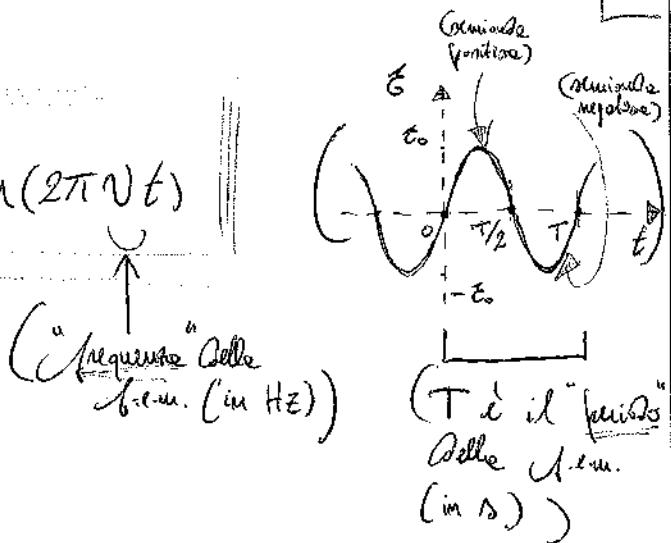


Come si è visto, un alternatore è un dispositivo capace di fornire delle f.e.m. alternate sinusoidalmente nel tempo, cioè secondo le leggi

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t) = \mathcal{E}_0 \sin(2\pi\nu t)$$

(f.e.m. misurata  
fornita) ("frequenza" delle  
f.e.m. (in Hz)  
e  $\nu \text{ Hz} \equiv 1 \text{ Hz} \equiv 1 \text{ s}^{-1}$ )



$$(\nu = \frac{1}{T})$$

Avendo per def.  $\nu = 2\pi\nu (= \frac{2\pi}{T})$  ( $\mathcal{E}_0, T > 0$  fisico)

Chiediamo di calcolare media di  $\mathcal{E}$  su un intero periodo, o su un intervallo di tempo  $t_2 - t_1$  multiplo intero del periodo, e' nulla e comunque si considera a zero anche se  $t_2 - t_1 \gg T$ :

$$(\mathcal{E})_m := \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{E}(t) dt = \frac{\mathcal{E}_0}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \sin(\omega t) dt = \frac{\mathcal{E}_0}{t_2 - t_1} \left[ \frac{\cos(\omega t)}{\omega} \right]_{t=t_1}^{t=t_2}$$

$$= \frac{\mathcal{E}_0}{(t_2 - t_1)\omega} [\cos(\omega t_1) - \cos(\omega t_2)] \Rightarrow |(\mathcal{E})_m| \leq \frac{2\mathcal{E}_0}{\omega} \frac{1}{t_2 - t_1} \stackrel{(\omega = \frac{2\pi}{T})}{=}$$

$$= \frac{\mathcal{E}_0}{\pi} \frac{T}{t_2 - t_1} \underset{(t_2 - t_1 \gg T)}{\approx} 0$$

(è evidente che ciò accade per ogni funzione sinusoidale nel tempo!) . Inoltre è  $\neq 0$  il

$$(\mathcal{E}^2)_m = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{E}^2(t) dt = \frac{\mathcal{E}_0^2}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \sin^2(\omega t) dt$$

$$= \frac{\mathcal{E}_0^2}{2(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} [1 - \cos(2\omega t)] dt \underset{(t_2 - t_1 \gg T)}{\approx} \frac{\mathcal{E}_0^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \cos^2(x) &= \cos^2(x) - \sin^2(x) \\ &= 1 - 2\sin^2(x), \text{ val} \\ \sin^2(x) &= \frac{1}{2}(1 - \cos(2x)) \end{aligned}$$

(Permette quest'ultima di  $\mathcal{E}^2$  nell'intervallo di tempo  $(t_1, t_2)$ )

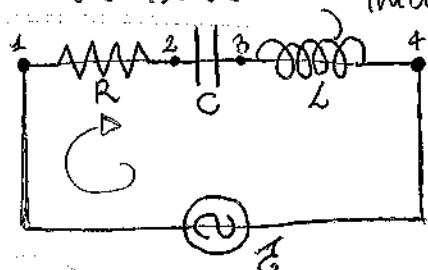
e quindi ha "il valore effettivo di  $E$ ", o "v.m. effettiva",  
 $E_{\text{eff}} := \sqrt{E^2} )_m \approx \frac{E_0}{\sqrt{2}}$ .

Come abbiamo già visto, quando un alternatore viene chiesto su un circuito elettrico si ha lo stesso effetto di corrente alternata; e.g., in modo che, dopo una fase transitoria iniziale, si raggiunge una situazione di regime tale per cui le c.e. siano con le medesime frequenze e delle f.m.a. alternate; indiciamo le frequenze di un alternatore su un circuito con  $\omega$ .

Nello studio dei circuiti in c.e., il problema consiste naturalmente nel determinare l'intensità delle correnti che ottengono qui certe del circuito, e le d.o.f. agli estremi di queste, in funzione del tempo considerato  $t$ , le forme del circuito, e le resistenze  $R$ , le capacità  $C$  e l'induttanza  $L$  presentate da ogni ramo del circuito. Come così siamo forniti, poniamo, di due correnti costanti, una costante pure, una costante pure e un'induttanza pura, che comunque in fatto sono da distinguere in un solo ramo. Supponiamo che le forme del circuito siano no fusi con un esempio di cui sono quelle stesse da sopra, e solo quelle: per ciò, ad un qualsiasi istante, lungo un ramo del circuito si ha che le stesse intensità di corrente e rimane anche la forma pura di Rinchaff (istantanea); inoltre, come conferma gli esatti, per avere questo deve

coni scrivete un'altra condizione: le dimensioni del circuito  
 debbono essere sufficientemente piccole per farci considerare le.c.m. e  
 le correnti "elementari variabili"; più precisamente il campo  
 magnetico delle nucce e formare una distanza fra le due bobine  
 del circuito deve avere "piccole" rispetto al raggio delle c.c. (cioè  
 in formula "massima densità lineare  $L$  ad azione"  $\lambda = \frac{c}{\omega}$   
 = la lunghezza d'onda nel vuoto  $\lambda_0$  di un'onda elettromagnetica di  
 frequenza  $\omega$ ; considerando further  $\omega \lesssim 10^6 \text{ Hz}$ ), mentre  
 $L \ll 300 \text{ m}$ . In tal caso formiamo inoltre riteneva  
 così ottenere l'approssimazione che le c.c. elementari  $\lambda_0$  siano (cioè  
 "istantanee").

Dunque le zone del circuito dove sorgono le.c.m. debbono essere  
 sufficientemente le distanze fra i pali, così da ogni istante solo  
 una se ne ricorda  $\lambda_0$  Rindhoff ("istantanea"); per  
 quanto riguarda le fiamme resistenze  $R$ , si ritiene in cui non  
 l'effetto delle "istantanee": le quattro  $\lambda_0$  valori  $\Delta Q$   
 si riferiscono nel campo  $\lambda_0$  in  $R$  e  $\Delta Q = \omega^2 R \Delta t$  (i istantanee).

Consideriamo in particolare un circuito  $RCL$  in cui mancano  
 come al solito  $\lambda_0$  un altro fonte: 

istante per istante,  $\mathcal{E}$  è anche  $\mathcal{E} = V_L - V_R$ , mentre le cor-

si definisca  $R$  il  $V_1 - V_2 = R i$  e le A.A.F. si definisca  
 $C$  il  $V_2 - V_3 = \frac{q}{C}$  (dove naturalmente  $q$  è la variazione  
 delle cariche positive che si insieme formano "fisicamente" il circuito);  
 infine le A.A.F. si definisca  $L$  il  $V_3 - V_4 = L \frac{di}{dt}$ :  
 infatti è  $\mathcal{E}_I = -L \frac{di}{dt} \Rightarrow V_4 - V_3$  in quanto si definisca  
 del circuito composto da  $R$  e  $C$  (in serie) dove avrà  
 $V_1 - V_3 = \mathcal{E}_t + \mathcal{E}_I = (V_1 - V_4) + \mathcal{E}_I$ ; e dunque,  
 ponendo  $q(t) = \int_0^t i(t') dt'$  con  $q(0) = 0$  (cioè  $i = \frac{dq}{dt}$ ),  
 vediamo che il fatto di avere al solo calcolo  $i(t)$  il  
 effetto  $V_1 - V_4 = (V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + (V_3 - V_4)$  equivalente a  
 $\mathcal{E}_t = L \frac{di}{dt} + R i + \frac{q}{C}$ , per cui  $i(t)$  soddisfa  
 l'equazione differenziale lineare del secondo ordine, non omogenea e a  
 coefficienti costanti

$$\left| L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \frac{\mathcal{E}_t}{C} \right| =$$

$= \mathcal{E}_0 \cos(\omega t)$ , le cui soluzioni generali sono naturalmente  
 la somma delle soluzioni generali dell'equazione omogenea  
 associate (che denotano le oscillazioni "suonate" del sistema, ovvero  
 quelle che scomparsa col tempo del tutto) con una soluzione  
 particolare dell'equazione completa stessa (che coincide con una  
 situazione di oscillazioni "forzate" del sistema). Ebbene,

Una soluzione particolare dell'equazione completa d'ordine delle forze  $i(t) = i_0 \sin(\omega t - \alpha)$ , che ha  $\frac{di}{dt} = \omega i_0 \cos(\omega t - \alpha)$  e  $\frac{d^2i}{dt^2} = -\omega^2 i_0 \sin(\omega t - \alpha)$  e che quindi deve verificare

$$\omega i_0 \left[ R \cos(\omega t - \alpha) - \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \sin(\omega t - \alpha) \right] = E_0 \omega \cos(\omega t)$$

motando immediatamente che  $\begin{cases} i_0 R = E_0 \cos(\alpha) & \text{per } \omega t = \alpha \\ i_0 \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = E_0 \sin(\alpha) & \text{per } \omega t = \alpha - \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Definiamo  $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{1}{R} \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$ , e allora forte  $i_0^2 \left[ R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right] = E_0^2$ , cioè  $i_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$  : in

conclusione  $i(t) = i_0 \sin(\omega t - \alpha)$  dove  $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$  è

dato da  $\tan(\alpha) = \frac{1}{R} \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$  mentre  $i_0 = \frac{E_0}{Z}$

con  $Z := \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$  ;  $\alpha$  è lo "referenziale" fra  $(\Sigma R)$   $(\text{in ohm})$

$i \neq 0$  ,  $i_0$  è l'intensità massima delle correnti e  $Z$  è "la resistenza effettiva" o "l'impedenza" del circuito

Osserviamo che se c.o. è in serie con  $\begin{cases} \text{C} & (\text{caso } \alpha=0) \\ \text{L} & \end{cases}$  , e solo se ,  $\omega = \omega_0 := \frac{1}{\sqrt{LC}}$  ,  $\frac{R}{Z} = \cos(\alpha)$

che equivale ad avere impedenza minima  $Z = R$  , ossia  $i_0 = \frac{E_0}{R}$  massima possibile : in tale circostanza dobbiamo di

il circuito è in "Condizioni di risonanza". Comunque no, vediamo allora che il circuito si intende a do vero in accordo alle leggi  $i = i_0 \sin(\omega t - \phi)$ , per cui basta solo mettere in un intervallo di tempo  $t_2 - t_1 \gg T$  funzione allo zero:

$(i')_m \approx 0$  ; invece stabile come fa  $\mathcal{E}$ , che mettendo quest'ultima  $(i^2)_m \approx \frac{i_0^2}{2}$ , e quindi si ottiene effettiva  $i_{eff} = \sqrt{(i^2)_m} = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$  ; le tensioni  $i_0 =$

$= \frac{E_0}{Z}$  quindi chiaramente  $i_{eff} = \frac{E_{eff}}{Z}$ , che è una generalizzazione delle leggi di Ohm.

Diamo un preciso nome chiamando  $i_{eff}$  e  $E_{eff}$  collettivamente potenze medie sostitutive di una c.c.

**I** Una resistenza puramente reattiva in media si dà come potenza media il quadrato del fattore di una c.c.  $i$  se questa è puramente di una c.c.  $i_{eff}$ : infatti se  $R$  è

$V_R = R i = R i_0 \sin(\omega t - \phi)$  per cui la potenza sostitutiva in  $R$  all'interno di  $i$  è  $W_R = i V_R = i^2 R = i_0^2 R \sin^2(\omega t - \phi)$

che ha su un intervallo  $(W_R)_m = (i^2)_m R = i_{eff}^2 R$  se

abbiamo che  $(V_R)_{eff} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} R i_0 \Rightarrow (W_R)_{eff} =$

$= i_{eff}^2 R = i_{eff} (V_R)_{eff} = \frac{(V_R)_{eff}^2}{R}$

**II** Le fótuze medie emeritate de un colpoate fise C noppole ad una f.s.m. alternata e nulla : infatti le corse formate de un'oscillazione all'istante t risultano  $q(t) = -\frac{i_0}{\omega} \cos(\omega t - \varphi) + C = \frac{i_0}{\omega} \sin(\omega t - \varphi - \pi/2) + C$ , e  $C=0$  calcolando il colpo medio su un intero periodo. Se  $\mathcal{E} = L \frac{\partial i}{\partial t} + R_i + \frac{q}{C}$  è meglia le A.O.F. tra le emerite e  $V_C := \frac{q}{C} = \frac{i_0}{\omega C} \sin(\omega t - \varphi - \pi/2)$ , per cui c'è in ribalto di un quarto di ciclo rispetto alle corse iniziali, ovvero lo spostamento relativo è  $-\pi/2$  rad. Vediamo subito che  $(V_C)_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{i_0}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} i_{eff} =: X_C i_{eff}$ , dove  $X_C := \frac{1}{\omega C}$  è la "realtàza colpeccione" (in ohm), e che le fótuze emeritate de C all'istante t è  $W_C = i V_C = -\frac{i^2}{\omega C} \sin(\omega t - \varphi) \cos(\omega t - \varphi) = -\frac{1}{2} \frac{i^2}{\omega C} \sin(2\omega t - 2\varphi)$ , da cui effettivo  $(W_C)_m \approx 0$ .

**III** Anche le fótuze medie emeritate de un'induttore fise L è nulla : le A.O.F. si soffri di L è infatti  $V_L := L \frac{\partial i}{\partial t} = L \omega i_0 \cos(\omega t - \varphi) = L \omega i_0 \sin(\omega t - \varphi + \pi/2)$ , per cui c'è in anticipo di un quarto di ciclo rispetto alle corse che le osservate, ovvero lo spostamento relativo è  $\pi/2$  rad; insomma  $(V_L)_{eff} = \frac{L \omega i_0}{\sqrt{2}} = L \omega i_{eff} =: X_L i_{eff}$ , dove  $X_L = \omega L$  è la "realtàza induttore" (in ohm), e in

mostrando che  $W_L = iV_L = \omega L i_0^2 \sin(\omega t - \alpha) \cos(\omega t - \alpha) = \frac{1}{2} \omega L i_0^2 \sin(2\omega t - 2\alpha)$  che  $(W_L)_m \approx 0$ .

Ora vediamo che  $V_C$  e  $V_L$  sono sfasate di  $\pi/2$ , con frequenza  $\omega$  in ritardo, e che ha somma la ampiezza  $|X_L - X_C|$ :  $X := X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$  e "le realtà del circuito".

Potremo quindi affermare che, in un circuito RCL in serie, in modo si rispetta sempre solo l'effetto Joule nelle resistenze  $R$ , e le fatiche medie dunque a frequenza  $(W)_m = i_{\text{eff}}^2 R$ , =  $= i_{\text{eff}} E_{\text{eff}} \frac{R}{Z} = i_{\text{eff}} E_{\text{eff}} \cos(\alpha)$ , che definisce del trasduttore  $i_{\text{eff}} E_{\text{eff}}$  e come del fattore  $\cos(\alpha)$ , detto "fattore di fatica".

"Fattore di fatica" ( $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2 \Leftrightarrow 0 \leq \cos(\alpha) \leq 1$ ) ;

notiamo che  $\cos(\alpha) \approx 0 \Leftrightarrow (W)_m \approx 0 \Leftrightarrow \alpha \approx \pm \pi/2$  non  $\Leftrightarrow R \approx 0$  : are concrete i per le quali vengono queste condizioni chiamate "swallow".

Per quanto riguarda invece le soluzioni generali dell'equazione

$$\text{omogenea} \quad L \frac{di}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0 \quad \left( = \frac{\partial E}{\partial t} \right),$$

cioè  $E$  costante!, che naturalmente risuoniamo come

$$L \frac{di}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0 \quad \text{con } \omega := \frac{R}{L} \quad \left( \text{e } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \right).$$

seffiamo delle forme dell'equazione matematica che  $i(t) = C_1 e^{\gamma_1 t} + C_2 e^{\gamma_2 t}$   
 dove  $C_1$  e  $C_2$  sono costanti da determinare in base alle condizioni iniziali, mentre  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  sono le radici dell'equazione caratteristica  
 associata all'eq. diff. omog.  $\gamma^2 + 2\zeta\gamma + \omega_0^2 = 0$ , cioè  

$$\begin{cases} \gamma_1 = -\zeta + \sqrt{\zeta^2 - \omega_0^2} \\ \gamma_2 = -\zeta + \sqrt{\zeta^2 - \omega_0^2} \end{cases}$$
 (e, esiste queste, fornisco in generale  
 ricercare  $C_1$  e  $C_2$  ; se esiste, ossia che le O.D.F. tie manutengono  
 all'equazione di  $V_C = \frac{1}{(const.)} - R_i - L \frac{di}{dt} = E - R(C_1 e^{\gamma_1 t} +$   
 $+ C_2 e^{\gamma_2 t}) - L(C_1 \gamma_1 e^{\gamma_1 t} + C_2 \gamma_2 e^{\gamma_2 t})$ , conoscendo  $\zeta$  un  
 certo istante, come  $t=0$ ,  $i(0)=I$  e  $V_C(0)=V$  deduciamo che  
 contemporaneamente  $C_1 + C_2 = I$  e  $E - C_1(R + L\gamma_1) - C_2(R +$   
 $+ L\gamma_2) = V$ , da cui  $C_1$  e  $C_2$  ! ) .

Distribuiamo i due con simboli per  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  :

(1)  $\zeta^2 - \omega_0^2 \geq 0$  :  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  sono reali, e negativi  
 $(\sqrt{\zeta^2 - \omega_0^2} \leq \zeta)$ , da cui le soluzioni sono entrambe decrescenti  
 col passare del tempo, cosicché  $i(t)$  tende "riflettente" a zero ;  
 in effetti  $\zeta^2 - \omega_0^2 = \frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC} \geq 0 \Leftrightarrow R^2 \geq \frac{4L}{C}$ ,

cioè  $R$  è abbastanza grande per impedire ogni oscillazione. Ad esempio,  
 nel caso particolare  $\zeta^2 - \omega_0^2 = 0$ , cioè  $R^2 = \frac{4L}{C}$ , è  $\gamma_1 =$   
 $= \gamma_2 = -\zeta = -\omega_0$  e quindi per le formule le soluzioni

generale dell'oscillazione è  $i(t) = (c_1 + c_2 t) \bar{e}^{-\omega_0 t}$

$$(2) \quad L^2 - \omega_0^2 = -\Omega^2 < 0 \quad (\text{cioè } 0 < R^2 < \frac{4L}{C}) : \gamma_1 \text{ e } \gamma_2 \text{ sono complessi coniugati}$$

$$(\text{se } i := \sqrt{-1}) \quad \text{quindi } i(t) = c_1 e^{\gamma_1 t} + c_2 e^{\gamma_2 t} = \\ = \bar{e}^{-\omega_0 t} [c_1 \bar{e}^{i\omega_0 t} + c_2 \bar{e}^{-i\omega_0 t}] \quad \text{è dunque immagine reale}$$

$$\text{che } c_2 = \bar{c}_1 \quad \text{e dunque } i(t) = A \bar{e}^{-\omega_0 t} \sin(\Omega t + \phi) \quad \text{con} \\ A := \sqrt{|c_1|^2 + |c_2|^2} \quad \text{e} \quad \tan(\phi) = \frac{c_1 + c_2}{c_1 - c_2} \quad \left( \text{e infatti } c_1 := \omega_0 + i b \right)$$

$$+ i b \quad \text{e} \quad c_2 = \omega_0 - i b, \quad \text{dunque } A = \sqrt{\omega_0^2 + b^2} =$$

$$= 2p \quad \text{mentre} \quad \tan(\phi) = \frac{2b}{2i b} = \frac{b}{i b} \Rightarrow$$

$$\phi = \pi/2 - \theta \quad \text{quindi} \quad \sin(\Omega t + \phi) =$$

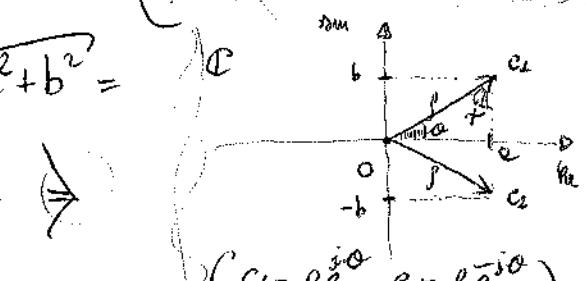
$$= \frac{1}{2i} (e^{i(\Omega t + \phi)} - \bar{e}^{-i(\Omega t + \phi)}) = \frac{1}{2i} \left( e^{i\Omega t} e^{i(\pi/2 - \theta)} - \bar{e}^{-i\Omega t} \bar{e}^{-i(\pi/2 - \theta)} \right) \\ = \frac{1}{2} \left( e^{i\Omega t} \frac{c_2}{p} + \bar{e}^{-i\Omega t} \frac{c_1}{p} \right) = \frac{1}{2p} (c_1 \bar{e}^{i\Omega t} + c_2 e^{i\Omega t})$$

Le c.e.  $i(t)$  come siamo oscillazioni sinusoidali e come del resto  $\bar{e}^{-\omega_0 t}$ , perciò il quale corrispondono flessioni con frequenza  $\Omega$ , ovvero con frequenze  $\nu = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$

("frequenze proprie del circuito")

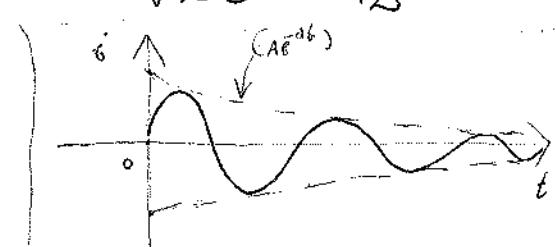
Dal questo ricavato avendo fin' interamente (di

$R^2 < \frac{4L}{C}$ ) si applicherà infine la soluzione generale dell'equazione



$$(c_1 = p e^{i\theta}, c_2 = p e^{-i\phi})$$

$$= \frac{1}{2} \left( e^{i\Omega t} \frac{c_2}{p} + \bar{e}^{-i\Omega t} \frac{c_1}{p} \right) = \frac{1}{2p} (c_1 \bar{e}^{i\Omega t} + c_2 e^{i\Omega t})$$



del circuito, cioè  $i(t) = A e^{-\alpha t} \sin(\Omega t + \phi) +$   
 $+ \frac{C_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \sin(\omega t - \psi)$  (dove i parametri sono ormai perfettamente conosciuti) → notiamo che le costanti  $A$  e  $\alpha$  si leggono dalla fine quanto file  $\alpha = \frac{R}{2L}$  e "grado" rispetto a  $\Omega$ .

Consideriamo il caso speciale in cui la c.c.  $C(t)$  è in fase con la t.c.m. alternata  $E(t)$ , cioè il caso delle "risonanze":

$$\alpha = 0 \Leftrightarrow X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \Leftrightarrow \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\Rightarrow Z = R \quad (\text{minima fomabile}) \Leftrightarrow i_0 = \frac{C_0}{R} \quad (\text{massima fomabile})$$

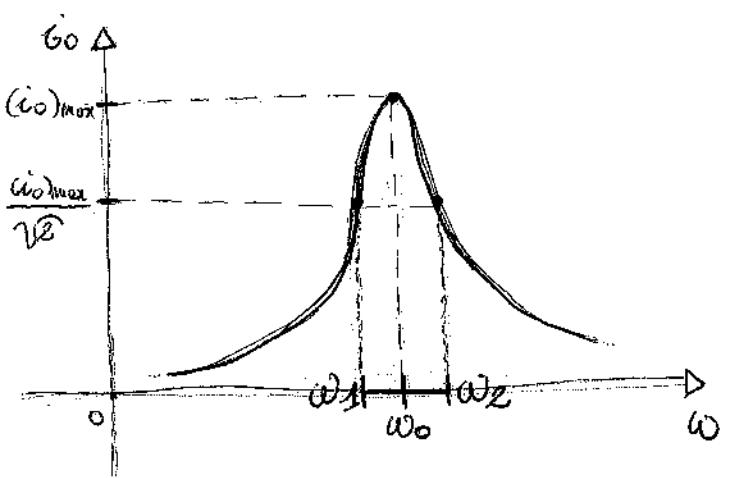
$$\text{dimostra ora che } \omega L - \frac{1}{\omega C} = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C} = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega \sqrt{LC}} \cdot \frac{\sqrt{LC}}{C} = \\ = \left( \omega \sqrt{LC} - \frac{1}{\omega \sqrt{LC}} \right) \frac{\sqrt{LC}}{C} = \frac{\sqrt{LC}}{C} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right), \quad \text{fornendo}$$

$$\text{scrivere } i_0 \quad \text{come } i_0 = \frac{C_0}{Z} = \frac{C_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \\ = \frac{C_0}{R \sqrt{1 + \frac{L}{CR^2} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad ; \quad \text{essendo sicuramente } \omega_0^2 L^2 = \frac{L}{C},$$

$$\text{Definiamo } Q_0 := \frac{\omega_0 L}{R} \quad (\text{"parametro di flessione da quattro"}) \quad \text{e}$$

$$\text{quindi scriviamo } i_0 = \frac{C_0}{R \sqrt{1 + Q_0^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} : \text{ forniamo}$$

Effettuare che se è menore  $\alpha$ , e cioè  $\alpha \ll \omega_0$ ; se invece  $\omega \neq \omega_0$ , "cioè alle risonanze" c'è più grande. Si vede, effettivamente quanto più  $Q_0$  è grande (ad esempio tenendo fissa la C ma diminuendo R) si ha una risonanza per un circuito RCL in cui  $\omega$  del tipo



$$\text{la cui} \quad (I_o)_\text{max} = \frac{G_o}{R}$$

osserviamo subito che abbiamo  $\frac{(I_o)_\text{max}}{\sqrt{2}}$  se, e cioè se,  $\omega$  è tale che

$$Q_0 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 = 1 \quad , \quad \text{cioè} \quad \omega = \omega_1 \quad \text{o} \quad \omega = \omega_2 \quad \text{sia}$$

$$Q_0 \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) = -1 \quad \text{e} \quad Q_0 \left( \frac{\omega_2}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_2} \right) = 1 \quad , \quad \text{ovvero}$$

tale che  $\begin{cases} \omega_1 \omega_2 = \omega_0^2 \\ \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q_0} \end{cases}$  (infatti sommando abbiamo che

$$\frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_1} + \frac{\omega_2}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_2} = 0 \quad , \quad \text{cioè} \quad \omega_1^2 \omega_2 + \omega_0^2 \omega_2 + \omega_1^2 \omega_1 - \omega_0^2 \omega_1 = 0$$

$= 0$ , cioè  $\omega_1^2 \omega_2 + \omega_2^2 \omega_1 = \omega_0^2 (\omega_1 + \omega_2)$ , ma one

$$\text{risolvendo} \quad \frac{\omega_1^2 \omega_2 + \omega_2^2 \omega_1}{\omega_1 + \omega_2} = \omega_1 \omega_2 \quad ; \quad \text{obtengo, notando,}$$

$$\text{abbiamo} \quad \frac{\omega_2}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_2} - \left( \frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) = \frac{2}{Q_0} \quad , \quad \text{cioè}$$

$$\omega_2 - \frac{\omega_0^2}{\omega_2} - \omega_1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_1} = 2 \frac{\omega_0}{Q_0} \quad ; \quad \text{ma il primo membro è}$$

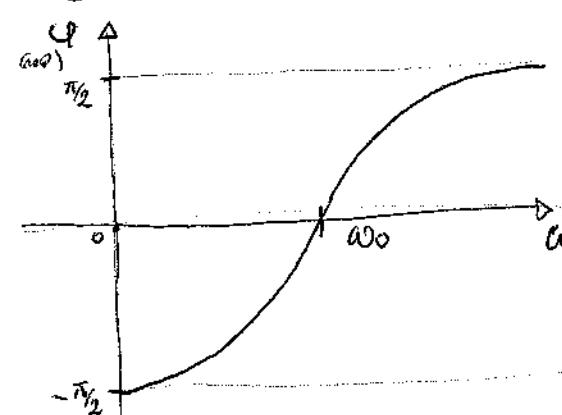
$$\text{uguale a } \omega_2 - \omega_1 + \left( \frac{\omega_0^2}{\omega_1} - \frac{\omega_0^2}{\omega_2} \right), \text{ e } \frac{\omega_0^2}{\omega_1} - \frac{\omega_0^2}{\omega_2} (\stackrel{?}{=} ) \frac{\omega_{eff}}{\omega_1} -$$

$$\frac{\omega_{eff}}{\omega_2} = \omega_2 - \omega_1 \text{ (o vero!) } f) \text{ . L'importante}$$

Da questo si vede che nell'intervallo d'impiego  $\omega_2 - \omega_1$  considerando  $\omega$  appartenente all'intervallo  $\omega_0$  (l'elenco per le quali  $\omega$  deve essere scelto) si ha che l'effettivo sottratto nel circuito non effettivo è  $\omega_0$  e questo effetto  $\omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q_0}$  assicura che le selezioni nelle frequenze avvenga con  $Q_0$ .

Per quanto riguarda lo sfasamento  $\phi$ , risulta evidentemente che

$$\frac{R_C}{C} = \omega_0 L \quad \text{abbiamo visto} \quad \tan(\phi) = Q_0 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$



per cui "il  $\phi$  sotto alle risorse" ( $\omega < \omega_0$ ) è  $\phi < 0$ , cioè la corrente è in anticipo rispetto alle t.e.m., mentre il  $\phi$  sopra alle risorse ( $\omega > \omega_0$ ) è  $\phi > 0$ , cioè la corrente è in ritardo rispetto alle t.e.m.

Moltissimo infine che, mentre  $(V_R)_{eff} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$ , abbiamo invece

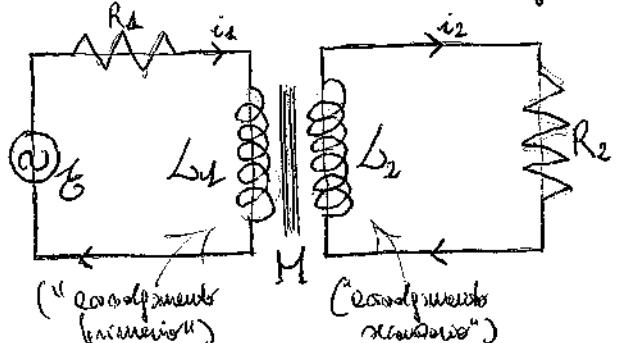
$$(V_C)_{eff} = \frac{a}{\omega C} i_{eff} = \frac{\omega_0 Q_0 R}{\omega Z} \mathcal{E}_{eff}$$

$$(V_L)_{eff} = \omega L i_{eff} = \frac{\omega Q_0 R}{\omega_0 Z} \mathcal{E}_{eff} \quad (\text{tuttamente fuori!})$$

$\omega_0(\omega_0 L) = 1/C$ , e assumendo  $\frac{(\omega_0 L)}{\omega_0} = L$  , per cui alle frequenze di risorse di  $(Z=R) \parallel (V_C)_{eff} = (V_L)_{eff} = Q_0 \mathcal{E}_{eff}$

$(Vc)_{eff}$  e  $(Vd)_{eff}$  formano così una corrente grande, e questo  
conviene sceglierlo perché l'impedenza è minima.

Per i continue, dalla formula  $W = Vi = i^2 R$  è chiaro  
perché, nelle centrale elettrica, l'energia elettrica prodotta e  
trasformata in energia di altre forme  
per una qualsiasi trasferta lungo una linea elettrica al massimo  
dell'isolazione dove l'energia viene trasformata e conservata:  
infatti, vuole trasmettere una certa potere potere, più  $V$  equivale  
a meno  $i$ , cioè a meno potere dissipato per effetto Joule;  
dopo che meno  $V$  equivale a più  $i$ , che è in genere voluto.  
Questo vuole e meglio risparmiare per le c.e., ma solo hanno il  
modo imbarazzante delle transformazioni <sup>(ma con  $(W)_{m, \text{eff. tot.}}$ )</sup> con le quali siamo costretti  
a molte trasformazioni di tensioni e flussi, per  
nella trasformatore, siamo obbligati facilmente a un  
uso intenso ma a bassa tensione di cui le c.e. ad facile  
trarre vantaggio per le tensioni, e viceversa, con facilità di trasporto  
per i ridotti.



In le due bobine, vuole ottenere  
un nucleo più stomato, sono  
accoppiate viceversa le loro mutue

induzione e inoltre si deve ad unire questo più possibile la dispersione del flusso magnetico ; E' allora ,  $R_1$  è evidentemente la "piccola" resistenza dell'avvolgimento primario , mentre  $R_2$  comprende soprattutto le resistenze di varie efficaci elettroniche inserite nel circuito secondario ; l'idea è che  $L_1$  e  $L_2$  siano con facilmente valori elevati (per il numero  $N$  oltre ad essere eccessivamente il per il nucleo  $\Phi$  zero) e che , per indurre elettroniche , si produca nell'avvolgimento secondario una t.a.m. costante che obbliga l'induttore secondario soprattutto i numeri  $N$  oltre che i componenti . Per quanto riguarda le induttori  $i_1$  e  $i_2$  si conosce (determinato) , se  $E(t)=E_0 \sin(\omega t)$

$$\text{e} \quad \begin{cases} \mathcal{E}_{I,1} = -L_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} - M \frac{\partial i_2}{\partial t} \\ \mathcal{E}_{I,2} = -L_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} - M \frac{\partial i_1}{\partial t} \end{cases} \quad \text{otteniamo subito le equazioni di}$$

due circuiti : il primario ha equazione  $\mathcal{E}(t) + \mathcal{E}_{I,1} = R_1 i_1$  , cioè  $E_0 \sin(\omega t) - L_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} - M \frac{\partial i_2}{\partial t} = R_1 i_1$  , mentre il secondario

$$\mathcal{E}_{I,2} = -L_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} - M \frac{\partial i_1}{\partial t} = R_2 i_2 \quad ; \quad \text{come seppure , le soluzioni di tale sistema sono le eq. diff. corrispondente alle condizioni di regime si ottiene quindi} \quad \begin{cases} i_{1s}(t) = I_1 \sin(\omega t - \alpha_1) \\ i_{2s}(t) = I_2 \sin(\omega t - \alpha_2) \end{cases}$$

quindi determinando le costanti  $I_1, \alpha_1, I_2, \alpha_2$  in modo che le eq. diff. in questione siano soddisfatte si qui intende . Consideriamo i due seguenti casi limite particolari :

(c) Circuito secondario "aperto" : " $R_2 = \infty$ " ,  $i_2 = 0$  ; se

equazione del circuito primario  $G = L_1 \frac{d i_{1s}}{dt} + R_1 i_{1s}$  è identica  
 (fisicamente) a quella di un circuito RCL in serie con  $R=R_1$ ,  
 $L=L_1$  e  $1/C=0$  ("C=∞"), pertanto seppiamo  
 che c'è  $i_{1s}(t) = I_1 \cos(\omega t - \alpha_1)$  con  $-\pi/2 \leq \alpha_1 \leq \pi/2$  dato da  
 $\tan(\alpha_1) = \frac{\omega L_1}{R_1}$  e con  $I_1 = \frac{E_0}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}}$ . (Diammo)

ora che nelle fasi, per la buona trasformabilità, è  $R_2 \ll \omega L_2$   
 cosicché si ha subito, essendo tale che  $\alpha_2 \approx \pi/2$  e essendo tale  
 che le fasi sono messe (N) in anticipo di ≈ 0. D'altra  
 parte se teniamo conto di qualsiasi circuito secondario  $\mathcal{E}_2(t)$ ,  
 $\mathcal{E}_{I,2}(t) = -M \frac{d i_{1s}(t)}{dt} = -\omega M I_1 \cos(\omega t - \alpha_1)$ , =  
 $= -\frac{\omega M E_0}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}} \cos(\omega t - \alpha_1)$ , per cui si vede che il

effettivo per il s.t.m. effettivo del secondario è del fattore rispetto

$$\frac{(\mathcal{E}_2)_{\text{eff}}}{(\mathcal{E})_{\text{eff}}} = \frac{\omega M}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}} \stackrel{(R \ll \omega L_1)}{\approx} \frac{M}{L_1} \quad ; \quad \text{cioè, il flusso}$$

magnetico caratteristico del primario è  $\Phi_1 = L_1 i_{1s}$  (perché), quindi  
 abbiamo rispetto alle N<sub>2</sub> spine il flusso è  $\frac{\Phi_1}{N_2} = \frac{i_{1s}}{N_2}$ ;

Al massimo di trasferimento di flusso fra il nucleo del ferro (come  
 quando viene da A verso B otteniamo tutte le spine del primario e  
 tutte quelle del secondario), allora il flusso caratteristico delle  
 N<sub>2</sub> spine del secondario è  $N_2 \frac{\Phi_1}{N_2} = \frac{N_2 L_1 i_{1s}}{N_2}$ , che per  
 definizione deve anche essere uguale a  $M i_{1s}$ : riceviamo così

$$M = \frac{N_2 L_2}{N_1} \quad (\text{come già fatto per solenoidi sovraffatti!})$$

Se poi in ciascuna

$$\left| \frac{(C_2)_{\text{eff}}}{(C)_{\text{eff}}} \approx \frac{N_2}{N_1} \right| =: \text{"il raffatto da trasformazione"}$$

trasformazione //

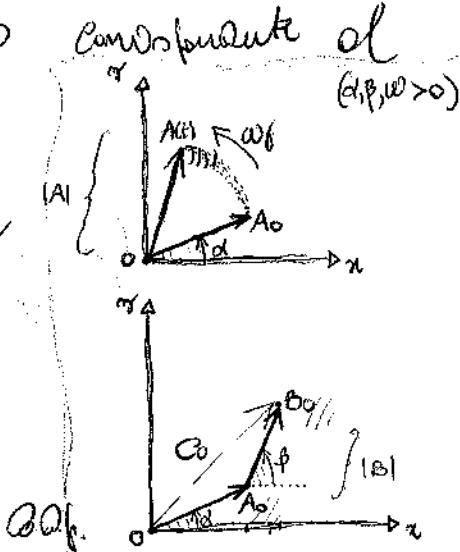
Dunque, come infatti è logico, se allora il valore di  $(C)_{\text{eff}}$  occorre che il numero abbia un numero  $>$  di spine rispetto al primario (mentre così la superficie che "intenta" il flusso aumenta).

