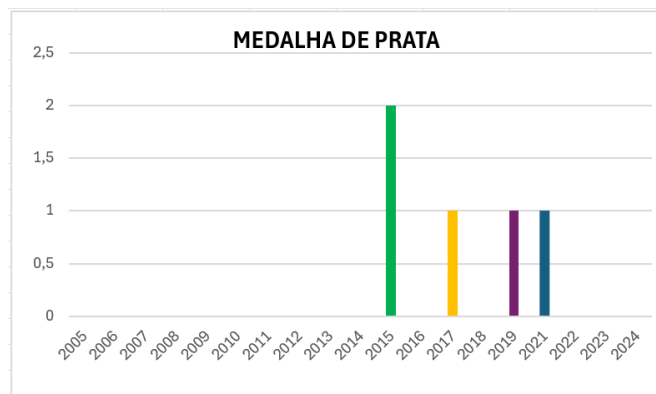
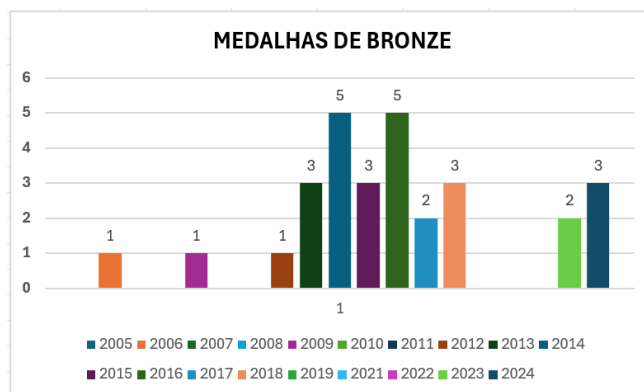
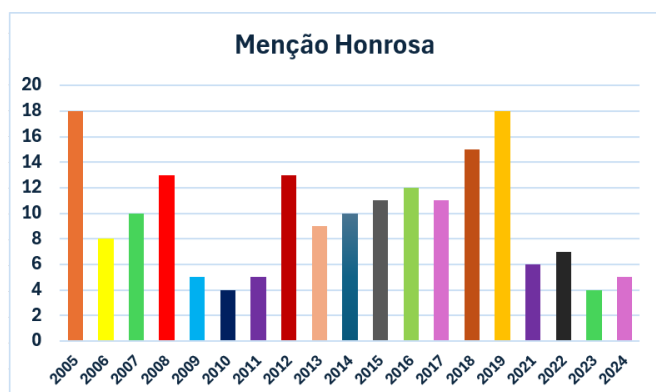




# ESCOLA MUNICIPAL JOSÉ CARDOSO DE LIMA

## OBMEP 2025 – 2ª FASE – N2

### Premiações: 2005 - 2024



**MEDALHA DE OURO OBMEP – 2019**

**NARIEM ZUT POSSATTO BORGES**



**MEDALHA DE OURO OBMEP – 2022**

**ABU SUIM MD WAKIL**

Estudante: \_\_\_\_\_ Turno: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

BLOCO 01

**Questão 01:** Com os Algarismos A e B foram formados os números de dois Algarismos AB, BA e BB. Se  $AB + BA = 121$  e  $AB - BB = 10$ .

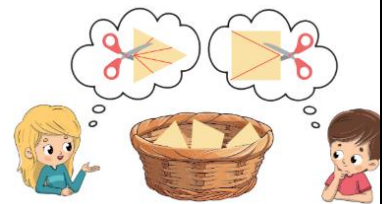
A) Determine 4 possíveis valores para  $B + A$ .

B) Qual é o valor correto para A?

**Questão 02:** Ana e Pedro cortam pedaços de papel que estão em uma cesta.

- Sempre que Ana pega um pedaço, corta em cinco pedaços e devolve todos eles para a cesta.
- Sempre que Pedro pega um pedaço, corta em três pedaços e devolve todos eles para a cesta.

Inicialmente há três pedaços de papel na cesta.



A) Quantos pedaços de papel ficarão na cesta depois de Ana e Pedro pegarem um pedaço cada um e devolverem os pedaços cortados para a cesta?

B) Descreva uma maneira de Ana e Pedro pegarem, cortarem e devolverem todos os pedaços de papel da cesta para que, a partir dos três pedaços iniciais, a cesta fique com 11 pedaços.

C) Explique por que, a partir dos três pedaços iniciais, a cesta nunca ficará com 2024 pedaços após Ana e Pedro devolverem todos os pedaços cortados para a cesta.

**Questão 03:** Michel tem hoje 100 reais. Ao final de cada mês, ele pode escolher entre aumentar o valor que tem em 250 reais ou dobrar o valor que tem.

A) Se Michel escolhe sempre dobrar o valor que tem. Descreva quanto terá ao final de quatro meses.

B) Se Michel escolhe aumentar o valor em 250 reais. Descreva quanto terá ao final de quatro meses.

C) Descreva qual será o maior e o menor valor que ele poderá ter ao final de quatro meses.

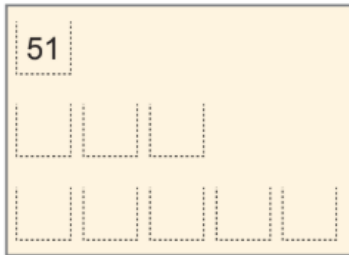
**Questão 04:** Em uma brincadeira, Euclides escolhe um número natural, coloca esse número no topo do tabuleiro ao lado e realiza o seguinte procedimento: divide o número escolhido por 3 e anota o quociente e o resto; se o resto for 0 coloca o quociente logo abaixo do número; se o resto for 1 coloca o quociente deslocando uma casa para a direita; se o resto for 2 coloca o quociente deslocando duas casas para a direita.

$$\begin{array}{r} 59 \overline{) 3} \\ 2 \quad 19 \\ \hline 59 = 19 \times 3 + 2 \\ 19 \overline{) 3} \\ 1 \quad 6 \\ \hline 19 = 6 \times 3 + 1 \end{array}$$

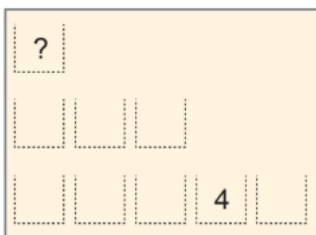


A seguir, ele repete o mesmo procedimento para o quociente obtido. Na figura vemos a brincadeira de Euclides que começa com 59 e termina com o 6 na quarta casa da base do tabuleiro.

