Trabalho de Raciocínio Lógico Algorítmico -T160

O que fazer?

O professor da disciplina de Álgebra Linear solicitou que você desenvolvesse um sistema para auxiliá-lo em sala de aula. Desta maneira, ele pediu para que você começasse a desenvolver uma biblioteca que faz operações matriciais em pares, ou seja, operações em duas variáveis ($\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$) que podem ser uma matriz ou um vetor (**considerando que um vetor é uma matriz unidimensional**). A execução deve seguir a seguinte sequência de passos:

1. A leitura de duas variáveis com as quantidades de linhas e colunas da matriz/vetor $\mathbf{A}$. Em sequência o usuário cadastra os valores em $\mathbf{A}$.
2. A leitura de duas variáveis com as quantidades de linhas e colunas da matriz/vetor $\mathbf{B}$. Em sequência o usuário cadastra os valores em $\mathbf{B}$.

OBS 1: Em etapa de teste do seu algoritmo, utilize a função *random* para cadastrar elementos no vetor ou matriz.

OBS 2: Para as próximas instruções, a expressão $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{L \times C}$ significa dizer que é uma matriz que possui L linhas e C colunas e possui seus elementos no domínio dos reais.

Após o cadastro dos dois elementos, deve-se realizar as seguintes operações em sequência.

1 Exibir a resultante das operações $\mathbf{A} * x$ e $\mathbf{B} * y$. Em que x e y são valores inteiros fornecidos pelo usuário [**1,0 ponto**].

2 Criar novas variáveis $\mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ que serão compostas da seguinte maneira:

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}^T \qquad \mathbf{D} = \mathbf{B}^T \tag{1}$$

em que T representa a operação de transposição do vetor/matriz em questão. Ao final exibir em tela os valores de $\mathbf{C}$ e $\mathbf{D}$ [**1,0 ponto**].

3 A exibição da resultante da seguinte operação matricial:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} \tag{2}$$

, para esta operação, deve-se levar em consideração que somente pode-se somar para os casos em que as linhas e colunas de $\mathbf{A}$ são iguais as linhas e colunas de $\mathbf{B}$, ou seja, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Desta maneira, caso a soma não possa ser realizada deve ser impresso uma mensagem de erro no console: "As linhas e colunas de A devem ser iguais as linhas e colunas de B" [**1,0 ponto**].

4 Realizar a seguinte operação [**1,0 ponto**].:

- a) Caso a matriz $\mathbf{A}$ seja quadrada ($\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times m}$), imprima na tela:
  - (a) Sua diagonal principal;
  - (b) Sua diagonal Secundária;
- b) Caso contrário, imprima na tela o valor do maior elemento em $\mathbf{A}$ e sua posição.

5 Realizar a seguinte operação[**1,0 ponto**].:

- a) Caso a matriz $\mathbf{B}$ seja quadrada ($\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m \times m}$), imprima na tela:
  - (a) Os elementos presentes na diagonal principal e também os elementos acima da diagonal principal.
  - (b) Os elementos presentes na diagonal principal e também os elementos abaixo da diagonal principal.
- b) Caso contrário, imprima na tela o valor do menor elemento em $\mathbf{B}$ e sua posição.

6 Verifique se a variável A é um vetor coluna ou um vetor linha, ou seja, se $A \in \mathbb{R}^{m\times 1}$ ou $A \in \mathbb{R}^{1\times n}$. Caso verdadeiro, compute a média dos valores nesse vetor linha/coluna. Caso contrário compute a média de valores por linha e a média de valores por coluna. Para esse último caso deve-se levar em consideração que existem dois vetores de médias extraídos da matriz $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$. A ordem do vetor de médias por linhas é $M_{linhas} \in \mathbb{R}^{1\times n}$ e a ordem do vetor de médias por colunas é $M_{colunas} \in \mathbb{R}^{m\times 1}$. Para esse caso, considere que a matriz pode ou não ter números iguais de linhas e colunas. Segue exemplo para matriz com ordem 4×2