**b) Circuito secondario "chiuso" (su  $R_2$ )**: Ne consegue che l'effetto sul primario rappresentato dal termine  $-M \frac{\partial i_2}{\partial t}$  nelle prime eq., e cioè che quindi accade è che lo spessore  $C_2$  ha lo stesso  $(C)$  dimensione (rispetto ad essere  $\pi/2$ ) e che le forze amminate sul primario è il "Circuito aperto" delle forze proprie del secondario (è forte effetto Joule su  $R_2$  e questo dovuta alle correnti generate da Joule, che comunque sono "quasi trascurabili" nei circuiti trasformatori) e inoltre, come abbiamo già visto, è  $\left| \frac{(i_2)_{\text{eff}}}{(i_1)_{\text{eff}}} \approx \frac{N_2}{N_1} \right|$ : infatti

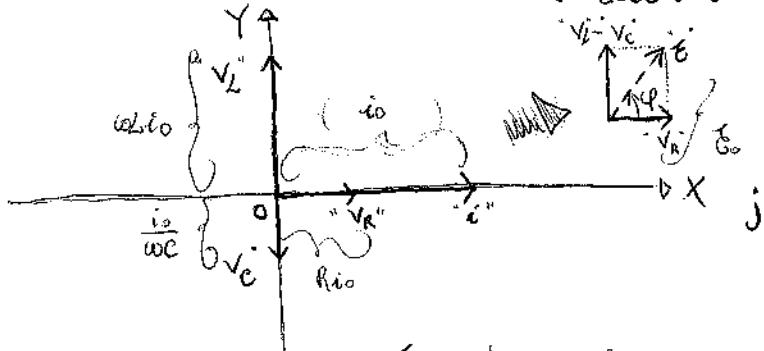
l'equazione delle forze trasmise equivale a  $(i_1)_{\text{eff}} (C)_{\text{eff}} = - (i_2)_{\text{eff}} (C_2)_{\text{eff}}$ , dove ritroviamo che per avere uno stesso quanto di reale e doppio, cioè su tutto il intervallo di corrente, occorre avere un trasformatore che innalzi il valore di  $(C)_{\text{eff}}$ , per poi ridurlo per gli ultimi.

Per lo studio di circuiti in c.c., specie in regime sinusoidale, è  
 essenziale una metoda basata nell'infarto dei vettori di correnti  
**Complemi**. Cominciamo osservando che una funzione sinusoidale  
 delle forme  $a(t) = |A| \cos(\omega t + \alpha)$  può essere considerata come la  
 somma di due componenti rettangolari  $A_0 = |A| e^{i\alpha}$  e  $A_1 = |A| e^{i\omega t}$ , dove  
 $\omega t + \alpha$  è un "vettore rotante" nel piano  $\mathbb{C}^2$  di Argand-Gauss con velocità angolare  $\omega$  e fase iniziale  
 iniziale  $A_0 = A(0) = |A| e^{i\alpha} = \hat{A}$ , vettore quest'ultimo chiamato  
 "vettore di Dressel" (associato a  $A$ ) ; è chiaro che  $A$  non  
 determina  $A_0$  : a ogni istante  $t$  si infatti  $A = A_0 e^{i\omega t}$   
 Non solo : è sufficiente rifissare solo sui vettori di Dressel funzionali  
 ai diversi componenti il grado di alternazione  $\omega$  degli azionamenti ; se  
 si infissa  $b(t) = |B| \cos(\omega t + \beta)$ , funzionare nello stesso  $\mathbb{C}^2$  del  
 vettore rotante  $B(t) = |B| e^{i(\omega t + \beta)}$  alle stesse velocità angolare  $\omega$  di  $A$  ;  
 allora chiaramente l'angolo tra i vettori  $A$  e  $B$  è costantemente  $\alpha - \beta$ , che è anche quello fra  $A_0$  e  $B_0$  di Dressel ; ma  
 allora  $c(t) := a(t) + b(t)$  è una funzione sinusoidale che (è) la  
 somma nello stesso vettore angolare  $C(t)$  composto di  
 vettori di Dressel  $C_0 := A_0 + B_0$ .

Nel particolare, ad esempio, consideriamo il caso  
 di un circuito RCL in serie con quelli f.d.  
 studiati : ottengo trovato che in serie con c.c.  
 d'intensità  $i(t) = i_0 \sin(\omega t - \phi)$  e che le d.p.



ei celi gli suoi elementi siano rispettivamente  $V_R = R \text{io} \sin(\omega t - \alpha)$ ,  $V_C = \frac{i_0}{\omega C} \sin(\omega t - \alpha - \pi/2)$  e  $V_L = \omega L i_0 \sin(\omega t - \alpha + \pi/2)$ ; d'ora quindi che i settori di D'essel corrispondenti a  $i$  e  $V_R$  sono paralleli (e concordi), mentre quelli corrispondenti a  $V_C$  e  $V_L$  sono perpendicolari ai precedenti e ortogonali fra loro: scegliendo un sistema di riferimento  $XOY$  con l'asse  $X$  come verso il setore di D'essel di  $i$ , e cioè  $\text{fig}$



Come detto, ora il setore corrispondente alle f.m.  $\theta$  è rispettivamente  
le somme dei settori corrispondenti a  $V_R$ ,  $V_C$  e  $V_L$ , che ha  
d'esso D'essel le somme dei setori di D'essel, per cui  
ha ampiezza  $E_0 = \sqrt{(Ri_0)^2 + (\omega L i_0 - \frac{i_0}{\omega C})^2} = i_0 \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} =$   
 $= Zi_0$  e si sposta quindi rispetto a  $i$  per  $\alpha$  tale che tangente  
 $= \frac{\omega L i_0 - i_0 / \omega C}{Ri_0} = \frac{1}{R} (\omega L - \frac{1}{\omega C})$ : ottengo così rispetto in  
un altro modo il problema del circuito, visto che obiettivo desiderato  
è (caso nullo  $Z$ ) e  $\alpha$ ! (Notiamo poi che in  
effetti  $E(t) = E_0 \sin(\omega t - \alpha) + \alpha = E_0 \sin(\omega t)$ .)

Valuterò invece per ora gli Impedenzi Complessi, cominciamo rispettivamente  
dall'equazione di circuito  $L \frac{di}{dt} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = \frac{\partial E}{\partial t}$  (invece  
che effettuare le equazioni di queste due, come sopra) e cioè è

quelle dobbiamo trovare  $\mathcal{E}$  sotto il nome "Complesso": se cioè  $\mathcal{B}$  dobbiamo sommare i numeri complessi corrispondenti rispettivamente ai valori di tensione e corrente ai soli "dc" e "ac" , allora  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{j\omega t} = \hat{\mathcal{E}} \cos(\omega t) + j \hat{\mathcal{E}} \sin(\omega t) =: \mathcal{E}_1 + j \mathcal{E}_2$  e analogamente  $i = \hat{i} e^{j\omega t} = \hat{i} \cos(\omega t) + j \hat{i} \sin(\omega t) = i_1 + j i_2$  per cui l'eq. diff. è (per linearità)  $(L \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + R \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{1}{C} i) + j (L \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + R \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{C} u) = \frac{\partial \mathcal{E}_1}{\partial t} + j \frac{\partial \mathcal{E}_2}{\partial t}$  cioè  $\begin{cases} L \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + R \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{1}{C} i = \frac{\partial \mathcal{E}_1}{\partial t} \\ L \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + R \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{C} u = \frac{\partial \mathcal{E}_2}{\partial t} \end{cases}$

Ora il punto è questo: nel caso  $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t)$ , e allora  $\mathcal{B} = \mathcal{E}_0$  non è  $\mathcal{E}$  è la forte impedenza della f.s.m. complessa ovvero  $\rightarrow$  cioè  $\mathcal{E}_2$ ; ma allora emergerà di intervenire  $i_2$ , e effettivamente è quella che risolve l'equazione Complesso per trovare  $i_2$  quindi  $i_2 = \mathcal{I}_{\text{m}}(i)$ , subendo che risolve l'equazione "doppia"  $L \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + R \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{1}{C} i = \frac{\partial \mathcal{E}_2}{\partial t}$ . Questo è facile, naturalmente, risolvendo l'eq. omogenea: s'intuisce infatti  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{j\omega t}$  complesso e cerchiamo di trovare  $i = \hat{i} e^{j\omega t}$ , cioè  $\hat{i}$ ; troviamo che

$$\frac{\partial i}{\partial t} = j\omega i \quad \text{e che} \quad \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = (j\omega)(j\omega)i = -\omega^2 i \quad \text{, le cui soluzioni sono}$$

l'equazione complessa e' risolubilità  $(-\omega^2 + jR\omega + \frac{1}{C}) \hat{i} e^{j\omega t} = j\omega \mathcal{E}_0 e^{j\omega t}$ , cioè  $\mathcal{B} = [R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}] i$ ; si troverà quindi risultato un'impedenza complessa  $\hat{Z} := R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} =$

$$= R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + jX \quad , \quad \text{Come vedi le impedenze complesse}$$

$R$ ,  $j\omega L$  e  $\frac{1}{j\omega C} = -j/\omega C$  sono rispettivamente le  $R$ ,  $L$  e  $C$ , e faccio così osservare che  $|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = Z$  ;

Comunque  $Z$  ha in generale una parte immaginaria  $X \neq 0$  e ciò equivale al fatto che la c.c. non si può scrivere con le tensioni effettive : infatti, se  $\vec{i} = \frac{\vec{V}}{Z}$  riceviamo, scambiando

$$Z = Z \stackrel{\text{sic}}{=} \text{con } A \text{ dob. da } \tan(A) = \frac{X}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad ,$$

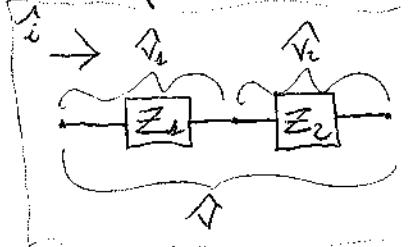
vediamo che effettivamente  $\vec{i} = \frac{\vec{V}}{Z} \stackrel{-\text{sic}}{=}$ , per cui  $i = \frac{V}{Z} \stackrel{\text{sic}}{=}$ .

Ottieniamo quindi facilmente il risultato !

Osserviamo il concetto di A.O.F. su un certo elemento, facciamo  $\vec{V} := Z \vec{i} =$  la A.O.F. complessa che più estremo dell'impedenza complessa  $Z$  ha come valore il concetto  $\vec{i}$  : che ha senso se consideriamo elementi paralleli o in serie, cioè se i leggi di Kirchhoff e i flussi sulle reti lineari j insieme, se gli elementi sono in serie e sono obbligatori sulle medesime correnti  $\vec{i}$ , allora l'impedenza complessa totale è la somma delle singole impedenze complesse :

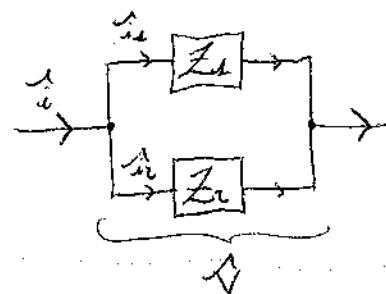
$$\text{infatti } \vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 \stackrel{(\vec{i})}{\Rightarrow} Z = Z_1 + Z_2 \quad j$$

se invece gli elementi sono in parallelo e cioè alle medesime A.O.F. complesse  $\vec{V}$ , allora il risultato dell'impedenza totale



Cavillone è la somma dei contributi delle singole impedanze cavillone:

$$\text{infatti: } i = i_{z_1} + i_{z_2} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{i}{Z} = \frac{i}{Z_1} + \frac{i}{Z_2}$$

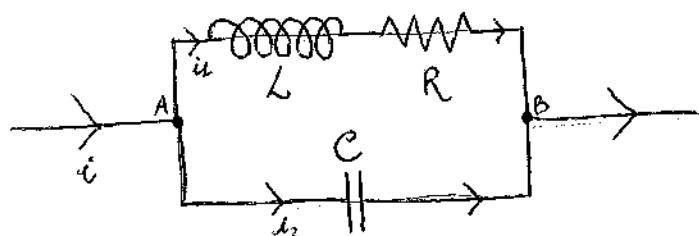


Possiamo usare queste formule "Cavillone" a circuiti complessi per ottenere infine risultati "reali"!

(Punto 3: Due esempi, però, terminano occorrendo all'effetto Joule: se basta ad esempio fare le acc. effettive con D.C. alternata fra gli estremi di un solo emporio di superficie, le accute si consentono risultati migliori in quanto fai scambi dell'aria nel filo; ciò) le correnti sono di preferenza molti ordini superiori al filo; ciò) il buon filo accettato quanto più è grande che frequenze delle tensioni, ma facendo un notevole riscalo alla superficie del filo insieme che le resistenze incandescenti aumenta sensibilmente (e ciò spiega perché sono megiori filo (ordini tre due) nel caso ad e.e. di alte frequenze). Il motivo qualitativo è questo: se l'intensità di corrente nel filo avesse col tempo, il campo magnetico dell'interno avesse un verso a se opposto alle A.c.m. (dipendente dal tempo) tale che le correnti siano effette di preferenza obiettare gli stessi benefici: in questo modo il campo magnetico dell'interno diminuisce, e con esso le A.c.m. indotte.

E.S. 1.: Consideriamo "il circuito antintronante" (o "circuiti

risonante in parallelo")



$$i \text{ reme' hanno impedenza capolare } Z_1 = R + i\omega L \text{ e } Z_2 = \frac{i}{i\omega C}, \text{ per}$$

cui l'impedenza complessa totale tra A e B e' data dalla relazione

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R+i\omega L} + i\omega C = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + i\omega \left( C - \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} \right)$$

(perche' risulta anche  $R^2 + \omega^2 L^2 = (R + i\omega L)(R - i\omega L)$ ) , delle quale

ricaviamo  $Z$  e quindi l'impedenza "pura"  $Z = |Z|$ ; fornendo

a condizione  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  e  $Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R}$ , nel caso particolare in

cui  $C - \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} = 0$ , esso  $C(R^2 + \omega^2 L^2) = L$ , esso  $\omega^2 = \omega_p^2 =$

$$= \frac{1}{L^2} (1/C - R^2) = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} = \omega_0^2 (1 - \frac{1}{Q_0^2}) \quad (\leq \omega_0)$$

essendo  $Z (= \frac{R^2 + \omega_p^2 L^2}{R})$  reale e esso la chiamata Ebie

A e B e le c.o. si sono in fase, e fu definito insieme

$$i = \frac{C}{Z} = \frac{RC}{R^2 + \omega_p^2 L^2} = \frac{CRG}{L} = \frac{RG}{\omega_0^2 L^2} \quad : i \text{ e'}$$

tanto minore quanto piu' R. Delle soluzioni e' piccole, per cui  $Q_0$  e' fatto meglio e allora  $\omega_p \approx \omega_0$ , per cui il valore di  $Z$  e' quello massimo possibile; per  $R > 0$ , il valore  $\Delta \omega$   $\omega = \omega_0$  e' tale che il circuito autonome impedisce totalmente il funzionamento.

Notiamo comunque che, se  $R$  "fausto" e  $\omega \approx \omega_0$ , e' possibile

$$i_2 = i\omega C B, \text{ ed il rapporto } |\frac{i_2}{i}| \cong |\frac{i\omega CB}{CRG}| \cong Q_0 . \quad \checkmark$$

ES. 2. : calcoliamo finalmente le intenze delle correnti  $i_1$  e  $i_2$  nei circuiti primario e secondario rispettivamente del trasformatore visto in precedenza j con l'introduzione di  $\tilde{C} = \frac{1}{C} C^{\text{int}}$ ,  $i_1 = \frac{1}{\tilde{C}} \tilde{i}_1$  e  $i_2 = \frac{1}{\tilde{C}} \tilde{i}_2$ , le equazioni  $\begin{cases} L_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} + M \frac{\partial i_2}{\partial t} + R i_1 = \tilde{C} \\ L_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} + M \frac{\partial i_1}{\partial t} + R i_2 = 0 \end{cases}$  diventano

$$j\omega L_{11} \tilde{i}_1 + j\omega M \tilde{i}_2 + R \tilde{i}_1 = \tilde{C}$$

$$j\omega L_{22} \tilde{i}_2 + j\omega M \tilde{i}_1 + R \tilde{i}_2 = 0, \quad \text{Se poi addiziono moltiplica per } \tilde{C}$$

$$\tilde{i}_2 = \frac{-j\omega M \tilde{i}_1}{j\omega L_2 + R_2} \quad \text{e} \quad \tilde{C} = \tilde{i}_1 \left[ R_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{j\omega L_2 + R_2} \right] = \\ = \left[ R_1 + \frac{j\omega L_1 R_2 - \omega^2 (L_1 L_2 - M^2)}{j\omega L_2 + R_2} \right] \tilde{i}_1 \quad (\text{e, considerando i moduli,})$$

avrà la forma  $\tilde{C} = \frac{R_1 + \frac{j\omega L_1 R_2 - \omega^2 (L_1 L_2 - M^2)}{j\omega L_2 + R_2}}{j\omega L_2 + R_2} \tilde{i}_1$ . Nel caso particolare di "buon" trasformatore si ha  $M^2 \approx L_1 L_2$  e  $R_2 \ll \omega L_2$ , e quindi  $\tilde{i}_2 \approx -\frac{M}{L_2} \tilde{i}_1 \approx -\frac{L_1}{M} \tilde{i}_1$  e  $\tilde{C} \approx \left( R_1 + \frac{L_1}{L_2} R_2 \right) \tilde{i}_1$ , se poi si considera che  $L_1 L_2$  è più grande di  $R_1$  si ha  $\tilde{C} \approx R_1 \tilde{i}_1$ . Notiamo che  $i_1$  e  $i_2$  sono riferite al  $\pi$  non  $j$ ; inoltre, avendo nell'ipotesi che il flusso magnetico sia nullo, se  $M = \frac{N_1}{N_2} L_1$ , allora

(1.1) che  $i_2 = \frac{N_1}{N_2} i_1$ . Ora, facendo (ritrovato  $\tilde{i}_1 = \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}}$ )

se  $\tilde{C} \approx \left( R_1 + \frac{L_1}{L_2} R_2 \right) \tilde{i}_1 (= \left( R_1 + R_2 \frac{N_1^2}{N_2^2} \right) \tilde{i}_1)$  ( $L_1 L_2 = M^2 = \frac{N_1^2}{N_2^2} L_1$  !) allora che  $i_1$  come se fosse che la resistenza  $R_2 \frac{N_1^2}{N_2^2}$  fosse nel primario una resistenza  $R_2 \frac{N_1^2}{N_2^2}$  j analogamente

$$\tilde{i}_1 = -\frac{M}{L_2} \tilde{i}_2 = -\frac{N_1}{N_2} \tilde{i}_2 \Rightarrow \tilde{C} = \left( R_1 + \frac{N_1^2}{N_2^2} R_2 \right) \frac{N_1^2}{N_2^2} \tilde{i}_2 =$$

$$= - \left[ \frac{N_2}{N_1} R_2 + \frac{N_1}{N_2} R_1 \right] i_2^2, \text{ e d' } - \frac{N_2}{N_1} \bar{G} = \left[ R_2 + \frac{N_2^2}{N_1^2} R_1 \right] i_2^2$$

il come se le l.e.m.  $\bar{G}$  e le resistenze  $R_1$  del generatore nel primo circuito nel secondo con una l.e.m.  $- \frac{N_2}{N_1} \bar{G}$  e una resistenza  $R_2 \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2$ .

Dunque le potenze (potenze)  $W_1$  erogate dal generatore nel primo è

$$W_1 = (\bar{G}_1)_{\text{eff}} (i_1)_{\text{eff}} \cos(\varphi) = (i_1)_{\text{eff}}^2 Z_1 \cos(\varphi) = (i_1)_{\text{eff}}^2 \operatorname{Re}(Z_1) =$$

$$= (i_1)_{\text{eff}}^2 \left( R_1 + \frac{\omega^2 M^2 R_1}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} \right), \text{ mentre quelle dissipate nel secondo è}$$

$$W_2 = R_2 (i_2)_{\text{eff}}^2 = \frac{\omega^2 M^2 R_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} i_2^2 \quad (\text{in quanto } \frac{-i\omega M}{i\omega L_2 + R_2} =$$

$$= \frac{-i}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2} (\omega^2 M L_2 + i\omega M R_2) \quad \text{il modello di questo} \quad \frac{i}{(R_2^2 + \omega^2 L_2^2)^2} [\omega^2 (M^2 L_2^2 + M^2 R_2^2)]$$

$$= \frac{\omega^2 M^2 (R_2^2 + \omega^2 L_2^2)}{(R_2^2 + \omega^2 L_2^2)^2} \quad : \quad \text{ossia con che } W_2 =$$

$$= (i_1)_{\text{eff}}^2 R_2 + W_2, \quad \text{e d' le potenze erogate dal generatore sono}$$

soddisfatte nel secondo e forte le persone le potenze dissipate per effetti Joule in  $R_2$ .

Si verifica sperimentalmente che le forze di Coulomb fra due cariche elettriche  $q_1$  e  $q_2$  forte e distante  $b > 0$  non nel vuoto ma in un mezzo materiale isolante ("dielettrico"), sic  $F_m$ , le intenze minore rispetto alle stesse forze nel vuoto,  $F_0$ :

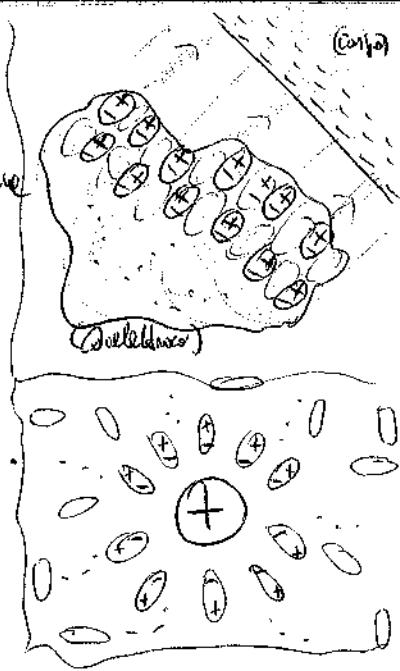
$$|F_m| \leq |F_0| ; \quad \text{come calcolare meglio } F_0, \text{ il mezzo}$$

è che alla base ( $F_0$ ) le due cariche si riconfigurano in interazione con le altre cariche presenti nel mezzo. Potremo comunque verificare che il rapporto  $E_n := \frac{|F_0|}{|F_{\text{ext}}|}$  ( $\geq 1$ ) è indipendente da  $q_1, q_2$  e da  $l$ , ovvero che caratterizza il mezzo materiale:  $E_n$  è detto "costante dielettrica relativa" del mezzo considerato (vedi s  $\Leftrightarrow$  il mezzo è il vuoto) ; è quindi chiaro che deve essere eguale.  $|F_{\text{ext}}| = \frac{|F_0|}{E_n} = \frac{l}{4\pi E_0 E_n} \frac{q_1 q_2}{l^2} = \frac{l}{4\pi E} \frac{q_1 q_2}{l^2}$  in forma generale si considera  $\epsilon := \epsilon_0 E_n$  ( $\geq \epsilon_0$ ), "costante dielettrica assoluta" del mezzo considerato.

Guardiamo adesso le varie cose accadute in un dielettrico : sottofondando, un corpo elettrico, spieghi elettrici di cui una molecola spieghi l'effetto di carica. Mentre nelle cariche fissate formano una carica per cui si ha una deformazione delle molecole che contraggono i legami elettronici rispetto ai relativi nuclei ; la natura del dielettrico, tale deformazione microscopica è in questo "minima" , nel senso che lo spostamento descritto si riduce ad una frazione del diametro molecolare.

Questo è il fenomeno della "polarizzazione molecolare" , in corrispondenza del quale il dielettrico si è "polarizzato". Tuttavia, se consideriamo un corpo elettrizzato negativamente nello stesso modo un dielettrico neutro : infatti, effettivamente, gli elettroni si riconfigurano in modo da avere, nel loro complesso, differente carica totale del corpo. Di quanto viene i nuclei fissati ; il risultato è che le forze attrattive tra cariche di segno opposto hanno il sovraccarico su quelle repulsive.

tre cariche di segni opposti. Sviluppiamo orthono  
fisica:  $|F_{\text{tot}}| \leq |F_0|$  le due cariche: ciascuna  
di queste subisce infatti verso se' la carica di segno  
opposto degli altri vicini, sebbene le forze debolissime, i  
casi avrebbero formalmente "schermite" dal loro effetto.



In realtà del formalismo di rappresentazione, il campo elettrico generato da una molecola (se) consideriamo come sorgente del campo dovuti a cariche elettriche elettroni e protoni, l'effetto che contribuisce dipolo elettrico;

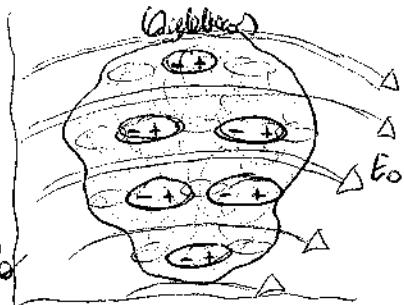
ricordando che, nell'ipotesi di dipolo elettrico, il potenziale elettristico da un dipolo si  $V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \cdot r}{r^3} \stackrel{q=qr}{=} \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{P \cdot r}{r^3} = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} P \cdot \nabla \left( \frac{1}{r} \right)$ , il potenziale elettristico generato da una molecola in punti re della sfera, con  $N \gg$  dimensioni molecole, è

$$(\text{per sfera}) \quad V(r) = - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \sum_i p_i \right) \cdot \nabla \left( \frac{1}{r} \right) = \frac{P \cdot r}{4\pi\epsilon_0 N r^3},$$

Ora se  $P = \sum_i p_i$  il momento di dipolo elettrico delle molecole

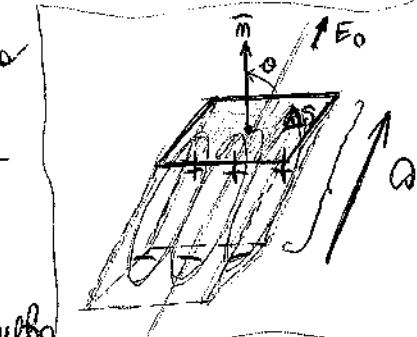
quindi sostituendo che, nell'ipotesi di dipolo elettrico, due molecole  
mettano fuoco un campo uguale e quello di un dipolo elettrico con  
momento  $P$  (dipolo uguale) alle stesse due molecole. Naturalmente  $P$   
ha in genere modulo "piccolo" (anche dell'ordine di  $10^{-30} \text{ Cm}$ ).

Ora, sotto l'azione di un campo elettrico esterno  $E_0$ ,  
 ogni molecola è un dielettrico flessibile e deformabile  
 parallelemente al campo ; i dipoloani di  $\Delta V$  si allungano  
 di volume intorno ad un punto fisso del dielettrico, fornendo sufficie-  
 nte momento polare per poter trascurare le dimensioni di un punto di  
 vista macroscopico (nel senso che, "spostandosi" all'interno di  $\Delta V$ , le  
 dimensioni ridotte delle grandezze fisiche macroscopiche sono del tutto trascurabili)  
 Ma sufficientemente grande per contenere un numero elevato di molecole  
 (sistemi barometrici con entità di condensati fischi "in fase opaca ci sono  
 comunque poche molecole") : frequentemente, si dice che in una sferetta  
 di raggio  $10^{-8} \text{ m}$  non contiene circa  $10^6$  molecole, e che d'altra parte, di  
 solito, le grossezze fisiche macroscopiche non variano sensibilmente in distanza  
 dell'ordine di  $10^{-8} \text{ m}$ ) , il quanto fornito risponde così : se  
 m è il numero di molecole per unità di volume, allora il momento  
polare  $P_0$  del momento di dipolo delle molecole contenute in un elemento  
di volume  $\Delta V$  è dato dalla relazione  $m P_0 \Delta V = \sum_i p_i$  ;  
 è somma dei momenti dei dipoli contenuti in  $\Delta V$  ; a Esto, dove  
 anche  $P_0$  è per le sostanze isotrope risulta perfino parallelo al campo  
 stesso. P. Difiniamo  $P := \frac{\sum_i p_i}{\Delta V} = m P_0$  (in  $\frac{C}{m^2}$ ),  
 "potenziale dielettrico", come il momento di dipolo per "unità  
 di volume del dielettrico" (che in generale avrà due parti e sarà  
 del dielettrico, o per col tempo) ; le sue importanti



Considerate nel fatto che tutte le profondezze macroscopiche legate alla polarizzazione di un dielettrico possono essere espresse in funzione del campo  $\mathbf{P}$ , o in alternativa come collegate direttamente alle disturbanze che esso esercita su  $\mathbf{P}$ . Vedremo: per definizione di  $m$ , le cosche funziona del fatto i dipoli generano una disturbaanza volumetrica (le cosche forzate) con densità  $f_+ := m q$ , mentre quelle svolte una densità opposta  $f_- := -m q$ ; se il dielettrico è polarizzato uniformemente, allora tali disturbi si compensano e il dielettrico effettua completamente neutrino; in genere, invece, la polarizzazione è dovuta alle superfici esterne del dielettrico: poiché i dipoli fanno e rispondono parallelamente al campo, le cosche su un elemento  $\Delta S$  della superficie esterna svolgono forza totale dei dipoli contenuti nel parallelepipedo di base  $\Delta S$  e spessore  $\sigma$ , il cui valore è  $(\sigma \text{ cosse}) \Delta S = \sigma \cdot \bar{m} \Delta S$ ; ma allora questa forza parallelepipedica si riduce a  $m \sigma \cdot \bar{m} \Delta S$  dipoli, per cui le cosche sono  $q m (\sigma \text{ cosse}) \Delta S$ , cioè la densità superficiale delle cosche di polarizzazione risulta

$$q_{\Delta S} (q m (\sigma \text{ cosse}) \Delta S) = (q m (\sigma \text{ cosse})) = \mathbf{P} \cdot \bar{m}, \quad \text{essendo} \\ m(q \sigma) = m_p = \mathbf{P} : \quad \text{in conclusione } \boxed{\sigma_p = \mathbf{P} \cdot \bar{m}}, \\ \text{ovvero il coefficiente } \sigma_p \text{ segue la normale } \bar{m} \text{ alle superficie nel} \\ \text{senso considerato; e ovviamente che tale relazione include giustamente} \\ \text{il segno di } \sigma_p, \text{ che è } 0 \text{ se } \theta = \pm \pi/2, \text{ e forse} \\ \text{anche più.}$$



$\sigma_F > 0 \Leftrightarrow -\tau_{V_2} < V < \tau_{V_2}$ . Ora, nel caso di polarizzazione non uniforme (in genere), si ha anche una densità di volume di cariche di polarizzazione detta densità di volume

$$f_F = -\partial_{VV} P \quad \boxed{\text{Carica}}$$

Inoltre un parallelepipedo di volume  $\Delta V$  intorno al dielettrico, e contiene una massa di carica  $\Delta S$  ; stabiliamo  $E_0$ , in rapporto alla polarizzazione totale non che del ferrojico la carica obiettiva  $\Delta S$  : sufficiente che tale carica sia maggiore a che  $-q$  di un effetto subito dal momento di  $-P$ , e chiaro che la carica che forza obiettiva  $\Delta S$  è  $q = P \cdot \bar{m} \Delta S$  ; per l'ostacolo  $\Delta S$ , il flusso di  $P$  attraverso le superficie del parallelepipedo è uguale alla carica obiettiva  $\Delta S$ , che è ovviamente  $-P_F \Delta V$  (dato che  $P_F \Delta V$  è la carica che il parallelepipedo rivela a fondo) : la conclusione è ben logica, in quanto il flusso di  $P$  attraverso  $\Delta S$  è  $(\operatorname{div} P) \Delta V$ .  $\square$

Ora vediamo quindi che le cariche di polarizzazione (all'interno e sulla superficie di un dielettrico) si compensano tra loro dando una carica totale nulla : infatti  $q_F = \int_{\text{surf.}} \sigma_F \Delta S + \int_V P_F \Delta V = \int_{\text{surf.}} P \cdot \bar{m} \Delta S + \int_V (-\partial_{VV} P) \Delta V = 0$  per logica. Comunque

la distribuzione di questa carica di polarizzazione forza un contributo al campo elettrico complesso, che calcoleremo dopo.

Adesso ci interessa innanzitutto che  $E_0$  avrà col tempo ; si aveva

Di conseguenza delle condizioni elettriche  $j$  se  $\omega_+ < \omega_-$  sarebbero necessarie le accelerazioni medie delle cariche positive e negative del dielettrico, dunque otteniamo che la tensione  $j_f$  di corrente  $\omega$  dovrebbe essere  $i$  (caso refferto!)

$$j_f = m q \omega_+ - m q \omega_- = \frac{\partial}{\partial f} (\cancel{m q (\omega_+ - \omega_-)}) = \frac{\partial}{\partial f} (m \rho_0) , \text{ cioè}$$

$$j_f = \frac{\partial P}{\partial f} \quad || \quad \text{dunque anche per le cariche di polarizzazione}$$

(P<sub>polar.</sub>)

vale un'equazione di conservazione:  $\partial_{\omega} j_f = \frac{\partial}{\partial f} (\partial_{\omega} P) = - \frac{\partial f_k}{\partial f}$ , cioè effettivamente  $\partial_{\omega} j_f + \frac{\partial f_k}{\partial f} = 0$ . Già dunque  $j_f$  costituisce il campo magnetico totale, case vediamo fra pochi.

Al contributo  $V_F$  del polarizzatore  $V_0$  di  $E_0$ , dovuto alle cariche di polarizzazione del dielettrico, è  $V_F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\text{surf.}} \frac{\sigma_0 \sigma S}{|r|} +$

$$+ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\sigma_0 V}{|r|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \int_{\text{surf.}} \frac{P \cdot n}{|r|} \sigma S + \int_V \frac{(-\partial_{\omega} P)}{|r|} \sigma V \right],$$

e quindi il campo elettrico complessivo è  $E_F = -\nabla V_F$ : il campo elettrico complessivo è per ciò  $E = E_0 + E_F = -\nabla(V_0 + V_F)$ , "essere" è inotabile  $\rightarrow$  cioè con  $\nabla E = 0$ , e per cui vale ovviamente il teorema di Gauss e fatto di conservare anche le cariche di polarizzazione. Se dunque  $S$  è una superficie chiusa e interna al dielettrico che contiene cariche complesse  $q_F$  di

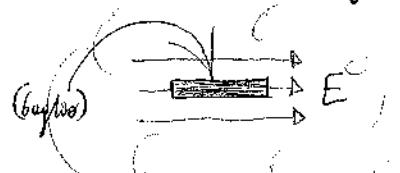
potenziale è q cioè da falso potenziale  $\rightarrow$  il campo  $\Phi_S(E) = \frac{q}{\epsilon_0} (q + q_f)$  è  
 $= \frac{1}{\epsilon_0} \int (f + f_f) dV$ , se avrei dovuto  
che (per il teorema delle corpi di Gauss)  $\Delta_{\text{ext}} E = \frac{1}{\epsilon_0} (f + f_f)$   
equivalente; l'idea era di quelle di introdurre un nuovo  
campo elettrico che funziona (sostituito) da estremo il campo da  
Gauss nelle mie forme integrale e differenziale senza dover fare ulteriori  
riferimenti alle cose da falso potenziale: ovvero infatti che  
 $q_f = \int f_f dV = - \int \Delta_{\text{ext}} E dV \stackrel{(\text{teo. Gauss})}{=} -\Phi_S(E)$ , dunque

$$\Phi_S(E) = \frac{q}{\epsilon_0} (q + q_f) \Leftrightarrow \epsilon_0 \Phi_S(E) + \Phi_S(E) = q \quad \triangleleft$$

$\Phi_S(\epsilon_0 E + f) = q$ ; introduciamo dunque il ottobre induttore  
mettendo "  $D := \epsilon_0 E + f$  " (in  $\frac{C}{m^2}$ ) per avere sufficiente

$$|| \Phi_S(D) = q ||, \text{ cioè } (\partial \omega D = f) \quad (\text{che faremo in effetti})$$

$$\text{ottenere da } \Delta_{\text{ext}} E = \frac{1}{\epsilon_0} (f - \partial \omega D) !$$



Parlando di  $E$ , conclusione con le regole della conservazione:  
tenendo in mente  $E = \frac{F}{q_{\text{di fronte}}}$ , per trovare  $E$  all'interno del

mettiamo come ferri un "taglio" parallelo alle linee di campo  $E$   
stare il minimo entro il taglio; infatti  $E$  non sarà mai zero perché  
le corde e "pende" nel senso che le cor-

"beni" new fiscale , mentre i miei affari chano di niente .