A) Faça a brincadeira de Euclides com o número 51.



B) Quais números Euclides pode ter escolhido se a brincadeira terminou com o 4 na quarta casa da base do tabuleiro?



C) Quantos números entre 10 e 99 começam uma brincadeira de Euclides que termina na quarta casa da base do tabuleiro?

**Questão 05:** Um número é balanceado se quaisquer dois algarismos consecutivos desse número diferem de, no máximo, uma unidade. Por exemplo, os números 101, 432 e 677 são balanceados; já os números 102, 446 e 532 não são balanceados.

A) Descreva todos os números balanceados que tem o algarismo 1 e 2 na casa das centenas.

B) descreva todos os números balanceados que tem o algarismo 8 e 9 na cada das centenas.

C) Quantos são os números balanceados de três algarismos?

**Questão 06:** Um quadrado com área igual a  $36 \text{ cm}^2$  foi recortado nas seis peças da figura. Foram feitos oito cortes retos, quatro de um mesmo tamanho maior e outros quatro de um mesmo tamanho menor, em ângulos múltiplos de  $45^\circ$ .

A) Desenhe no quadrado abaixo como poderiam estar as peças antes de recortadas



B) Qual é a área de uma peça pentagonal?

C) Qual é a razão entre as áreas da menor e da maior peça quadrada?

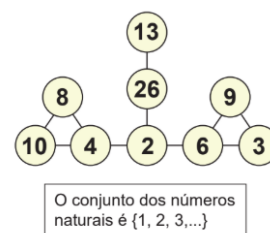
**Questão 07:** Emiliano fez uma lista de números inteiros em ordem crescente, começando com o 0 e terminado em 2025, utilizando apenas os algarismos 0, 2 e 5:

0, 2, 5, 20, 22, 25, 50, ..., 2025.

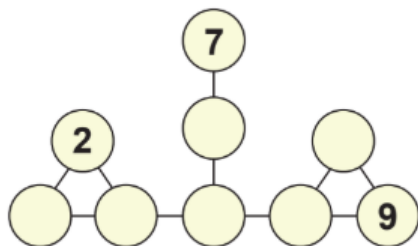
A) Descreva os números de três algarismos que Emiliano escreveu.

B) Quantos números Emiliano escreveu no total?

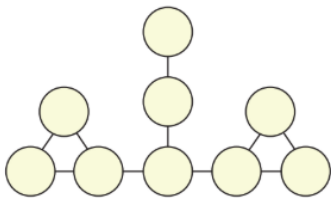
**Questão 08:** Os círculos do diagrama devem ser preenchidos com números naturais diferentes. Dois números escritos em círculos ligados por um segmento devem ter um divisor comum maior do que 1. Por exemplo, 8 e 15 nunca vão ser escritos em círculos ligados por um segmento. Ao lado temos um exemplo de preenchimento.



A) Faça um preenchimento para os círculos vazios abaixo.



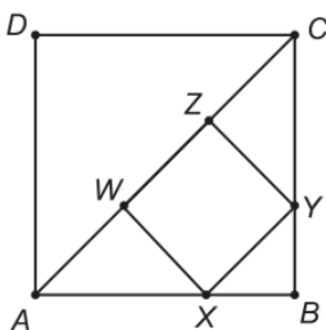
B) Preencha os círculos abaixo de modo que o maior número escrito seja 12.



C) Explique por que é impossível preencher os círculos de modo que o maior número escrito seja menor do que 12.

**Questão 09: Dado o quadrado ABCD responda:**

A) Indique o valor de todos os ângulos da figura abaixo:

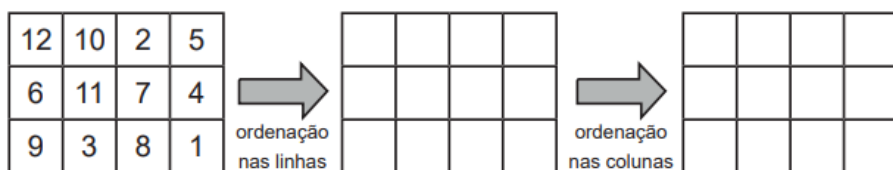


B) Qual é a razão entre as áreas dos quadrados XYZW e ABCD da figura?

**Questão 10: A ordenação linha-coluna crescente dos números inteiros de 1 a 12 em uma tabela com três linhas e quatro colunas é feita primeiro nas linhas e, depois, nas colunas. A figura mostra um exemplo dessa ordenação.**



A) Faça a ordenação linha-coluna crescente dos números na tabela abaixo.



B) A ordenação linha-coluna crescente foi feita numa tabela e o número 5 ficou posicionado como abaixo. Complete o tabuleiro mostrando uma maneira de como os outros números podem ter ficado na tabela.

			5

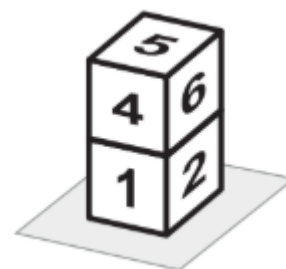
C) A ordenação linha-coluna crescente foi feita numa tabela, e um número  $x$  ficou posicionado como abaixo. Explique por que  $x$  é o maior número na região cinza da tabela.

		$x$	

D) Pinte na tabela abaixo as casas em que o 5 pode ficar após uma ordenação linha-coluna crescente.


## BLOCO 02

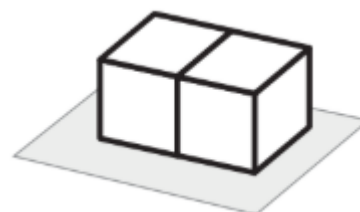
**Questão 01:** Marina tem vários dados idênticos com faces numeradas de 1 a 6. Nesses dados, a soma dos números em faces opostas é sempre igual a 7. Ela junta ou empilha alguns desses dados sobre uma mesa e anota a soma de todos os números que consegue ver ao dar uma volta ao redor da mesa. Por exemplo, para os dados a figura ao lado ela anotou o número 33.