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}_{4\times 2} \quad \mathbf{m}_{Linhas} = \begin{bmatrix} (1+1+2+4)/4 & (2+3+1+3)/4 \end{bmatrix}_{1\times 2} \quad \mathbf{m}_{Colunas} = \begin{bmatrix} (1+2)/2 \\ (1+3)/3 \\ (2+1)/2 \\ (4+3)/2 \end{bmatrix}_{4\times 1} \tag{3}$$

Ao final, exiba em tela os vetores $\mathbf{m}_{Colunas}$ e $\mathbf{m}_{Linhas}$ [**1,0 ponto**].

7 Verifique se a variável B é uma matriz retangular ou seja, a quantidade de linhas e colunas são diferentes. Além disso, deve-se testar se a matriz retangular também não é um vetor coluna ou vetor linha. Caso verdadeiro, calcule e exiba na tela o valor da matriz $\mathbf{X}$:

$$\mathbf{X} = \mathbf{B}^T * 2.5 \tag{4}$$

Caso contrário, exiba em tela a quantidade de números primos presentes na matriz **B** [**1,0 ponto**].

8 Faça a leitura de um inteiro N. Caso o usuário digite 1 para N, faça a atribuição $\mathbf{Z} = \mathbf{A}$. Caso o usuário digite 0, faça a atribuição $\mathbf{Z} = \mathbf{B}$. Faça com que o usuário não consiga digitar valores diferentes de 0 ou 1. Em seguida, realize a seguinte operação na matriz $\mathbf{Z}$: Caso a variável Z seja um vetor coluna ou um vetor linha, produza uma matriz com aquela quantidade de coluna ou linha seguindo o exemplo:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_{00} & z_{01} & z_{02} & \cdots & z_{0m} \end{bmatrix}_{1\times m} \longrightarrow \begin{bmatrix} z_{00} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & z_{01} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & z_{02} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & z_{0m} \end{bmatrix}_{m\times m} \tag{5}$$

ou

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_{00} \\ z_{10} \\ z_{20} \\ \vdots \\ z_{n0} \end{bmatrix}_{n\times 1} \longrightarrow \begin{bmatrix} z_{00} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & z_{10} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & z_{20} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & z_{n0} \end{bmatrix}_{n\times n} \tag{6}$$

.

Caso a variável Z seja uma matriz quadrada (quantidade de linhas iguais a quantidade de colunas), faça a operação ao contrário da anterior. Ou seja, construir um vetor coluna com os elementos da diagonal principal. Segue exemplo:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & Z_{02} & \cdots & Z_{0m} \\ Z_{10} & Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1m} \\ Z_{20} & Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{m0} & Z_{m1} & Z_{m2} & \cdots & Z_{mm} \end{bmatrix}_{m\times m} \longrightarrow \begin{bmatrix} Z_{00} \\ Z_{11} \\ Z_{22} \\ \vdots \\ Z_{mm} \end{bmatrix}_{m\times 1} \tag{7}$$

Caso a variável Z não seja vetor coluna e nem uma matriz quadrada, imprima na tela a soma de todos os membros de Z [**1,0 ponto**].

9 Uma operação de produto matricial entre **A** e **B**. Para esta operação, deve-se inicialmente verificar se o produto é possível. Caso ele não seja, deve ser impressa a mensagem: "Ordens de matrizes não casam para produto matricial.". O Para que um produto matricial seja possível a quantidade de colunas da matriz **A** deve ser igual a quantidade de linhas da matriz **B**. Considerando que **Y** é a matriz resultante do produto matricial **A** e **B**, a ordem resultante será: $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m \times p} = \mathbf{A}_{[m \times n]} \cdot \mathbf{B}_{[n \times p]}$. Se o produto for possível, imprima a matriz **Y** resultante. Segue exemplo de como realizar um produto para duas matrizes de ordens $[5 \times 2]$ e $[2 \times 3]$:

$$\begin{bmatrix} A_{00} & A_{01} \\ A_{10} & A_{11} \\ A_{20} & A_{21} \\ A_{30} & A_{31} \\ A_{40} & A_{41} \end{bmatrix}_{5\times 2} \cdot \begin{bmatrix} B_{00} & B_{01} & B_{02} \\ B_{10} & B_{11} & B_{12} \end{bmatrix}_{2\times 3} = \begin{bmatrix} A_{00}*B_{00}+A_{01}*B_{10} & A_{00}*B_{01}+A_{01}*B_{11} & A_{00}*B_{02}+A_{01}*B_{12} \\ A_{10}*B_{00}+A_{11}*B_{10} & A_{10}*B_{01}+A_{11}*B_{11} & A_{10}*B_{02}+A_{11}*B_{12} \\ A_{20}*B_{00}+A_{21}*B_{10} & A_{20}*B_{01}+A_{21}*B_{11} & A_{20}*B_{02}+A_{21}*B_{12} \\ A_{30}*B_{00}+A_{31}*B_{10} & A_{30}*B_{01}+A_{31}*B_{11} & A_{30}*B_{02}+A_{31}*B_{12} \\ A_{40}*B_{00}+A_{41}*B_{10} & A_{40}*B_{01}+A_{41}*B_{11} & A_{40}*B_{02}+A_{41}*B_{12} \end{bmatrix} \tag{8}$$

[**1,0 ponto**].

10 Verifique se as matrizes **A** e **B** são quadradas. Caso verdadeiro imprima na tela a resultante da seguinte expressão.

$$Tr(\mathbf{A} \circ \mathbf{A}^T) + Tr(\mathbf{B}^T\mathbf{B}) * 2 \tag{9}$$

em que $Tr(\cdot)$ equivale ao traço de uma matriz, ou seja, a soma dos elementos da diagonal principal, e $\circ$ equivale ao produto ponto a ponto. Ou seja, cada elemento de **A** é multiplicado por cada elemento de $\mathbf{A}^T$ produzindo assim uma matriz resultante de ordem idêntica a **A** e $\mathbf{A}^T$ [**1,0 ponto**].

EXTRA O cálculo do determinante da matriz **A**. Para esse cálculo, é necessário que a matriz seja quadrada. Caso contrário, deve ser exibido em tela a mensagem: "Matriz não quadrada, determinante não calculado". Caso a matriz seja quadrada, o cálculo do determinante pode ser realizado utilizando o teorema de Laplace[**1,0 ponto**].

Observações

1. Deve-se desenvolver o algoritmo na linguagem Python.
2. Cada um dos 11 itens deve ser desenvolvido utilizando funções (*def minhaFuncao()*)
3. Apenas será permitido o uso da bibliota **random** e apenas a função **random()**.
4. O presente trabalho pode ser realizado em equipes de no máximo dois alunos.
5. A execução do sistema desenvolvido deve coletar informações de entrada do usuário, realizar o processamento da mesma e em seguida, realizar a exibição das informações processadas em cada um dos itens. Para realizar esta tarefa, o sistema precisa conter um MENU funcional que realiza a gestão de todos os requisitos descritos anteriormente.
6. A avaliação do trabalho está condicionada ao envio do código fonte sem erros de compilação. A correção do trabalho será realizada através de arguição em sala de aula. Nesta arguição, os alunos deverão responder perguntas e explicar sobre as implementações do sistema.
7. Caso haja o descumprimento de alguma das exigências anteriores, será atribuída nota zero. Além disso, o aluno que não saiba explicar ou responder perguntas sobre o código fonte desenvolvido, também será atribuída nota zero ao trabalho.
8. O código fonte será submetido a uma ferramenta de verificação de plágio. Qualquer tentativa de cópia do programa de outra equipe, ou da Internet, incluindo cópia de trechos do programa, resultará em aplicação de nota ZERO para todos os trabalhos;