Le polarizzazione di un dielettrico difende sue volte (infatti) delle sue molecole del centro elettrico totale  $E$  esiste in essa (di quale contribuisce il dielettrico stesso) ; si scrive sperimentalmente che solo per dielettrici isotropi si ha la proporzionalità fra  $P$  ed  $E$  ("quadro perfetto") , se soltanto : in effetti dobbiamo considerare  $E_0$  , non  $E$  ; ma , come dimostrò , una molecola del dielettrico subisce meno di  $E_0$  si polarizza e come quella sperimentalmente misurata subisce delle corde rispetto a quelle fiorite , dunque formano angoli conformemente con l'osservazione sperimentale che (per un dielettrico isotropo) si ha la proporzionalità di  $P_0 = \alpha E_0 E$  , dove  $\alpha$  è una costante caratteristica delle molecole chiamata "polarizzabilità molecolare" (in  $m^3$ ) , se poi  $P = m P_0 = m \alpha E_0 E =: X E_0 E$  avendo posto  $[X := m \alpha]$  , numero chiamato "susceptibilità elettrica" del dielettrico . Tutto limiti obbligatori estesi ,  $X$  non difende da  $E$  (per difenderlo , in generale , delle influenze del dielettrico e meglio del centro elettrico del dielettrico stesso) ; inoltre sperimentalmente risulta sempre  $X \geq 0$  . Comunque , delle proporzionalità  $P = X E_0 E$  segue immediatamente che  $D = E_0 E + P = E_0 (1 + X) E =: E E$  dove il fattore  $E := E_0 (1 + X)$  : in effetti si scrive che

$$E_r = 1 + \chi \quad , \text{ per cui } \left\| E = E_0 (1+\chi) = E_r E_0 \right\| .$$

Nel caso di  $E_0$  parallela nel tempo (e quindi di  $B$  parallela nel tempo), se considero  $\partial D$  (frontiera)  $i_f = \frac{\partial P}{\partial f}$  (parte un contatto al centro magnetico comune) uguale a ( $1^{\text{a}} \partial$  Lefsch)  $B_f =$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{i_f \times r}{|r|^3} \partial V = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{1}{|r|^3} \cdot \frac{\partial P}{\partial f} \times r \partial V$$

, da cui si vede esistere che sia  $\partial \partial B_f = 0$  : (ma  $B_f$  è solenoidale). Vale poi naturalmente (per  $B = B_0 + B_f$  comune) il teorema  $\partial D$  "Divergenza" generale", e sotto  $D$ : considerare anche  $i_f$  oltre che i  $\partial \partial$   $\partial$  (frontiera) : ovvero  $\partial \partial B = \mu_0 \left( i + i_f + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial f} \right) =$

$$= \mu_0 \left( i + \frac{\partial P}{\partial f} + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial f} \right) \stackrel{(D)}{=} \left[ \mu_0 \left( i + \frac{\partial D}{\partial f} \right) \right] ; \text{ il termine}$$

$\frac{\partial D}{\partial f}$  viene chiamato "Corrente di sovraccarico" e sul suo significato faremo più esami.

(Siamo così ormai già effettuando come l'introduzione di  $D$  sia stato naturalmente la descrizione delle proprietà dei dielettrici ! )

(Sotto l'azione di  $E_0$  un dielettrico si polarizza, ma se le sue interazioni con altri corpi sono trascurabili (chiamato "rigido" dielettrico") un elettrone di una molecola (per non far il rapporto di dimensioni di lui (come le molecole sono ionizzate da  $E_0$ ); gli elettroni così spostati da un certo numero di molecole vengono poi

naturalmente accelerati da  $E_0$ , ad urtare altre molecole forze libere altri elettroni : nel conseguente "fruscere e cencare" si creano simili ad conduttori per gli elettroni e, in effetti, una ODF ha gliioni di "porte aperte" gli elettroni ; ore, e cause delle resistenze (elettriche) del dielettrico, queste si risolvono facilmente in forze forze delle scintille che contribuiscono al furto e modifica permanentemente le propriezà insieme del dielettrico. Detto che fatto questo è conduttore, e così per ottenere un  $E_0$  con grande intensità si può sfruttare L'effetto delle curvilinee, cioè il fatto (dimostrato) che, per un conduttore a un dato g. lineare, l'intensità del campo elettrico è maggiore in vicinanza di curvi delle superficie del conduttore in cui il raggio di curvatura è minore.

Vediamo infine che, per un qualche motivo di (permeabilità) conduttori in forma di dielettrici, nelle regioni di spazio intorno ai campi elettrici  $E$  e loro corrispondenti si ha una densità (volumetrica) di energia libenziale omogenea al campo  $E$  stesso dato da

$$U = \frac{1}{2} D \cdot E \quad (\text{effettivamente in } \frac{J}{m^3} = \frac{N}{m})$$

: infatti l'energia

libenziale del volume  $\Delta V$  circa in questione, con densità  $\rho$  nelle regioni di spazio  $\nabla$  tale che ogni suo elemento di volume  $\Delta V$  ha un potenziale elettrotetico  $\nabla$ , vale  $\left\{ U = \frac{1}{2} \int \rho \nabla \Delta V \right\}$  (ordi doppio!),  $= \frac{1}{2} \int (\rho \nabla D) \nabla \Delta V \quad (=) \frac{1}{2} \int \rho \nabla (D \nabla) - \nabla \cdot D \rho \Delta V \quad (+ E \Delta V)$

(punto)  $\text{div}(\varphi F) = \varphi \text{div}F + \nabla\varphi \cdot F$  ; se questo integrale non ha stessa dimensione  $V := \mathbb{R}^3$ , ma è somma di  $\frac{1}{2} \int D \cdot E dV$  con  $\frac{1}{2} \int \text{div}(D) dV$ ,  $\stackrel{(\text{punto!})}{=} \frac{1}{2} \cdot \text{limite "all'infinito"} \text{ di } \underset{\mathbb{R}^3}{\iint_D} = 0$  in quanto  $d \approx 1/r^3$  : in conclusione  $U = \frac{1}{2} \int D \cdot E dV$ , che ovviamente deve essere finita.  $\square$

(Unificazione infine (A)) :

mostriamo esistenza che, per quanto sia costante, se in ogni punto dell'spazio orienato le quantità  $\varphi$  siano finite su uno stesso setto. Allora la massima situazione si diceva (A) equilibrio se con il potenziale elettrostatico generato su un aperto  $\Omega$  tale  $\varphi$  è inoltre, per orienarsi le siano  $\rho dV$  in  $dV$  (che è a variabile  $dV$ ) fino al valore  $(\varphi + \rho dV)$ , il massimo mentre si chiama  $-\nabla \rho dV$  (è come sommare le siano  $\rho dV$  dall'"infinito" a  $dV$ !). E quindi si dice che conseguente immediatamente l'energia libera è  $\varphi \rho dV$ . Detto ciò, è ovvio che ovviamente  $U = -$  massimo composto per sommare in  $V$  le siano  $\rho V$  (quest'ultimamente tali siano sono nulli), per ogni  $0 \leq \gamma \leq 1$  ovvero in

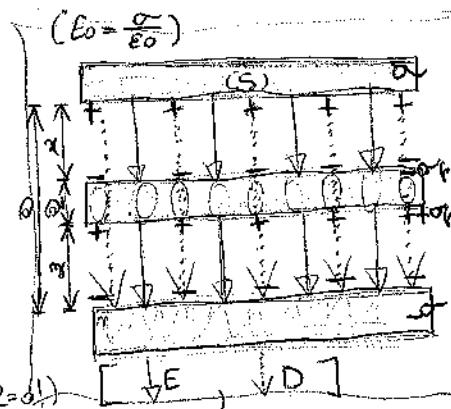
ogni punto dell'spazio orienato le siano del valore  $\gamma p$  o del valore  $(\varphi + \gamma p)p$ , dove il potenziale è  $\gamma V$ , conseguendo  $|D| =$   
 $= \rho V = \int (\gamma V)(\gamma p)dV$  : in conclusione abbiamo chiamato

$$\text{che } U = \int_{\mathbb{R}^3} \left[ \int_V (\gamma V) \rho dV \right] \rho dV = \left( \int_V \gamma f dV \right) \cdot \underbrace{\int \rho dV}_{(=\Gamma_2)} . \quad \text{f}$$

(cost. in  $\gamma$ )

(o per contraddirlo...)

ES. 1 : calcoliamo le reazioni di un condensatore (cioè contenente uno strato di dielettrico isotropo). Il campo elettrico  $E$  (completo) è superiore alle armature (anche perché  $\sigma$  è quindi  $D$  non è più parallelo) e la intensità  $|E| = \frac{\sigma - \sigma_0}{\epsilon_0} = \frac{\sigma - |P|}{\epsilon_0}$  (in effetti dunque del dielettrico  $\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_r P$ ), cioè tale che  $\epsilon_0 |E| + |P| = \sigma$  cioè l'equazione  $D = \sigma$ . Dovendo le armature dunque  $\Delta V = V_+ - V_- = \int E \cdot dS = \frac{\sigma}{\epsilon_0} (n + n') + + \frac{\sigma - |P| \sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \sigma - \frac{|P| \sigma}{\epsilon_0}$ , cioè quello che consumano in eccesso del dielettrico (cioè effetto  $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \sigma$ ) : equivalentemente le reazioni del condensatore risultano più grande, precisamente one  $C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\sigma S}{\Delta V} = \frac{\epsilon_0 \sigma S}{\sigma \sigma - |P| \sigma} = \frac{\epsilon_0 S}{\sigma - |P| \epsilon_0}$  (mentre senza il dielettrico sarebbe  $\frac{\sigma S}{\sigma}$ ) ; ma se ipotisi il dielettrico è isotropo, si ha  $|P| = \chi \epsilon_0 |E| = \chi \epsilon_0 \frac{|D|}{\epsilon} = (\frac{\chi}{\epsilon_n} \sigma)$  e da conseguenza (fina)  $C$  è una costante caratteristica del sistema ; dipende solo dalle sue geometrie e dalle性质 del dielettrico, con valore  $C = \frac{\epsilon_0 S}{\sigma - \sigma' \chi / \epsilon_n} = \frac{\epsilon S}{\epsilon_n \sigma - \chi \sigma} = \frac{\epsilon S}{\epsilon_n (\sigma - \sigma') + \sigma}$  (che inoltre è indipendente da  $\sigma$  e da  $n'$ , cioè da come colleghiamo il dielettrico) ; se in funzione del dielettrico riempie tutto lo spazio ( $\sigma' = \sigma$ ) → allora sufficientemente  $C = \epsilon \frac{S}{\sigma} = \epsilon_n (\epsilon_0 \frac{S}{\sigma})$ . (dove con  $V := \Delta V = V_+ - V_-$ , si ottiene anche (oltre che altro!) che l'energia del condensatore sia  $U = \int_0^q V dq = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} qV = \frac{1}{2} C V^2$  ancora)



È chiaro che queste si riferiscono alle quelle che esistono in corrispondenza del dielettrico, perché esso vale per  $C$  (~~Condensatore~~), dunque questo risultato fatto da spazio a se mantiene pure  $V$ : infatti  $C = \epsilon_0 (\frac{S}{d})$ , e comunque  $q$  deve rimanere. Notiamo comunque che vale effettivamente  $\omega = \frac{1}{2} D \cdot E$ : infatti  $V = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{q^2 \epsilon_0}{2 \epsilon S^2}$ , dunque  $|E| = \frac{\sigma - (P)}{\epsilon_0} \stackrel{(out.)}{=} \frac{\sigma - \frac{q}{\epsilon_0}}{\epsilon_0} = \frac{(\epsilon_0 - \chi)\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon}$  (tra le orniature) (perché  $\sigma$  è il potenziale),  $= \frac{q}{S\epsilon}$ , mentre  $|D| = \sigma = \frac{q}{S}$ , vale  $V = \frac{1}{2} |D| |E| S \epsilon$ , cioè effetto  $\frac{V}{S\epsilon} = \omega = \frac{1}{2} |D| |E| = \frac{1}{2} D \cdot E$ . ✓ ✓

**ES. 2:** calcoliamo le forze elettrostatiche  $F$  esercite su un bloccetto di dielettrico (isolante) posto in un campo elettrico  $E$ , supponendo che l'effetto sia sufficientemente piccolo affinché  $E$  non venga modificato effettivamente dalle reazioni meccaniche (cioè  $E$  varia in modo trascurabile rispetto allo spostamento  $\Delta$  delle cariche positive) su un atto elettrone-proton: troviamo come valgano le formule come  $F_i = (p_i \cdot \nabla) E$ ) ebbene che il momento attuale  $\Delta$  atto elettrico nel bloccetto si mantiene  $V$  il (per def.)  $(\sum_i p_i V = \chi \epsilon_0 V E)$ , dunque per linearità  $F = \sum_i F_i = \chi \epsilon_0 V (E \cdot \nabla) E$ .

**ES. 3:** dimostriamo che, nel campo tra due diversi dielettrici e contatti, le componenti del campo elettrico  $E$  tangente alle superficie di separazione siano continue. Infatti, in un piano ortogonale a  $S$ , consideriamo una curva "rettangolare" formata da due tratti infinitesimi

$\sigma_{D1}$  e  $\sigma_{D2}$ , con le stesse lunghezze  $D_{1,t}$ , parallele  
tra loro e a  $S$ , porti nei rispettivi Dielettrici  $\epsilon_1$   
e  $\epsilon_2$  due fatti insinuanti di  $E_{1,t}$  e  $E_{2,t}$   
superiori ( $\Rightarrow$  anche le superficie concrete  $S_x$  e  $S_y$   
sono superiori!): solente infatti risultare che fondamentale uguale

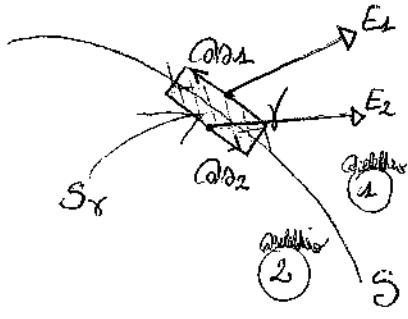
$$\oint E \cdot dS = - \frac{\rho}{\epsilon_0} \int B \cdot n dS \rightarrow \text{il circuito fermato è chiuso}$$

Ossia  $S_x$  è la parte superiore a quota  $\int \int S_x$ , mentre il piano  
è semplicemente  $E_1 \cdot \sigma_{D1} + E_2 \cdot \sigma_{D2} = (E_{1,t} - |E_{2,t}|) \sigma_{(S)}$ , ovvero  
conservando i componenti  $E_{1,t}$  e  $E_{2,t}$ , di  $E_1$  e  $E_2$  risp., nel  
piano tangente a  $S$  (nel punto considerato); in conclusione si ottiene

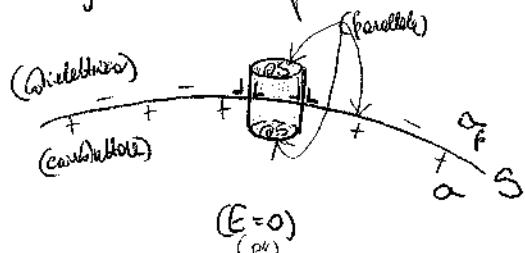
$|E_{1,t} = E_{2,t}|$ , come avviene • (Analogo, nel caso  
che su  $S$  magari non avesse anche mai di separazione, se  $\sigma_{D1} = \sigma_{D2} = 0$  deduciamo  
che le componenti  $D$  normale a  $S$  è costante (nel senso  
di un Dielettrico all'altro): considerando infatti al posto di  $\gamma$ , un  
"qualsiasi" cilindretto insinuante, obbiamo per chiavi che  $\sigma =$

$$= \Phi(D) = D_1 \cdot m_1 \sigma S_1 + D_2 \cdot m_2 \sigma S_2 = (D_{1,t} - |D_{2,t}|) \sigma(S) . \quad \square$$

**ES. 4** : Calcoliamo l'intensità del campo elettrostatico "immediatamente vicino" di un conduttore circondato da un Dielettrico isotropo di  
permesso (ottenendo le generalizzazioni del teorema di Coulomb!) ; in  
questo il conduttore è sfericamente, nelle sue immediate vicinanze  $E$  è



periferiale delle sue superfici  $S$  (come otteniamo immediatamente anche prese all'ass. precedente, portando in effetto da  $E=0$  dentro il conduttore  $\Rightarrow$  le componenti di  $E$  tangente e  $S$  sono 0), per cui con l'equazione per  $D = E E$  si imposta che una cilindrata infinitesima come in figura \(\downarrow\)



, è costante che solo le

forze del conduttore nel dielettrico sono un contributo  $\neq 0$  al flusso di  $D$  osservato dalla superficie del cilindro stesso, che quindi è  $\text{D}\text{I}\text{A}\text{S}$ ;

D'altra parte, come visto, tale flusso è uguale alla forza normale  $\sigma$  (elettrica) costante nel cilindrone, cioè  $\sigma S$  : deduciamo che  $D = \sigma$ , quindi  $E = \frac{D}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$  ( $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$  è l'effetto di  $\sigma/\epsilon_0$ )

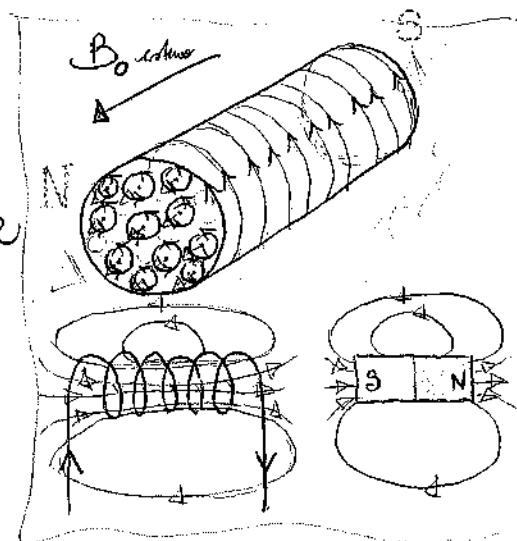
$$\begin{aligned} & \therefore \text{In realtà osservabile (per l'isolatore)} \text{ è} \\ & \text{anche } E = \frac{\sigma + \sigma_f}{\epsilon_0} \quad , \quad = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad \Leftrightarrow \sigma + \sigma_f = \frac{\sigma}{\epsilon_n} \quad \Leftrightarrow \sigma_f = \\ & = \sigma \left( \frac{1}{\epsilon_n} - 1 \right) = -\sigma \left( 1 - \frac{1}{\epsilon_n} \right) = -\sigma \frac{\chi}{\epsilon_n} . \end{aligned}$$

L'intensità sommatoria dei campi esternamente divisi come i circuiti  
elettrici e i magneti viene spiegata secondo un'ipotesi (sperimentalmente)  
che le cariche elettriche in movimento hanno un confronto del  
campo simile a quello di un circuito circolante (o corrente), e in  
particolare fornendo diversamente un campo, freno al moto dei suoi elettroni,  
come un microscopico circuito circolante che come tale genera nello spazio  
circostante un campo magnetico. Considerato ora un filo  
di ferro, e considerati "normali" fole mai il magnetismo facile i suoi  
elettroni orientati in filo. Le forze di attrazione generano piccoli campi  
magnetici e risultante nulla; ma quando invece lo si magnetizza,  
cioè lo si immmerge in un campo magnetico esterno, le forze fanno  
che suoi atomi si orientino in una ben determinata posizione: quelle  
tali che i piccoli campi magnetici generati sono paralleli al campo esterno  
per cui allora la loro risultante è  $\neq 0$  e coincide col  
campo magnetico "macroscopico" delle macromolecole (in realtà e  
questo contribuisce sovrattutto gli effetti dovuti allo "spazio" degli  
elettroni, che è una specie di envelope alla rotazione dell'elettrone su  
se stesso). La funzione all'ordine atomico diventa cioè  
l'elaborazione magnetica dell'oggetto, e gli atomi orientati si ricavano  
fornito "potenziato". Ecco questo spiega inoltre, in modo concorde,  
la totale sommatoria dei campi magnetici interni generati da que  
celemità e da un solido (!). Comunque sia, quando chiedono  
le misurazioni fare per i magneti, fanno infine concludere che

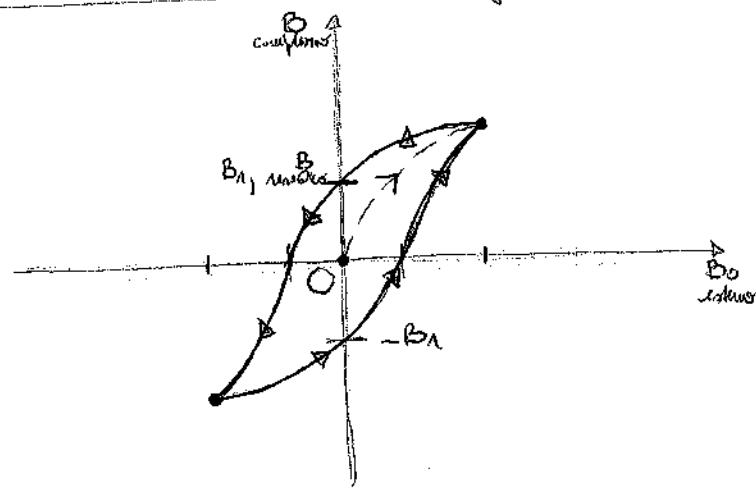
Un campo magnetico è definito generato da corrente elettrica in movimento (e, e me molte, varie forze su qualcosa corrente in movimento: comunque (anche) le forze magnetiche sono forze che si esercitano fra corrente e corrente, entrambe in movimento rispetto all'osservatore).

Comunque quindi anche qui sull'airone (o) per esempio otteniamo da una calamita i lettori: non tutta la sostanza magnetica come il ferro si immmerge in un campo magnetico esterno  $B_0$ , e banchi' hanno effetti molto meno intesi di banchi' sollecitazione "Cattiva": fisiivamente, oltre alle sostanze "ferromagnetiche" che in seguito alla sollecitazione formano presso un campo magnetico  $B_m \gg B_0$  un campo magnetico parallelo a  $B_0$ , esiste la sostanza "paramagnetica" che presenta lo stesso comportamento ma in misura molto ridotta, ed esistono le sostanze diamagnetiche tale per cui  $B_m$  rimane ortogonale a  $B_0$  (e cioè non risponde al  $B_0$ ), anche se "d'alto"  $B_m$  è "piccolo"; naturalmente interagiscono queste diverse proprietà magnetiche come una congiunta delle diverse caratteristiche microscopiche, in analogia a quanto fatto prima.

Riassumendo, il campo magnetico complessivo  $B = B_0 + B_m$  sarà  $B > B_0$  per le sostanze ferromagnetiche,  $B \gtrsim B_0$  per le sostanze paramagnetiche e  $B \lesssim B_0$  per quelle diamagnetiche: forse quindi come  $\boxed{B = \mu_0 B_0}$ , dove  $\mu_0$  scelto per il



"Le ferromagnetiche rettangoli" delle sostanze in esse, ad  
 delle quali in particolare che  $\mu_s \gg 1$  per le sostanze ferromagnetiche  
 ma  $\mu_s \ll 1$  per quelle diamagnetiche; in effetti, proprio per tali  
 sostanze  $\mu_s$  è una costante (come  $B$  e  $B_0$  sono direttamente  
 proporzionali), mentre per i materiali ferromagneticci <sup>(e alcuni diamagneticci)</sup> le relazioni sono  
 molto più complesse: generalmente  $\mu_s$ , che può essere molto  
 diversamente elevato, varia al variare di  $B_0$ , e si ha  
 se anche "le curve di saturazione magnetica"



(pertanto se  $B_0 = B = 0$ , aumentando  $B_0$  aumenta  $B$  molto rapidamente ma  
 non linearmente, per poi tendere a restare costante; diminuire da  $B_0$   
 $B_0 = 0$  non si ripete le stesse condizioni ma "contrarie":  
 infatti nel materiale ferromagnetico rimane un campo magnetico residuo  $B_r$   
 (così il materiale non è magnetizzato: ciò è possibile perché i suoi  
 atomi ordinati resistono "dolcemente" alla loro intuizione reciproca);  
 in effetti, per eliminare queste magnetizzazioni residue, è necessario invertire  
 $B_0$ , che effettivamente è  $0$ ; otteniamo il resto delle curve  
 "in modo speculare". Osserviamo in conclusione che tale curva non  
 forma più da  $0$ , ma che buttano per riportare il materiale in  
 questa condizione (come si vede) ricollego al di sopra  $B$  due

curve tangenti costituite dalle sottratte ("tangenze con curva"), risultando finemente fermezzato (a mure B).

Per analizzare molto più in dettaglio le forze magnetiche delle motrici, cominciamo considerando un elettrone in moto (in forma) su un'orbita circolare di raggio  $|R|$ , con periodo  $T$ : essendo  $|R|$  e cioè con periodo del moto  $T = \frac{2\pi|R|}{|\omega|}$ ; visto che l'elettrone che corre  $-B$  e che, all'interno di tempo  $T$ , riferito alla stessa posizione, ci corre ovunque con una velocità  $\vec{v}$  costante ( $v = \frac{C}{T}$ ) (e verso opposto a quello del moto) allora abbiamo fatto per calcolare il campo magnetico prodotto; forniamo così tenui conti di  $i$  e considerando il momento magnetico delle spine  $fl = iSm = C \frac{S}{T} m$ ,  $= C \frac{\pi|R|^2}{T} m$   $= \frac{1}{2} C |\omega||R| m$ . Ma

danno il momento angolare dell'elettrone  $L = R \times m_0 \vec{\omega} = -m_0 |\omega| |R| m$ : deduciamo subito che  $\mu = -\frac{C}{2m_0} L$ ; inoltre tale relazione ha ovviamente generalità infinitamente oltre forme dell'orbita dell'elettrone: infatti è comune  $T = \frac{2m_0 S}{|L|}$ , per cui  $\mu = C \frac{S}{T} m = \frac{C}{2m_0} |L| m$ . Si noti che "è" il momento magnetico orbitale  $\mu$  ed il momento angolare orbitale  $L$  ed il "effetto geomagnetico":

Un elettrone fornisce anche un momento magnetico spaziale, insomma del suo stato

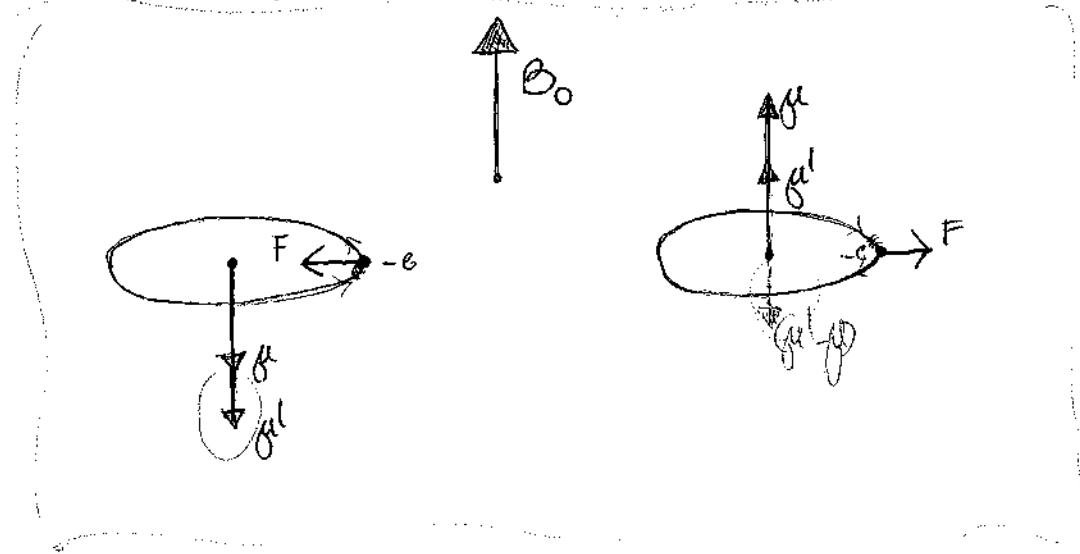
Di moto orbitale : il moto della Celle rotazione quale che agni elettrare fornisce un movimento di rotazione, del tutto indipendente dal moto di traslazione del suo centro di massa ; al quale consente un momento angolare intrinso ("spin" dell'elettrone) al quale un momento magnetico intrinso ("rot. spin") .

Notiamo infine che, per "combinazione", il momento magnetico di un atomo è la somma (ottimale) dei momenti magnetici orbitali (di spin) dei suoi Z elettroni quantifici ; quindi il momento magnetico di una molecola è la somma (ottimale) dei momenti magnetici dei trebli degli elettroni che la costituiscono.

Quando un atomo è soggetto all'azione di un campo magnetico  $B_0$ , i suoi elettroni ricevono delle forze che ne modifichino le traiettorie ; consideriamo per semplicità il caso di un elettrone in moto lungo un'orbita circolare, in un piano perpendicolare a  $B_0$ , e orbita di : Dato questo la rotazione attorno a rotazione elicoidale esterna, le forze magnetiche agenti sull'elettrone ha modulo costante ( $F = | -e\vec{v} \times \vec{B}_0 | = e|\vec{v}|B_0$ ) e direzione del raggio, ma mentre nel primo caso esse è diretta verso il centro, nel secondo caso è diretta verso l'esterno. Nel primo caso le forze centrifughe aumentano, ma ciò che accade è che lo si dice "stazionario" nel senso che in fondo effettivamente il raggio di dell'orbita resta costante : per esempio quando raggiungono, le velocità relative al nucleo un numero  $\Delta\omega$  tale che valgono

$$M_B \Omega \Delta(0^2) = 2m_B \hbar \omega \Delta\omega = g(\omega) |B_0| \quad \text{e} \quad \frac{\omega}{\omega_L} = \frac{g(\omega)}{2m_B} |B_0|$$

conformemente il modulo del momento angolare  $|L|$  subisce un incremento  $\Delta\omega \equiv \omega_L := \frac{g(\omega)}{2m_B} |B_0|$  ("orbite angolare di Larmor"); ma comunque il modulo del momento angolare  $|L|$  subisce un incremento  $\Delta m_B \omega^2 \Delta\omega$ , ovviamente, consente il momento magnetico  $\mu'$  dell'elettrone che modulo maggiore rispetto al momento magnetico iniziale  $\mu$  e  $\Delta\mu = \mu' - \mu = -\frac{e}{2m_B} AL = -\frac{e}{2m_B} (m_B \omega^2 \frac{g(\omega)}{2m_B} |B_0|) = -\frac{e^2}{4m_B} \omega^2 |B_0|$ . Tuttavia nel secondo caso la rotazione è opposta al moto del momento magnetico diminuisce; in ogni caso il momento magnetico (intatto  $\mu' - \mu$ ) è antiparallelo al campo, in accordo con la legge di Lenz (e non difende delle funzioni).



Poniamo ora un filo grigio sulla classificazione delle sostanze: abbiamo infatti visto che, sotto l'azione di un campo magnetico  $B_0$  esterno, le molecole di una sostanza esibiscono un piccolo momento magnetico intatto antiparallelo al campo iniziale; le sostanze diamagnetiche sono quindi quelle le cui molecole non formano

un momento magnetico (spicchio, in generale, i suoi atomi sono tali che fanno effetti magnetici in un verso quanto nel verso opposto), conoscere l'effetto  $B = \mu_0 B_0 \propto B_0$ , ovvero  $\mu \propto B_0$ , ovvero "la suscettibilità magnetica"  $X_m = \mu - 1$  e  $X_m \propto B_0$ ; si sapeva che i dipoli magnetici individuali sono ortogonalibbi a  $B_0$  indipendentemente dall'orientazione termica molecolare e quindi l'effetto temperatura delle sostanze, ovvero così (per  $\mu = 1 + X_m$ )  $X_m$ .

Dunque le molecole delle sostanze paramagnetiche formavano un momento magnetico ~~spicchio~~ tale che, sotto effetto di  $B_0$ , tende a orientarsi e non ~~verso~~ ; tale orientazione molecolare viene più contenuta dall'orientazione termica e, in conclusione, l'equilibrio dimostra che le sostanze con i loro momenti magnetici dovrebbero avere una temperatura costante di orientarsi in tutte le possibili direzioni : così il paramagnetismo sarebbe delle sostanze termiche (e ciò accade al di là ...).

Le sostanze paramagnetiche sono sostanze solide e le loro molecole formano momenti magnetici ~~spicchi~~ ; queste sostanze rificano per le altre per gli effetti magnetici ormai familiari che riservano. Conseguentemente le loro molecole tendono a doverlo in modo che i loro momenti magnetici risultino ~~verso~~ a  $B_0$ , e in ciò sono contenute dall'orientazione termica ; questo comportamento, e anche l'equivalenza di un momento individuale ortogonalibbi al campo (paramagnetismo), forse con alle "l'orientazione magnetica delle molecole". Visto che ogni

Momento magnetico molecolare composito di una microscopia offre forza  
 che concreta elettrica , effettuano verso i nuclei delle molecole per  
 callegare le proprietà meccaniche delle materie che somma delle concrete  
 di magnetizzazione ; siamo per ciò , nell'interno di un qualche punto P  
 del corpo in esame ,  $\Delta V :=$  un elemento di volume sufficientemente  
 piccolo per poter trascurare le sue dimensioni (e un punto di questo macroscopio,  
 ma sufficientemente grande per contenere un numero elevato di molecole )  
 $N :=$  numero delle molecole contenute in  $\Delta V$  e  $f_{li} :=$  momento magnetico  
 delle i-esime molecole contenute in  $\Delta V$  : allora il momento magnetico  
 totale in  $\Delta V$  avrà  $\underline{f}_{\text{tot}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_{li}$  (e in genere ovunque se  
 punto e punto ) , e , se  $m :=$  numero di molecole per unità di volume  
 (del corpo considerato) !,  $M := m \underline{f}_{\text{tot}}$  (in  $\frac{\text{Am}^2}{\text{m}^3} = \frac{\text{A}}{\text{m}}$ ) raffigurante la  
 magnetizzazione specifica e avremo chiamato "intensità" di magnetizzazione .  
 Per le sostanze paramagnetiche e per molte sostanze ferromagnetiche  $M$  è  
 proporzionale a  $B_0$  esterno (e , rispettivamente , antiparallelo e parallelo ) ; per  
 quelle ferromagnetiche altre ferromagnetiche  $M$  e  $B_0$  sono parallele (ma  
 in relazione più complesse . )

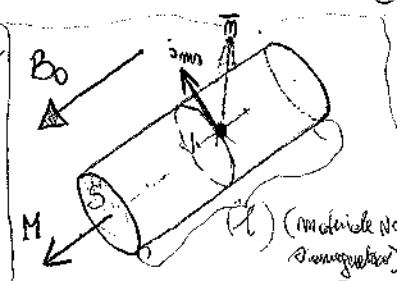
Vi diremo ora che le conoscenze del vettore  $M$  in tutti i punti del  
 corpo posto nel campo  $B_0$  equivalgono alle conoscenze delle tutte le sue  
 proprietà magnetiche , degli effetti magnetici che sono risultati e che sono  
 provocati ; e non per questo  $S_m :=$  <sup>densità</sup> <sub>volume</sub> di concrete di magnetizzazione  
 e  $s_{ms} :=$  densità superficiale delle concrete di magnetizzazione ( in  
 ogni caso con modulo uguale all'intensità di concrete osservata )

una superficie curvilinea / un segmento curvilineo per generatore delle Amperiane (materie) del moto delle cariche ) : allora, come ovvero, è  
 $\delta m_s = M \times \overline{m}$  e  $\delta m = n \delta M$ . (Motivazione che riguarda  
 parlando dei correnti stazionarie e mai dei correnti "de cui le forze all'altro  
 del campo !") Primo punto stabilimento che il contributo  $B_m$  alle  
 induzioni magnetiche in un punto  $P$  dello spazio è (1<sup>o</sup> Lefèvre)  

$$B_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\delta m \times \vec{r}_P}{|r_P|^3} dV + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S \frac{\delta m_s \times \vec{n}}{|r_P|^3} dS$$
(distribuzione degli elementi di lunghezza)

per  $B_m$  vale  $\oint_C B_m = 0$ , cioè per l'induzione magnetica rispetto  
 $B = B_0 + B_m$  e  $\oint_C dB = 0$  : il campo magnetico  $B$  è  
 comunque solenoidale sia nel vuoto sia in presenza di materiali ; inoltre  
 chiamemente otteniamo  $B$  giusto alle 1<sup>o</sup> Lefèvre e fatto di considerare le  
 correnti di magnetizzazione eccetto a quelle di convezione che generano  $B_0$ .