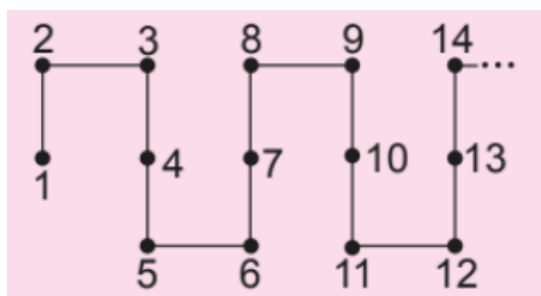
A) Qual é o número que Marina deve anotar para os dados da figura abaixo?



B) Qual é o menor número possível que Marina pode anotar para dois dados juntos sobre a mesa, como indicado na figura ao lado?



**Questão 02:** Os números de 1 a 50 foram escritos numa linha zigue-zague, de acordo com o padrão indicado na figura.



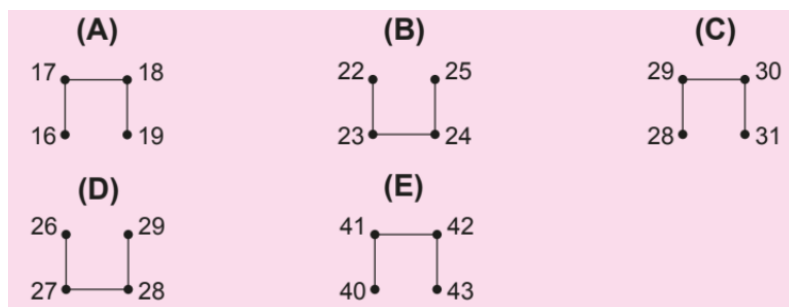
A) Escreva os próximos 4 números:

i) Da parte superior: \_\_\_\_\_

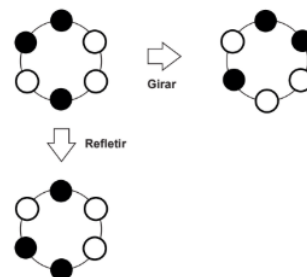
ii) Da parte central: \_\_\_\_\_

iii) Da parte inferior: \_\_\_\_\_

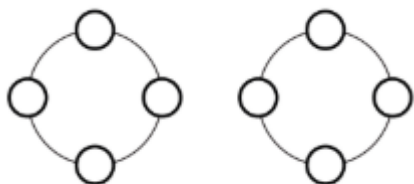
B) Qual das alternativas mostra uma parte desse zigue-zague?



**Questão 03:** Isabel faz pulseiras com bolinhas pretas e brancas igualmente espaçadas entre si. Girar ou refletir a pulseira não produz uma pulseira diferente. A figura mostra uma mesma pulseira em três posições diferentes sobre uma mesa.



A) Com duas bolinhas pretas e duas brancas, Isabel consegue fazer apenas duas pulseiras diferentes. Represente essas pulseiras na figura abaixo pintando as bolinhas pretas.



B) Quantas pulseiras diferentes Isabel pode fazer usando três bolinhas pretas e três bolinhas brancas?

C) Quantas pulseiras diferentes Isabel pode fazer usando quatro bolinhas pretas e quatro bolinhas brancas?

**Questão 04:** Em seu espetáculo, um mágico diz para Fernanda:



*Pense em um número, multiplique por 3, adicione 1, multiplique por 8, subtraia 2 e divida por 6. Agora me diga o número que você encontrou, que eu lhe direi o número em que você pensou.*

A) Determine o resultado para ser dito para o mágico se o número pensado for 11.

B) Que operações matemáticas o mágico pode fazer com o número dito por Fernanda para descobrir o número em que ela pensou?

**Questão 05:** A calculadora de Joana possui duas teclas especiais:

- A tecla [A] acrescenta o algarismo 3 à direita do número que está no visor.
- A tecla [S] troca o número no visor pela soma de seus algarismos.



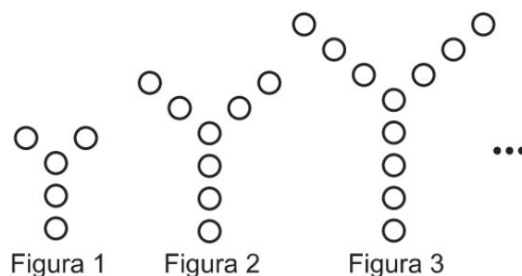
A) Partindo do número 99, se Joana apertar as teclas [A] [S] [A] [S], nessa ordem, qual número aparecerá?

B) Mostre como Joana pode obter o número 2022 a partir do 99 usando apenas as teclas [A] e [S].

C) Explique por que Joana nunca vai obter o número 22 a partir do 99 usando apenas as teclas [A] e [S].

**Questão 06:** Observe a sequência de figuras abaixo, todas elas com a forma da letra Y.

A) Faça a representação da Figura 4.

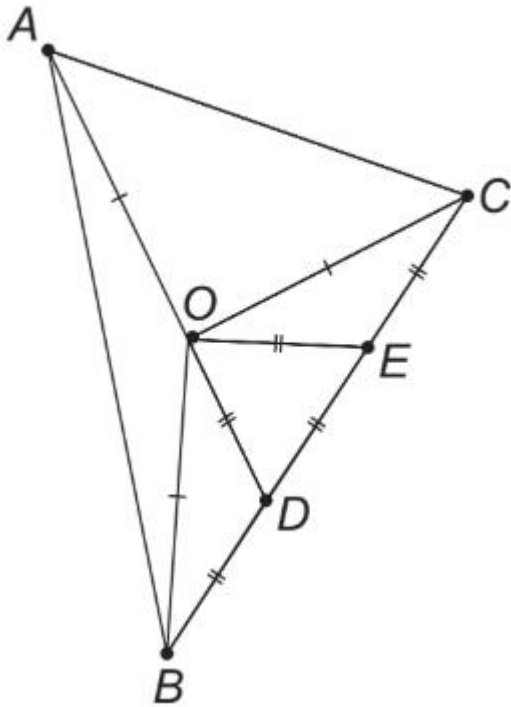


B) Seguindo este padrão, quantas bolinhas terá a 15ª figura?



