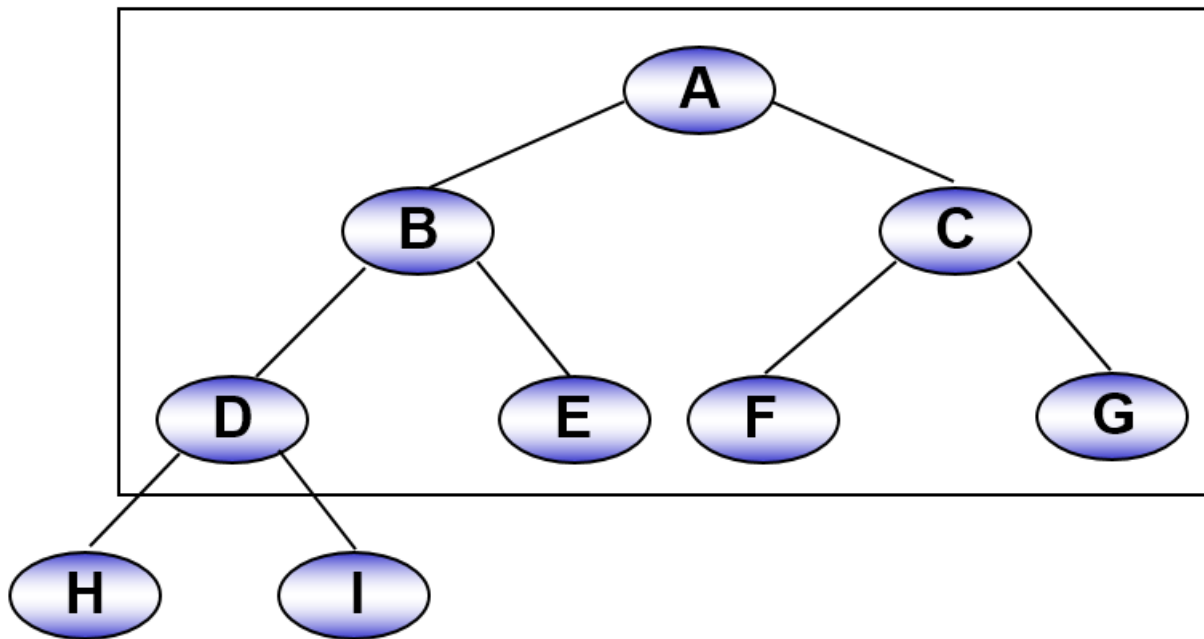
Árvore Binária Completa

- Uma árvore binária é denominada **completa** se:
 - Ela for **cheia** até a altura $h-1$
 - Todos os nós do **nível h** ocupam as posições **mais a esquerda** da árvore



Árvore Binária Completa

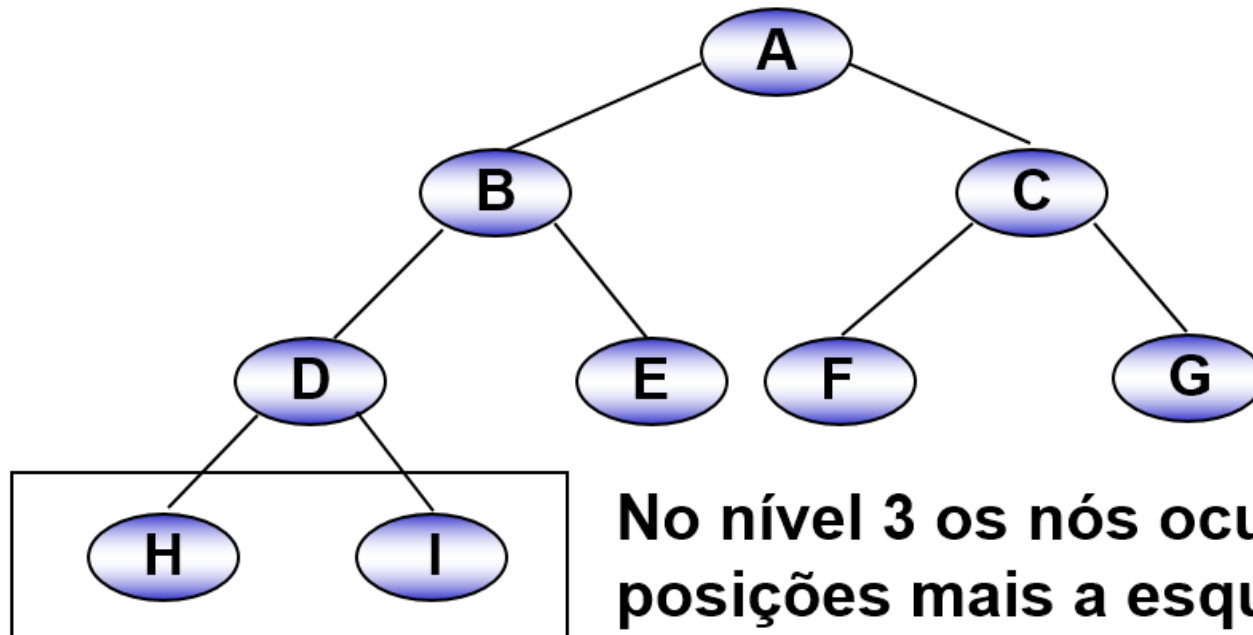
- Uma árvore binária é denominada **completa** se:
 - Ela for **cheia** até a altura $h-1$
 - Todos os nós do **nível h** ocupam as posições **mais a esquerda** da árvore