Guardiamo il caso di un cilindro di materiale omogeneo e isotropo posto in  
 un campo magnetico  $B_0$  uniforme parallelo all'asse del cilindro stesso, per  
 cui anche  $M$  ha lo stesso verso dell'asse ; si dà così agli effetti  
 magnetici causati dalle magnetizzazioni (uniformi) del materiale, facendo  
 naturalmente di "sostituire" il cilindro con la sua costituzione,  $\delta m$  e  
 $\delta m_s$  dei correnti di magnetizzazione : mentre dalle ipotesi segue che  
 $\delta m = 0$  "all'interno" , per calcolare  $\delta m_s$  siamo  $S :=$  sezione dell'  
 cilindro e  $l :=$  lunghezza del cilindro ; il momento magnetico totale del materiale ha comunque modulo  
 $|M|Sl$  , e (può quello che riguarda sulle spine !)



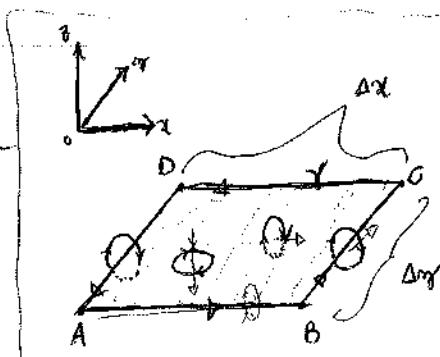
sole momenti equivalenti che sono composti  $M_{\text{tot}}$ , per cui  
 si ricorda che  $M_{\text{tot}} = M_1$ ; essendo poi in ogni caso  $\sin \perp M$ ,  
 si ottiene effettivamente  $\boxed{\sin M = M \times m}$ . E' evidentemente l'estensione

del risultato del caso  $\Rightarrow$  magnetizzazione non uniforme, e che lo si forse utilizzerebbe per questioni riferite all'interno  $\Rightarrow S$  dell'interno di un materiale.

Ora, per il calcolo di  $\sin$  nel caso generale  $\Rightarrow B_0$  non uniforme, sia ABCD un rettangolo  $\Rightarrow$  area  $\Delta S$  "finale" all'interno del quale materiali diversi, e facciamo gli assi coordinate  $x$  e  $y$  paralleli ai rispettivi lati; allora si ricorda che solo le "spire" concorrenti al perimetro del rettangolo contribuiscono alle

componenti che interessano la sua superficie  $\Delta S$ . Se ora facciamo,  $M$  il campo magnetico dei campi coniugati  $M_{1i}$ ,  $M_{2i}$  e  $M_{3R}$ , ai quali fanno funzione cause complessive dalle componenti stazionarie nei punti  $xyz$ , esso è puramente risultante; allora certamente le componenti stazionarie corrispondenti a  $M_3$  non contribuiscono alle componenti che interessano  $\Delta S$ . Comunque, se due spire che danno  $S$  e se  $M$  è il numero delle spire stazionarie per unità di volume, allora si trova  $B_0$  cioè componendo i campi associati  $\sin(S \Delta x) =$

$$= M_{1i} \Delta y + \text{esigenzialmente } M_{2i} \text{ contribuisce alle componenti orizzontali a DA per un ammontare } -M_{2i} \Delta y, \text{ mentre } M_{3R} \text{ contribuisce risultante di reti AB e CD con } M_{3R} = -M_{3R} \text{ risultante; quindi: in conclusione ottengono campo } M \cdot \Delta l_{A \rightarrow B} + M \cdot \Delta l_{B \rightarrow C} + M \cdot \Delta l_{C \rightarrow D} + M \cdot \Delta l_{D \rightarrow A} = \oint M \cdot d\ell, \stackrel{\substack{\text{(Stokes per } \Delta S \\ \text{"obbligato")}}}{=} (\text{rot } M) \cdot R \Delta S;$$



Il parso quindi che  $(i_m)_3$  nell'origine  $i_m \cdot R \Delta S = \text{notH} \cdot R \Delta S$ ,  
e fu l'ipotesi del notore di riferimento  $\boxed{i_m = \text{notH}}$ ,  
effettuata.

L'idea quindi per calcolare  $B$  in termini di  $i_m$  (e  $i_m$ ) e' quella  
di conoscere anzitutto  $H$ ; il problema e' che, in generale,  $H$   
e' una molta funzione di  $B$  risultante: e' chiaro quindi di  
conoscere intuizione un modo come che resti considerate solo le componenti  
di conduzione, il cui uso non richiede insomma un esplicito riferimento  
alle componenti di magnetizzazione (in analogie a quanto fatto e' finito  
delle relazioni dielettriche  $P$  rispetto al campo elettrico  $E$  complesso).  
Ebbene, per "sfarfare" questo "completo" di  $\text{notB} = \mu_0 (i + i_m)$  ( $=$ )  
 $= \mu_0 (i + \text{notH})$ , quindi introducendo il campo esterno  
intensita' magnetica attraverso la relazione  $\boxed{B = \mu_0 (H + M)}$ .

(e cioè  $H = \frac{1}{\mu_0} B - M$  (in A/m)) obiettivo  $\boxed{\text{notH} = j}$ ,  
per cui inoltre su una linea chiusa  $\gamma$  si ha  $\oint H \cdot d\alpha = \int_{\text{notH}}^{\text{notH} + M} \int_S \text{notH} \cdot d\alpha$   
 $= \int_S j \cdot d\alpha = i$  (conosciute su  $\gamma$ )  $j$  fin' in generale

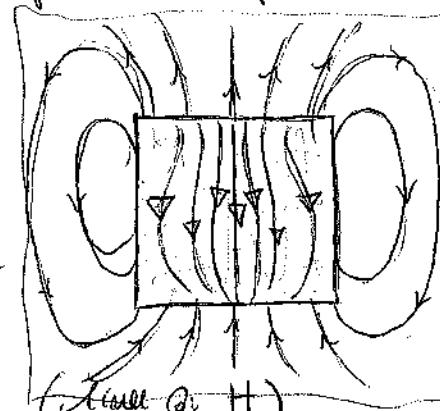
potrebbe  $\text{notB} = \mu_0 (i + \frac{\partial D}{\partial t} + i_m)$ , se poi riferentemente

~~$\text{notH} = j + \frac{\partial D}{\partial t}$~~ , che implica  $\oint H \cdot d\alpha = j + \frac{\partial \Phi_s(D)}{\partial t}$ .

Impossibile nel nostro  $B=B_0=\mu_0 H$ , per cui  $B_0$  e  $H$  si equivalgono  
semplicemente, risulta in ogni caso  $\text{notB} = 0$ , quindi anche

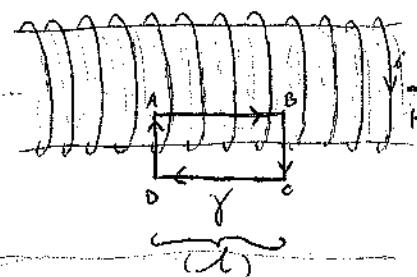
$\text{Dato } H = -\text{Dato } M$ , che informa le linee di campo differente fra  $B$  e  $H$ : infatti, mentre le linee di forza di  $B$  sono chiuse, le linee forti delle linee di  $H$  hanno come sorgente il "fatto" (all'interno) e la somma nel suo "fatto nato".

Moltremo infine che  $\nabla \cdot H = i + \frac{\partial D}{\partial t}$  è tale sia nel vuoto sia in presenza di mezzi materiali, ma questo non implica effetti che  $H$  sia diverso in ambienti i diversi:  $\propto H_0 = \frac{B_0}{\mu_0}$  è l'intensità magnetica nel vuoto, allora poniamo quindi  $H := H_0 - \nabla U$  con  $U$  campo (scalar) effettivo fond. (per cui si ha dunque  $\text{Dato } H = \cancel{\text{Dato } H_0} - \nabla^2 U = -\nabla^2 U$ ,  $\neq 0$  in genere); si potrebbe dimostrare che  $U = \frac{1}{4\pi} \int \frac{H \cdot H}{4\pi r^3} dV \dots$



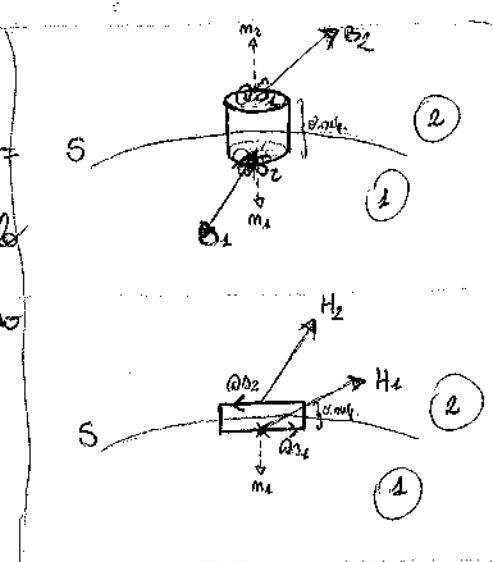
(fatto di  $H$ )

**ES. 1:** calcoliamo l'intensità magnetica  $H$  all'interno di un solenoidi uniforme infinito, riempito uniformemente di un materiale omogeneo isotropo, il quale ha una costante di intenzione  $\sigma$ ; assumiamo che, per regioni di simmetria,  $H \neq 0$  solo all'interno del solenoidi dove è fondato al massimo; allora chiaramente  $\oint H \cdot dS = |H|AB = |H| \cdot l$ ; ma per sommare sopra queste è uguale all'interno  $\Rightarrow$  costante forza concatenata e cioè  $\sigma$  mli  $\propto M$ : numero di spine per unità di lunghezza: in conclusione  $|H| = m_i$ , quindi è uniforme. Moltremo che  $|H|$  non dipende dal materiale nel solenoidi, e facciamo cambiare questo materiale avremo  $M \propto B$ .



ES. 2: Dimostriamo che, nel fermezza del metallo riservato costante, la componente  $\alpha_1$  di  $B$  parallela alla superficie  $S$  di riferimento è costante, così come il contrario la componente  $\alpha_2$  tangenziale al piano si mantiene costante su  $S$ ; cominciando con  $B_1$ , il flusso totale non attraverso la superficie dell'elemento è 0 ( $B_{1m} = 0$ !) e inoltre tale flusso si riduce a quello attraverso le due parti (fatto! l'altro dell'elemento è infinitesimo  $\alpha_2$  avrà infatti rispetto a  $\alpha_1$  !) :

in conclusione  $0 = B_1 \cdot m_1 \alpha_{1s} + B_2 \cdot m_2 \alpha_{2s} =$   
 $(=: B_{1m}) \quad (=: B_{2m})$



$= (B_{1m} + B_{2m}) \alpha_S$ , da cui le pari  $B_{1m} = B_{2m}$ . Per  $H$  avremo quindi ottenuto  $H_1 \cdot \alpha_{1s} + H_2 \cdot \alpha_{2s} = \alpha_i :=$  intanto delle componenti  $\alpha_i$  condizione concorrente al richiesto  $\gamma = 0$  per i dati :

deduciamo  $H_{st} = H_{2t}$  . (dall'equazione  $\alpha_i = s_s \cdot T \alpha_{1s} = s_s \cdot m_s \times \alpha_1$ )  
 se  $T$  è un vettore tangente a  $S$  e parallelo a  $\alpha_{1s}$ , da cui  $H_{st} - H_{2t} = s_s \cdot T = (s_s \times m_s)_t$  ; inoltre osserviamo che il campo fraterno  $\Phi_S(\alpha)$ , infinitesimo  $\alpha$  avrà infatti !

L'ultimo  $\alpha_i H = B_{1m} - M$  come rispetto del fatto che fu qui sostanziale il possibile stabilire sperimentalmente una relazione simile tra  $M$  e  $H$  abbiamo un generico caratteristico delle sostanze conduttrici ; in particolare, la costante diamagnetica è  $M = \chi_m H$ , quindi  $M$  e  $H$  sono antiproportionali ( $\chi_m < 0$ ) e un numero positivo, e il fatto è indipendente dalle funzioni ; segue comunque che  $B = f_{tot}(H +$

$$+ M) = \mu_0 (\underbrace{1 + \chi_m}_{\chi_m}) H, \text{ con } B = \mu H \text{ come fatto}$$

$$\mu = \mu_0 \chi_m \quad (\text{in } \frac{Wb}{Am} = \frac{N}{A^2}) \quad \text{"la ferromagnetica (assoluta)"}$$

delle sostanze in esame. Dobbiamo quindi fare molte sostanze ferromagnetiche ma con  $B_0$  "non troppo intenso", e ricordarsi che  $\chi_m > 1$  e cioè  $\chi_m > 0$  (anche se  $\chi_m$  fosse).

[Comincia all' E.S. 1 ], facciamo quindi scrivere  $|B| = \mu H = \mu_0 i =$   
(nella nostra definizione)

$$= \mu_0 (\chi_m i) = \chi_m \times \text{l'intensità} \text{ del campo} \text{ } B \text{ nel solenoide} \text{ a} \text{ forza} \text{ il campo} \text{ } B$$

Per tutte le altre sostanze, in particolare quelle paramagnetiche, tale relazione è decisamente più completa.

Vogliamo infine calcolare "l'energia libera" per stabilire un campo magnetico in una qualche regione di spazio; cominciamo con un solenoide lungo  $l$  ( $\gg$  suo diametro), di sezione  $S$  e con  $N$  spire (per cui con  $m = \frac{N}{l}$ ) dare fermo una costante d'intensità  $i$ : il campo  $B$  generato è  $\neq 0$  (naturalmente solo all'interno del solenoide), sarà parallelo al suo asse, e quindi la flusso totale delle spire  $\Phi = N(SB)$ , di quale componete le f.e.m. indotte  $\mathcal{E}_I = -NS \frac{\partial B}{\partial t}$ . Se il generatore collegato al solenoide ha f.e.m.  $\mathcal{E}$ , allora per Ohm è  $\mathcal{E} = R_i - \mathcal{E}_I = R_i + NS \frac{\partial B}{\partial t}$  e quindi il medesimo generatore produce nel tempo  $\Delta t$  lavoro uguale a  $\mathcal{E}_I \Delta t = R_i^2 \Delta t + iNS \partial B / \partial t$ ; mentre  $i^2 R \Delta t$  è la potenza (reale) che si ritrova in energia termica

sostituita per effetto Joule, le forte variazione le risolviamo come  
 $\Delta NS \cdot B_l = I H_l \cdot S \cdot B_l =: V (H_l) \cdot B_l$  (  $V$  volume dello spazio interno  
 all'induttore ) : l'energia totale immagazzinata nel circuito è data da  
 $V = \sqrt{\int_{B_l}^H I H_l \cdot B_l} = \sqrt{\int_{B_l}^H H \cdot B}$ . Poiché il campo magnetico  $B$   
 all'interno del solenoide è (quasi) uniforme ed  $V$  è proporzionale a  $\sqrt{V}$ ,  
 possiamo scrivere  $V$  come l'energia immagazzinata per generare il campo magnetico

( distribuita nello spazio interno del campo magnetico stesso ), con una formula

$$\Delta U := \frac{V}{\sqrt{V}} = \int_{B_l}^H H \cdot B$$
.

Quando il materiale contenuto all'interno del  
 solenoide è omogeneo, insomma non ferromagnetico, è  $B = \mu H$  (con  $\mu$   
 indipendente da  $H$ ) e per ciò  $\Delta U = \frac{1}{\mu} \int_{B_l}^H B_l \cdot B_l = \frac{1}{\mu} \frac{(B_l)^2}{2} = \frac{1}{2} \mu H_l^2$ ,  
 $= \frac{1}{2} B \cdot H$  (o anche  $\int_{B_l}^H I H_l \cdot (\mu H_l) = \frac{1}{\mu} \int_{B_l}^H \mu H_l \cdot Q(H_l) = \frac{1}{\mu} \frac{Q(H_l)}{2}$  ! ) ;

Insomma infine  $\Phi(B) = N S B_l$ ,  $= L i$  (per definizione) e  $H_l = m_i$  (e  
 $B_l = \mu m_i$  ! ), otteniamo  $V = \Delta U S = \frac{1}{2} (\mu m_i) m_i \cdot S = \frac{1}{2} (B_l N S) i =$   
 $= \frac{1}{2} L i^2$ , come già scriviamo.

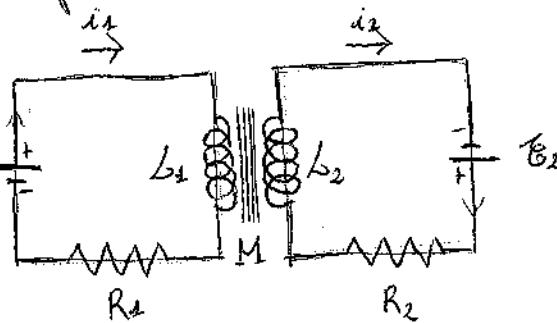
Se il materiale contenuto fosse omogeneo, insomma non ferromagnetico, allora  
 otterremmo invece semplicemente  $B = \mu_0 (H + M)$ ; nei casi in cui  $M =$   
 $= \chi_m H$  otterremmo effettivamente questo esito, mentre in generale è

$$\Delta U = \int_{B_l}^H H \cdot B = \mu_0 \int_{H_l}^H I H_l \cdot B(H_l) + \mu_0 \int_{M_l}^M I H_l \cdot B(M_l) = \frac{1}{2} \mu_0 (H_l)^2 + \mu_0 \int_{M_l}^M I H_l \cdot B(M_l)$$

Nel caso di sostanzie ferromagnetiche la situazione è complessa dei fenomeni  
 di intesa ...

Consideriamo dunque il caso in cui ci sono sostanze instabilmente e in qualche relazione

intereggiali fra loro ottengono le nuove induttorie : generatore



j soluzioni complementari delle equazioni

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{\partial i_1}{\partial t} + M \frac{\partial i_2}{\partial t} \\ \mathcal{E}_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} + M \frac{\partial i_1}{\partial t} \end{cases}, \text{ dalle quali deduciamo che il lavoro} \\ \text{complementare svolto dai generatori nel tempo}$$

$$At \text{ ordine } \partial \mathcal{L} = \mathcal{E}_1 i_1 \partial t + \mathcal{E}_2 i_2 \partial t = (R_1 i_1^2 + R_2 i_2^2) \partial t + L_1 i_1 \partial i_1 + \\ + M i_1 \partial i_2 + L_2 i_2 \partial i_2 + M i_2 \partial i_1 (=) (i_1^2 R_1 + i_2^2 R_2) \partial t + L_1 \partial (\frac{1}{2} i_1^2) + \\ + M \partial (i_1 i_2) + L_2 \partial (\frac{1}{2} i_2^2) : \text{ in essere si sente l'equazione}$$

Bene, il lavoro complementare svolto nell'intervalle di tempo  $(0, t)$  è fatto

$$\mathcal{L} = \int_0^t (i_1^2 R_1 + i_2^2 R_2) \partial t + \left( \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \right); \text{ mentre il finale}$$

termine rappresenta l'energia termica dissipata per effetto Joule, il secondo termine  $V := \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2$  rappresenta il lavoro compiuto dai generatori contro le f.e.m. indotte, ovvero effetto dell'energia

magNETICA (potrebbe complementare dei due circuiti (furmi o comeva))

Notiamo che  $V = \frac{1}{2} i_1 (L_1 i_1 + M i_2) + \frac{1}{2} i_2 (L_2 i_2 + M i_1) =$   
 $= \frac{1}{2} [i_1 \Phi_1(B) + i_2 \Phi_2(B)]$  (è fai chiaro),  $V =$   
 $= \frac{1}{2} L_1 (i_1 + \frac{M}{L_1} i_2)^2 + \frac{1}{2} (L_2 - \frac{M^2}{L_1}) i_2^2$ ; essere tale  $\geq 0$  fa  
 quindi ordine di  $i_1 = i_2$  (in quanto i generatori compiono lavoro per stabilità),  
 dunque  $L_1 L_2 \geq M^2$ , come già riferivamo ! j uscendo che  
 $B = \text{rot} A$ ,  $V = \frac{1}{2} \int_{S_1} i_1 \{ B \cdot n \partial S + i_2 \{ B \cdot m \partial S \} \}^{(\text{Gauss})} = \frac{1}{2} \int_{S_1} i_1 f A \cdot \partial S +$   
 $S_2$   $S_2$

$$i_2 \int A \cdot d\sigma = \frac{1}{2} \left[ \int_{S_1} A \cdot (i_1 d\sigma) + \int_{S_2} A \cdot (i_2 d\sigma) \right] ; \text{ dove } \sigma \text{ è un$$

fitto. Se si fa ricavare momentaneamente il vettore  $A$ : concreta, allora, soltanto direttamente  $(i)A = (i_1 + i_2)A = i \partial V$  e formule nuove

$$U = \frac{1}{2} \left[ \int A \cdot i_1 \partial V + \int A \cdot i_2 \partial V \right] = \frac{1}{2} \int A \cdot i \partial V \quad (\text{integrale})$$

intorno a tutto il fitto, perché funziona (fatti  $i=0$ !).

In questo caso, l'energia magnetica è quindi:  $U = \frac{1}{2} \int A \cdot \text{rot} H \partial V = \frac{1}{2} \int H \cdot \overset{(B)}{\text{rot}} A \partial V - \frac{1}{2} \int \partial \omega (A \times H) \partial V \quad (\text{diss}(F \times G) = B \cdot \text{rot}(F) - F \cdot \text{rot}(G)) \underset{\text{com}}{=} 0$

$$= \frac{1}{2} \int H \cdot B \partial V - \frac{1}{2} \int (A \times H) \cdot m \partial S \quad (\text{Analogia} \Rightarrow H \text{ rot} A) = \frac{1}{2} \int H \cdot B \partial V$$

Se poi consideriamo ( $\mu = \frac{1}{2} H \cdot B$ ) ( $= \frac{1}{2} |H| |B|$ ), come per il campo elettrico iniziale: per linearità, il conduttore ha contribuito "per intero" a questo risultato (insieme dei campi irraggiati, in quiete reale e in assenza di materiale ferromagnetico). Vista tutta, formule credibile che le leggi di Ampère e lenz sono vere per un campo eletromagnetico in moto, fatti per

$$\boxed{\mu = \frac{1}{2} (D \cdot E + H \cdot B)}.$$

Le leggi di Faraday, di Lenz e di Gauss, e le loro dirette conseguenze, descrivono in dettaglio il campo eletromagnetico prodotto da un insieme di carichi elettrici fissi, il campo magnetico generato da una distribuzione di carichi. Contiene gli effetti emessi e campi magnetici variabili; l'effetto di altri molti fenomeni importanti, quali le leggi di Ohm, le relazioni elettriche e magnetiche delle sostanze, ecc., permette inoltre di comprendere

il confrontamento delle misure in frequenze di campo elettromagnetico e magnetico. Ebbene, per studiare le proprietà fondamentali del campo elettromagnetico nel caso di soluzioni differenti del ferro, riuniamo adesso alcuni dei risultati più importanti che sono ottenuti sotto forma delle equazioni (differentiali) che siamo portati da J. C. Maxwell alle basi di una teoria corrente dell'elettromagnetismo, note effettuando le equazioni di Maxwell:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{s}_{\text{tot}} + \text{cav} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \text{div } \mathbf{E} = \frac{s_{\text{tot}}}{\epsilon_0} \\ \text{div } \mathbf{B} = 0 \end{array} \right.$$

;  $|E| < |B|$  fanno

essere necessari ottenere le misure delle forze di Lorentz (rispetto a un carico uniforme  $q$  in moto con velocità  $v$ )  $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + v \times \mathbf{B})$ . All'interno di un materiale, per  $s_{\text{tot}}$  poniamo di tenere il contributo dovuto alle cariche di conduttori e quello dovuto alle cariche di polarizzazione, mentre le cariche immobili e  $s_{\text{tot}}$  (per conduttori come come due cariche di conduttori, due di polarizzazione) sono le  $s_{\text{tot}}$  magnetizzanti; se  $s$  è ora i risultati dei due contributori  $D = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$  ( $= \epsilon_0 \mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  tale per cui  $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}$   $\overset{\text{conduc. non magnetizz.}}{=} \mu_0 \mathbf{H}$ ) fornendo ancora le equazioni di Maxwell nelle forme  $\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ ,  $\text{rot } \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ ,  $\text{div } \mathbf{D} = \rho$  e  $\text{div } \mathbf{B} = 0$  (ricordando)

per le forze che  $i_f = \frac{\partial P}{\partial f}$  e che  $i_m = \lambda \partial H$ ) , ammesso  
 meggi la legge di Ohm in un masso conduttore (di conduttività  $\gamma$   
 $i = \gamma E$  . (In genere , i soliti  $P$  e  $H$  dipendono da  $E$  e  
 $B$  ma dipendono dalle propriezà delle sostanze concrete , propriezà  
 concrete (ma per fatto dei valori delle costanti  $E$  e  $f$  ; tali  
 sono costanti per sostanze isotrope e non anisotrope come , ad esempio  
 ad esempio  $f$  è funzione di  $H$  . Similmente in Ohm  $\gamma$  è  
 indipendente da  $E$  se pur il conduttore non è ferro . )

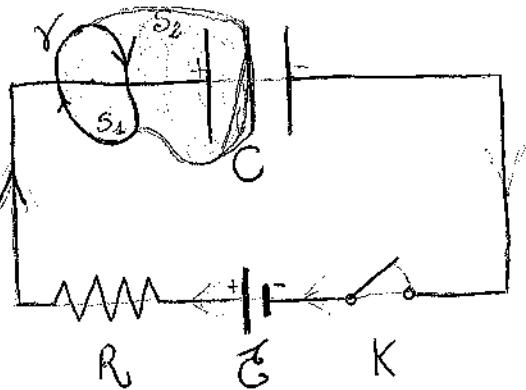
Al questo punto ovviamente si era ottenuta le equazioni di Maxwell nel  
 caso speciale di  $E$  e  $B$  costanti o lentamente variate nel tempo , per  
 cui sorge il problema sulle loro soluzioni generali ; le risoste a questo  
 non furò cosa immediata : le cose da fare è mettere in "corrispondenza" Maxwell  
 in situazioni coinvolgenti campi variabili relativamente al tempo , per  
 far confrontare le implicazioni dei risultati numerici con quelli dei  
 sperimenti . Al fatto oggi le frazioni finché i risultati di un fenomeno  
 misurato si estinguono risultano in ottimo accordo , e su queste base si  
 conclude che le equazioni di Maxwell hanno soluzioni generali (per  
 lo studio di fenomeni macroscopici ; in realtà fanno microscopicamente , e  
 fatto pur d'intendere in senso operazionale ) .

Tutte le equazioni elencate finora sono certamente in linea di principio (cioè  
 e fatti di difficoltà matematiche) , si calcolare i quattro soluzioni  $E$ ,  $D$ ,  
 $H$  e  $B$  in ogni punto dello spazio e in qualsiasi istante di fatto , note  
 che sono  $E$ ,  $f$ ,  $\gamma$ ,  $f$  e  $i$  : il difficile quindi sarà tutte  
 le proprietà del campo elettromagnetico , e ritrovare per l'altro fatto

i risultati precedentemente discorsi.

Chiameremo, e come già scritto,  $\text{rot} H = i$  ma (come aveva indicato il generale), anche' (tuttora in generale non è  $\text{div} i = 0$ ) che  $\text{div} i + \frac{\partial D}{\partial t} = 0$  (equazione di continuità) ; il termine  $\frac{\partial D}{\partial t}$  che completa l'equazione viene spesso chiamata "corrente di sfuggita", come già detto, e poniamo che deve essere un'area del suo rispettivo senso :

consideriamo il circuito (chiuso per mezzo di K su un condensatore pieno inizialmente nullo)



se il campo  $H$  è determinato in ogni punto delle due linee chiuse  $\gamma$  concorrenti col circuito, quindi

$\oint H \cdot d\alpha$  ha un valore ben definito se fu ammesso soltanto  $\text{rot} H = i$

$= i$ , oppure poniamo comunque (per Stokes)  $\oint H \cdot d\alpha =$

$$= \int_{S_1} \text{rot} H \cdot n \, dS = \int_{S_1} i \cdot n \, dS = i \quad \text{e} \quad \oint H \cdot d\alpha = \int_{S_2} i \cdot n \, dS =$$

$= 0$  ! Mostriamo ora che le circoscrizioni fra i due risultati siano forse

usando la corrente equazione  $\text{rot} H = i + \frac{\partial D}{\partial t}$  : Se una ferite,

mentre il campo esterno all'esterno del condensatore nullo, nel calcolo di  $\oint H \cdot d\alpha = \int_{S_1} \text{rot} H \cdot n \, dS$  non si ha alcun contributo da  $D$ ,

ottenendo per ciò avere  $\oint H \cdot d\alpha = i$  ; D'altra ferite, per  $S_2$

è  $i$  e non contribuire a nulla  $\oint H \cdot d\alpha = \int_{S_2} \text{rot} H \cdot n \, dS =$

$\int_{S_2} \frac{\partial D}{\partial t} \cdot n dS = \frac{Q}{\partial t} \Phi_{S_2}(D) ;$  ma, all'interno di un condensatore  
 siamo (tranne per gli effetti di bordo), se siamo che  $D$  è costante,  
 si può scrivere alle armature il cui modulo  $|D| = \sigma = \frac{q}{A}$  (se  $q$  è la  
 carica dell'armatura frontale al tempo  $t$ , e se  $A$  è l'area (di ogni armatura))  
 "intensità": allora  $\Phi_{S_2}(D) = |D| \cdot A = q$ , da cui otteniamo  
 $\oint H \cdot dS = \frac{\partial q}{\partial t} = i$  muovendone! (il simbolo  $\oint$  indica queste conclusioni  
 sarebbe troppo riduttivo considerare solo esistenza dei fenomeni legati direttamente  
 alle armature) siamo così in grado di stabilire il rapporto fra le  
 proprietà di tale condensatore: in effetti tali fenomeni esistono, e  
 permettono di dedurre che le armature si spostano verso le stesse estremità  
 (distanziandosi dalle armature di condensazione).

Concludiamo ponendo che, dopo tutto, non è vero B (o non H) ma  
 sarebbero stati "simmetrici" se il fenomeno fosse dovuto alle resistenze con cui  
 avesse il campo elettrico E, nell'esperimento di notB (o D per notH);  
 l'eventuale simmetria delle due armature non sarebbe stata facile da spiegare  
 con quelle forze (cioè E (o D)) e nonB, perché si sapeva  
 che non sono stati scelti poli magnetici isolati. Dunque, con l'ipotesi  
 del fenomeno "di condensazione" comunque dovuto alle armature di spostamento,  
 effettuiamo inoltre la fondamentale dimostrazione che come B se  
 avesse E, e viceversa: un campo elettrico E che avesse indotto un  
 campo magnetico B tale da definire la causa che l'ha generato,  
 mentre un campo magnetico B che avesse indotto un campo elettrico E tale  
 da comprendere le cause che l'ha generato (caso: indotti elettrici  
 non conservativi!). ; contiene quindi anche l'affinità effettivamente

Azione del "campo magnetico" si è in realtà una serie di forze sovraffatte: tali forze sono infatti di carattere Mendeleev o "onda elettromagnetica" perturbazioni che invadono in modo sincrotronico dalla sorgente (elettromagnetica) che le genera.

(Mentre nel caso statico  $E$  e  $B$  funzionano l'uno dall'altro, nel caso generale c'è un'interazione che viene dai campi divisi da un unico campo unico: effetto del "campo elettromagnetico".)

Studiamo adesso alcune caratteristiche del campo elettromagnetico nel vuoto (sia in forma nulla):  $\nabla \cdot B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \rightarrow \nabla \cdot E = - \frac{\partial B}{\partial t}$

$$\nabla \cdot E = 0, \quad \nabla \cdot B = 0 \quad ; \quad (\text{dunque } \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E = 0) \\ = \nabla \cdot (\nabla \cdot E) = \nabla \cdot \left( - \frac{\partial B}{\partial t} \right) = - \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot B) = - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \\ \text{cioè } \boxed{\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \nabla^2 E} \quad (= \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2}) \quad \text{dove}$$

$$\text{posta } C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (\text{è una costante: } \frac{C^2}{N \text{ m}^2} \cdot \frac{N}{A^2} = \frac{A^2}{m^2}) ;$$

$$\text{analogo: } \nabla(\nabla \cdot B) - \nabla^2 B = \nabla \cdot (\nabla \cdot B) = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot E = - \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2},$$

$$\text{quindi ugualmente } \boxed{\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = \nabla^2 B} ; \quad \text{queste due equazioni, che}$$

in realtà costituiscono un insieme di sei equazioni (differentiali) nelle incognite  $E_1, E_2, E_3$  e  $B_1, B_2, B_3$ , descrivono le propagazione nel vuoto

delle onde elettromagnetiche. Ma sono, chiaramente, equivalenti alle equazioni di Maxwell nel vuoto, fra tutte le soluzioni troviamo sempre quelle "effettive". Come formulare soluzioni mai vere (cioè mai stabili)

Formiamo considerare una soluzione che, essendo arbitraria intatta, assume lo stesso valore in tutti i punti dove un qualche piano perpendicolare ad un dato asse, che contiene esempio come esso l'asse delle coordinate  $x$  e  $y$ , ha soltanto due asse paralleli: ormai  $E$  e  $B$  sono definiti da  $E = E(x)$  e  $B = B(x)$ . Per cui l'equazione delle onde sono in realtà
 
$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \quad \text{e} \quad \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$$
 ; insomma le due equazioni sono compatibili se e solo se  $(\partial_t B)_x = \partial_x B_3 - \partial_z B_2 = 0$ , cioè
 
$$(\partial_t B)_x = (\partial_t B)_z = 0$$
 in modo analogo, quelle due equazioni sono compatibili se e solo se
 
$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{\partial B_x}{\partial t} = 0$$
 e cioè che  $E_x$  e  $B_x$  sono costanti. Però se si moltiplica la seconda equazione per  $c^2$  e si sottra il risultato dalla prima, si ottiene
 
$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = 0$$
 cioè che  $E$  è soluzioone dell'equazione
 
$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0$$
 della "corda orizzontale"  $F(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$  con  $f, g$  arbitrarie (gli argomenti superficiali).

Introducendo infatti  $u = x - ct$  e  $\omega = x + ct$  per considerare naturalmente le coordinate  $(u, \omega)$  invece di  $(x, t)$ , la relazione  $(\nabla F(u, \omega))^T =$ 

$$= (\nabla F(u, \omega))^T \cdot J_{(u, \omega)}(x, t)$$
 equivale a  $(\partial_u F, \partial_\omega F) = (\partial_u F, \partial_\omega F) \begin{pmatrix} \partial u & \partial \omega \\ \partial \omega & \partial u \end{pmatrix}$ 
 cioè
 
$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{\partial F}{\partial \omega} \\ \frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial F}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial t} = -c \frac{\partial F}{\partial u} + c \frac{\partial F}{\partial \omega} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial F}{\partial u} + \frac{\partial F}{\partial \omega} \right) \Rightarrow \frac{\partial^2 F}{\partial u^2} + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial u \partial \omega} + \frac{\partial^2 F}{\partial \omega^2}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left( -c \frac{\partial F}{\partial u} + c \frac{\partial F}{\partial \omega} \right) = c^2 \frac{\partial^2 F}{\partial u^2} - 2c^2 \frac{\partial^2 F}{\partial u \partial \omega} + c^2 \frac{\partial^2 F}{\partial \omega^2}$$

abbiamo così che l'equazione omogenea (quadr.)  $0 = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} =$   
 $= -4 \frac{\partial^2 F}{\partial u \partial \omega}$ , cioè  $\frac{\partial}{\partial \omega} \left( \frac{\partial}{\partial u} F \right) = \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{\partial}{\partial \omega} F \right) = 0$ ; in  
 per vedere  $\frac{\partial F}{\partial u} =: f_1(u)$  è indipendente da  $\omega$  si ottiene  $F(u, \omega) =$   
 $= f_1(u)u + g(\omega) =: f(u) + g(\omega)$ , cioè effetti  $F(u, \omega) =$   
 $= f(u-ct) + f(u+ct)$ . Dunque formiamo  
 scritto  $E_2(u, \omega) = f(u-ct) + f(u+ct)$ , ovvero somme delle  
 funzioni  $f(u-ct)$  che rappresentano un'onda progressiva, che si sposta con  
 velocità  $c$  nella direzione  $x$  nel senso positivo dell'asse  $x$ , con le  
 funzioni  $f(u+ct)$  che rappresentano un'onda riflessa, che si sposta con  
 velocità  $c$  lungo l'asse  $x$  nel senso negativo. Alle altre

de not  $E = -\frac{\partial B}{\partial t}$  vediamo subito che

$$-\frac{\partial B_3}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} E_2 - \underset{(\omega=0)}{\cancel{\frac{\partial}{\partial \omega} E_2}} = \frac{\partial A(u-ct)}{\partial x} +$$
 $+ \frac{\partial f(u+ct)}{\partial x} \stackrel{(\text{ovvio})}{=} -\frac{1}{c} \frac{\partial A(u-ct)}{\partial t} +$

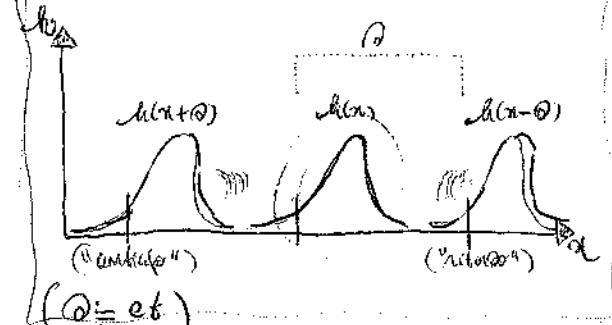
$$+ \frac{1}{c} \frac{\partial f(u+ct)}{\partial t} \rightarrow \text{cioè avendo } B_3(u, t) = \frac{1}{c} A(u-ct) - \frac{1}{c} f(u+ct)$$

$$\left( + \text{cost}(x), \text{ che fissa } \underset{\substack{\text{(andiamo)} \\ \text{(costante implicita)}}}{0} \right) \text{ (not } B)_2 = \frac{\partial}{\partial x} B_1 - \frac{\partial}{\partial x} B_3 = c \mu_0 \frac{\partial E_2}{\partial t} =$$
 $= \frac{1}{c^2} \frac{\partial A(u-ct)}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial f(u+ct)}{\partial t} !) . \text{ Ora scriviamo } E_3(u, t),$

osservando le stesse equazioni delle corde sibiente, e' delle forme

$$E_3(u, t) = F(u-ct) + G(u+ct), \text{cioè } -\frac{\partial B_2}{\partial t} = (not B)_2 =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} E_1 - \frac{\partial}{\partial x} E_3 = - \left[ \frac{\partial F(u-ct)}{\partial x} + \frac{\partial G(u+ct)}{\partial x} \right] = - \left[ -\frac{1}{c} \frac{\partial F(u-ct)}{\partial t} + \frac{1}{c} \frac{\partial G(u+ct)}{\partial t} \right], \text{ cioè } B_2(u, t) = -\frac{1}{c} F(u-ct) + \frac{1}{c} G(u+ct).$$



Del fatto di avere del solido le equazioni (2) dell' esercizio, si  
 qualche funzione  $\phi$ ,  $E$ ,  $B$  sono del tutto arbitrarie ; in  
 genere invece resteranno determinate dalle condizioni poste per  $E$  e  $B$  al  
 contorno delle regioni di stessa considerate a delle distribuzioni (o anche  
 i (2) con cui che generano i campi). Comunque, essendo  $E$  e  $B$   
 funzioni delle sole  $x$  e  $t$ , le soluzioni trovate rispetto un'onda  
ellittica (nella rotta) (con fronte) superiore all'ora  $x$ ,  
 effettua perché  $E$  e  $B$  presentano, e qualcosa intanto, gli stessi valori in  
 tutti i punti (o ogni linea parallela all'ora  $x$ ) ; inoltre tali onde  
 risultano "frondate" perché  $E$  e  $B$ , pur variando col tempo, si mantengono  
 sempre parallele all'ora  $x$  ( $E_1 = B_3 = 0$  !) e cioè alle direzioni  
 di proiezione. A proposito, l'onda è costituita da due onde che si  
 propagano in senso opposto lungo l'ora  $x$  con modulo delle velocità  $c =$   
 $= s/\sqrt{E_0 B_0}$  che avranno intensità con le medesime direzioni nel  
 rotolo,  $235732.458 \text{ m/s}$ .