**Questão 07:** Na figura,  $OA = OB = OC$ . Os pontos  $A$ ,  $O$  e  $D$  estão alinhados, e os pontos  $D$  e  $E$  no segmento  $BC$  são tais que  $BD = DE = EC = OD = OE$ .

A) Preencha a imagem com todos os ângulos internos.



B) Qual a medida do ângulo  $ODE$ .

C) Qual a medida do ângulo  $BAC$ .

**Questão 08:** Um supermercado vende rolos idênticos de papel higiênico e faz as promoções abaixo:

- |                        |                        |                        |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1. Pague 5 e leve 6.   | 2. Pague 11 e leve 12. | 3. Pague 14 e leve 18. |
| 4. Pague 21 e leve 24. | 5. Pague 31 e leve 36. |                        |

Descreva qual é a promoção mais vantajosa.

**Questão 09:** Em uma brincadeira, João e Maria retiram cartões numerados de 1 a 7 que estão sobre uma mesa, com as faces numeradas viradas para baixo. Em cada rodada, João retira três cartões e Maria retira dois, restando dois cartões na mesa. Depois de cada rodada, todos os cartões são embaralhados e devolvidos à mesa.



A) Na primeira rodada, João retirou um cartão com um número ímpar e dois cartões com números pares. Maria retirou dois cartões com números ímpares. Explique por que a soma dos números dos cartões que sobraram na mesa é ímpar.

B) Na segunda rodada, João observou que o produto dos números de seus três cartões era ímpar. O produto dos números dos dois cartões de Maria era par ou era ímpar? Explique sua resposta.

C) Na terceira rodada, João olhou seus três cartões e concluiu, acertadamente, que a soma dos números dos dois cartões de Maria era par. Quais foram os cartões que João retirou? Explique sua resposta.

**Questão 10:** O quadrado da figura possui o número mágico 44, pois, se você escolher quatro números de modo que quaisquer dois deles não estejam nem na mesma linha nem na mesma coluna, a soma desses quatro números é sempre 44. Por exemplo, os números nas casas vermelhas somam 44; isso também ocorre com os números nas casas azuis.

6	7	11	9
10	11	15	13
11	12	16	14
8	9	13	11

A) O quadrado abaixo tem um número mágico. Qual é este número?

19	26	28	21
21	28	30	23
5	12	14	7
7	14	16	9

B) Complete o quadrado abaixo de modo que ele possua um número mágico.

	1	1	1	1
	↓	↓	↓	↓
1 →				2
2 →				
3 →		4		
4 →				

C) Explique por que o procedimento usado no item b) sempre irá produzir um quadrado que possui um número mágico, quaisquer que sejam os números fora do quadrado, indicados nas linhas e nas colunas.

### BLOCO 03

**Questão 01:** Gabriel gosta de preencher quadriculados  $3 \times 3$  com números de forma que quaisquer três deles, alinhados na horizontal, vertical ou diagonal, tenham a seguinte propriedade: o número central deve ser a média aritmética dos seus dois vizinhos.

19	11	3	$11 = \frac{19+3}{2}$	$22 = \frac{19+25}{2}$	$14 = \frac{19+9}{2}$
22	14	6	$14 = \frac{22+6}{2}$	$14 = \frac{11+17}{2}$	$14 = \frac{25+3}{2}$
25	17	9	$17 = \frac{25+9}{2}$	$6 = \frac{3+9}{2}$	

A) Complete o preenchimento do quadriculado abaixo, iniciado por Gabriel.

2		14
10		

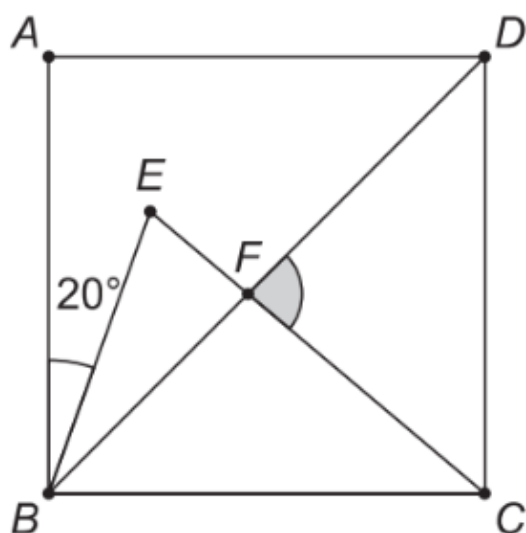
B) Preencha o quadriculado abaixo seguindo a mesma instrução indicada anteriormente.

	7	
9		
		20

C) Qual será a soma dos nove números do quadriculado abaixo após Gabriel terminar de preenchê-lo?

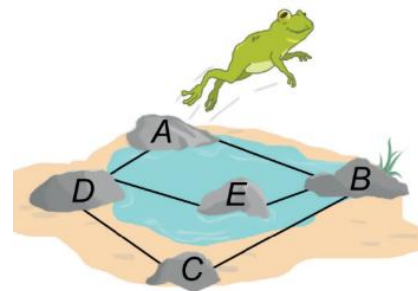
14		30

**Questão 02:** Na figura, ABCD é um quadrado, a medida do ângulo ABE é  $20^\circ$  e  $EC = BC$ .



A) Explique como encontrar a medida do ângulo DFC e determine sua medida.

**Questão 03:** Cinco pedras, A, B, C, D e E, estão dispostas como na figura. Kiko, o sapo simpático, pula de uma pedra para outra somente se elas estiverem ligadas por um segmento. Assim, ele pode pular, partindo de A, para B ou D, mas não para E ou C. Por exemplo, começando em A e terminando em D, ele pode realizar o seguinte passeio de 5 pulos:  $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow D$ .



- A) Quantos são os passeios de três pulos que Kiko pode fazer começando em A e terminando em B?
- B) Kiko quer fazer um passeio de 1001 pulos, começando em A. Em quais pedras ele poderá terminar esse passeio? Justifique sua resposta.
- C) Quantos são os passeios de 2020 pulos que Kiko pode fazer começando em A e terminando em C?