**Cheia até
o nível 2**

Árvore Binária Completa

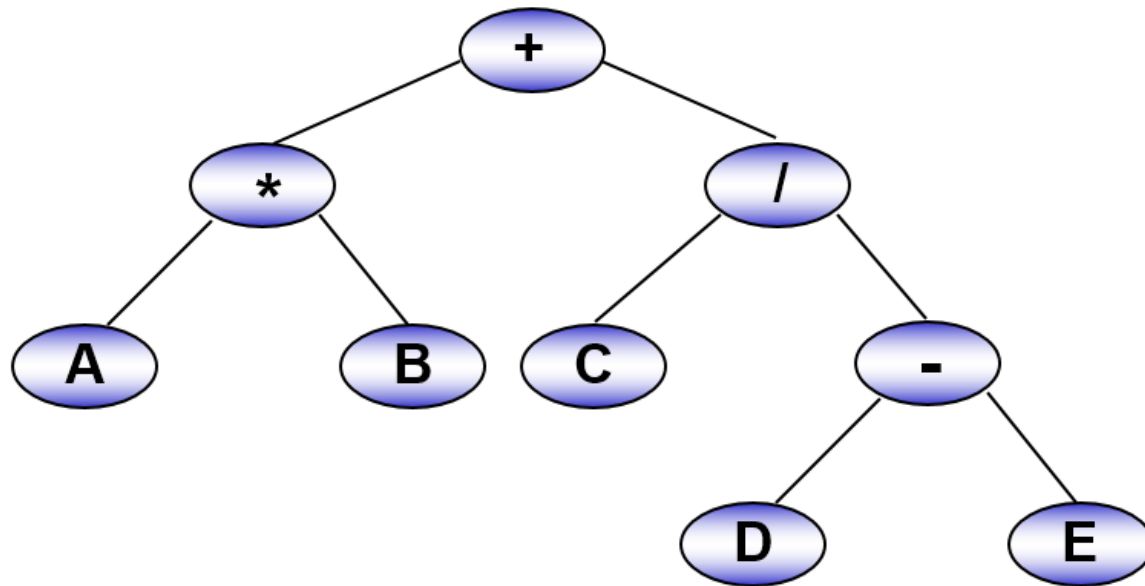
- Uma árvore binária é denominada **completa** se:
 - Ela for **cheia** até a altura $h-1$
 - Todos os nós do **nível h** ocupam as posições **mais a esquerda** da árvore