Se  $I$  è il verso dell'ora  $x$ , allora effetto non solo  $E \cdot I = B \cdot I =$   
 $= 0$  ma anche direttamente  $E \cdot B = 0$  : i campi  $E$  e  $B$  sono  
 cioè fronzuti e paralleli fra loro ; in particolare fissa questa  
 onda per un'onda (frente) che si lega nel senso fronte dell'ora  $x$ , cioè  
 per  $E$  e  $B$  con  $E_1 = 0$ ,  $E_2 = \mathcal{A}(x-ct)$ ,  $E_3 = F(x-ct)$  e  
 $B_1 = 0$ ,  $B_2 = -\frac{1}{c}F(x-ct)$ ,  $B_3 = \frac{1}{c}\mathcal{A}(x-ct)$  (in  $(x,t)$ ), fia  
 il fatto che  $(E, B, I)$  formano una linea (ortogonale) Pendenza (o  
 lunghezza) : infatti  $E \times B = \begin{bmatrix} E_2 B_3 - E_3 B_2 \\ E_3 B_1 - E_1 B_3 \\ E_1 B_2 - E_2 B_1 \end{bmatrix} = (E_2 B_3 - E_3 B_2) I$

$$= \frac{t}{c} (B^2(n-ct) + F^2(n-ct)) I \quad , \quad \text{cioè} \quad E \times B = \frac{t}{c} |E|^2 I \quad ; \quad \text{in effetti si ha ora che } B \times I = \begin{pmatrix} 0 \\ B_3 \\ -B_2 \end{pmatrix} = \frac{t}{c} E \quad \text{e che } I \times E =$$

$$= -(E \times I) = \begin{pmatrix} 0 \\ -E_3 \\ E_2 \end{pmatrix} = c B \quad (\text{perché, in generale, } F \times I = \begin{pmatrix} F_2 I_3 - F_3 I_2 \\ F_3 I_1 - F_1 I_3 \\ F_1 I_2 - F_2 I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ F_3 \\ -F_2 \end{pmatrix})$$

cioè  $E = c B \times I$  e  $B = \frac{t}{c} I \times E$  (in effetti da una dimensione  
 d'altra: ad esempio,  $E = c B \times I$ ,  $\Leftrightarrow \frac{t}{c} E = B \times I$ ,  $\Rightarrow I \times \frac{t}{c} E =$   
 $= I \times (B \times I)$  ( $\stackrel{(ext \times c) = c \cdot ext - (c \cdot b) \cdot c}{=} (I \cdot I) B - (I \cdot B) I = B$ ) ), delle quali dimensioni  
 subito che  $|E| = c |B|$  (per qui  $x \propto t$ ).

Altr'onda pure è già "polarizzata linearmente" questo  $E$  in ogni punto  
 dello spazio, per orientato col tempo, si mantenga sempre parallelo ad una  
 stessa direzione; ad esempio, dire che questa direzione è l'asse of  
 l'asse direzione  $E_1 = E_3 = 0$ , per cui nel caso di propagazione "frontale"  
 sappiamo che anche  $B_2 = 0 = B_3$  (dalle def.): in questo caso (pertanto  
 $E$  e  $B$  sono) costantemente paralleli rispetto alla direzione d'asse, la fronte  
 sarà a destra d'asse di propagazione dell'onda (con le quali inoltre formano  
 un'angolo massimo).

Sicuramente  $E_1 = E_3 = B_1 = B_3 = 0$  e  $E_2 = t(n-ct)$ ,  $B_2 = \frac{t}{c} n(n-ct)$ ;  
 grazie al teorema di Fourier, se  $t$  è "grado" allora "alla" (ad esempio  
 rappresentate come somme di singoli sinusoidali); però uno dei casi (il più importante)  
 in fisica di onde (sono polarizzate linearmente il quello in cui c'è stato il  
 sinusoidale): (riconoscendo quindi)  $\begin{cases} E = E_0 \sin(kx-ct) \\ B = B_0 \sin(kx-ct) \end{cases}$ , dove  $E_0$  e  
 $B_0$  hanno tutte le proprietà d'onda sopra (nel modo sono fronteunno (verso)  
 $E_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  e  $B_0 = \frac{t}{c} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ) e  $k$  è il "numero d'onda",

mentre  $\lambda := \frac{2\pi}{k}$  e "la lunghezza d'onda" (ciel, e terminali).

Le distanze fra due massimi successivi dell'onda : ne infatti chiaramente il periodo  $\tau$  sia  $\sin(kx - ct)$  e  $\frac{2\pi}{k}$  (in  $x$ ) ! ) alle quali associa il "periodo" dell'onda  $T$ , ossia il tempo per compiere esattamente un'onda completa (o fatto delle pulsazioni) :  $T = \frac{\lambda}{c} (= \frac{2\pi}{kc})$  ;

Le "pulsazioni" dell'onda e' allora  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi c / \lambda (= kc)$ , se si considera  $\sin(kx - \omega t) = \sin(\frac{2\pi}{\lambda}(x - ct)) = -\sin(\omega(t - \frac{x}{c}))$ .

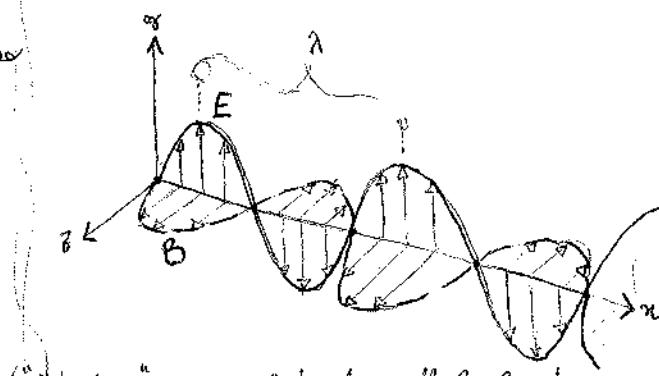
Al questo punto e' anche intuitivo il caso

di onde (cioe' monochromatiche) "polarizzate

circolarmente", cioè

$$E = E_0 (\pm J \sin(kn - \omega t) + K \cos(kn - \omega t))$$

$$B = \frac{1}{c} E_0 [-J \cos(kn - \omega t) \pm K \sin(kn - \omega t)]$$



("intuizione": cercare punto che oscillante con più ampiezza, cioè la rotazione dei campi).

(i "±" sono "infruttuosi") : se basta che una combinazione lineare di due onde siate (di uguali ampiezze) polarizzate linearmente in direzioni perpendiculari ( $J$  e  $K$ ) e sferzate le loro  $\sin \frac{\pi}{2}$  nel; in questi modi  $E$  e  $B$ , che portano comunque sempre polarizzate le due, ruotano con velocità costante  $\omega$  attorno alla direzione di propagazione : infatti

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\omega E_0 [\pm J \cos(kn - \omega t) - K \sin(kn - \omega t)], \text{ e in ogni}$$

$$\text{caso } \frac{\partial E}{\partial t} = \pm \omega I \times E \quad (= \pm \omega \begin{bmatrix} 0 \\ -E_3 \\ E_2 \end{bmatrix}) \text{ e "ruotante" (in un piano o nell'altro)}, \text{ così come } \frac{\partial B}{\partial t} = \pm \omega I \times B.$$

Nel caso di un Dielettrico omogeneo e isotropo, ma anche in presenza di conduttori e di circuiti di conduttori, esiste sempre una soluzione del tipo di onde stazionarie per le eq. di Maxwell. Saremo comunque interessati a questo punto a trovare la condizione di polarizzazione con  $E = E_0 \cos(\omega t)$  e  $H = H_0 \cos(\omega t)$  dove  $C$  con  $\alpha := \frac{1}{\sqrt{\epsilon_f \mu_f}} = \frac{C}{\sqrt{\epsilon_f \mu_f}}$

( $\leq C$ ) ; non nob : si trova sperimentalmente che se poniamo di un Dielettrico non e' indipendente dalle frequenze dell'onda eletromagnetica che si trovi nel mezzo, per cui  $\epsilon = \epsilon(\omega)$ . Consideriamo quindi un'onda monochromatica propagantesi lungo l'asse  $x$ , abbiamo ( $\omega = kx$ )

$$E = E_0 \cos(kx - \omega t) \quad (\text{e' un'onda sinusoidale per } B), \text{ da cui} \\ \text{polarmente } D_{\text{tot}} = \epsilon(\omega) E_0 \quad \text{e' la ditta un'onda fotocromatica che} \\ \text{si trovi lungo l'asse } x, \text{ in quanto rappresentazione "combina" due onde} \\ \text{come quelle offerte dalla}, \text{ si puo' scrivere (grazie alle TDF) come}$$

$$E(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E_0 e^{-j\omega t} d\omega \quad \text{mentre} \quad E_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(t') e^{j\omega t'} dt'$$

Se questo punto " $D(t) = \epsilon E(t)$ " corretto scrivendo  $D(t) = \int_{-\infty}^t E(t-t') E(t') dt'$ ,

$$\text{dove } E(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E_0 e^{-j\omega t} d\omega \quad (= \widehat{e_0}(t)) \quad \text{dalle quali}$$

effettuiamo il riferimento all'effetto inverso del Dielettrico (elettrico) e troviamo che trova la formula : massimizzando questa onde subiamo il fenomeno delle "dispersioni", che per noi svolte è un processo di assorbimento da parte del mezzo (tanto meglio quanto sia la

Frequeze dell'onde e massa e quelle naturali di scorrimento delle molecole del dielettrico).

Dunque un'onda elettromagnetica propagante in un materiale conduttore finisce in uno stato connesso alla conduttrice<sup>i</sup>, che si dice naturalmente frastè alle eq. di M. "completà":  $\text{not}H = i + \frac{\partial D}{\partial t} \stackrel{(D=\epsilon E)}{=} \gamma E + \epsilon \frac{\partial E}{\partial t}$ ,

e quindi  $\text{not}H = \frac{\gamma}{\epsilon} D + \frac{\partial D}{\partial t}$ ; affatto così, e anche che  $\partial D = f$ , abbiamo  $\frac{\gamma}{\epsilon} f + \frac{\partial f}{\partial t} = 0$  e cioè che  $f(t) = f_0 e^{-\frac{t}{T}}$  con  $T := \frac{\epsilon}{\gamma}$ : le ondate dovranno quindi condurre solennemente con un tempo di ritenimento  $T$ ; inoltre, per buoni conduttori e per onde elettromagnetiche d'intensità finita, tale orario è (necessariamente) nullo: un'onda elettromagnetica non finisce una distruzione del campo elettrico da cui nasce in un buon conduttore, come  $f=0$ . Affatto diverso il not delle eq. da  $H \leftrightarrow E$ , abbiamo  $\nabla(\text{not}H) - \nabla^2 H = \text{not}(\text{not}H) (=)$

$$= \gamma \cdot \text{not}E + \epsilon \frac{\partial}{\partial t}(\text{not}E) \quad \text{e quindi} \quad (\text{not}E = -\frac{\partial D}{\partial t})$$

$$\nabla^2 H = \gamma \frac{\partial B}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} \stackrel{(B=\frac{H}{\gamma})}{=} \gamma \mu \frac{\partial H}{\partial t} + \epsilon \underbrace{\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}}_{(\frac{1}{\omega^2})}, \quad \text{cioè}$$

$$\nabla^2 H - \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} - \gamma \mu \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad ; \quad \text{e analogamente} \quad \nabla(\text{not}E) - \nabla^2 E =$$

$$= \text{not}(\text{not}E) = -\frac{\partial}{\partial t} \text{not}B = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \text{not}H \stackrel{(\text{not}H = -\gamma \mu \frac{\partial E}{\partial t} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2})}{=} 0,$$

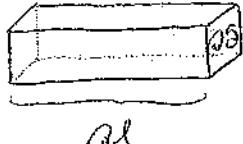
$$\text{cioè} " \text{do niente}" \quad \nabla^2 E - \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \gamma \mu \frac{\partial E}{\partial t} = 0 \quad ; \quad \text{Dunque le due equazioni del campo elettromagnetico nel conduttore ottenute dalle}$$

dette equazioni del campo elettromagnetico nel conduttore ottenute dalle

(d'onda parallela) del conduttore, ovunque e a coefficiente costante.  
 Generalmente l'esempio più comune è che no propaghi lungo l'asse  $z$  e  
 delle forme  $\psi$  e ormai ben noto sono le ondate elettromagnetiche.  $\psi(z,t) = \psi(z)e^{i\omega t}$ , con  $\psi(z)$   
 complessa, per cui tale che  $(0 =) \nabla^2 \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \gamma \psi \frac{\partial \psi}{\partial z} =$   
 $= \nabla^2 \psi + \frac{\omega^2}{c^2} \psi - i\omega \gamma \psi = 0$ : è la d'onda che  $\psi(z) = B e^{ikz}$   
 con  $k$  complesso tale che  $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - i\omega \gamma$ ; ponendo  $k_{(m)} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - i\omega \gamma}$   
 $k = -\alpha + i\beta$ , è quindi  $\psi(z,t) = B e^{izt} e^{i\omega t} = B e^{-\alpha z} e^{i(\omega t - \alpha z)}$  (per  
 cui l'onda no propaghi "proprio" se, e solo se,  $\alpha > 0$ !) e inoltre  
 $\alpha, \beta$  tali che  $\begin{cases} \alpha^2 - \beta^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \\ 2\alpha\beta = i\omega \gamma \end{cases}$  sono facilmente  $\begin{cases} \alpha = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{1 + (\frac{\omega}{c})^2}{2}} + \frac{i}{2} \\ \beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{1 + (\frac{\omega}{c})^2}{2}} - \frac{i}{2} \end{cases}$

Possiamo  $\beta > 0$ : al funzione dell'onda nel conduttore le sue  
 ampiezza diminuisce esponenzialmente;  $\alpha := \frac{1}{\beta}$  rappresenta il "tempo di  
 attenuazione". Sembra ora che per buoni conduttori  $\frac{\gamma}{\omega c} \gg 1$ ,  
 $\alpha \approx \beta \approx \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\gamma}{2\omega c}} = \sqrt{\frac{(\omega \gamma)^2}{2\omega c}} = \sqrt{\omega \gamma}$  e cioè  $\alpha \approx$   
 $\approx \sqrt{\frac{c}{\omega \gamma}}$  il quanto niente è l'ampiezza dell'onda (esempio solo uno stato  
 atomico, se  $\alpha \approx 10^{-3} \text{ m}$ ) ; ottieniamo che (per frequenze molto  
 elevate  $\omega$ ) per valori di  $\gamma$  molto elevati, cioè per conduttori ottimi,  
 un'onda elettromagnetica inserita nel conduttore non ha effetti, cioè  
 viene totalmente riflessa da esso. Già conosciamo  $\alpha$  questo anche

ragionando così: considerando all'interno del conduttore un ferrostatico del tipo



, l'intervento di concetti che ottengono tali elementi da valutare

se

e' (per def.)  $\sigma_i = i \omega / \gamma S$  e quindi le forze compate su esso su effetto Joule si'  $\partial W = \sigma R(\sigma_i)^2 = \frac{1}{\gamma} \frac{\partial I}{\partial S} (i \omega / \gamma S)^2 = \frac{i^2}{\gamma} \sigma V = = \gamma |E|^2 \sigma V$  : dovendo in ogni caso  $\frac{\partial W}{\partial V}$  restare finita, per  $\gamma \rightarrow \infty$  dovranno  $E \rightarrow 0$ ;unque ritroviamo questo esito, e che, comunque il campo elettrico all'interno do un conduttore "perfetto" e nullo anche in condizioni (di campi esterni) variabili nel tempo. Gli esempi in tel ceso poi sono nullo fine f, B, H e D.

Comunque, naturalmente, un'onda incidente su un conduttore perfetto ha come effetto di generare su una distanzia  $\lambda$  anche superficie + e concetti superficiali in + entro all'interno  $E = B = 0$ , le condizioni di continuità (ointer!) nel generare le due metà dovranno far sì che componenti tangenziali  $E_t$  do E e quelle normale  $B_n$  do B insieme che  $E_t = B_n = 0$  (forniti la superficie del conduttore), ecco che in tutti i punti "esterni" del conduttore il campo elettrico e' nullo mentre quello magnetico e' la tangente.

(Generalmente  $|D| = 0$  e  $H = j_0 \times n$ , determina effetti O e in nel caso do conosciamo i campi nelle immediate vicinanze del conduttore.)

Consideriamo ora invece che, invece, per massimo (non necessario) do piccole discontinuità  $\gamma$  e' (abbasta  $\gamma/\omega \ll 1$ ) : usando che  $(1+\alpha)^d \approx 1+d\alpha$ , risulta chiaramente che  $\alpha \approx -\frac{\omega}{\omega_0}$  e che  $\beta \approx \frac{1}{2} \frac{\omega}{\omega_0} \frac{\gamma}{\omega \epsilon} = \frac{\gamma}{2 \epsilon \omega}$ , per cui  $R \approx \frac{-\omega}{\omega_0} + j \frac{\gamma}{2 \epsilon \omega}$

in particolare l'immagine dell'onda nel nostro risultato indipendente dalle frequenze, nell'affermazione in cui forniamo

Considerare costanti  $\gamma$  e  $\epsilon$  del mezzo.

È possibile determinare altre soluzioni delle eq. di All. nel mezzo, esaltando proprietà di simmetria sferica o di simmetria cilindrica, offerte da tipo massimo neutrale ; soluzioni di questo tipo si ottengono più facilmente usando sistemi di coordinate non cartesiane, quali coordinate polari o cilindriche, ricavando le equazioni del campo elettromagnetico in tali coordinate e risolvendo poi per determinare le componenti di  $E$  e  $B$  specificate del campo di riferimento sferico. È importante osservare inoltre che, per il nucleo delle eq. di All. si ha il termine  $\nabla \cdot \mathbf{B}$ , che genera soluzioni di tipo elettromagnetico (di soluzioni con sottrattivo di tipo elettromagnetico) legate in ogni dimensione dello spazio.

Consideriamo quindi un caso particolarmente interessante di tipo sferico, cominciando col porre l'origine del sistema di riferimento  $(r, \theta, \phi)$  nel centro di simmetria e poi  $B = \text{rot}(\psi \mathbf{m}) = \cancel{\psi} \text{rot} \mathbf{m} + \nabla \psi \times \mathbf{m} = \nabla \psi \times \mathbf{m}$  dove  $\psi$  è campo scalare arbitrario e  $\mathbf{m}$  vettore unitario (in questo caso  $\text{div} \mathbf{B} = 0$ ) ; suffice dimostrare che  $\psi = \psi(r, t)$ , cioè che non dipende dagli angoli  $\theta$  e  $\phi$ . Dobbiamo  $B$  soddisfare  $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} - \nabla^2 B = 0$ , è sufficiente che sia  $\psi$  e soddisfare la medesima equazione (per comodità degli indici :  $\text{rot}(-) = 0$ ) ; la generale esigenza di  $\nabla^2 \psi$  in coordinate polari sarebbe complicata, ma si riduce a  $\nabla^2 \psi (= \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2}(r \psi))$  per i valori di  $\mathbf{m}$  indicati, per cui  $\psi$  soddisfa  $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2}(r \psi) = 0$ , ossia

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varphi) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\varphi) = 0 \quad \text{delle "corde orizzontale": } \varphi \text{ esod}$$

$$\varphi(x, t) = \frac{f(x-ct)}{x} + \frac{g(x+ct)}{x}; \quad \text{scopiamo ora l'one } \mathcal{L} \text{ di}$$

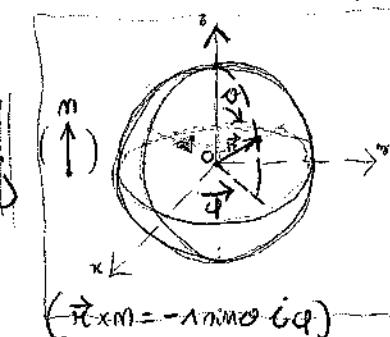
riferimento parallelo a  $m$  spaziale, abbiamo quindi  $B = \nabla \varphi \times m =$

$$= \left\{ \frac{f(x-ct)}{x} + \frac{g(x+ct)}{x} - \frac{f(x-ct)}{x^2} - \frac{g(x+ct)}{x^2} \right\} \frac{\vec{x} \times m}{x} \quad (\text{dopo cal})$$

avendo che  $(x, t) \xrightarrow{(R)} x-ct \xrightarrow{(R)} x(x-ct)$  ha  $\frac{\partial f(x-ct)}{\partial x} = f'(x-ct) \cdot 1 = f'(x-ct)$ ,

l'androp per  $\varphi$  e le  $\frac{\partial}{\partial x}$  dei reflets )

$$= \left\{ \frac{f(x-ct)}{x} - \frac{g(x+ct)}{x} + \frac{f(x-ct)}{x^2} + \frac{g(x+ct)}{x^2} \right\} \sin(\theta) i_\theta$$



necessarie infine  $E$  da  $\text{rot} B = \epsilon_{ijk} \frac{\partial B_j}{\partial k} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t}$ :

$$\begin{aligned} \text{rot} B &= \frac{1}{x} \begin{vmatrix} i_\theta & j_\theta & k_\theta \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & "B" \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial y} (B_x) & -\frac{\partial \varphi}{\partial z} (B_x) \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = \left\{ -\frac{f(x-ct)}{x} - \frac{g(x+ct)}{x} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{f(x-ct)}{x^2} + \frac{g(x+ct)}{x^2} \right\} \cos(\theta) i_\theta + \left\{ \frac{f(x-ct)}{x} + \frac{g(x+ct)}{x} - \right. \\ &\quad \left. - 2 \frac{f(x-ct)}{x^2} - 2 \frac{g(x+ct)}{x^2} + 2 \frac{f(x-ct)}{x^3} + 2 \frac{g(x+ct)}{x^3} \right\} \sin(\theta) i_\theta, \end{aligned}$$

Così da  $\frac{\partial E}{\partial t} = c^2 \text{rot} B$  ricaviamo  $E =$

$$\text{mentre } B_x = B_y = 0, \quad \text{mentre } \text{rot} B = \frac{1}{x \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin(\theta) B_\theta) i_\theta -$$

$$- \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} (\sin(\theta) B_\theta) i_\theta = \frac{1}{x \sin(\theta)} \left( \cos(\theta) B_\theta + \sin(\theta) \cos(\theta) \{ \dots \} \right) i_\theta -$$

$$- \frac{1}{x} \left( B_\theta + \pi \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} \right) i_\theta = \frac{2 \cos(\theta)}{\pi} \left\{ -\frac{f(x-ct)}{x} - \frac{g(x+ct)}{x} + \frac{f(x-ct)}{x^2} + \right.$$

$$+ \left. \frac{g(x+ct)}{x^2} \right\} i_\theta + \left( -\frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} - \frac{B_\theta}{\pi} \right) i_\theta = 2 \cos(\theta) \left\{ -\frac{f(x-ct)}{x^2} - \right.$$

$$- \left. \frac{g(x+ct)}{x^2} + \frac{f(x-ct)}{x^3} + \frac{g(x+ct)}{x^3} \right\} i_\theta + \left\{ \frac{f(x-ct)}{x} + \frac{g(x+ct)}{x} - \right.$$

$$- \left. \frac{f(x-ct)}{x^2} - \frac{g(x+ct)}{x^2} + \frac{f(x-ct)}{x^3} + \frac{g(x+ct)}{x^3} \right\} \sin(\theta) i_\theta, \quad \text{Poniamo}$$

$$\text{Se } \frac{\partial E}{\partial t} = c^2 \text{ not } B \text{ otteniamo che } E = 2c \cos(\omega) \left\{ \frac{n(n+ct)}{n^2} - \right.$$

$$-\frac{g(n+ct)}{n^2} - \frac{1}{n^3} \int g(n+ct) dt + \frac{1}{n^3} \int g(n+ct) dt \Big| \text{ in } + \text{ costanti} \Big\} \frac{1}{n}$$

$$+ \frac{g(n+ct)}{n} + \frac{g(n-ct)}{n^2} - \frac{g(n+ct)}{n^2} - \frac{1}{n^3} \int g(n-ct) dt + \frac{1}{n^3} \int g(n+ct) dt \Big\} \frac{1}{n}$$

Osserviamo quindi infine che, al centro dell'aria, in B da E i numeri con  $\pi^2$  ( $\propto n^3$ ) e denominatore diverso frazionari rispetto a quelli con  $n$  e denominatori ; inoltre, considerando una "piccola" regione da sfera "sufficientemente lontana" dal centro dell'aria sfera, il rapporto (dominante)  $1/n$  può anche considerarsi estremamente costante : in tale regione da sfera, l'aria sfera ha forme ellissoidali con un'asse lungo.

Come visto, quando in due regioni della sfera è presente sia un campo elettostatico sia un campo magnetostatico, se scriviamo l'energia elettromagnetica  $\mathcal{W} = \frac{1}{2} D \cdot E + \frac{1}{2} H \cdot B$  ; sia analogo con le meccaniche, assumiamo tale espressione abbastanza generale e quindi non applichi fare di cosa dei campi varibili nel tempo .

Mettendiamo ora nel contesto : Se  $D = \epsilon_0 E$  e  $H = \mu_0^{-1} B$ , otteniamo che  $\mathcal{U} = \frac{1}{2} \epsilon_0 |E|^2 + \frac{1}{2} \mu_0^{-1} |B|^2 = \frac{\epsilon_0}{2} |E|^2 + \frac{1}{2 \mu_0} |B|^2$  ; se il caso è quello di onde piane propaganti nel campo funzione dell'angolo  $\alpha$ , dove come visto  $|B| = \frac{1}{c} |E| = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} |E|$ , se poi  $|B|^2 = (\epsilon_0 \mu_0) |E|^2$  e  $(\mathcal{U} = \epsilon_0 |E|^2)$ . In particolare si evidenzia che l'onda non sfera con velocità  $c$  è quindi anche l'energia da una sfera da sfera con la

stesse sollecitazioni ; definendo allora "I" misurante  $I_{(0)}$  all'onda l.m. come  
 $\frac{1}{(2\pi)}$

l'ampiezza che osservere nell'unità di tempo una superficie unitaria di altezza  $E_0$  perpendicolare alle direzioni di propagazione dell'onda stessa, nel risultato con cui si ha la formula ammirevole sopra citata : poiché nel tempo che l'onda si sposta di un tratto  $Ct$ , l'ampiezza che in tale tempo osservere sarà  $a(Sct)$  e dunque esattamente  $I = c \cdot u$ ,  $= c \cdot E_0 (Et)^2 = \frac{E_0}{R_{\text{eff}}^{\text{opp}}}(Et)^2 =$   
 $\frac{E_0 (Et)^2}{Z}$  dovendo forse  $Z := \sqrt{\frac{E_0}{E_0}} = 346.7 \Omega$  ( $\frac{N}{A^2} \frac{Nm^2}{C^2} = \frac{1}{A^2} (\frac{N^2 m^2}{C^2}) =$   
 $= \frac{V}{A^2} = \Omega^2$ ), che chiamiamo "impedenza del suono". Dalle (più ordinarie) relazioni  $E \times B = \frac{1}{C} (Et)^2 I$  (che è anche il senso della propagazione) e  $|ExB| = \frac{1}{C} (Et)^2 I = \frac{I}{c^2 E}$  =  $= \mu_0 I$  ; ma (per  $\perp$ )  $|ExB| = |E| |B|$ , unito a  $|H| = \frac{|B|}{\mu_0}$ , poi

$I = |E| |H|$  : siamo quindi davvero al "punto di mezzo", ovvero siamo davanti alla "concreta esigenza", per metà del problema "detto"

di Poynting  $\frac{1}{4} [S = E \times H]$  (in  $\frac{N}{C} \cdot \frac{A}{m} = \frac{W}{Nm} \frac{1}{m} =$   
 $= \frac{W}{m^2}$ ) ; per cui ora siamo in grado,  $E$  e  $H$  avendo sinusoidale nel tempo e dunque il quadro che si deve avere sia  $|S|$  sia  $\frac{1}{2} \frac{E^2}{\mu_0 C} =$   
 $= \frac{1}{2} \cdot C E_0 (Et)^2$ .

Ora, se è vero che le formule per la sollecitazione generale, allora si ha per chiarezza se con  $S$  avesse in generale un'espressione di carattere dell'ampiezza elettromagnetica dell'onda, notevolmente,  $(\cos S + \frac{\partial u}{\partial t}) = 0$  ?

(che, fra l'altro, sarebbe comunque in  $\frac{W}{m^3}$  !) ; semplicemente delle due

Questo ci dà come  $\partial \omega (E \times H) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (D \cdot E) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (H \cdot B) = 0$  ;  
 usando  $\partial \omega (E \times H) = H \cdot \text{rot}(E) - E \cdot \text{rot}(H)$  ( $=$ )  $- H \cdot \frac{\partial B}{\partial t} - E \cdot (i + \frac{\partial D}{\partial t})$ ,  
 dove  $H \cdot \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} B \cdot \frac{\partial B}{\partial t}$  ( $=$ )  $\frac{1}{2} \frac{\partial (B^2)}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial (H \cdot B)}{\partial t}$  e  $E \cdot \frac{\partial D}{\partial t} =$   
 $= E \cdot \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial (E \cdot E)}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial (D \cdot E)}$ , otteniamo che  
 $\partial \omega S + \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -E \cdot i$  : tale è l'eq. di conservazione delle  
 cariche nel campo ; quando invece sono presenti delle  
 cariche in condensazione (con densità  $\rho$ ) il campo elettromagnetico compie lavoro  
 su esse e quindi parte dell'energia elettromagnetica si trasforma in energia  
 meccanica o termica (infatti, se  $F$  sono le forze risultanti esercitate sulle  
 cariche contenute nell'unità di volume si ottiene il moto con velocità  $\omega$ , allora le  
 potenze trasferite per unità di volume sarebbe  $F \cdot \omega$  ( $=$ )  $\rho (E + \sigma \times B) \cdot \omega =$   
 $= E \cdot (\rho \omega) + (\sigma \times B) \cdot \omega = E \cdot i$  ! ) : considerate una qualsiasi  
 regione di spazio di volume  $V$  si ricchiama che una superficie  $S$ , ottenuta  
 anche per Gauss)  $\int_S S \cdot n \partial S + \int_V F \cdot \omega \partial V = - \frac{\partial}{\partial t} \int_V \partial \omega V$

ciò, che la variazione dell'energia elettromagnetica varia (cioè incresce) in un  
 certo intervallo di tempo se una qualche regione della stessa è del tutto  
 compresa nel campo elettromagnetico sulle cariche contenute in tale  
 regione è offerta alle conversioni (fisiche) dell'energia elettromagnetica  
 contenuta in tale regione. Notiamo infine che, mentre  $\oint_S (S)$   
 può essere interpretata come la variazione dell'energia elettromagnetica incisa

Sai uniti' do levi delle righe  $\vee$  delle righe  $\Delta S$ ,  $S$  stessa in un punto dell' spazio fu' un collegio alle scienze delle scienze di cui  
l'etichetta  $\Delta S$  e' il suo valore (che e' zero) , che fattore in generale e' ignoto . )

Visto che un'onda elettromagnetica (come una palla) di cui  
e' un trasferito di energia (collegato all'onda stessa) , e' ragionevole obiettare  
che ci sono anche una quantita' di moto di un manello sospeso (come  
collegati all'onda) . Cominciamo infatti col osservare che questo un'onda  
non avrà comunque di moto quanto , oltre che acquistare energia dall'onda , ne  
diluire un'infinito e che le due quantita' sono proporzionali fra loro  
secondo un rapporto nel quale la prima (peraltro nulla) ha lo stesso  
valore che , fra i due , il moto e il campo elettrico e nel verso dell'una si  
inverte il verso di quell'altra e inverso nel punto  $x=0$  (cioe'  $E_x = -B_z$ ) :

$$|L| = \int_{t=0}^{t=T} F \cdot dS = \int_{t=0}^{t=T} F \cdot \omega \cdot dA = \int_0^T q(E + \omega \times B) \cdot \omega \cdot dA = q \int_0^T E \cdot \omega \cdot dA$$

(quindi se  $E$  contribuisce all'energia ceduta dall'onda alle corse !) mentre  
l'infinito  $I$  ceduto in un periodo (alle corse) e'  $I = \int_0^T F dt =$   
 $= \int_0^T q(E + \omega \times B) dt = q \int_0^T \omega \times B dt$  (quindi se  $B$  contribuisce  
all'infinito ceduto dall'onda alle corse !) ,  $= \frac{1}{c} q \int_0^T \omega \times (i_x \times E) dt =$   
 $= \frac{q}{c} B_x \int_0^T \omega \cdot E dt$  e quindi  $I = \frac{|L|}{c} i_x \Rightarrow |L| = c|I|$  ;

il risultato e' in realtà vero in generale :

quando un sistema di cariche emette energia lo fa con una tua. Sono  
 ricavate anche un'infinità I le cui componenti nelle direzioni x e y sono  
 proporzionali all'onda d'onda in modo a  $\frac{L}{c}$ ; ed è detto anche  
 in un'antenna omogenea di infinito, ma sarebbe con  $\frac{E}{R_{\text{eff}}}$ .  
Dalle base dici assumiamo che un'onda la si trasferisce oltre  
 che con l'energia anche con quantità di moto; nel senso di onde lavoro  
 del campo elettrico con quantità di energia u, assumiamo in analogia  
 a  $|I| = \frac{L}{c}$  che generalmente le quantità di moto  $P$  per unità di  
 volume abbiano  $|P| = \frac{u}{c}$  e dovessero essere coincidenti con quelli diffusi  
 proporzionali all'onda. Allora, sempre in questo senso, è  $|S| =$   
 $= |E \times H| = |I|$  misurare dell'onda  $= u \cdot c$ , dove  $|P| = \frac{|S|}{c^2}$ :  
 in quanto  $P$  e  $S$  sono (per parallelo) contrari, si trova allora essere

$$P = \frac{S}{c} \quad \left( \text{effettivamente in } \frac{\text{Ns/m}^2}{\text{m}^3} = \frac{\text{Ns}}{\text{m}^3} \right).$$

Dunque  $|P| = \frac{u}{c}$  ha probabilmente senso, quindi se ora  $P$  è la sola  
 quantità di moto finora messa  $|P| = \frac{L}{c}$ .