**Questão 04:** Cinco crianças lançaram, cada uma, dois dados. A soma dos pontos obtidos nos dez dados foi 57.



- A) Quantas crianças, no mínimo, tiraram 6 em ambos os dados?

**Questão 05:** Um número inteiro positivo é chamado de interessante quando termina com um algarismo que é igual ao produto de seus demais algarismos. Por exemplo, 326 e 1020 são interessantes, pois:

$$3 \times 2 = 6 \text{ e } 1 \times 0 \times 2 = 0.$$

- A) Qual deve ser o valor do algarismo A para que o número 14A8 seja interessante?
- B) Quantos números interessantes de quatro algarismos terminam com o algarismo 6?
- C) Quantos números interessantes de cinco algarismos terminam com o algarismo 0?

**Questão 06:** Maria escolheu um número inteiro. Ela somou a esse número os três números ímpares imediatamente inferiores e os dois números pares imediatamente superiores a ele e obteve 1414 como resultado.

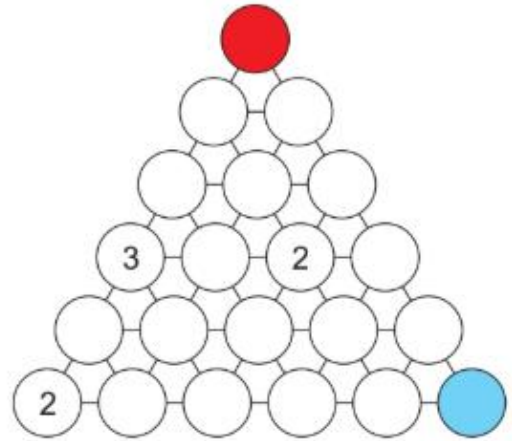
- A) Qual é a soma dos algarismos do número que Maria escolheu? Justifique sua resposta.

**Questão 07:** Números naturais devem ser escritos dentro de cada círculo vazio da figura, de modo que a soma dos números escritos em três círculos alinhados e consecutivos seja sempre a mesma.

A) Qual número deverá ser escrito no círculo superior?

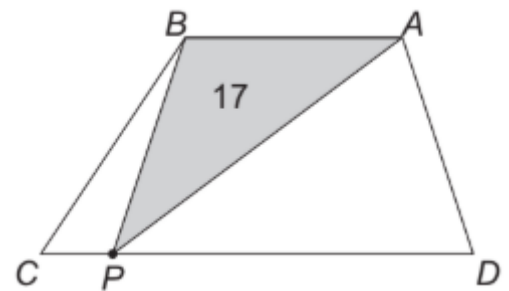
B) Mostre que a soma de todos os números escritos é um múltiplo de 7.

C) Para que a soma de todos os números escritos seja 63, qual número deverá ser escrito no círculo do canto inferior direito?



**Questão 08:** No trapézio ABCD da figura, os lados AB e CD são paralelos e o comprimento de CD é o dobro do comprimento de AB. O ponto P está sobre o lado CD e determina um triângulo ABP com área igual a 17.

A) Qual é a área do trapézio ABCD?



**Questão 09:** Um enfeite é formado por um dado encaixado em uma cavidade quadrada sobre uma base, como mostra a figura. As faces do dado estão numeradas de 1 a 6.



A) De quantas maneiras o dado pode ser encaixado na base com a face 1 para cima?

B) De quantas maneiras o dado pode ser encaixado na base?

C) De quantas maneiras o dado pode ser encaixado na base, de modo que pelo menos um dos vértices da face 6 fique em contato com a base?

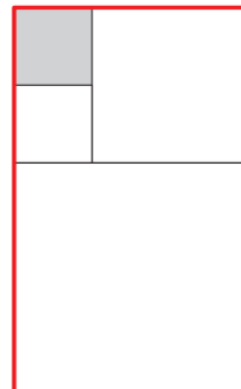
**Questão 10:** Clarice escreveu os múltiplos de 7, um ao lado do outro, como mostrado a seguir: 7 14 21 28 35 42 49 56 63 70 77 84 91 98 105 ... Observe que o oitavo algarismo que ela escreveu foi o 3.

A) Qual foi o centésimo algarismo que ela escreveu?

**Questão 11:** Pedrinho juntou quatro quadrados, sem sobreposição, e obteve o retângulo de contorno destacado em vermelho na figura. A área do quadrado sombreado é  $4 \text{ cm}^2$ .

A) Qual é a área do retângulo de contorno destacado em cinza (retângulo maior)?

B) Pedrinho juntou mais um quadrado à figura, também sem sobreposição, e obteve um novo retângulo de maior área possível. Qual é a área desse novo retângulo?



**Questão 12:** José gosta de inventar operações matemáticas entre dois números naturais. Ele inventou uma operação em que o resultado é a soma dos números seguida de tantos zeros quanto for o resultado dessa soma. Por exemplo,

$$2 \blacksquare 3 = \underbrace{500000}_{5 \text{ zeros}} \quad \text{e} \quad 7 \blacksquare 0 = \underbrace{70000000}_{7 \text{ zeros}}.$$

Quantos zeros há no resultado da multiplicação abaixo?

$$(1 \blacksquare 0) \times (1 \blacksquare 1) \times (1 \blacksquare 2) \times (1 \blacksquare 3) \times (1 \blacksquare 4)$$

**Questão 13:** Júlia faz o seguinte cálculo com números inteiros positivos: ela escolhe um número, eleva esse número ao cubo e subtrai desse cubo o próprio número. Veja na figura que o resultado do cálculo de Júlia com o número 2 é igual a 6.

A) Qual é o resultado do cálculo de Júlia com o número 3?

B) Qual é o número que deve ser escolhido por Júlia para que o resultado do cálculo seja 1320?

C) Explique por que, para qualquer número que Júlia escolher, o resultado final do cálculo será sempre um múltiplo de 6.