Representação de uma expressão aritmética em uma Árvore Binária

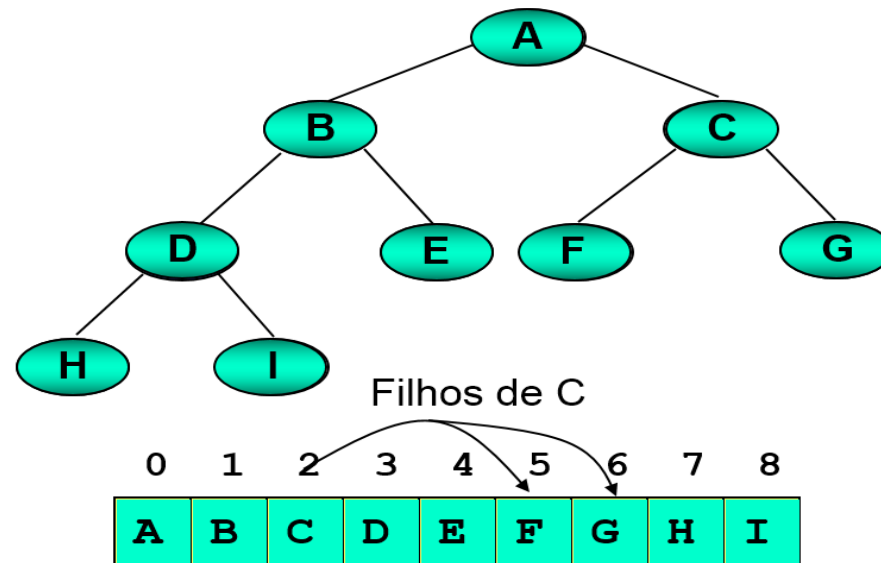
- Cada operador é armazenado em um nó da árvore
- Suas subárvores são os operandos

$$A * B + C / (D - E)$$



Implementação de Árvores Binárias

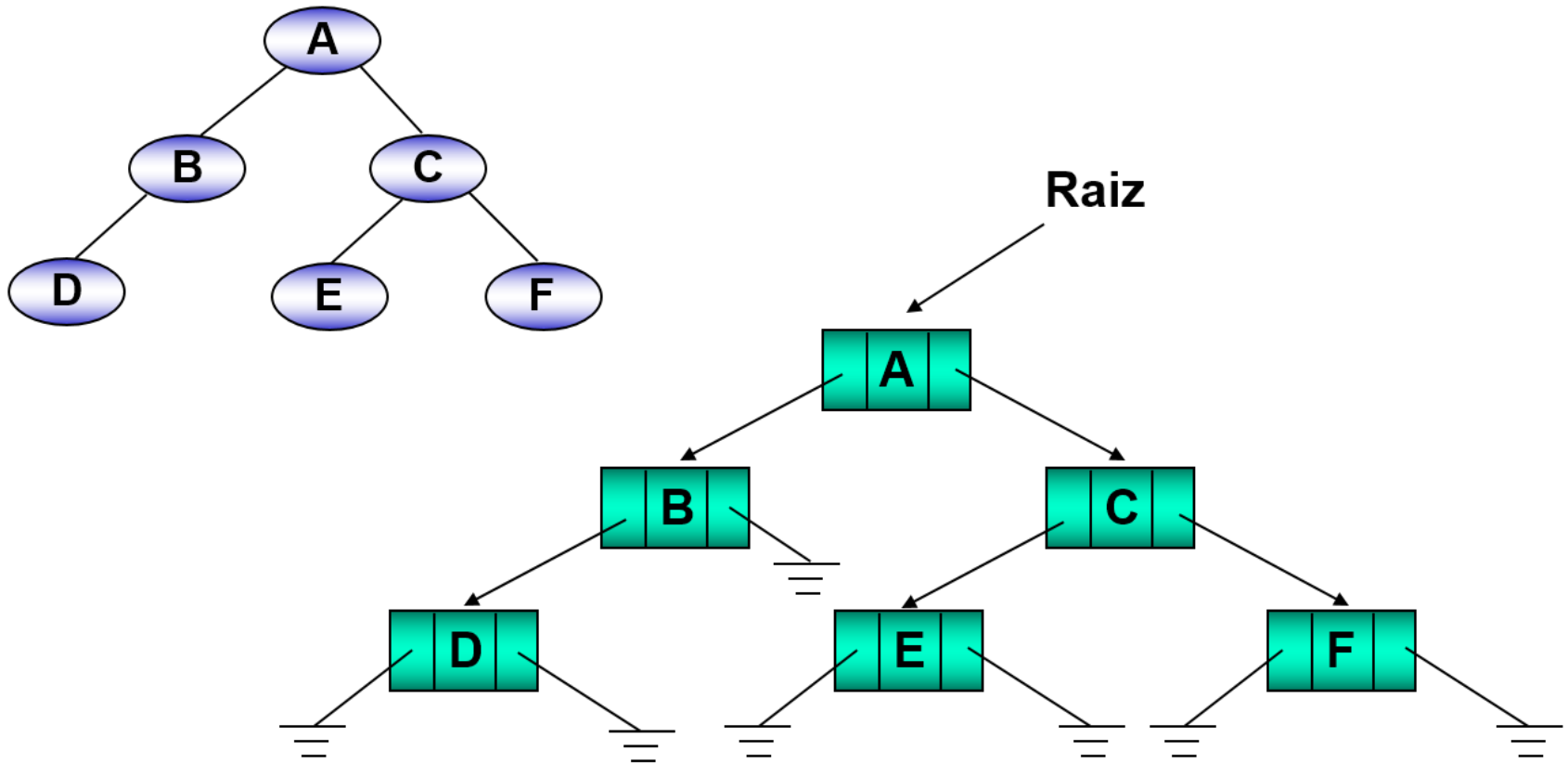
- Implementação usando vetor é conveniente apenas quando a árvore for completa