Proseguendo dunque così calcoli sul momento angolare dell'onda lui, considerando  
 in realtà del caso iniziale da una fine iniziale su una curva di perimetro  
 del giro  $n=0$  il momento angolare  $L$  delle cariche è legato  
 al momento  $M$  delle forze agenti su esse dalla relazione  $M = \frac{\partial L}{\partial t}$ ,  
 dove come fatto conosciamo l'origine dell'azione di riferimento, e allora

Comunque il momento angolare  $\mathcal{L}$  dell'asse delle corse quando non c'è  
 $L = \int_{(m/s)}^T \tau_x F dt = q \int_0^T i_x (E + \omega x B) dt \Rightarrow q \int_0^T (i_x E) dt$  (le  
 (m/s)  $\stackrel{\text{(elettrico)}}{\uparrow} \quad \text{salvo } x=0$

Perché  $\tau_x i_x (E + \omega x B)$  sia (in genere) un numero costante (o almeno variabile nel tempo sinusoidamente, fatto salvo l'azione del campo) : in particolare, nel caso di un'asse fissa galvanotetra circolante il  $L = 0$  (in quanto  $E \parallel \tau_x$ ) . Decineamente (il interamente d'acca di un'asse  
 fissa monofasegalvanotetra circolante) : visto infatti che  $\mathcal{L} =$   
 $\stackrel{\text{(gen)}}{=} q \int_0^T E \cdot i_x dt = q \left\{ (E \cdot i_x) \Big|_{t=0}^{t=T} - \int_0^T \frac{\partial E}{\partial t} \cdot i_x dt \right\} = -q \int_0^T \frac{\partial E}{\partial t} \cdot i_x dt \stackrel{\text{(gen)}}{=} \pm \omega i_x \times E$

$$= \mp q \omega \int_0^T i_x \cdot (i_x \times E) dt \stackrel{\text{"circolante"}}{=} \pm q \omega i_x \cdot \int_0^T (i_x \times E) dt \quad (\text{da qui})$$

$$\Rightarrow (i_x \cdot E) i_x - (i_x \cdot E) i_x = (i_x \cdot E) i_x - (i_x \cdot E) i_x = 0$$

( $a \cdot (b \times c) = c \cdot (a \times b) = b \cdot (c \times a)$  !), risulta esattamente che allora

$$[L \cdot i_x = \pm \frac{\omega}{\omega}] . \quad \text{Per monofase ciò vale "in generale", quindi :}$$

quando un portante di anche emette un'energia  $L$  da un'asse fissa  
 monofasegalvanotetra circolante, esso riceve un momento angolare  $L$   
 da cui compare nelle formule il verso di rotazione dell'asse e il  
 quale eguale a  $\omega/L$  . Pertanto un'asse l.m. fissa galvanotetra  
 circolante trasporta con sé un momento angolare, che risulta per  
 quale di ordine ha modulo  $\omega/\omega$  .

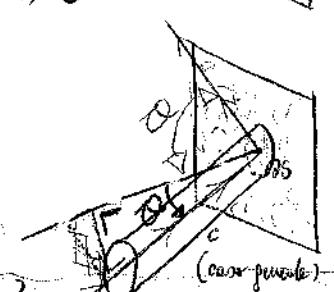
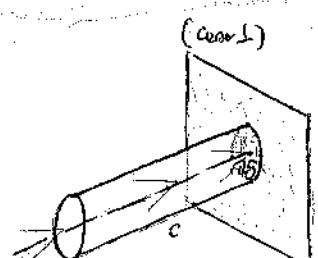
Vede qui in generale che un'asse l.m. fornisce una energia  
 moto  $L$  sia un momento angolare  $L$  (per moto di rotazione), e del-

$$\text{rotorno in relazione } L = \pi r \times p , \left(= \frac{1}{c^2} \pi r \times S\right)$$

**E.S.:** quando un'onda viene emessa o riflessa dalla superficie di un fluido, la superficie rimette effetti a una forza e quindi ricorda da una catena gravitazionale ("tensione delle resistenze"); nel caso di onde c.d.m. viene incidente perpendicolarmente su una superficie perfettamente omogenea, se  $|p| = \frac{a}{c}$  con  $p$  quantità di moto per unità di volume (tensione dell'onda con  $a$ ), un elemento  $\partial S$  della superficie del fluido omogeneo, nell'unità di tempo, la quantità di moto  $C|p|\partial S$  viene (tensione dell'infusore) tale che il modulo delle forze esercitate  $\perp$  su tale  $\partial S$ : conclude  $|P_{res} = C|p| \Rightarrow a|$ . Se invece la superficie fosse perfettamente riflettente, allora sommiamo  $P_{res} = 2a$  (rimbalzo + riflusso!).

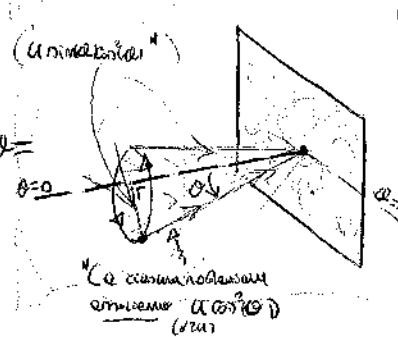
Nel caso generale d'incidenza obliqua di  $\theta$ , la quantità di moto che "entra" nell'unità di tempo su  $\partial S$  è chiaramente  $C|p| \cos(\theta)\partial S$  (in modulo), dunque le due componenti normali a  $\partial S$  la massa  $C|p| \cos^2(\theta)\partial S$ : in conclusione  $P_{res} = C|p| \cos^2(\theta) = |a \cos(\theta)|$  nel caso di superficie omogenea,  $P_{res} = 2a \cos(\theta)$  nel caso di superficie riflettente (ricordando infatti che per def. la tensione è il modulo delle forze esercite perpendicularly alla unità di superficie).

Allora, finalmente, per una radiazione isotropa (che cioè non ha nessuna causa costitutiva di onde (non si spieghi intanto perché le onde sono fatte le stesse))



si ha, mentre nello spazio, che

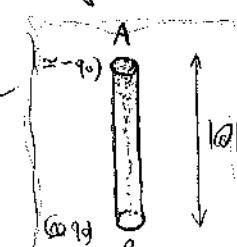
$$P_{\text{res}} = \frac{i}{2\pi} \int_0^{\pi} E(\text{arco} \theta) d\theta = \omega \int_0^{\pi} \sin(\theta) \cos^2 \theta = \\ = a \cdot \frac{i}{3} (\cos^3(\theta)) \Big|_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} = \frac{ia}{3}, \quad \text{nel caso } \theta \text{ ambiante}$$



completo, cioè  $P_{\text{res}} = \frac{i}{3}a$  nel caso di effetto riflessivo.

Le seguenti due onde e.m. sono le stesse segnate dal campo e.m., cioè quelle ovache elettriche in movimento ; grazie alle eq. di Maxwell, il campo in linea di funzione, studiare il campo e.m. prodotto da un qualsiasi sistema di cariche in moto, ma in genere ciò risulta di più delle solite semplici componenti. Discutiamo ora il caso riflessivo, ma particolarmente interessante, dell'ingaggio di forza di un dipolo elettrico oscillante nel piano : generalmente consideriamo un dipolo elettrico con momento di dipolo numerabile  $|P| = q_0 l |\alpha| \sin(\omega t) =: |P_0| \sin(\omega t)$

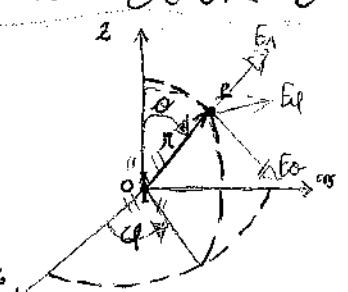
(che è quello che ha, ad esempio, in un "trottoio" lungo  $l$  di oscillare ferme le elettroni di condutture dotati di moto circolare uniforme con velocità  $\omega$ , con  $\alpha$  per esempio negli estremi del rotolo) ma con  $q_0$  numero di (ad  $l q_0 l$ ) ; per ragioni tali di ingaggio



delle sfocie : prendiamo un sistema di riferimento in coordinate polari  $(r, \theta, \phi)$  con l'origine fissa "nel dipolo" e con el'asse  $z$  parallelo al dipolo stesso (siano naturalmente in effettuazione).

Si calcoli, ricevendo  $H$  ed  $E$  in un punto  $P :=$

$:= (x, y, z)$  dalle equazioni già ricavate con le relte



$$A(n) := \frac{\mu_0}{4\pi} \omega |P_0| \cos(kn), \quad f(n) := 0, \quad \text{et } k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}, \quad \text{dunque } (\lambda = \frac{2\pi c}{\omega})$$

quindi da  $\left\{ \begin{array}{l} H = \frac{B}{B_0} = \frac{\sin \omega t}{\mu_0} \left\{ -\frac{i(n-\alpha)}{n} + \frac{i(n+\alpha)}{n^2} \right\} i_n \\ E = 2\cos \omega t \left\{ \frac{i(n-\alpha)}{n^2} - \frac{1}{n^3} \int A(n-\alpha) dn \right\} i_n + \cos \omega t \left\{ -\frac{i(n-\alpha)}{n} + \frac{i(n+\alpha)}{n^2} \right\} i_n \end{array} \right.$

(notiamo che  $\cos(k(n-\alpha)) = \cos \omega(t - N_C) \Rightarrow \cos \omega(t - N_C)$ , dunque in  $n = -\frac{c}{\omega} \sin \omega(t - N_C)$  e da dove (in  $n$ )  $\frac{\omega}{c} \sin \omega(t - N_C)$ )

Che  $H_n = H_0 = 0$  ma  $|H_n| = \frac{\omega |P_0| \cos \omega t}{4\pi n^2} \left\{ -\frac{\omega n}{c} \sin \omega(t - N_C) + \right. \\ \left. + \cos \omega(t - N_C) \right\}$ , mentre  $E_n = 0$  ma  $|E_n| = \frac{2 |P_0| \cos \omega t}{4\pi \epsilon_0 n^3} \left\{ \frac{\omega n}{c} \cos \omega(t - N_C) + \right. \\ \left. + \sin \omega(t - N_C) \right\}$  (è stato messo in evidenza il  $\frac{c}{\omega}$  delle somme, e' inoltre  $c^2 \mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0}$ !) e  $|E_0| = \frac{|P_0| \cos \omega t}{4\pi \epsilon_0 n^3} \left\{ \left(1 - \frac{\omega^2 n^2}{c^2}\right) \sin \omega(t - N_C) + \right. \\ \left. + \frac{\omega n}{c} \cos \omega(t - N_C) \right\}$ . Distinguendo quindi quei casi:

a)  $n \ll \lambda$ : in questi casi siamo al di fuori, "della regione"  $\frac{n}{c}$  (per cui non trascurabile) e quindi  $|H_n| = \frac{\omega |P_0| \cos \omega t / \cos(\omega t)}{4\pi n^2}$ , mentre

$$|E_n| = \frac{2 |P_0| \cos \omega t \sin(\omega t)}{4\pi \epsilon_0 n^3} \quad \text{e} \quad |E_0| = \frac{|P_0| \cos \omega t \sin(\omega t)}{4\pi \epsilon_0 n^3} \quad (\text{e', in effetti})$$

per le 1° le leggi di  $|H_n| = \frac{|B|}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi} i \frac{|\partial A| \sin(\omega t)}{n^2} \stackrel{(i = \omega \partial A / \mu_0)}{=} \frac{|A| \sin(\omega t)}{4\pi n^2}$

Mentre per  $E$  ricordiamo che  $|E_n| = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{2 |P_0| \cos \omega t}{n^3}, |E_0| = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{|P_0| \cos \omega t}{n^3}$ ,

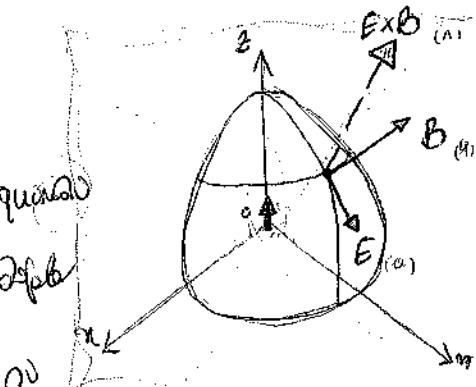
e quindi queste saranno  $|E_n| = |E_0| \sin(\omega t)$ ! ) ; chiamiamo questa condizione e.m. "Cond. di induzione" ;

b)  $n \gg \lambda$  ( $= \frac{2\pi c}{\omega}$ ): per contenere l'effettivamente grande del campo (in effetti i dipoli saranno "piccoli" ...)

per le quali forse troverete i numeri che avevo scritto  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ , rispetto  
a quelli che avevo scritto  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , e' quindi  $|H_{\text{el}}| = \frac{\omega^2 (F_0 \cdot 1) \sin(\omega t - \frac{\pi}{4})}{4\pi C \cdot r}$   
mentre  $|E_r = 0|$  e  $|E_\theta = -\frac{\omega^2 (F_0 \cdot 1) \sin(\omega t - \frac{\pi}{4})}{4\pi \epsilon_0 C^2 r}$ , e ciò  
costituisce il cosiddetto "Centro di resistenza"; notiamo che queste  
 $E$  e  $B$  sono ortogonali tra loro e  $r$ , per cui risulta il vettore  
di Poynting  $S = E \times H$  parallelo, e con verso, a  $r$ , e che il campo  $S$   
(potenziale) misurato al centro di resistenza (rispetto alle altre feste)  $|S| =$   
 $= F_0 |H_{\text{el}}| = \frac{1}{C} |E_{\text{el}}|$ . Chiamiamo "superficie d'onda" il luogo su  
cui risulta il campo  $S = 0$ . Se lo stendiamo, riconosciamo subito che  
le superfici d'onda del campo di resistenza guardano in direzione opposta  
dalle superficie (con centro nell'osservatore stesso).

(Riflettiamo infine che un'onda sferica rispetto al suo centro è costituita  
infatti dalle onde sferiche dell'osservatore !)

Ora, il vettore  $S$  di Poynting è parallelo a  $r$ , quindi  
ciò che un osservatore misura che non allontana dal vettore  
in direzione radiale; di conseguenza, se non si  
vede che le ondulazioni del vettore non risultano riflessibili, non deve e non  
può essere. Contemporaneamente risulta, naturalmente in qualche approssimazione  
tutte insieme: delle espansioni di  $|H_{\text{el}}|$  e  $|E_{\text{el}}|$ , risulta che (per  
1)  $S = E \times H = \frac{\omega^2 (F_0 \cdot 1)^2 \sin^2(\omega t) \cos^2(\omega t - \frac{\pi}{4})}{16\pi^2 \epsilon_0 C^3 r^2} \vec{r}$  e da questo il  
vettore mediano su un periodo  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  delle forze resistente fornita dal  
vettore per una unità intorno alla direzione  $\theta$  è  $I(\theta) = (S \vec{r})_y =$



$$= \frac{\omega^4 (I_{\text{pol}}^2 \sin^2(\theta))}{32\pi^2 \epsilon_0 C^3 r^2} \quad \left( \int_0^\pi \sin^2 \omega t - \frac{1}{2} \right) \text{ j'obtient}$$

Quindi che la potenza delle radiazioni è proporzionale al quadrato delle distanze dalla sorgente (come fa  $I(3)$ ) , con una differenza esponente inferiore di  $\sin^2(\theta)$  tale da cui (calcolo) le foton stanno il momento nel piano equatoriale ( $\theta = \pi/2$ ) ed è nulla lungo l'asse del colpo : in altre parole un colpo elettrico oscillante  $\theta$  ha incisio sempre lungo il suo asse. ) L'energia che in media, nell'arco di tempo, attraversa una superficie  $\partial S$  (perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda) è quindi  $I(\theta)\partial S$  , per ciò l'energia totale incisa da unità di tempo dal colpo è  $W_m = \int I(\theta)\partial S = \int (S \cdot m)_m \partial S =$

$$= \frac{\omega^4 (I_{\text{pol}})^2}{32\pi^2 \epsilon_0 C^3} \int \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \partial S \stackrel{\begin{array}{l} (\partial S = r^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ \text{in coordinate polari}) \\ (0 \leq \theta \leq \pi, \\ 0 \leq \phi \leq 2\pi) \end{array}}{=} \frac{\omega^4 (I_{\text{pol}})^2}{32\pi^2 \epsilon_0 C^3} \int_0^\pi \sin^2 \theta \cdot \int_0^{2\pi} d\phi = \frac{\omega^4 (I_{\text{pol}})^2}{12\pi \epsilon_0 C^3}$$

(superficie del rapporto  $\frac{1}{r^2}$   
dell'onda oscillante grande)  
(con angolo  $\theta$ )

$$\left( \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta = \int_0^\pi \sin \theta (1 - \cos \theta) d\theta = \int_0^\pi \sin \theta d\theta + \int_0^\pi \cos \theta (-\sin \theta) d\theta = [\cos \theta]_0^\pi + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{3} [\cos^3 \theta]_0^\pi = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \right) , \text{ che è l'indipendenza delle coordinate polari sulle quali si deve calcolare l'integrazione.}$$

Per calcolare l'energia totale occorre fare l'integrazione (anche se non "pratica"):

$W_m$  è così la somma delle energie associate alle diverse forme del colpo oscillante sotto forma di energia  $m$  incisa , e quindi rappresenta anche la potenza che il colpo riceve dal colpo oscillante.

Considerando se l'intervallo delle coordinate che come lungo il colpo  $i =$

$$= \omega q_0 \cos(\omega t) =: i_0 \cos(\omega t) , \text{ e usando } I_{\text{pol}} = q_0 k \omega I , \text{ si trova}$$

( $= i_0$ )

$$\text{risultano } W_m = \frac{1}{2} i_0^2 \frac{\omega^2 (k \omega)^2}{6\pi \epsilon_0 C^3} \stackrel{(k = \frac{2\pi c}{\lambda})}{=} \frac{1}{2} i_0^2 \frac{2\pi}{3\epsilon_0 C} \left( \frac{k \omega}{2} \right)^3 \text{ per}$$

osservare che coinvolgono altre forme modelli complete con una corrente (alimentata) d'intensità  $i = i_0 \cos(\omega t)$  che fornirebbe una resistenza  $R$  e potere  $P_i =$   
 $= \frac{2\pi}{3E_0G} \cdot \left( \frac{i_0 I}{2} \right)^2$  chiamata per questo "resistenza di inefficienza" del  
 circuito. (Questo, se l'effetto, ne diminuisce l'ampiezza  $I_p$  di oscillazione  
 del segnale d'onda  $W_m$  si somma alle perdite delle forme  $V = \left( \frac{\omega}{2\pi} \right)$ )  
 mentre se diminuisce l'ampiezza  $i_0$  delle correnti che fornirebbero il potere oscillante  
 d'onda  $W_m$  si somma al quoziente delle forme  $V$ ).

Consideriamo subito una funzione del suo studio che sia del tipo di  
 ogni entrozza bilineare (o) una tabella come un "tavolo numerico" (ad)  
 delle celle si ha , tale che per  $|z| < r$  (anche se  
 d'affidabilità (di risultati anche se risulta eccellente già per  $|z| = \frac{r}{10}$  ).

Possiamo infine trovare l'energia cinetica del carico in movimento: conosciamo infatti che deve q. oscillare sinusoidamente lungo l'asse delle x. Due punti di coordinate  $x = \pm \frac{L}{2}$ ; quindi nel punto di mezzo O una carica fine  $-q_0$ , il cui campo elettrostatico varia secondo le leggi sopra indicate nel campo che oppone resistenza.

Oltre al chiaro che il rotante costituito dalle due corde è come il  
doppio strumento fisso e fermo : se ha frequentemente momento di rotazione  
 $|P| = q_0 \omega^2 (m)(\omega t) = 150 \cdot 1 \text{ Nm}(\omega t)$ , allora avrà gli stessi effetti i  
risultati rispetti come ; e' intuibile (per) riguardo rispetto alle  
accelerazioni  $a(t)$  delle corde  $q_0$ , che ora  $a(t) = -\omega^2 z =$   
(omissione errore!)

$$= -\omega^2 |Q| \sin(\omega t) \quad , \text{ per cui (risulta effetto } (p_0 = q_0 |\omega|) \text{ e' un}$$

potenziale  $S = \frac{q_0^2 \sin^2(\omega t - \gamma_0)}{16\pi^2 \epsilon_0 C^3 r^2} \rightarrow$

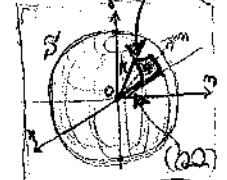
: Diametro della lente

$W$  immediata per moto  $\omega$  fissa della carica oscillante  $q_0$ , fatto del

Moto di  $S$  abbiamo le superficie sferiche soppie  $r$  , onde (ss=radio)

$$W = \int S \cdot n dS = \int_S S \cdot n r^2 d\Omega \stackrel{(n \cdot \omega)^2}{=} S \omega \int_{(4\pi)} \Omega (\cos\theta)^2 d\Omega =$$

$(4\pi) \rightarrow$



$$= \frac{q_0^2 (r(t - \gamma_0))^2}{8\pi \epsilon_0 C^3} \int_{(2\pi)} \sin^2(\theta) \Omega (\cos\theta) \stackrel{(-\sin\theta)}{\rightarrow} = \frac{q_0^2 (r(t - \gamma_0))^2}{6\pi \epsilon_0 C^3} \left( \int_{(2\pi)} \sin^2(\theta) \Omega (\cos\theta) \right)$$

$$= \int_{\pi}^0 \sin^2(\theta) (-\sin\theta) d\theta = \int_0^{\pi} \sin^2(\theta) d\theta = 4/3 \quad ; \quad \text{e' comunque quindi la}$$

potenziale all'intorno  $t + \frac{1}{C}$  , e non  $t$  , delle sferiche soppie  $r$  , ottenuta

la formula di Darmor  $W(t) = \frac{q_0^2 Q^2(t)}{6\pi \epsilon_0 C^3}$  : le relazioni

ottenute da un moto orbitale generale , e fatto che le orbite di  $q_0$  siano

trasversali rispetto a  $C$  . (Il moto di  $q_0$  non era fermo orbitale ; tuttavia , mentre nel caso di moto orizzontale l'onda c.m. iniziale ha la stessa frequenza dell'onda emessa stessa , nel caso di un moto qualunque l'onda sara' portante (ossia di un cubo minore di quelli Minkowski))

Dal potenziale una carica in moto rettilineo uniforme non invia onda c.m.

mentre invece lo fa una carica che si muove lungo una traiettoria circolare ; notiamo infine che le formule solo anche se abbiano

una decelerazione , il quanto funziona rappresentati una carica in moto a velocità costante una fonte portante delle onde emesse si trasforma per incremento in energia c.m. .

Studiamo fin' in dettaglio le equazioni del campo e.m. nel caso (e in un dielettrico omogeneo si trovi), e fatto di notare che il campo (le componenti) è a fu nullo) (pertanto naturalmente dalle equazioni di Maxwell

$$\text{not} B - \frac{t}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t} = \mu_0 s$$

$$\text{not} E + \frac{\partial B}{\partial t} = 0$$

$$\text{div} E = S/c$$

$$\text{div} B = 0$$

Da dove ovviamente  $C = \frac{t}{c^2}$  ( $t$  è riferito alle origini di carica e campo da cui provengono i dati in questione);

ritediamo che le incognite da determinare sono le funzioni del tempo e delle funzioni, come le componenti di  $E$  e  $B$  (componenti, a causa che le due sono interdipendenti); ma infatti, grazie all'equazione di conservazione  $\text{div} s + \frac{\partial f}{\partial t} = 0$ , facendo a meno di trovare l'equazione di  $\text{div} E$  che può non far parte in maniera immediata delle equazioni di Maxwell: infatti, effettuando

$\text{not}(B)$  con l'equazione per  $\text{div} E$  che può non far parte in maniera immediata delle equazioni di Maxwell: infatti, effettuando

$$\text{div}(\text{not} B) - \frac{t}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \text{div} E = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} f, \quad \text{da cui effettuando } \text{div} E =$$

$= \frac{c^2 \mu_0}{c^2 \epsilon_0} f + \text{costante}.$  Comunque, per determinare le medesime incognite,

risulta perturbemente utile introdurre un potenziale elettrico  $A$  e un potenziale scalare  $\psi$  del campo e.m., fornendo i quali possano effettuare

determinare facilmente le componenti del campo stesso:  $\text{div} B = 0$  e

naturalmente notabile se  $B = \text{not} A$  (e comunque le incognite), e

$$\text{quindi } \text{not} E + \frac{\partial}{\partial t} (\text{not} A) = \text{not} (E + \frac{\partial A}{\partial t}) = 0 \quad \text{nella situazione}$$

notabile  $\propto E + \frac{\partial A}{\partial t} = \nabla(-V)$  (è canone del vettore), cioè  $\propto$   
 $(E = -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla V)$  (per cui, nel limite di condizioni stazionarie, il f.  
 rotolare è il campo elettrico !). (C'è una notA  $\Rightarrow \begin{vmatrix} i & i & k \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ A_1 & A_2 & A_3 \end{vmatrix} =$   
 $= \begin{bmatrix} \partial_y A_3 - \partial_z A_2 \\ \partial_z A_1 - \partial_x A_3 \\ \partial_x A_2 - \partial_y A_1 \end{bmatrix}$ , cioè false che  $\text{rot } A = B$   $\propto \begin{cases} A_1 = \int_0^t B_2 dt \\ A_2 = -\int_0^t B_1 dt + \int_0^t B_3 dt \\ A_3 = 0 \end{cases}$ )

È sufficiente chiaro che le norme  $\|A\|$  e  $\|\nabla V\|$  sono equivalenti per un arbitrario campo  
 scalare  $\psi$ , cioè  $A_0 := A + \nabla\psi$ , notabile anche  $\text{rot } A_0 = B$ ,  
 per cui  $V_0 := V - \frac{\partial\psi}{\partial t}$  risulta il corrispondente potenziale scalare (in  
 quanto  $E = -\frac{\partial A_0}{\partial t} - \nabla(V_0) \Rightarrow \left[ -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right) \right] - \left[ \nabla V + \nabla\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right) \right] =$   
 $= -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla V$  cioè vero) : notare "il campo"  $A_0$ , quindi  
 $V_0$ , come \notazioni parallele, formano pertanto uno che i compi

$\boxed{\begin{array}{l} A = A_0 - \nabla\psi \\ V = V_0 + \frac{\partial\psi}{\partial t} \end{array}}$  riferimento i numeri  $E$  e  $B$  (medante le  
 due equazioni in più) ; le trasformazioni  
 scalari  $(A_0, V_0) \mapsto (A, V)$  si chiamano "trasformazione di gauge", e  
 effettua lascia invariate le relazioni  $E$  e  $B$ .

Probabile che le equazioni su  $\text{rot } B$  e  $\text{rot } E$  in termini di  $A$  e  $V$ ,  
 escludono contemporaneamente le forme  $E$  e  $B$  come soluzioni, otteniamo che  
 le altre condizioni sui campi devono soddisfare anche le due eq. su  $\text{rot } B$   
 e  $\text{rot } E$  :  $\text{rot } B - \frac{1}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t} = \mu_0 j$  quindi  $\text{rot}(\text{rot } A) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} +$   
 $+ \frac{1}{c^2} \nabla \left( \frac{\partial V}{\partial t} \right) = \mu_0 j$  mentre  $\text{div } E = \frac{1}{\epsilon_0} \Rightarrow -\frac{\partial \text{div } A}{\partial t} - \nabla^2 V = \frac{j}{\epsilon_0}$

anche usando l'identità (generale)  $\text{rot}(\text{rot} A) = \nabla (\text{div} A) - \nabla^2 A$ ,

riconoscono le due equazioni nelle forme (immobile da riunire)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \nabla^2 A = \mu_0 s - \nabla (\text{div} A + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \nabla^2 V = \frac{s}{\epsilon_0} + \frac{\partial}{\partial t} \left( \text{div} A + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} \right) \end{array} \right. ; \text{ a questo punto}$$

l'idea è naturale: ottenere su un'offerta "scelta di gauge" per  $A$  e  $V$ , in cui è possibile, per trovare una certa simmetria perduta nelle scelte  $\text{div} A$  e  $V$  di combattivamente riuscire le due equazioni effettive, risolvibile meglio anche indipendentemente. È frequentemente utile in molti problemi richiedere che sia soddisfatta la "Condizione di Lorentz" (per  $A$  e  $V$ )

$$\text{div} A + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad , \text{ che ovviamente equivale alla condizione su } \psi :$$

scelse così definite ha classe di gauge "di Lorentz" (infatti  $0 = \text{div} A + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} = \text{div}(A_0 - \nabla \psi) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (V_0 + \frac{\partial \psi}{\partial t}) \Leftrightarrow \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \nabla^2 \psi = -\text{div} A_0 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial V_0}{\partial t}$ ; un'altra classe di gauge è quella di Galilei, che consente di impostare  $\text{div} A = 0$ : la sua eq. non cambia indipendentemente  $V$  come è noto da  $\nabla^2 V = -\frac{s}{\epsilon_0}$ !).

Ottimizziamo con tale scelta

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \nabla^2 A = \mu_0 s$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \nabla^2 V = \frac{s}{\epsilon_0} \quad \rightarrow \text{equazioni da sole}$$

sono anziane MA con tale scelta l'identità è quella soddisfatta da  $E$  e  $B$  nell'orto (nel senso che  $\psi = 0, \vec{n} = 0$ )

nel senso che  $\psi = 0, \vec{n} = 0$ ), come visto; introducendo l'operatore (lineare) "di Helmholtz"  $\square := \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$ , ottieniamo

(se risolvibile)

( $\lambda m^2$ )

$$\text{Equivalentemente } \left\{ \begin{array}{l} \nabla A = \mu_0 s \\ \nabla V = \rho / \epsilon_0 \end{array} \right. \quad (\text{si osservi che in coordinate cartesiane } \nabla^2 \text{ diventa } -\nabla^2)$$

Le soluzioni di Laplace si sono note, e le soluzioni generali sono leq. di questo tipo d'onde come si aveva nel problema precedente con le soluzioni generali dell'eq. omogenea associata (dove vengono indicate le condizioni di contorno delle vibrazioni stazionarie considerate).

Nel caso precedente che  $s$  è una funzione del tempo, ovvero che così è per  $A$  e  $V$ , le due equazioni sono di Poisson e quindi le sue soluzioni (perpendicolari)

$$\left\{ \begin{array}{l} V(n) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\mathbb{R}^3} \frac{\rho(n')}{|n-n'|} \partial V \\ A(n) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbb{R}^3} \frac{s(n')}{|n-n'|} \partial V \end{array} \right.$$

inoltre, nel caso

generali di sorgente temporale, ci affidiamo subito alla risposta

$$V(n, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\mathbb{R}^3} \frac{\rho(n', t - |n-n'|/c)}{|n-n'|} \partial V$$

$$A(n, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathbb{R}^3} \frac{s(n', t - |n-n'|/c)}{|n-n'|} \partial V$$

(i quali, nell'ordine l'equazione di contorno, verifichino in effetti le condizioni (necessarie) di Lorentz  $\nabla \cdot A + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} = 0$  !)

Esiste così (come verifichiamo da subito per sostituzione diretta), e tale espressione sono note col nome di "potenziale e.m. riferito" o "potenziale di Lorentz". Scrivendo le formule che li definiscono, in effetti, i simboli  $\nabla \cdot V$  e  $\nabla \cdot A$  all'interno di un punto distante  $|R| = |n-n'|$  da un altro elemento di volume  $\partial V'$  della sorgente remota associato al simbolo  $\partial V$ .

S'è cioè che  $\nabla \cdot V$  ha in tale ordine  $\partial V'$  all'intorno  $(t - \frac{|R|}{c})$

di  $\rho(n')$  e  $\nabla \cdot A$  ha in tale ordine  $\partial V'$  all'intorno  $(t - \frac{|R|}{c})$

(precedente!) ; in altre parole, le sole s.m. generate dalle cariche e dalle correnti che si trovano in  $\partial V'$ , propagano e restano  $\frac{C}{(R^2)}$  finite ( $R \rightarrow \infty$ ) infine un campo  $\vec{H}_c$  per generare in un punto distante  $R$  il più conseguente, in tale punto gli effetti mai si risolvono interamente (come si mette in!) ma con un riferito  $\vec{H}_c$  rispetto alle sorgenti: insomma gli effetti di un dato intorno sono da attribuire a una rettangolare (rettangolare nell'elemento di ordine  $\partial V'$ ).

Concludiamo comprendendo direttamente che, se esiste,  $V(\lambda, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{f(\lambda', t - \frac{|R|}{c})}{|R|}$

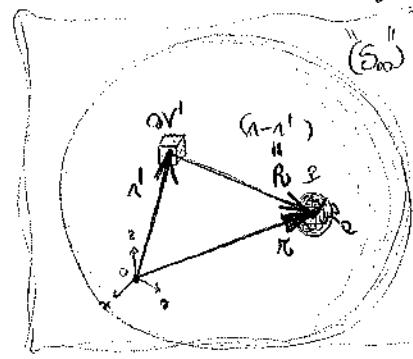
$$-\text{ soddisfa } \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \nabla^2 V = f/\epsilon_0 \quad (|R| = |\lambda - \lambda'|) \quad : \text{ ovviamente}$$

$$\nabla^2 V(\lambda, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \nabla_{(R)}^2 \left\{ \frac{f(\lambda', t - \frac{|R|}{c})}{|R|} \right\} \partial V' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \nabla_{(R)}^2 \left\{ \frac{f(\lambda', t - \frac{|R|}{c})}{|R|} \right\} \partial V'$$

l'esponente di  $\lambda$  in  $R$  risulta singolare in  $R=0$ , cioè per  $\lambda'=\lambda$ : dunque lo spazio metteva una "faccia" sfreccia verso l'alto ( $t>0$ ) e contro in  $t$ , al suo interno è  $\frac{|R|}{c} \approx 0$  e dunque finisce risolvendo

$$\nabla^2 V(\lambda, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int f(\lambda', t) \nabla_{(R)}^2 \left( \frac{1}{|R|} \right) \partial V' +$$

$$+ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\substack{|R| < 0 \\ |R| > 0}} \nabla_{(R)}^2 \left\{ \frac{f(\lambda', t - \frac{|R|}{c})}{|R|} \right\} \partial V' ; \text{ ricordando che}$$



$\nabla_{(R)}^2 \left( \frac{1}{|R|} \right) = -4\pi \delta_3(R)$  → il termine terzino dell'espressione precedente è chiaramente  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot (-4\pi f(\lambda, t)) = -f(\lambda, t)/\epsilon_0$  ( $R = \lambda - \lambda' !$ ), mentre il secondo è  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{|R| > 0} \frac{1}{|R|} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ f(\lambda', t - \frac{|R|}{c}) \right\} \partial V' \stackrel{\text{(lim)}}{=} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{|R| > 0} \frac{1}{|R|} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( f(\lambda', t - \frac{|R|}{c}) \right) \partial V'$

$$\text{e dunque} \quad \nabla^2 V(\lambda, t) = -\frac{f(\lambda, t)}{\epsilon_0} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{|R| > 0} \frac{f(\lambda', t - \frac{|R|}{c})}{|R|} \partial V' \right\} ;$$

$$= -\frac{f(\lambda, t)}{\epsilon_0} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \text{, che è la forza.} \quad \square \quad \boxed{(\nabla^2 V)^!}$$

(Vediamo se risulta la formula  $\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right) = -4\pi g_3(r)$ )

(notando come solo gli altri letti servono sulla funzione delle Dirac):

possiamo effettivamente  $r \neq 0 \Rightarrow \nabla^2\left(\frac{1}{r}\right) = 0$  ( $\because \frac{1}{\sqrt{r^2 + \eta^2 + z^2}}$  ha, ad esempio,

$$\text{esempio, da uguale a } \frac{-1}{(r^2 + \eta^2 + z^2)^{3/2}} \frac{1}{2\sqrt{r^2 + \eta^2 + z^2}} \cdot 2r = \frac{-r}{(r^2 + \eta^2 + z^2)^{5/2}}$$

grande ordine  $\nabla\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{1}{r^3}$ , da cui le espansione da uguale  
(simmetria)

$$\text{e } \frac{-1}{(r^2 + \eta^2 + z^2)^3} \left[ (r^2 + \eta^2 + z^2)^{3/2} - r \cdot \frac{3}{2}(r^2 + \eta^2 + z^2)^{1/2} \cdot (2r) \right] = \\ = \frac{- (r^2 + \eta^2 + z^2)^{1/2}}{(r^2 + \eta^2 + z^2)^3} \left[ (r^2 + \eta^2 + z^2) - 3r^2 \right] = \frac{2r^2 - \eta^2 - z^2}{(r^2 + \eta^2 + z^2)^{5/2}}, \text{ e per}$$

simmetria abbiamo chiaramente l'equazione oraria  $((2r^2 - \eta^2 - z^2) +$   
 $+ (2\eta^2 - r^2 - z^2) + (2z^2 - r^2 - \eta^2) = 0$ ; notiamo come sia esattamente che  
la dimensione delle spese sia 3! ), mentre integrando

dopo un volume arbitrario con centro nell'origine  $r=0$  otteniamo  $\int \nabla^2\left(\frac{1}{r}\right) dV =$

$$= \int_{\text{volume}} \partial_{\alpha} \left( \nabla\left(\frac{1}{r}\right) \right) dV \stackrel{\text{(fatto)}}{=} \int_{\text{volume}} \underbrace{\nabla\left(\frac{1}{r}\right)}_{(-\frac{1}{r^3})} \cdot \underbrace{m}_{(\frac{1}{r})} dS = \int_{\text{volume}} -\frac{1 \cdot 1}{r^4} dS =$$

$$= \int_{\text{volume}} -\frac{1}{r^2} dS = -4\pi .$$

La condizione di Lorentz e' ancora (il) da cui che ci servono forze:

affermata chiaramente un'equazione da controllare sui i potenziali vettori e  
scalar, dove abbiamo anche l'equazione e quella sui le componenti

$$\left( \partial_{\alpha} A + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad \text{VS} \quad \partial_{\alpha} j + \frac{\partial f}{\partial t} = 0 \right), j \text{ elettrico,}$$

e soprattutto quest'ultima, mentre cambia indirizzando quei campi

(D'ebnidi)  $\mathbf{P} \times \mathbf{f}_1$  tale che  $\begin{cases} \mathbf{f} = -\partial \omega \mathbf{P} \\ \mathbf{i} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} + \text{rot } \mathbf{f}_1 \end{cases}$  (come se  $\mathbf{f}$  fosse la polarizzazione e  $\mathbf{f}_1$  fosse l'intensità magnetica!)  
 Perché infatti essendo comunque  $\partial \omega \mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} = (\partial \omega \left( \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} \right) + \text{rot } (\text{rot } \mathbf{f})) + \frac{\partial}{\partial t} (-\partial \omega \mathbf{P}) = 0$ , e in effetti (perché non basta essere come seguito del campo e.m., in luogo delle distorsioni di cui è dovuta ovviamente nel tempo), perché delle opportune distorsioni di momenti elettronici e di momenti magnetici dipoli variabili nel tempo (e le relazioni che danno la connivenza fra i due diversi fatti non sarebbe quelle adatte sarebbe).