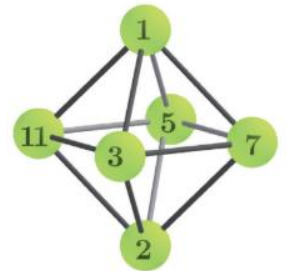


**Questão 14:** Zequinha tem três dados iguais, com letras O, P, Q, R, S e T em suas faces. Ele juntou esses dados como na figura, de modo que as faces em contato tivessem a mesma letra.



A) Qual é a letra na face oposta à que tem a letra T?

**Questão 15:** Um objeto foi construído com doze varetas iguais e seis bolinhas numeradas com 1, 2, 3, 5, 7 e 11, como na figura. Uma formiguinha caminha pelas varetas, passeando de bolinha em bolinha, a partir de uma bolinha inicial. Quando termina um passeio, ela multiplica todos os números das bolinhas que visitou e obtém um número para esse passeio. Por exemplo, ao final do passeio



$$3 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 11 \rightarrow 1$$

ela obtém  $3 \times 1 \times 3 \times 2 \times 3 \times 11 \times 1 = 594$ .

A) Descreva um passeio no qual a formiguinha obtém, ao final, o número 45.

B) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 52 ao final de um passeio.

C) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 40 ao final de um passeio.

D) Explique por que a formiguinha nunca vai conseguir obter o número 52 ao final de um passeio.

#### BLOCO 04

**Questão 01:** Um quadriculado 3x3 preenchido com números inteiros chamado de medimágico quando, em cada linha horizontal, vertical diagonal, o termo do meio é a média aritmética dos outros dois.

A) Preencha o quadriculado abaixo para que ele seja medimágico.

3		19
8		



é  
ou

B) O quadriculado medimágico abaixo tem os números 7, 9 e 20 nas posições indicadas. Qual é o valor de  $x$ ?

	7	
9	$x$	
		20

C) Explique por que, em qualquer quadriculado medimágico, a soma de todos os números é um múltiplo de 9.

**Questão 02:** Qual é o valor da expressão abaixo?

$$\frac{-1 \times 2 + 2 \times 3 - 3 \times 4 + 4 \times 5 - 5 \times 6 + \dots - 49 \times 50 + 50 \times 51}{1 + 2 + 3 + \dots + 25}$$

**Questão 03:** Na figura, as letras A e B representam os possíveis algarismos que tornam o produto dos números 2A5 e 13B um múltiplo de 36.

A) Em todos os possíveis resultados para o produto desses números, o algarismo das unidades é o mesmo. Qual é esse algarismo?

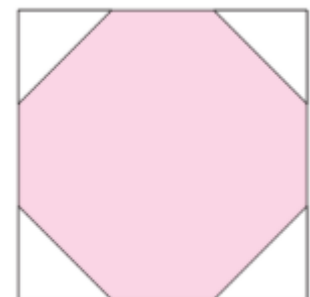
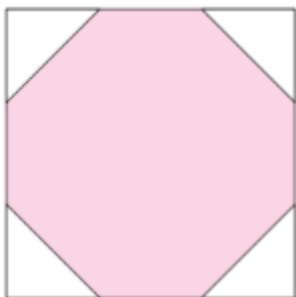
B) Quais são os possíveis valores de B?

C) Qual é o maior valor possível para esse produto?



**Questão 04:** A área da figura destacada em cinza é  $28 \text{ cm}^2$ , e seus vértices dividem os lados do quadrado em três partes iguais.

A) Divida a região cinza em triângulos congruentes.



B) Qual é a área do quadrado?



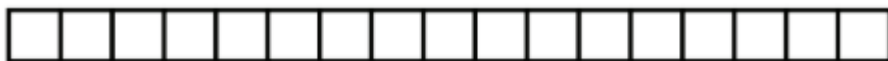
**Questão 05:** Fernanda precisa criar uma senha para poder usar o computador da escola. A senha deve ter cinco algarismos distintos de modo que, da esquerda para a direita, o algarismo da 1.a posição seja maior do que 1, o da 2.a posição seja maior do que 2, e assim por diante. Por exemplo, 25476 é uma senha possível, mas 52476 não é, pois o algarismo na segunda posição não é maior do que 2.

A) Se a senha de Fernanda começar com 9467, qual deve ser o algarismo da 5.a posição?

B) Se Fernanda começar a formar sua senha escolhendo o algarismo 7 para a 5.a posição, quantas são as possibilidades de escolha para a 4.a posição?

C) Quantas senhas Fernanda poderá formar?

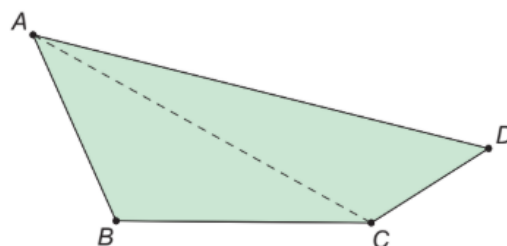
**Questão 06:** A professora de Jurema pediu para ela escolher e pintar 13 quadradinhos consecutivos da faixa abaixo, que é formada por 17 quadradinhos.



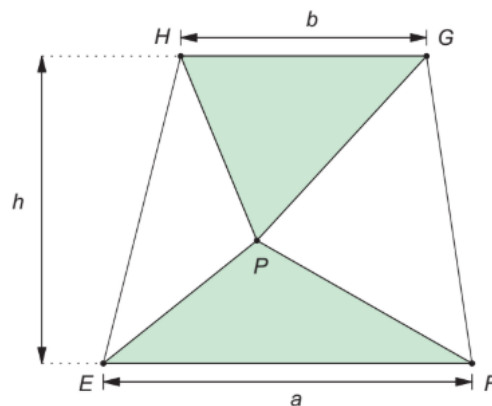
A) A professora sabe que há alguns quadradinhos que serão obrigatoriamente pintados, qualquer que seja a escolha de Jurema. Quantos são esses quadradinhos?

**Questão 07:** Ana quer dividir quadriláteros em quatro triângulos de mesma área.

A) A diagonal  $AC$  divide o quadrilátero  $ABCD$  da seguinte maneira em dois triângulos de mesma área. Ana sabe que existe um ponto  $P$  nessa diagonal tal que os triângulos  $PAB$ ,  $PBC$ ,  $PCD$  e  $PDA$  têm a mesma área. Localize o ponto  $P$  na diagonal  $AC$ . Justifique sua resposta.