- Para um nó que se encontra na posição i
 - Seu pai estará na posição $(i + 1) / 2 - 1$
 - Seus filhos estarão nas posições $2 * (i + 1) - 1$ e $2 * (i + 1)$

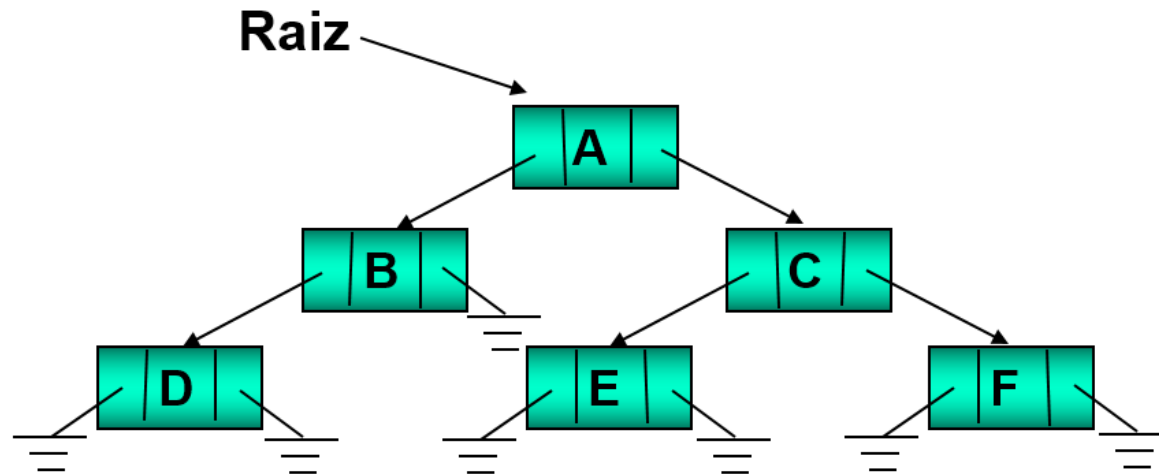
Implementação de Árvores Binárias

- Implementação usando ponteiros



Implementação de Árvores Binárias

- Implementação usando ponteiros



```
class NoArvoreBin{  
    Comparable obj;  
    NoArvoreBin esq;  
    NoArvoreBin dir;  
}
```

Dúvidas?

Exercício 1 - Árvore

- Implemente uma árvore binária usando vetor com as seguintes operações
 - Inserção
 - Consulta
 - Remoção
 - Navegação
- Como deverá ser a classe Nó?
- Interface sugerida para a árvore
 - `No<Chave, Valor> inserir(Chave chave, Valor valor, No<T> pai, Lado lado);`
 - `No<Chave, Valor> inserir(Chave chave, Valor valor, int indice);`
 - `No<Chave, Valor> inserir(Chave chave, Valor valor);`
 - `No<Chave, Valor> obterFilho(No<Chave, Valor> pai, Lado lado);`
 - `No<Chave, Valor> obterFilho(Chave chave, Lado lado);`
 - `No<Chave, Valor> obterNo(int indice);`
 - `No<Chave, Valor> remover(No<Chave, Valor> no);`
 - `No<Chave, Valor> remover(No<Chave, Valor> pai, Lado lado);`
 - `No<Chave, Valor> remover(int indice);`
 - `No<Chave, Valor> remover(Chave chave);`
 - `Collection<Valor> obterValores();`
- Lembre de fazer as verificações devidas

Exercício 2

- Implemente um programa que utilize a árvore criada no exercício anterior para armazenar cidades
- Uma cidade possui
 - Um ID numérico
 - Um nome
- O programa deve
 - Permitir a inclusão, remoção e consulta das cidades
 - Listar todas as cidades cadastradas