(Notiamo che  $\mathbf{f}$  è reale, perché sono esistite: se  $\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} = -\partial \omega \mathbf{i}$  risolvendo infatti  $\mathbf{f}(t) - \mathbf{f}(0) = -\partial \omega \int_0^t \partial t'$ , cioè  $\mathbf{f}(t) = \mathbf{f}(0) - \partial \omega \int_0^t \mathbf{i}(t') dt'$ , per cui basta prendere  $\mathbf{f}(t) := "f(0)" + \int_0^t \mathbf{i}(t') dt'$ , con " $f(0)$ " tale che  $f(0) = -\partial \omega f(0)$ , per avere effetti  $\mathbf{f} = -\partial \omega \mathbf{P}$ ; e questo vuol dire che, perché  $\text{div}(\mathbf{i} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t}) = 0$ ).

Dallo ciò si vede che, grazie alla conservazione di Lorentz, prendendo per l'analogia fra i potenziali  $\mathbf{V} \leftrightarrow \mathbf{A}$ : introduciamo dunque i cosiddetti "potenziali vettori di Hertz"  $Z_E$  e  $Z_M$  (elettrico e magnetico rispettivamente)

tali che  $\begin{cases} \mathbf{V} = -\partial \omega Z_E \\ \mathbf{A} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial Z_E}{\partial t} + \text{rot } Z_M \end{cases}$ , per cui si mette in evidenza che

$$\partial \omega \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = \left( \partial \omega \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial Z_E}{\partial t} \right) + \partial \omega (\text{rot } Z_M) \right) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (-\partial \omega Z_E) = 0,$$

e inoltre così abbiamo che  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} = \frac{1}{c^2} \text{rot} \frac{\partial Z_E}{\partial t} + \text{rot} (\text{rot } Z_M) =$

$E = \nabla (\text{div} Z_e) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 Z_e}{\partial t^2} - \text{rot} \frac{\partial Z_m}{\partial t}$  ("ciel", metacorrente, che formano l'onda elettrica e magnetica  $Z_e$  e  $Z_m$ ) ; allora si

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 Z_e}{\partial t^2} - \nabla^2 Z_e = \frac{\vec{P}}{\epsilon_0}$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 Z_m}{\partial t^2} - \nabla^2 Z_m = \vec{f}_{\text{forz}}$$

$$Z_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\vec{P}(n', t - |R|c)}{|R|} dV$$

$$Z_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{B}(n', t - |R|c)}{|R|} dV$$

Ritroviamo che le due espressioni sono già utili inoltre quando le sorgenti del campo e.m. non esprimono in termini di momenti elettrici e magnetici.

$$\left( \text{da } \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \nabla^2 V = \frac{\vec{f}}{\epsilon_0} \right) \rightarrow \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (-\text{div} Z_e)}{\partial t^2} - \nabla^2 (-\text{div} Z_e) = \frac{(-\text{div} \vec{P})}{\epsilon_0}$$

, da cui le prime equazioni ; e questo fatto, quindi,

$$\text{delle quali } \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial Z_e}{\partial t} + \text{rot} Z_m \right) - \nabla^2 \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial Z_e}{\partial t} + \text{rot} Z_m \right) =$$

$$= \vec{f}_{\text{forz}} = \mu_0 \left( \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \text{rot} \vec{H} \right)$$

notate però le seconde equazioni ottenute in quanto risolviamo che  $\frac{1}{c^2} \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{1}{c^2} Z_e \right) - \nabla^2 Z_e \right] = \mu_0 \vec{P}$ .

Possiamo ricavare il campo e.m. generato dal dipolo oscillante (rispetto in precedenza) utilizzando le ultime equazioni ottenute : esprimendo le derivate (parziali) dei campi del dipolo oscillante nelle (ormai) forme

$$f(n, t) = q_0 \sin(\omega t) \delta(x) \delta(y) \left[ \delta(z - \frac{k_0 l}{2}) - \delta(z + \frac{k_0 l}{2}) \right]$$

Ottieniamo subito che  $V(z, t) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \int_{|R|} \frac{f(z', t - |R|/c)}{|R|} dV' =$

$$= \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left[ \int \frac{q_0 \sin \omega (t - \frac{|R|}{c}) \delta(z') \delta(y') \delta(z' - k z_h) \partial_x \partial_y \partial_z'}{|R|} + \right.$$

$$\left. + \int \frac{-q_0 \sin \omega (t - \frac{|R|}{c}) \delta(z') \delta(y') \delta(z' + k z_h) \partial_x \partial_y \partial_z'}{|R|} \right] =$$

$$\stackrel{\text{(ovvio)}}{=} \frac{e}{4\pi\epsilon_0} q_0 \left[ \frac{\sin \omega (t - |R|/c)}{|R|} - \frac{\sin \omega (t + |R|/c)}{|R|} \right];$$

Nell'effettuazione di sopra  $|R| > 10l$ , quindi useremo  $V$  dell'effettuazione (che funziona  $\frac{f(n+h) - f(n)}{h} \stackrel{\text{(teo)}}{\approx} f'(n)$ , cioè  $f(n+h) \stackrel{\text{(caus)}}{\approx} f(n) + h f'(n)$ )

Allora  $f(n+h) - f(n) \stackrel{\text{(caus)}}{=} f(n - \frac{h}{2}) - f(n + \frac{h}{2}) \stackrel{\text{(caus)}}{\approx} f(n) - \partial_z \cdot \nabla f(n) - (f(n) + \partial_z \cdot \nabla f(n)) = -\partial_z \cdot \nabla f(n)$ , ottieniamo

$$V(z, t) = -\frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \partial_z \cdot \nabla \left( \frac{\sin \omega (t - |R|/c)}{|R|} \right) = -\frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \frac{R}{|R|} \partial_z \left( \frac{\sin \omega (t - |R|/c)}{|R|} \right)$$

$$= \frac{q_0 \cos(\theta)}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{\omega}{c|R|} \cos \omega (t - |R|/c) + \frac{1}{|R|^2} \sin \omega (t - |R|/c) \right].$$

Per quanto fai concerne  $A$ , considerate la funzione "gradiente di Heaviside"

$$H(m) := \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (x \in \mathbb{R}) \quad \text{fornisce nuove le basi del calcolo}$$

Allora svolgendo nelle forme  $i(z, t) = R \omega q_0 \cos(\omega t) \delta(m) \delta(z) [H(z + \frac{R}{2}) - H(z - \frac{R}{2})]$  ( $\because$  inoltre, anzitutto, le basi lungo il  $z$ -asse (che si

è lungo alle direzioni delle cerniere) le intrecciate  $i(t) = \frac{R}{2} (\cos(\omega t) -$

$= \omega q_0 \cos(\omega t))$ ; inoltre è evidente che  $i \neq 0$  in  $z$  solo lungo il  $z$ -asse,

cioè se  $z = -k z_h$  e  $z = k z_h$ , e che  $i$  vale zero al

ultimo punto si ottiene il ~~limite~~  $\lim_{z \rightarrow 0} (z = 0)$ :  $\int i(z, t) dz =$

$$= \int_{\{z=0\}} [R \omega q_0 \cos(\omega t) \delta(m) \delta(z) \cdot (1 - 0)] \cdot R \cos \omega t = \omega q_0 \cos(\omega t) = i(t).$$

(Motivo che l'altro che in effetti  $\partial \omega \vec{s} = -\frac{\partial \vec{f}}{\partial t}$ , visto che in questo caso  $\partial \omega \vec{s} = \frac{\partial}{\partial z} \vec{s}_z$  e che  $\frac{\partial}{\partial z} H(z) = S(z)$  ! )

$$\text{Sulla } A = A_3 \vec{R} \text{ con } A_3 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{(R=n)} \frac{i(\vec{r}', t - |R|/c)}{|R|} \partial V = \\ = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \omega_0 \cos \omega(t - |R|/c) S(n) S(m) [H(\vec{r}' + k\vec{a}/c) - H(\vec{r}' - k\vec{a}/c)] \partial n \partial \vec{a} / \partial z = \\ = \frac{\mu_0}{4\pi} \omega_0 f_{k_0} \frac{\cos \omega(t - N/c)}{N} \quad \text{evid: } A = \frac{\mu_0 \omega_0 f_{k_0} \cos \omega(t - N/c)}{N} \vec{R}$$

Queste sono formule per  $\vec{V}$  e per  $A$  possono ottenere spire (in particolare)

partendo dai risultati visti di Hertz  $Z_x$  e  $Z_m$ : infatti facciamo

$$Z_m = 0 \quad (\vec{f} = 0!) \quad \text{mentre} \quad \vec{f}(n, b) = f_0 \sin(\omega t) S(n) S(m) S(b) \text{ infine} \\ Z_d(n, b) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \int \frac{\vec{f}(\vec{r}', t - |R|/c)}{|R|} \partial V = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} f_{k_0} \frac{(k_0 R)}{N} \frac{\sin \omega(t - N/c)}{N} \vec{R}, \text{ da}$$

$$\text{Cui } \vec{V} = -\partial \omega Z_d = \frac{-1}{4\pi \epsilon_0} f_{k_0} \frac{\partial}{\partial z} \frac{\sin \omega(t - N/c)}{N} \quad \frac{+ f_{k_0}}{4\pi \epsilon_0} \underbrace{\frac{\partial N}{\partial z}}_{(\text{Hertz})} \underbrace{\frac{\omega}{c m}}_{(\text{c.m.})}.$$

$$+ \cos \omega(t - N/c) + \frac{1}{N^2} \sin \omega(t - N/c) \quad \text{, con come risultante } A =$$

$$= \frac{1}{c} \frac{\partial Z_d}{\partial t} = \frac{1}{4\pi (\epsilon_0 c^2)} \omega_0 f_{k_0} \frac{\cos \omega(t - N/c)}{N} \vec{R} \quad (\text{da } \vec{F} = \vec{q} \vec{v} + \nabla q F)$$

$$\text{Oggi questo fatto } B = \text{rot} A = \frac{\mu_0}{4\pi} \omega_0 f_{k_0} \text{ rot} \left( \frac{\cos \omega(t - N/c)}{N} \vec{R} \right) = \frac{\mu_0 \omega_0 f_{k_0}}{4\pi} \cdot$$

$$\nabla \times \frac{\cos \omega(t - N/c)}{N} \vec{R} = \frac{\mu_0}{4\pi} \omega_0 f_{k_0} \left( \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\cos \omega(t - N/c)}{N} \right) \vec{R} =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \omega_0 f_{k_0} \left( \frac{\omega}{cm} \sin \omega(t - N/c) - \frac{1}{N^2} \cos \omega(t - N/c) \right) \frac{\vec{R} \times \vec{R}}{N} ; \text{ risultato}$$

che  $B$  ( $= \mu_0 H$ ) è perpendicolare al piano contenente  $\vec{n}$  e il dipolo (o doppio)  $\vec{s}$ , cioè in coordinate cartesiane  $(x, y, z)$   $B$  e  $H$  hanno come unica componente  $\neq 0$   $B_z$  e  $H_z$ , ciò è chiaro che facilmente visto

$$|H_d| = \frac{\omega_0 f_{k_0} \sin(\omega t)}{4\pi (N^2)} \left\{ -\frac{\omega N}{c} \sin \omega(t - N/c) + \cos \omega(t - N/c) \right\} \quad \text{infine,}$$

$$\text{für } E = -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla V, \text{ sollte (Dipol) } \frac{\partial A}{\partial t} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \omega^2 k_{\text{pol}} \sin(\omega(t-n/c))$$

$$E_x (\nabla V)_x = \frac{\partial V}{\partial n_1} = \frac{\mu_0 \cos(\theta)}{4\pi \epsilon_0} \frac{\partial}{\partial n_1} \left[ \frac{\omega}{c n_1} \cos \omega(t-n/c) + \frac{e}{n_1} \sin \omega(t-n/c) \right]$$

$$= \frac{\mu_0 \cos(\theta)}{4\pi \epsilon_0} \left[ \left( \frac{\omega^2}{c^2 n_1} - \frac{e}{n_1^3} \right) \sin \omega(t-n/c) - \frac{2\omega}{c n_1^2} \cos \omega(t-n/c) \right],$$

$$= \frac{\mu_0 \cos(\theta)}{4\pi \epsilon_0 n_1^3} \left[ \left( \frac{\omega^2 n_1^2}{c^2} - e \right) \sin \omega(t-n/c) - \frac{2\omega n_1}{c} \cos \omega(t-n/c) \right],$$

$$(\Delta V)_\theta = \frac{e}{n_1} \frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{\mu_0 \sin(\theta)}{4\pi \epsilon_0} \left[ \frac{\omega}{c n_1} \cos \omega(t-n/c) + \frac{e}{n_1^3} \sin \omega(t-n/c) \right]$$

(mentre  $(\Delta V)_\theta = 0$ !) bilden die dimensions  $|E_x| = \frac{\mu_0 \omega^2 \mu_0 \cos \theta \sin \omega(t-n/c)}{4\pi n_1}$

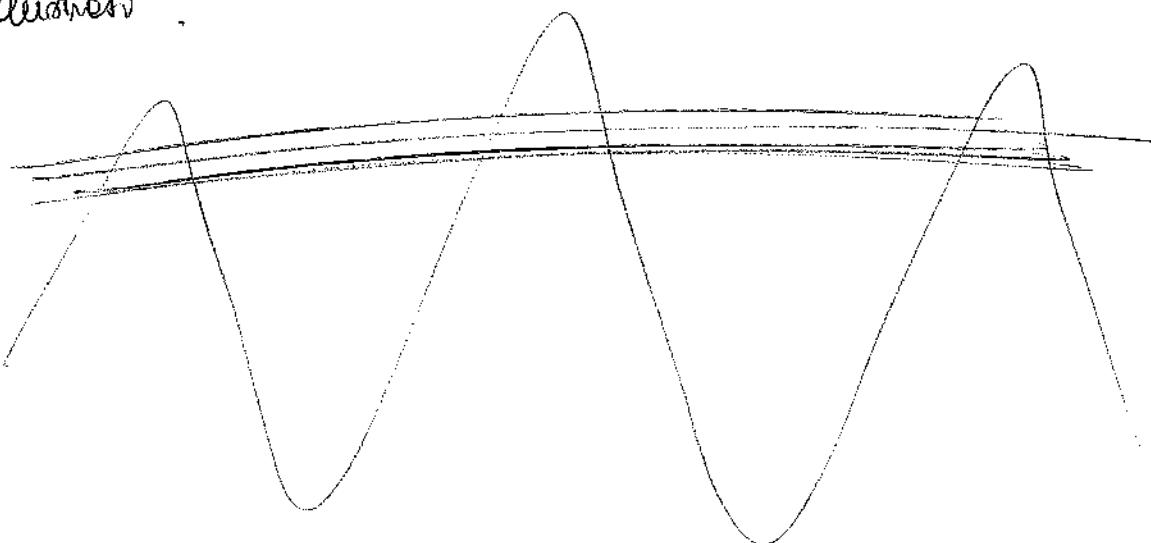
$$= \frac{\mu_0 \cos(\theta)}{4\pi \epsilon_0} \left[ \left( \frac{\omega^2}{c^2 n_1} - \frac{e}{n_1^3} \right) \sin \omega(t-n/c) - \frac{2\omega}{c n_1^2} \cos \omega(t-n/c) \right] \quad \begin{matrix} \text{Ecc.} \\ \approx 0 \end{matrix} =$$

$$= \frac{e \mu_0 \cos(\theta)}{4\pi \epsilon_0 n_1^3} \left[ \frac{\omega n_1}{c} \cos \omega(t-n/c) + \sin \omega(t-n/c) \right], \text{ mentre infine}$$

$$(|E_x|=0) |E_\theta| = \frac{\mu_0 \omega^2 \mu_0}{4\pi} \frac{(\cos(\theta)) \sin \omega(t-n/c)}{n_1} - (\Delta V)_\theta \quad \begin{matrix} \text{unten} \\ \text{oben} \end{matrix} =$$

$$= \frac{\mu_0 \sin(\theta)}{4\pi \epsilon_0 n_1^3} \left[ \left( 1 - \frac{\omega^2 n_1^2}{c^2} \right) \sin \omega(t-n/c) + \frac{\omega n_1}{c} \cos \omega(t-n/c) \right] : \text{obiettivo}$$

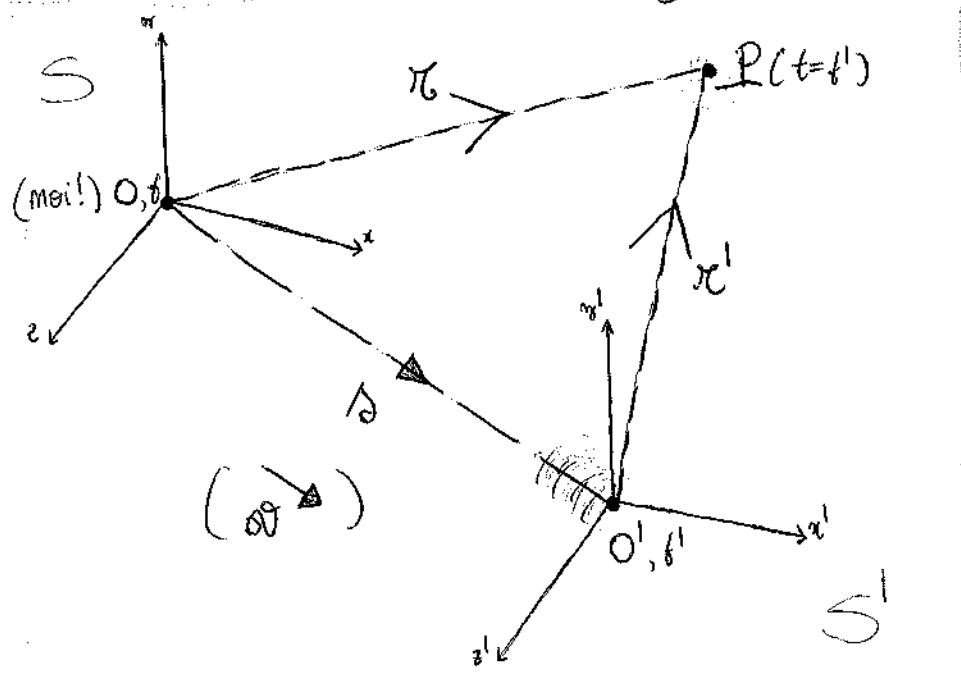
Ora effettivamente riferito le stesse espressioni per  $H$  e  $E$ , ma in modo (se non altro) molto più elegante! Oggi ormai non più fanno più paura illustrati.



Riconosciamo il princípio delle Arieux, il "principio di inerzia": un punto materiale si muove e velocità costante se, e solo se, la forza totale che subisce è nulla. Naturalmente, e come risponde, questo principio non è valido in tutti i sistemi di riferimento, precisamente non in quelli accelerati (es.: rotanti); viceversa, i sistemi di riferimento ai quali possono effettuare tale principio sono i sistemi inerti, che sono effettivamente sistemi che in realtà sarebbero "movimenti" accelerati. L'importanza di questi speciali sistemi consiste nel fatto che, rispetto ad essi, lo studio delle linee circolari (verdaderamente "curvilinee"), come esprime il "principio di relatività galileiana": tutte le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento che si muovono con moto (traslatorio) uniforme, cioè per osservatori in moto uniforme l'uno rispetto all'altro. (Se per esempio, le leggi che reggono in un sistema inerito restano valide in tutti i sistemi di tipo simile.) Ora comunque ciò non impone che deve desiderare di un moto retto qualunque movimento di un sistema di riferimento all'altro; tuttavia, conoscendo le stesse leggi, per immaginare che si trova in uno di quei sistemi di riferimento e che studiare un certo fenomeno deve essere possibile stabilire come lo stesso fenomeno effettui all'altro spostamento: occorre le leggi che governino il "movimento" di un sistema di riferimento all'altro.

Conosciamo allora due sistemi  $S, S'$ , immobili di esse in  $S$ , e suppose che su entrambi il punto siano sottratti allo stesso moto, cioè che  $f = f'$  se poniamo che  $f = f' = 0$ ; poniamo

e preferire suffice che le origini  $O, O'$  dei due sistemi siano coincidenti e  $t = t' = 0$ . Si sa che  $S$  si muove rispetto a  $S'$ , lo moto rettilineo uniforme con velocità  $\vec{v}$  ( $\rightarrow$ ) (cioè che  $S$  lo fa con rispetto a  $S'$  con velocità  $-\vec{v}$ !). Allora, in un certo istante  $t = t'$ ,  $S'$  si allontana rispetto a  $S$  (se  $\Delta = \omega t = \omega t'$ ; o, ovviamente) mentre avviene allo stesso tempo che riguarda un altro materiale  $P$  minimo che, all'istante  $t = t'$ , questo fatto si trova in  $\pi$  ( $\rightarrow$ <sup>(non raggiunto)</sup><sub>a base latente</sub>) rispetto a  $S$  e in  $\pi'$  rispetto a  $S'$ : ottengono le leggi del "fotone". Considerate formalmente in relazione a tale situazione. Supponiamo per es.  
che le rotazioni non sono in gioco:



$$(\alpha + \alpha' = \alpha')$$

; è sufficiente dimostrare che, dunque il bewegung del punto  $O$  rispetto a  $S$ , lo stesso è equivalente del punto  $O'$  rispetto a  $S'$

transformando  $(t, \pi)$  secondo le relazioni  $\begin{cases} t' = t \\ \pi' = \pi - \Delta = \pi - \omega t \end{cases}$

Le rotazioni del sistema risultano inalterate in queste relazioni, ma comunque trasformano entro le regole del "fotone" le rotazioni di riferimento inversi, chiamate "trasformazioni di Galileo":

$$\begin{aligned} f' &= \alpha^t + \omega t^t & \text{e (quid.)} & \begin{cases} \alpha^t = \alpha - \omega t \\ f' = f \end{cases} & \cdot \text{ Consideriamo} \end{aligned}$$

che da conseguire le leggi di conservazione di  $\omega$  con le velocità  $\alpha$  e  $\alpha'$ ,  $\alpha, \alpha'$  rispetto al sistema  $S, S'$  rispettivamente e  $\alpha = \alpha^t + \omega$ , e quindi  $\alpha^t = \omega - \omega$  (anche grazie a  $f=f'$ !).

Viene fatto, cediamo che per conservare il momento magnetico  $I$  MOM dobbiamo usare un sistema di riferimento "parallelo", "fisso", come  $S$  non fornendo un "moto assoluto": come si dice, "fatto è soltanto!".

Allo stesso modo, i fenomeni dell'induzione elettromagnetica, pur collegati ad una variazione nel tempo del campo magnetico, difinendo solo del moto relativo fra induttore ed indotto, e non del moto dell'una e dell'altra parte: in altri termini, ad esempio, il fenomeno delle induzioni elettromagnetiche non fornirebbe da definire un moto assoluto ma un sistema di riferimento parallelo. Allo stesso modo un'evidenza completa del fenomeno può venire con l'aiuto delle equazioni di Maxwell, secondo le quali solo tutte le interazioni elettromagnetiche fra carri si svolgono nel vuoto e debbano costituire  $C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$  delle due nel vuoto, mentre scambi galleggiando queste debbano svolgersi col sistema di riferimento considerato: vediamo che, a differenza delle leggi newtoniane, l'elettromagnetismo (come la legge di M.) non è invariante rispetto alle trasformazioni galiliane, e ciò riguarda anche le leggi contrattoriali; l'unico modo per uscire dal problema è,

naturalmente, Ma si dice che Belle Curve, ma solo in seguito all'essere intuito che quelle Belle Curve sono le giuste frazionari riferiti alle proposte delle relazioni Belle Curve.

Queste e tutte una serie di riferimenti, fra i quali restano fondamentali quelli seguiti da Michelson e Morley, se non Mosebata (e in modo analogo) a le Meccaniche classiche newtoniane, e ciò per misura delle "Curve delle relazioni ristrette", o "relazioni speciale".  
Di H. Einstein, nel caso di riferimenti inerti (mentre Curve delle relazioni generale) (per riferimenti non necessariamente inerti), le quali si chiama su quei soli termini:

I) fissa le leggi fisiche ovunque in un sistema di riferimento ineriale sono ovunque ovunque in un qualunque altro sistema in moto (traslazionale) relazione uniforme rispetto al primo;

II) le relazioni delle curve nel moto è un "invarianza fondamentale", cioè le lo stesso ovunque per ogni osservatore ineriale indipendentemente dal moto del questo rispetto alla sorgente luminosa.

Si può evitare che il nome di "principio delle relazioni ristrette", o in effetti invece il secondo termine (ammesso le relazioni generali dell'elettromagnetismo): infatti, in fatto i criteri inerti, le leggi fisiche sono le stesse e vengono le equazioni di Maxwell.

Sarà dunque in seguito le frasi col cui confuso che no formate la fine del principio delle relazioni, convintamente coll'autore che, se un fuoco così avrà luogo, le farà delle relazioni ristrette confortate

ma che forse importa rispetto alle leggi delle misure newtoniane solo  
quelle velocità ragionabili e quelle delle luce.

L'idea critica alle basi del nuovo è relativa nonché dell'osservazione  
che MM sia formabile trasmettere istantaneamente i dati i fuori della  
spazio all'informazione (e chi, così, le ordinate misure con cui lo  
so fare carica (prob. con quelle delle luce)), cioè che  
non esiste una "risultante" emulata : se rende così plausibile  
il fatto che fin dal tempo MM sia possibile. Comunque quindi  
col coraggio la trasformazione di Galileo, torniamo a considerare la  
stessa generale. Ad esempi immediati riferitamente alla Doppia:  
poniamo in realtà supponga per semplicità che l'una si muova costantemente  
parallelo all'altra, mentre che gli assi  $x$  e  $x'$  restino paralleli a  
quello  $y$  e  $y'$  rispettivamente. Ora, per il nuovo  $\text{MFT}$ ,  
una formabile MM sarebbe e fare se si muove  $\text{di moto rettilineo uniforme}$   
 $\text{rispetto a qualche sistema invariante}$ , per cui se riconoscere le  
coordinate  $(x, y, z, t)$  e  $(x', y', z', t')$  dove siano invariante; ma  
chiaramente, per come obbligano nella i sistemi cartesiani, poniamo comunque  
che  $y' = y$  e  $z' = z$ , e subendo insieme costante  $\gamma$  e  
il fatto per cui  $x' = \gamma x + p_f$ . Se rispetto a S si muova  
si muova all'istante  $t$  nel punto  $x=0$ , cioè in  $x=10\gamma t$   
(NON  $= 10\gamma t'$ !!), se  $0 = \gamma(10\gamma t) + p_f$  vediamo che più  
precisamente il  $p = -\gamma 10\gamma t$  :  $x' = \gamma(x - 10\gamma t)$ .

G) Oltre le coordinate che vengono date da  $x = \gamma^1 x^1 + \gamma^1 f^1$  ( = )  
 $= \gamma^1 (x^1 + 1051 f^1)$  ,  $\stackrel{(x^1=...)}{=} \gamma^1 [\gamma(x - 1051t) + 1051 f^1]$  :

$f^1 = \frac{x}{\gamma^1 1051} - \frac{\gamma(x - 1051t)}{1051} = \frac{x}{\gamma^1 1051} - \frac{1051}{1051} + \gamma f =$   
 $= \gamma \left[ t - \frac{1}{1051} \left( 1 - \frac{1}{\gamma \gamma^1} \right) x \right] .$  Difformazione della legge  
 Galileiana: ovvero tenendo l'ipotesi  $f = f^1 = 0$  (dall'origine comune di S e S'): in questo si vede che la legge deve essere  
 una legge relativa, alle relazioni  $x^1 + \gamma^1 + \gamma^1 - c^2 f^1 = 0$   
 (che descrive il trasporto dell'onda sfera dall'origine rispetto), e  
 quindi deduciamo che  $x^1 - c^2 f^1 = x^1 - c^2 f^{12} \stackrel{\text{(rispetto)}}{=} \gamma^2 (x - 1051t) -$   
 $- \gamma^2 c^2 \left[ t - \frac{1}{1051} \left( 1 - \frac{1}{\gamma \gamma^1} \right) x \right]^2 = \gamma^2 (x^1 - 2x 1051t + 1051^2 f^2) -$   
 $- \gamma^2 c^2 \left[ t^2 - \frac{2}{1051} \left( 1 - \frac{1}{\gamma \gamma^1} \right) xt + \frac{1}{1051^2} \left( 1 - \frac{1}{\gamma \gamma^1} \right)^2 x^2 \right];$  ponendo  
 tale relazione nella comune di salvo i termini  $\propto x$  e  $t$ , deduciamo  
 $\begin{cases} \gamma^2 - \frac{\gamma^2 c^2}{1051^2} \cdot \left( 1 - \frac{1}{\gamma \gamma^1} \right)^2 = 1 \\ \gamma^2 1051 - \gamma^2 c^2 = -c^2 \end{cases}$  : punto  $\beta := \frac{1051}{c^2}$ ,  
 $\begin{cases} -2\gamma^2 1051 + \frac{2\gamma^2 c^2}{1051} \left( 1 - \frac{1}{\gamma \gamma^1} \right) = 0 \end{cases}$  cioè è certamente  
 soddisfatto  $\propto$   $\gamma = \gamma^1 = \frac{1}{\sqrt{1 - 1051/c^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ , e pertanto  
 riceviamo infine la trasformazione di Lorentz (essendo  $\frac{1}{1051} \left( 1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) = \frac{1051}{c^2}$ )

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - \beta c t) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{\beta c x}{c^2}) \end{cases}$$

$\Leftrightarrow$  (equaz.)

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + \beta c t') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma(t' + \frac{\beta c x'}{c^2}) \end{cases}$$

(nel caso più generale che non sia parallelo agli assi  $x$  e  $x'$ ,  
 poniamo  $\vec{\omega} := \frac{\partial \vec{x}}{\partial t}$   $\Leftrightarrow$  osserva che  $\vec{\omega} \times (\vec{x} \times \vec{\omega}) = \underbrace{(\vec{\omega} \cdot \vec{\omega})}_{=0} \vec{x} - (\vec{\omega} \cdot \vec{x}) \vec{\omega}$ ,

cioè che  $\vec{x} = (\vec{x} \cdot \vec{\omega}) \vec{\omega} - (\vec{x} \times \vec{\omega}) \vec{\omega}$ , restano solo i relazioni analoghe!  $\begin{cases} \vec{x}' \cdot \vec{\omega} = \gamma(\vec{x} \cdot \vec{\omega} - \beta c t) \\ (\vec{x}' \times \vec{\omega}) \times \vec{\omega} = (\vec{x} \times \vec{\omega}) \times \vec{\omega} \end{cases}$

$$\begin{cases} \vec{x}' = \vec{x} + (\gamma - 1) \frac{\vec{\omega} \cdot \vec{x}}{\gamma c^2} \vec{\omega} - \gamma \vec{\omega} t \\ t' = \gamma(t - \frac{\vec{\omega} \cdot \vec{x}}{c^2}) \end{cases}$$

Notiamo infatti che per  $|\beta| \ll c$ , cioè  $\beta \ll 1$  ( $\approx 0$ ), cioè  
 $\gamma \approx 1$ , le trasformazioni di Lorentz si riducono a quelle di Galileo: in altre parole, nel caso limitato di velocità grande rispetto a quella della luce, delle varie relazioni rispetto ai riferimenti si ha appena una piccola variazione.

Ricaviamo ora le immediate conseguenze delle trasformazioni di Lorentz.

(1) "Contrazione delle lunghezze". Dimostriamo che se AB rigida

rispetto a  $S$ , come con velocità so lungo l'asse  $x$ , e nel  $S'$  sarebbe  
 all'estremità stessa i valori minimi delle lunghezze  $\Delta AB$ , mentre  
 per  $S'$  le forze sui due estremi non cambiano col tempo e  
 possono essere minime anche in istanti diversi, ossia  $x_A^l$  e  $x_B^l$ , per  
 $S$  così come è il risultato delle minime delle distanze fra le forze sui  
 due estremi dell'asse dello stesso istante: allora, per  
 Lorentz, abbiamo  $x_A^l = \gamma(x_A - vt)$  e  $x_B^l = \gamma(x_B - vt)$ , da  
 cui  $\left| x_B^l - x_A^l = \frac{1}{\gamma} (x_B^l - x_A^l) = \sqrt{1-\beta^2} (x_B^l - x_A^l) \right|$ , ossia  
 le lunghezze  $x_B^l - x_A^l$  che l'estremità rispetto ad un osservatore in moto  
 effettua minore per un istante  $t$  rispetto alle lunghezze "fisiche"  $x_B^l - x_A^l$ ;  
 in breve, un effetto di moto effettuato solo: se fissa del  
 fenomeno moto come "contrazione"  $\Delta$  Dilatazione-Lorentz!  
 (Poiché' infine tale contrazione non si manifesta trasversalmente, il volume  
 del cubo in moto trascurabile per lo stesso istante  $t$ .)

(2) "Dilatazione del tempo". Consideriamo analogamente un analogo in quiete  
 rispetto al sistema  $S'$  in un punto  $P^l := (x^l, y^l, z^l)$ , e fissare  
 eventi contratti dalle ragioni  $\gamma$  gli istanti  $t_1^l$  e  $t_2^l$  da fissa di  
 questo analogo; se tale effetto si muove rispetto a  $S$  con velocità  
 $(vt, 0, 0)$ , allora (nuovo rispetto a  $S$ ) i due eventi effettuati in  
 (rispetto a  $S'$  in quiete) sono fra di loro  $t_2^l - t_1^l$ , e fissa esso in moto  
 che  $t_2^l = \gamma(t_2^l + \frac{vt^l}{c^2} x^l)$  : addiamo subito  $t_2^l - t_1^l = \gamma(t_2^l - t_1^l)$   
 e  $t_2^l = \gamma(t_2^l + \frac{vt^l}{c^2} x^l)$

cioè  $T = \frac{T'}{\sqrt{t - \beta}}$  ; Dunque l'orologio binario è un orologio  
per un osservatore in moto rispetto al sistema invariante dove tale  
osservatore misura (di cui parla) rispetto allo "stesso binario" (parla  
del binario stesso). (Le differenze di questo consistono naturalmente nel  
tempo che ho ora fornito sperimentalmente !)

(3) Velocità del conetto di simultaneità. Se due eventi si svolgono  
nello stesso istante t nei punti  $x_1$  e  $x_2$ , allora i tempi di  
quei due eventi rispetto ad un osservatore S' in moto rispetto a S sono  
 $t'_1 = \gamma(t - \frac{105}{c}x_1)$  e  $t'_2 = \gamma(t - \frac{105}{c}x_2)$ , da cui ottieniamo  
 $t'_2 - t'_1 = \gamma \frac{105}{c}(x_2 - x_1)$  : gli eventi effettivi contemporanei (anche) a  
 $S'$  sono, e solo se,  $x_1 = x_2$  ("cioè mai").

Osserviamo infine che  $|105| \leq c$  è implicitamente contenuta nella relazione (posto) di  $\gamma = \frac{t}{\sqrt{t^2 - \frac{105^2}{c^2}}}$  (a una mole ( $t \geq 1$ )) ; insomma,  
se quei due eventi non sono mai simultanei ma comunque in qualche maniera ben collegati,  
allora conoscendo convenientemente  $t'_2 - t'_1 = \gamma [t_2 - t_1 - \frac{105}{c}(x_2 - x_1)]$  con  
effettivo  $\frac{|x_2 - x_1|}{|t_2 - t_1|} \leq c$  (o: bolla del medesimo binario che collega cause  
ad effetti) : il rapporto  $\frac{t'_2 - t'_1}{t_2 - t_1}$  assume comunque un valore in  
 $(0, 2\gamma)$  (da  $\gamma(1 \pm \frac{105}{c})$ ) ; considerando  $t_2 - t_1 > 0 \Rightarrow t'_2 - t'_1 > 0$   
e cioè l'orologio binario di quei eventi collegati da certe relazioni rispetto a  
un sistema di riferimento non può invertire queste: quei eventi di un

Altri riferimenti di riferimento.