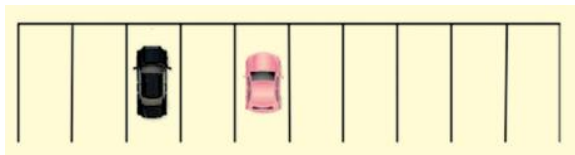


B) Ana desenhou um trapézio  $EFGH$ , de bases  $EF = a$  e  $GH = b$ , com  $a > b$  e altura  $h$ , como na seguinte figura. Em seguida, ela escolheu um ponto  $P$  tal que os triângulos  $PEF$  e  $PGH$  tivessem a mesma área. Expresse a área desses triângulos em termos de  $a$ ,  $b$  e  $h$ .



C) Explique por que Ana nunca conseguirá escolher um ponto  $P$  no interior do trapézio  $EFGH$  do item anterior tal que os quatro triângulos  $PEF$ ,  $PFG$ ,  $PGH$  e  $PHE$  tenham todos a mesma área.

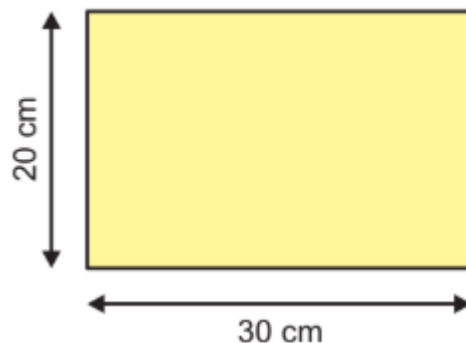
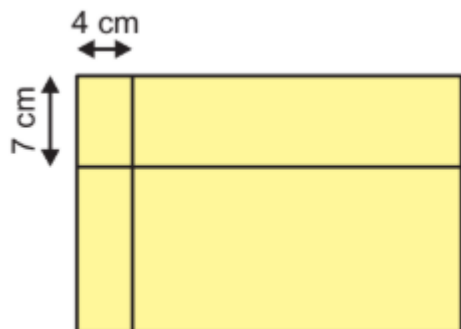
**Questão 08:** Um estacionamento tem 10 vagas, uma ao lado da outra, inicialmente todas livres. Um carro preto e um rosa chegam a esse estacionamento.



A) De quantas maneiras diferentes esses carros podem ocupar duas vagas de forma que haja pelo menos uma vaga livre entre eles?

**Questão 09:** Lucinha tem três folhas retangulares iguais, cujos lados medem 20 cm e 30 cm.

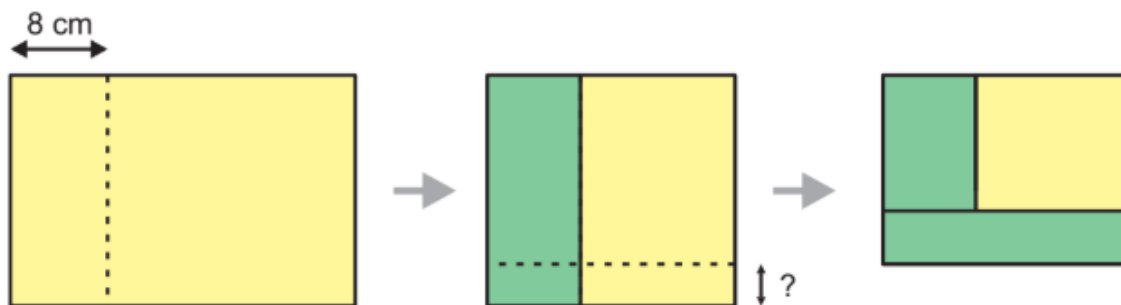
A) Lucinha fez dois traços retos na primeira folha, um a 4 cm da margem esquerda e outro a 7 cm da margem superior, dividindo-a em quatro retângulos. Um desses retângulos tem a maior área. Qual é o valor dessa área?



B) Ajude Lucinha a dividir a segunda folha em quadrados iguais, desenhando traços paralelos às margens, de modo que esses quadrados tenham a maior área possível.



C) Lucinha pegou a terceira folha, amarela na frente e verde no verso, e fez duas dobras: a primeira a 8 cm da margem esquerda e a segunda a uma certa distância da margem inferior, de forma que o perímetro da região não coberta da folha (contorno da região amarela da última figura) fosse de 54 cm. Qual é a distância da segunda dobra à margem inferior?



**Questão 10:** Na conta armada, cada letra representa um algarismo, e letras diferentes representam algarismos diferentes.

A) Qual é o algarismo que a letra T representa?

$$\begin{array}{r} \text{GOTA} \\ \text{GOTA} \\ \text{GOTA} \\ \text{GOTA} \\ + \text{GOTA} \\ \hline \text{AGUA} \end{array}$$

**Questão 11:** Comece uma sequência escrevendo dois números inteiros não negativos, sendo o primeiro maior do que o segundo. Depois, para encontrar os próximos termos da sequência, repita o seguinte procedimento:

- se o último termo escrito for maior do que o penúltimo, a sequência termina;
- caso contrário, o próximo termo a ser escrito será o penúltimo menos o último.

Um exemplo é a sequência 120, 71, 49, 22, 27; ela começa com 120 e 71 e possui cinco termos.



A) Escreva a sequência que começa com 30 e 16.

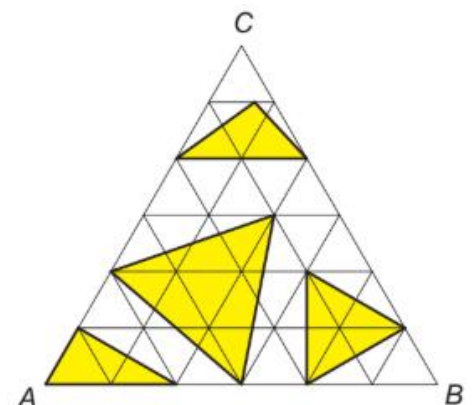
B) Escreva a sequência que possui exatamente cinco termos, sendo o quarto termo igual a 1 e o quinto termo igual a 2.

C) Uma sequência que começa com 25 tem exatamente três termos. Quais são os valores possíveis para o segundo termo?

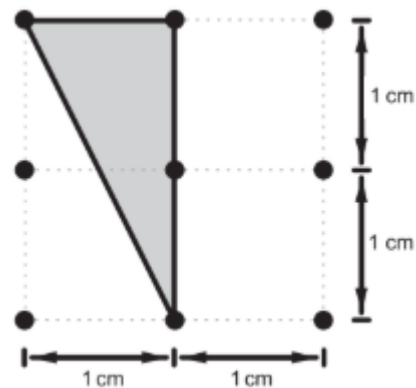
D) Uma sequência que começa com 60 tem o maior número possível de termos. Qual é o valor do segundo termo dessa sequência?

**Questão 12:** O triângulo equilátero ABC da figura é formado por 36 triângulos equiláteros menores, cada um deles com área 1.

A) Qual é a soma das áreas dos quatro triângulos amarelos?



**Questão 13:** Em um quadrado de lado 2 cm foram marcados nove pontos, conforme a figura. Triângulos podem ser desenhados com seus vértices nesses pontos. A figura mostra um deles, com área igual a  $1 \text{ cm}^2$ .



a) Quantos triângulos congruentes ao da figura possuem seus vértices nos pontos marcados?

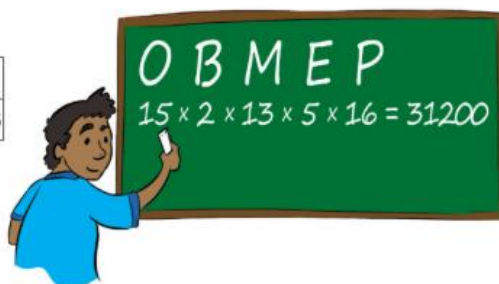
b) Desenhe outros dois triângulos com seus vértices nos pontos marcados, ambos com área igual a  $1 \text{ cm}^2$ , que não sejam congruentes entre si, nem congruentes ao triângulo da figura.



c) Quantos triângulos com área igual a  $1 \text{ cm}^2$  possuem seus vértices nos pontos marcados?

**Questão 14:** Cirilo associa a cada palavra um número, da seguinte maneira: ele troca cada letra por um número, usando a tabela abaixo e, em seguida, multiplica esses números.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26



Por exemplo, o número associado à palavra MAR é  $13 \times 1 \times 18 = 234$ .

A) Qual é o número associado à palavra CABIDE?

B) Escreva uma palavra com quatro letras cujo número associado seja 455.

C) Explique por que não existe uma palavra cujo número associado seja 2013.

## Data, hora, local de realização e duração da prova da Segunda Fase

5.2.1 Os alunos selecionados para a Segunda Fase deverão comparecer ao local de prova munidos de documento de identificação com foto, no dia e horário informados no Calendário Oficial da 20ª OBMEP 2025 (Anexo I).

5.2.2 A realização da prova terá início rigorosamente no horário estabelecido, de acordo com o Horário de Brasília-DF.

5.2.3 Fica estipulada a tolerância para o atraso de, no máximo, 20 (vinte) minutos do início da prova, ainda que seja um único participante. A duração da prova será mantida, independentemente de ter havido atraso por parte do aluno, sendo descontado o tempo de atraso do tempo total de prova.

5.2.4 Os locais de realização das provas da Segunda Fase, designados Centros de Aplicação, serão divulgados no site da 20ª OBMEP 2025 ([www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br)), após o processamento das solicitações especiais, no prazo divulgado no Calendário Oficial da 20ª OBMEP 2025 (Anexo I), junto com o Cartão Informativo que contém o endereço do Centro de Aplicação, bem como o nome e o código do aluno, que deverá ser impresso pela escola e entregue a todos os classificados para a Segunda Fase.

5.2.6 O IMPA não se responsabiliza pela concessão de auxílio de qualquer natureza para transporte, deslocamento e/ou alimentação dos alunos participantes até o local de prova, bem como para seu retorno aos locais de origem.

5.2.7 A duração da prova será de 3h (três horas), exceto para os alunos deficientes ou que precisarem de auxílio

para a realização da mesma, para os quais a duração será de 4h (quatro horas).

5.4.1 O aluno não poderá entregar a prova ou se ausentar da sala nos primeiros 45 (quarenta e cinco) minutos contados do início da realização da mesma.

5.4.2 O aluno deverá ter em mãos apenas lápis, borracha e caneta esferográfica azul ou preta.

5.4.3 As respostas da prova deverão ser feitas à caneta esferográfica azul ou preta ou a lápis, sempre com letra legível. As provas feitas a lápis somente serão corrigidas se as respostas estiverem legíveis.

5.4.4 É permitido levar lanche para o período de realização da prova.

5.4.5 Não é permitido ao aluno ingressar na sala de provas portando os seguintes itens: livros, manuais, impressos, anotações e quaisquer dispositivos eletrônicos...

5.4.6 Ao ingressar na sala de provas o aluno deverá guardar no envelope porta-objetos fornecido pelo aplicador o seu telefone celular e quaisquer outros equipamentos eletrônicos desligados, sob pena de desclassificação.

5.4.7 O envelope porta-objetos deverá ser lacrado, identificado pelo aluno e mantido embaixo da carteira durante a realização da prova, permanecendo lacrado até a saída definitiva do local de provas, sob pena de desclassificação.

5.4.8 O IMPA não se responsabiliza pela guarda, perda, extravio ou dano dos objetos pessoais dos participantes acima listados durante a realização das provas.

## Modelo que será preenchido no dia da aplicação da segunda fase.

Nome completo do(a) aluno(a)		
<input type="text"/>		
Endereço completo do(a) aluno(a) (Rua, Av., nº)		
<input type="text"/>		
Complemento (casa, apartamento, bloco)	Bairro	
<input type="text"/>	<input type="text"/>	
Cidade	UF/Estado	CEP
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Endereço eletrônico (e-mail)	DDD	Telefone
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Assinatura	DDD	Telefone (outro)
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>