Consideriamo a questo punto una farfalla in moto con velocità di confronto

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 = \frac{dx}{dt} \\ u_2 = \frac{dy}{dt} \text{ rispetto a } S, \text{ e} \\ u_3 = \frac{dz}{dt} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} u'_1 = \frac{dx'}{dt'} \\ u'_2 = \frac{dy'}{dt'} \text{ rispetto a } S' \\ u'_3 = \frac{dz'}{dt'} \end{array} \right.$$

$$(\text{Motore da } t' \neq t!) : \text{Se} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = \gamma(u'_1 + \omega_1 u'_2), \quad \omega_2 = \omega_2', \quad \omega_3 = \omega_3' \\ \frac{dy}{dt} = \gamma(u'_2 + \frac{\omega_1}{c^2} u'_1) \end{array} \right.$$

ricerchiamo le leggi di confronto delle velocità

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 = \frac{u'_1 + \omega_1}{1 + \omega_1 u'_1 / c^2} \\ u_2 = u'_2 / \gamma(1 + \omega_1 u'_1 / c^2) \\ u_3 = u'_3 / \gamma(1 + \omega_1 u'_1 / c^2) \end{array} \right. \quad (\text{esiste: esempio, } u_1 =$$

$$= \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{dy}{dt}} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + \omega_1 \frac{dy'}{dt'}}{\frac{dy}{dt} + \omega_1 \frac{dx'}{dt'}} \stackrel{(\because u'_1)}{=} \frac{u'_1 + \omega_1}{1 + \omega_1 u'_1 / c^2}, \text{ che si riduce}$$

(giustamente) a quelle delle cinematiche proprie  $\propto \omega_1 \ll c$ .

Se in particolare il moto delle farfalle coincide lungo l'asse  $x$ , ovvero se  $u_2 = u_3 = u'_2 = u'_3 = 0$  (mentre  $u_1 =: u$  e  $u'_1 =: u'$ ) , allora  $u = \frac{u' + \omega_1}{1 + \omega_1 u' / c^2} \quad \text{e} \quad u' = c$

$$\Rightarrow u = \frac{c + \omega_1}{(c + \omega_1) / c} = c \quad : \text{riferiscono che le velocità delle far-$$

farfalle sono indipendenti dal sistema di riferimento considerato; insomma siamo giustamente che  $u', \omega_1 \leq c \Rightarrow \omega_1 \leq c$  (perché)

$$\text{dunque } u = \frac{u' + \omega_1}{(u' + \omega_1) + (c - u')(c - \omega_1) / c} \leq c$$

grazie a queste "regole relativistiche", il quale esiste che le massime effettive. Due conformati relativistici sono equivalenti ad un'unica conformazione.

Dufoldi, se  $u = u_x$ , e'  $u =$

$$= \frac{u^1 + (c\omega)}{1 + (c\omega)u^1/c^2} \stackrel{\text{(1) (2) (3)}}{=} \frac{u^{11} + (c\omega^1)}{1 + (c\omega^1)u^{11}/c^2} + (c\omega) = \frac{u^{11} + (c\omega^1) + (c\omega)(1 + (c\omega^1)u^{11}/c^2)}{1 + (c\omega^1)u^{11}/c^2 + \frac{c\omega}{c^2}(u^{11} + (c\omega^1))}$$

$$\Rightarrow \frac{u^{11} + \frac{(c\omega^1) + (c\omega^1)}{1 + (c\omega^1)c^2}}{1 + \frac{u^{11}}{c^2} \frac{(c\omega^1) + (c\omega^1)}{1 + (c\omega^1)c^2}}, u \text{ in effetti } (c\omega^1) = \frac{(c\omega^1) + (c\omega^1)}{1 + (c\omega^1)c^2} \quad \boxed{\boxed{}}$$

Ora siamo infine che, per considerare sistemi inerti, gli oggetti studiati hanno in generale moto accelerato rispetto a tali sistemi, e che dunque saranno le leggi di trasformazione delle accelerazioni; noi faremo notare subito che  $a = \frac{\partial u}{\partial t} \equiv \frac{\partial u}{\partial t^1} \frac{\partial t^1}{\partial t} = \frac{a^1}{\gamma^3(1 + (c\omega)u^1/c^2)^3}$ .

rispetto alle forme conformati

$$= \gamma - \frac{\partial \omega^1}{\partial t^1} \frac{\partial t^1}{\partial t} = \frac{\partial \omega^1}{\partial t} \gamma \left( t - \frac{(c\omega^1)t}{c} \right) =$$

$$= \gamma - \frac{\partial \omega^1}{c^2} u = \gamma - \frac{\partial \omega^1}{c^2} \frac{u^1 + (c\omega^1)}{1 + (c\omega)u^1/c^2} = \frac{1}{1 + (c\omega)u^1/c^2} \cdot \gamma \left[ (1 + (c\omega)u^1/c^2) - \right.$$

$$\left. - (c\omega/c^2)(u^1 + (c\omega^1)) \right] = \frac{t}{1 + (c\omega)u^1/c^2} \cdot \gamma \underbrace{\left( 1 - \frac{(c\omega^1)^2}{c^2} \right)}_{(\gamma^2)} = \frac{t}{\gamma(1 + (c\omega)u^1/c^2)}$$

Mentre  $\frac{\partial}{\partial t^1} \left( \frac{u^1 + (c\omega^1)}{1 + (c\omega)u^1/c^2} \right) = \frac{1}{(1 + (c\omega)u^1/c^2)^2} \left[ (1 + (c\omega)u^1/c^2) a^1 - (u^1 + (c\omega^1)) \frac{\partial}{\partial t^1} (c\omega^1) \right] =$   

$$\left( = a^1 - \frac{(c\omega^1)^2}{c^2} a^1 = \left( 1 - \frac{(c\omega^1)^2}{c^2} \right) a^1 = \frac{t}{\gamma^2} a^1 \right)$$

$$= \frac{a^1}{\gamma^2(1 + (c\omega)u^1/c^2)}, \text{ se } u^1 \text{ è doppio orologio} \quad \boxed{\boxed{}}$$

Porto fù come segue  $\gamma_{\text{av}} := \sqrt{(\frac{1}{t} - \frac{u^2}{c^2})} := \sqrt{\frac{1}{t} - \frac{u^2}{c^2}}$ , dalle relazioni

$$\begin{aligned}\gamma_{\text{av}} t' &= \gamma_{\text{av}} (\gamma_m - \frac{u^2}{c^2} t) , \quad \gamma_{\text{av}} t' = \gamma_m t , \quad \gamma_{\text{av}} t' = \gamma_t t \\ \gamma_{\text{av}} t' &= \gamma_{\text{av}} (\gamma_t t - \frac{u^2}{c^2} \gamma_m t)\end{aligned}$$

Dunque da qui ave

farbelle in moto con velocità  $u$  rispetto a  $S$  e a' rispetto a  $S'$ ; nie

$$\begin{aligned}\gamma_{\text{av}} u t' &= \gamma_{\text{av}} (\gamma_t t - \frac{u^2}{c^2} \gamma_m t) , \quad u_1' t' = u_t t , \quad u_2' t' = u_m t \\ \gamma_{\text{av}} t' &= \gamma_{\text{av}} (1 - \frac{u^2}{c^2} \gamma_m) \gamma_t t\end{aligned}$$

Dalle fute de  $c^2 \partial t'^2 - \gamma_{\text{av}}^2 t'^2 - \gamma_{\text{av}}^2 u_1'^2 - \gamma_{\text{av}}^2 u_2'^2 = c^2 \partial t^2 - \gamma_{\text{av}}^2 t'^2 - \gamma_{\text{av}}^2 u^2 - \gamma_{\text{av}}^2 u^2$   
obliviose  $(c^2 - u^2) \partial t'^2 = (c^2 - u^2) \partial t^2$  eciò  $\frac{\partial t'}{\gamma_{\text{av}}} = \frac{\partial t}{\gamma_{\text{av}}}$ ,

e faccio

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{\text{av}} u_1' = \gamma_{\text{av}} \gamma_u (\gamma_t t - \frac{u^2}{c^2} \gamma_m t) \\ \gamma_{\text{av}} u_2' = \gamma_u u_2 \\ \gamma_{\text{av}} u_3' = \gamma_u u_3 \\ \gamma_{\text{av}} t' = \gamma_{\text{av}} \gamma_u (1 - \frac{u^2}{c^2} \gamma_m) \end{array} \right.$$

: se m è la massa

inertiale delle farbelle, cioè minima de un orotore salibile alle farbelle,

allora obbligo

$$\left\{ \begin{array}{l} m \gamma_{\text{av}} u_1' = \gamma_{\text{av}} (m \gamma_u u_1 - m \gamma_u \gamma_m t) \\ m \gamma_{\text{av}} u_2' = m \gamma_u u_2 \\ m \gamma_{\text{av}} u_3' = m \gamma_u u_3 \\ m \gamma_{\text{av}} t' = \gamma_{\text{av}} (m \gamma_u - \frac{u^2}{c^2} m \gamma_u \gamma_m) \end{array} \right.$$

, eciò

$(m \gamma_u u_1, m \gamma_u u_2, m \gamma_u u_3, m \gamma_u)$  si trasformano rispettivamente come

$$(a, m, z, t)$$
 ; sorge quindi naturale definire le quante di moto

delle farbelle in questione come

$$f := \frac{m \gamma_u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = m \gamma_u u$$

per cui si ha la conservazione delle quantità di moto (in un sistema isolato) se, e solo se, si ha la conservazione delle somme delle rispettive quantità di massa ; in effetti le formule si comportano sperimentalmente.

Definiamo dunque "la massa relativistica" delle particelle come

$$M := \frac{m}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = m\gamma_u, \text{ ma di meglio intendo è l'energia}$$

$$\underline{\text{relativistica}} \quad E := \frac{mc^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = m\gamma_u c^2 \quad \text{che effettivamente}$$

conservate in un sistema isolato : Due particelle che si incontrano

$$\left( \text{Notiamo che } E = mc^2 \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = mc^2 (1-u^2/c^2)^{-1/2} \stackrel{\text{(se u < c)}}{=} mc^2 (1 + \frac{u^2}{c^2} + \frac{1}{2} \frac{u^4}{c^4} + \mathcal{O}(\frac{u^6}{c^6})) \approx mc^2 + \frac{1}{2} m u^2 \right), \text{ cioè } E - mc^2 \approx \frac{1}{2} mu^2;$$

in generale invece l'energia relativistica è molto diversa da quella newtoniana  $(E - mc^2)$ .

Per  $u=0$  vediamo inoltre che le particelle forniscono un'energia comunque di più di "una massa"  $m$ , che vale effettivamente  $E = mc^2$ , e in effetti per  $u$  qualunque  $E - mc^2 = m$ , energia relativistica : Guardate come si definisce (o è equivalente dire massima energia), mentre il quale massimo energia sono due masse diverse di una stessa grandezza  $m$ , e cioè con fattore di concordanza  $c^2$ . C'è stato qualcosa dell'esperienza, e sicuramente questo massimo  $E$  di un sistema complesso, anche se non massimo complesso in accordo alle relazioni

$$|\Delta E = c^2 \Delta M| \quad \left\{ \text{in particolare, questa energia è un numero} \right.$$

finché l'energia immagazzinata nell'oggetto non aumenta la massa! )  
In conclusione ad ogni particella di massa m c' è associata un'energia  $E$ , e  
in genere, si ha la relazione  $E = m\gamma_{\text{rel}}c^2 = mc^2 + E_{\text{cinetica}}$

Dove  $mc^2$  è l'energia a riposo delle particelle; ottengo inoltre  
che  $\frac{E^2}{c^2} - |\mathbf{p}|^2 = m^2\gamma_{\text{rel}}^2(c^2 - |\mathbf{u}|^2) = m^2\gamma_{\text{rel}}^2c^2(1 - \frac{|\mathbf{u}|^2}{c^2}) = m^2c^2$ ,

Onde  $E = \sqrt{|\mathbf{p}|^2c^2 + m^2c^4}$  : è così fermato l'individuo di  
particelle con massa a riposo nulla ( $m=0$ ) ma con energia ed impulsi  
finiti, tale che generalmente  $E = |\mathbf{p}|c$ .

Accenniamo infine al fatto che, mentre il moto del fluido atomico è  
stato conferito, il secondo principio della dinamica  $F=ma$  deve  
essere sostituito  $F = \partial p / \partial t$ , mentre il termine parafisico deve essere la  
pressione non può essere direttamente estesa al caso relativistico e come dell'  
individuo del campo di simmetria.

Al principio di invarianza del moto rispetto ai riferimenti inerziali deve  
essere inserito nelle espressioni matematiche che rappresentano le leggi che si  
mantengono vere (e ciò risulta più comodamente), dove deve essere  
possibile esprimere certe leggi come funzione di un'equazione relativisticamente  
conveniente il cui invariante rispetto alle trasformazioni di Lorentz;  
cioè che viene trasformato in un "quod potest" che abbia senso.

l' spazio.

c) Per illustrare un esempio che consente di uscire istantaneamente nel fronte  $(n, m, b)$  del sistema S, forniamo alcune coordinate le quali queste si riducono a:  $x^0 := ct$ ,  $x^1 := x$ ,  $x^2 := y$  e  $x^3 := z$ ; si tratta delle "coordinate contravarianti", inverse in ordine alle "x<sup>μ</sup>" con  $\mu \in \{0, 1, 2, 3\}$ . Risolviamo subito le trasformazioni di Lorentz

$$\begin{cases} x^0 = \gamma \left( t - \frac{\omega_1 x^1}{c^2} \right) \\ x^1 = \gamma \left( x^0 - \frac{\omega_1 t}{c} \right) \\ \omega_1 = \omega \\ \beta^1 = \beta \end{cases} \quad \text{Ponendo} \quad \begin{cases} x^{0'} = \gamma \left( x^0 - \frac{\omega_1 x^1}{c^2} \right) \\ x^{1'} = \gamma \left( x^1 - \frac{\omega_1 x^0}{c^2} \right) \\ x^{2'} = x^2 \\ x^{3'} = x^3 \end{cases} ;$$

le quattro  $(x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2$  risultano covariante.

b) Dobbiamo il "tensore metriko" "4x4"  $g_{\mu\nu}$  i cui componenti  $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$  e  $g_{\mu\nu} = 0$  se  $\mu \neq \nu$  ( $\mu, \nu \in \{0, 1, 2, 3\}$ ),

che è simmetrico ma non diagonale, e considerando effetti  $x^\mu := (x^0, x^1, x^2, x^3)$ , ottieniamo le quattro

$$g^{\mu\nu} = g_{\mu\nu} x^\mu x^\nu = (x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2 \quad \text{risulta il}$$

quadrato delle "lunghezze" del quadrilatero spazio-temporeale, e che effettua il coordinato stesso obiettivo di conservare che un istante preciso comune abbia età 0, 1, 2, 3, mentre un istante relativo abbia età 1, 2, 3, e potrebbe che, quando in un fronte di luce interviene il riflesso (di volta, ma in alto (nella "contravariante") e che in basso (nella "covariante"),

Nelle intese che somme rispetto ai valori che l'intero può assumere (salvo divisori comuni) ! ; forse anche intendo le "coordinate  
coordinate"  $\vec{x}_f := (x_0, x_1, x_2, x_3) \stackrel{\text{conviene}}{=} f_{\text{for}} \vec{x} = (x^0, -x^1, -x^2, -x^3) = (ct, -\lambda)$ , mentre sommare a  $f_{\text{for}}$  corrisponde il buon metodo  
consistente comporre  $f^{0r}$  tale che  $f^{0r} f_{\text{for}} = S_r$   
 $(= \begin{cases} 1 & \text{ se } r=0 \\ 0 & \text{ se } r \neq 0 \end{cases})$ , per cui  $S_r = f^{0r} f_{00} \stackrel{\text{conviene}}{=} f^{00}$  mentre  
 $S_i = f^{0r} f_{fi} = -g^i \rightarrow$  per ciò  $f^{00} = -g^{00} = -g^{11} = -g^{22} = -g^{33} = 1$  mentre  $g^{0r} = 0 \text{ se } r \neq 0$  : riconoscibile  
 $|f|^{0r} = V_{\text{for}}$  e indifferentemente vale per un qualsiasi  
che  $A_{fi} = f_{\text{for}} A^i \text{ e } A^0 = f^{0r} A_r$ .

③ Sono alcune formule ispirate alla dimensione 0: 0, la trasformazione di Lorentz  $\Lambda$ , come scrive,  $\begin{cases} \Lambda^0 = 1 + (\gamma - 1) \frac{v \cdot \Lambda}{c^2} \text{ se} \\ f^0 = \gamma \left( t - \frac{v \cdot \Lambda}{c^2} \right) \end{cases}$ , che  
forniscono ovviamente cosa vuol dire  $\Delta^0 = V_{\text{for}} x^{0r} x^{0i} = f_{\text{for}} x^{0r} x^i$  ;  
il fatto è che vale il contrario, e cioè così: che  
qualsiasi trasformazione lineare (omogenea) del tipo  $x^{0r} = \Lambda^0_r x^i$  per  
la quale non rispetta le condizioni  $(x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2 =$   
 $= (x^{0r})^2 - (x^{1r})^2 - (x^{2r})^2 - (x^{3r})^2$  è una trasformazione di Lorentz.  
Pertanto  $\Lambda^0_r$  è in genere male definita, ma comunque per

$$\begin{aligned}x'^0 &= \gamma (x^0 - \frac{\omega_0}{c} x^1) \\x'^1 &= \gamma (x^1 - \frac{\omega_0}{c} x^0) \\x'^2 &= x^2 \\x'^3 &= x^3\end{aligned}$$

$$d \quad (\Lambda^\mu_\nu) = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma \frac{\omega_0}{c} & 0 & 0 \\ -\gamma \frac{\omega_0}{c} & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

osserviamo che in file  $\Lambda^\mu_\nu$  debba essere una matrice reale.

Dimostriamo che  $\Lambda^\mu_\nu := g^{\mu\sigma} \Lambda^\nu_\sigma$  e  $\Lambda_{\mu\nu} := g_{\sigma\tau} \Lambda^\sigma_\mu \Lambda^\tau_\nu$ , per cui le coordinate contravarianti del sistema di riferimento delle Lorentz formano delle scoperze in termini delle coordinate contrarie di fermezza:

$$x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu \quad (\Rightarrow) \quad \Lambda^\mu_\nu g^\nu_\rho x_\rho = \Lambda^\mu_\rho x_\rho$$

$$\text{analogo} \quad x'^\mu = g_{\sigma\tau} x^\sigma \quad (\Rightarrow) \quad g_{\sigma\tau} \Lambda^\tau_\rho x_\rho = \Lambda_{\sigma\rho} x_\rho$$

$$= \Lambda_{\sigma\rho} g^\rho_\nu x_\nu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu \quad . \quad \text{Ora}, \quad \text{richiediamo l'invincibilità}$$

$$\text{delle quantità} \quad S^\mu = g_{\sigma\tau} x^\mu x^\tau = x^\mu x_\mu \quad , \quad \text{che è} \quad S^\mu =$$

$$= x^\mu x_\mu \quad (\Rightarrow) \quad \Lambda^\mu_\nu x_\mu \Lambda_{\sigma\tau} x^\tau \quad , \quad \text{deduciamo che necessariamente debbe}$$

$$\text{essere} \quad \Lambda^\mu_\nu \Lambda_{\sigma\tau} = \delta^\mu_\nu \quad , \quad \text{con} \quad \text{come analogo} \quad \Lambda^\mu_\nu \Lambda^\nu_\lambda = \delta^\mu_\lambda$$

$$\text{moltiplichiamo quest'ultima relazione per} \quad x^\mu \quad \text{otteniamo} \quad \Lambda^\mu_\lambda x^\lambda = x^\mu$$

Cioè che la trasformazione inversa di  $x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu$  è

$$x^\mu = \Lambda^\mu_\lambda x^\lambda \quad . \quad \text{Allora}, \quad S^\mu_\nu = \Lambda^\mu_\lambda \Lambda_{\lambda\tau} = \Lambda^\mu_\lambda g_{\lambda\tau} \Lambda^\tau_\nu$$

$$\text{ci cioè (moltiplichiamo per} \quad g^{\nu\beta}) \quad g_{\mu\beta} = g^{\mu\beta} = \Lambda^\mu_\lambda g_{\lambda\tau} \Lambda^\tau_\nu$$

comprovando in conclusione i coefficienti  $\Lambda^\mu_\nu$  e  $g_{\mu\beta}$  come già

Mentre il vettore  $\Lambda$  e  $\varphi$  (rispettivamente), obiene dimostra che

$$\boxed{\Lambda^T \varphi \Lambda = \varphi} \quad (\text{sapendo } \alpha := \mu \text{ e } \beta := \lambda, \text{ e usando le proprietà di } \varphi) ; \text{ ma allora } (\det \Lambda)^2 = 1 \quad (\text{per Biunit})$$

cioè  $\det \Lambda = \pm 1$ . Allora solo : fanno  $\alpha = \beta = 0$  nelle (arie) altrimenti  $\varphi_{\text{fin}} \Lambda^M_2 \Lambda^N_2 = \varphi_{\text{dip}} \varphi_{\text{tor}} \varphi_{\text{fin}}$  (se che debba essere)

$$(\Lambda^0_0)^2 - \sum_{i=1}^3 (\Lambda^i_0)^2 = 1 \quad , \quad \text{cioè } \det (\Lambda^0_0)^2 \geq 1 \quad , \quad \text{cioè } \alpha$$

$$\boxed{\Lambda^0_0 \geq 1 \text{ o } \Lambda^0_0 \leq -1} \quad ; \quad \text{formano così raggruppare le trasformazioni}$$

$\Lambda$  da Lorentz in quattro sottoinsiemi, secondo che  $\det \Lambda = \pm 1$  e

$\Lambda^0_0$  sia  $\geq 1$  o  $\leq -1$  : le trasformazioni "profili" da Lorentz

hanno  $\det \Lambda = 1$  e  $\Lambda^0_0 \geq 1$ , i tutti i risultati spiegati sono in accordo con l'inversione delle leggi perché rispetto a queste.

(a) Un generico quozientore contravariante è  $A^{\mu} := (A^0, A^1, A^2, A^3)$  tale che, nel corrispondere ad un rotazione intorno ad un altro, si trasformi sotto le trasformazioni "della forma" da Lorentz rispettivamente come le componenti  $\Lambda^{\mu}_{\nu}$  : se lo faccio le relazioni

$$\begin{cases} A^{10} = \sqrt{(A^0 - \frac{1}{c} A^1)} \\ A^{11} = \sqrt{(A^1 - \frac{1}{c} A^0)} \\ A^{12} = A^2 \\ A^{13} = A^3 \end{cases}$$

sono, (si) in generale,  $A'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} A^{\nu}$ , per cui sono da me stesso scrivibile  $A'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} A_{\nu}$ , e  $(A'^{\mu})_{\nu} = \Lambda_{\nu\mu} A^{\nu} (= \tilde{\Lambda}_{\mu\nu} A_{\nu})$ .

Chiediamo allora i quadriettori sezioni e formule generali del tutto analoghe a quelle ordinarie per i vettori ; in particolare definiamo il "quadroto radice"  $A^{\mu}B_{\mu} = \sqrt{g_{\mu\nu} A^{\mu}B^{\nu}}$ , che è un'insieme.

Allo Lavoro :  $A'^{\mu}B'^{\nu} = \lambda^{\mu}_{\alpha} \lambda^{\beta}_{\gamma} A^{\alpha}B^{\beta} = A^{\mu}B^{\nu}$ ; resta quindi innanzitutto il quadroto delle "lunghezze" di un quadriettore, cioè  $A^{\mu}A_{\mu} = (A^0)^2 - (A^1)^2 - (A^2)^2 - (A^3)^2$  (che può essere  $< 0$ ,  $= 0$  o  $> 0$ ).

Introduciamo finalmente l'operatore gradiente nello spazio quadriettoriale : se  $\phi(x)$  è una funzione (radiale) di  $x := (x^0, x^1, x^2, x^3)$ , allora lo si dice anche la sua variazione  $\partial\phi$  nel senso che  $x$  è  $x + \partial x = (x^0 + \partial x^0, x^1 + \partial x^1, x^2 + \partial x^2, x^3 + \partial x^3)$ , mentre  $\partial\phi = \frac{\partial\phi}{\partial x^0} \partial x^0 + \frac{\partial\phi}{\partial x^1} \partial x^1 + \frac{\partial\phi}{\partial x^2} \partial x^2 + \frac{\partial\phi}{\partial x^3} \partial x^3$ ; si dice inoltre  $\partial_{\mu}\phi := \frac{\partial\phi}{\partial x^{\mu}}$ , che fu così chiamato quadriettore covariante. Inoltre consideriamo  $\frac{\partial\phi}{\partial x^{\mu}} = g^{\mu\nu} \frac{\partial\phi}{\partial x^{\nu}}$ , cioè (per def.)  $\partial^{\mu}\phi := \frac{\partial\phi}{\partial x^{\mu}} = g^{\mu\nu} \partial_{\nu}\phi$  che è un quadriettore contravariante : infatti  $\partial_{\mu} = \partial/\partial x^{\mu}$  si trasferisce come un quadriettore covariante, e  $\partial^{\mu} := \partial/\partial x^{\mu}$  come il quadriettore contravariante. Una relazione che conferma la covariante  $\partial/\partial x^{\mu}$  è  $\frac{\partial}{\partial x^{\mu}} = \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial}{\partial x^{\alpha}} \Leftrightarrow \lambda^{\mu}_{\alpha} \frac{\partial}{\partial x^{\alpha}}$  (fusse a  $\lambda^{\mu}_{\alpha} x^{\alpha} = x^{\mu} !$ ). Allora tale operatore obbliga ad analoghe il "quadrigradiente", il "quadrirotore" e le "quadrisupere",

$$\text{Questa è la formula che il } \partial^{\mu} \partial_{\mu} = g_{\mu\nu} \partial^{\mu} \partial^{\nu} = \\ = g_{\mu\nu} \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_3} \right) \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_3} \right) = \\ = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 = \square$$

Definiamo ora le "quattroveloci". So che l'equazione per analogia con le velocità orarie: le referenze inferiori tra loro sono assolute

$$x^{\mu} = x^t + \omega x^i \quad \text{e} \quad (\partial_{\mu})^i = \partial x^i / \partial x^t = (\partial x^i)^t / (\partial x^t)^t = (\partial x^i)^t - (\partial x^t)^i = c(\omega^i)^t - (\partial x^t)^i, \quad \text{che è ovvio, anche se si pensa}$$

$$u^{\mu} = c \frac{\partial x^{\mu}}{\partial \sigma} \quad \text{. Nel sistema S' in cui le coordinate sono}$$

$\partial x^t = \partial x^i = \partial x^j = 0$ , per cui  $(\partial x^t)^i = c(\omega^i)^t - (\partial x^t)^i = c(\omega^i)^t$  e quindi  $\partial x^t = c\omega^i$ : le referenze inferiori  $\partial x^i$  tra loro sono assolute (cioè non sono assolute in termini del "fundo fisico"). Si riferisce che questo dovrà (cioè questo avviene nel sistema in cui corrispondono alle stesse funzioni orarie), ma questo  $\partial x^t$  può essere anche diverso dalla sua conoscenza in un qualsiasi sistema inerziale rispetto a lui il cosiddetto fondo fisico. Dunque, scrivendo  $\partial x^t = \omega \partial t$ ,  $\omega^i = \frac{1}{c} (c(\omega^i)^t - (\partial x^t)^i) = \frac{1}{c} \sqrt{c^2(\omega^i)^t - (\omega^i)^t} = \omega \sqrt{1 - \frac{(\omega^i)^t}{c^2}} = \frac{\omega}{\gamma}$  (distribuzione del fondo!). Per cui  $u^{\mu} = c \frac{\partial x^{\mu}}{\partial \sigma} = c \frac{\partial x^t}{\partial \sigma} = \gamma \frac{\partial x^t}{\partial \omega^i} = \gamma \frac{\partial x^t}{\partial \omega^i} = \gamma (c, \omega^1, \omega^2, \omega^3)$ , cioè  $\begin{cases} u^0 = \gamma c \\ u^i = \gamma \omega^i \end{cases}$  e in

conclusione le componenti delle quattroveloci sono assolutamente assolute (anche se non è possibile misurare le referenze  $u^{\mu} d\sigma_{\mu} = c$ )

$$\left( \gamma^2 (c^2 - \underbrace{(\omega_1^2 - \omega_2^2 - \omega_3^2)}_{(-\omega^2)}) = c^2 \gamma^2 \left( 1 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \right).$$

Possiamo ora definire il quadrivettore accelerazione notivamente come

$$\left[ \frac{c \partial u^\mu}{\partial s} = c^2 \frac{\partial^2 u^\mu}{\partial s^2} \right], \quad \text{ottenendo che (nello spazio quadrivettoriale)} \\ \text{avremo l'accelerazione suo ortogonale} \quad (c^2 = a_\mu u^\mu \rightarrow) \\ 0 = a_\mu \frac{\partial u^\mu}{\partial s} \quad .$$

Daltri i risultati sperimentali sono in accordo con le leggi di conservazione delle cariche elettriche totale  $\Omega$  ed intesa, le quali dunque rimettono in discussione del moto rettilineo : se carica elettrica totale è un invariante rispetto a trasformazioni di Lorentz ; ciò nonostante, le densità (volumetriche) di carica non rimettono in moto un invariante di L. e carica del generatore di conservazione delle lunghezze (per un fattore di  $1/\sqrt{1-\omega^2/c^2}$ ) , ma solo per questo fattore comunque calcolare come avrete tale densità di carica : minimizzando in  $\Omega V_0$  una carica  $\Omega q = f_0 \Omega V_0$  rispetto al volume  $S$  rettangolare e  $\Omega V_0$  stesso, rispetto invece al volume  $S'$  in moto è  $\Omega V = \sqrt{1-\omega^2/c^2} \Omega V_0$ ,

e quindi in ogni caso avrete  $\Omega q = f_0 \Omega V_0 = f \Omega V$  (dove  $f$  è costante molto

$$\left[ f = \frac{f_0}{\sqrt{1-\omega^2/c^2}} = \gamma f_0 \right] \quad (\text{giustamente } \geq f_0 !) \quad . \quad \text{Poniamo}$$

che moltissime persone definiscono il "quadrivettore carica"  $j^\mu$  come

$$j^\mu := g_{\nu} u^\mu = p_\nu(f, \omega^1, \omega^2, \omega^3) = (f, \omega) = (f, \dot{s}),$$

Dove effettuando riconosciamo il vettore spaziale ordinario  $\vec{A}$  come si mette altrove fra parentesi, e quindi riconoscere l'equazione di Maxwell

$$\text{essere } 0 = \frac{\partial f}{\partial t} + \omega \cdot \vec{\omega} (\stackrel{=}{} \frac{\partial j^0}{\partial x^0} + \frac{\partial j^1}{\partial x^1} + \frac{\partial j^2}{\partial x^2} + \frac{\partial j^3}{\partial x^3}) \rightarrow \text{cioè}$$

$$(\stackrel{=}{\frac{\partial (f)}{\partial t}}) \quad (\stackrel{=}{\epsilon \text{div } \vec{j}})$$

$$\boxed{\frac{\partial j^i}{\partial x^i} = 0} : \text{abbiamo così la stessa equazione ellettromagnetica in}$$

forme covariante! Riconosciamo allo stesso modo le equazioni di Maxwell in modo analogo tenendo conto che i tensori debbano A e vettore V

$$\text{tale che } \square A = \mu_0 \vec{j} \text{ e } \square V = \rho/\epsilon_0, \text{ se infatti la}$$

$$\text{equazione di Lorentz } \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} + \text{div } A = 0 : \text{definito per questo}$$

$$\text{il "potenziale scalare"} \quad A^\mu := (A^0, A^1, A^2, A^3) = (\psi/c, \vec{A}),$$

$$\text{sare in forma covariante le equazioni di L.} \quad \boxed{\frac{\partial A^i}{\partial x^i} = 0} \quad \text{e}$$

dopotutto le due equazioni per  $\nabla \cdot A$  riunite nella stessa equazione

$$\boxed{\square A^i = \mu_0 j^i} \quad (\mu_0 c^2 = 1/\epsilon_0 !) ; \text{ quest'ultima ha come}$$

soluzioni (nel senso) quale che sia legge  $\epsilon$  e vettore  $\vec{C}$  e quindi riconosciamo che, rispetto a qualche conservazione iniziale, le soluzioni delle due

(nel senso) sono lo stesso vettore  $\vec{C}$ . In conclusione le

equazioni fondamentali dell'elettromagnetismo formano una sola

equazione in forma covariante.

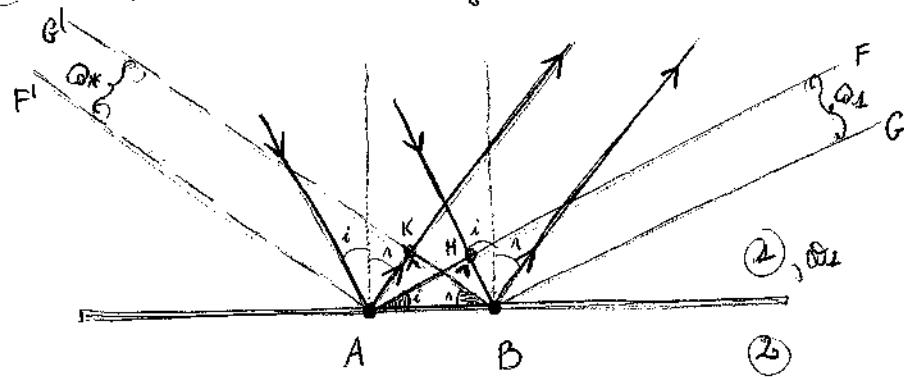
Dato i corpi emettori in connessione energia elettromagnetica si osservano le "riflessioni termiche" (o) emettendo energia restante emessa dai corpi; l'occhio umano (<sup>a temperatura</sup> OK) percepisce le riflessioni termiche emesse spontaneamente dai corpi quando la loro temperatura è  $\gtrsim 520^\circ\text{C}$ , come fatti da sole riflessioni d'costituita da "luce" (= ogni riflessione cefata da struttura del rete all'occhio umano). I meccanismi attraverso i quali un oggetto può emettere luce, discutendo con luminosità, sono Malteffuso che consiglia concupiscentia con la Materia dell'energia di un atomo o di una molecola. Invece un oggetto non luminoso può diventare visibile quando sia illuminato, perché parte delle luci incideate viene in parte riflessa da questo; contemporaneamente, fatto visibile emette il fatto osservato (luminosità), e tutto ciò difende in larga misura dalla natura dell'oggetto. I fenomeni luminosi funzionali al riflettore sono "riflessione", "rifrazione", "trasmissione", "diffusione" e "colorazione", per cui si sopporta in modo notevole una teoria ondulatoria delle luci (chiamata di "confusione").

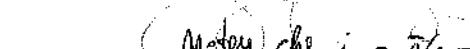
Come visto, la sorgente elettromagnetica in un mezzo omogeneo ed isotropo si propagano e vibra (scorre)  $\omega = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} (\leq c)$ : il rapporto fra le vibrazioni nel mezzo a quelle in un mezzo nubile isotropo, ovvero  $M := c/\omega = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} (\geq 1)$ , viene chiamato "indice di riflessione" del mezzo stesso; ovvero per le grandezze maggiorate

Dalle nozioni già fatte, si deve avere quelle sottostanti in quanto  
 fatto i facili ottimi strumenti, potendo in genere considerare ( $m = \sqrt{E_1}$ ).  
 Supponiamo perciò che, in un mezzo materiale, si debba anche delle  
 varie forme riflessione, per cui (equazione) così si ha  $m$ .  
 Consideriamo quindi un'onda elettromagnetica (cioè incante su una superficie  
 viene "focalmente illuminata" (cioè da doveviarsi ogni punto rispetto alle  
 lunghezze d'onda), le quali se poi sulle mura materiali incontrano questi;  
 nel caso delle mura, perciò da questo viene riflette nel mezzo del  
 quale fruisce, mentre l'altra parte finisce e si propaghe nel secondo  
 mezzo: i due fenomeni sono quelli delle "riflessione" e delle "rifrazione"  
 rispettivamente. Le luci (in esempio) delle mura riflette e riflette non  
 furono delle caratteristiche del mezzo  $\lambda$ , dell'onda incidente sulla superficie,  
 come abbiamo cominciato con lo studio delle riflessioni; anziché  
 sono  $E_0, E_R$  e  $E_I$  le ampiezze dei fasci incidenti, riflesse e  
 frusse, rispettivamente, per cui definiamo  $\rho := E_R/E_0$  come il  
 "fattore di riflessione" e  $\tau := E_I/E_0$  come il "fattore di trasmissione".  
 Chiamiamo inoltre "angolo di incidence"  $i$  quello fra la direzione di  
 propagazione delle mura incidente e la normale alla superficie, mentre  
 "angolo di riflessione"  $\tau$  quello fra la normale e la direzione di  
 propagazione dell'onda riflessa, si verifica sperimentalmente che le  
 direzioni di incidence, la normale alla superficie e la direzione di riflessione  
 (fatta nel punto d'incidenza) sono concorrenti e che  $|i| = \tau$ ; i  
 inoltre facilmente ottiene questo risultato su alcune forme

almeno nel caso che l'autore intendeva le quelle riflessioni più serie, e che professava nella stessa misura la convinzione con le stesse probabilità.

Chiamando infatti  $F$  e  $G$  i punti dell'onda incidente egli intende lo  
 stesso  $\theta_0 := \theta_0 + \Delta\theta$ ,  $A$  e  $B$  i punti d'incontro con le superficie  
 riflettente e  $F'$  e  $G'$  i punti dell'onda riflessa ei subisce intanto lo  
 $\theta_1$ , ne vediamo delle due cose nel punto messo il diffusore le  
stesse, per cui  $F$  e  $G$  costituiscono le loro  $\Theta_1 := \theta_1 + \Delta\theta$  le cui  
 $F'$  e  $G'$  costituiscono le loro  $\Theta^* = \Theta_1$ ; dato che le due cose  
 stesse, formano dirigere la riflessione come segue:



Mostra che  $i = \sqrt{2} -$   
 $\sqrt{-ABH}$  dove  $H$  è  
 l'endopropr.  


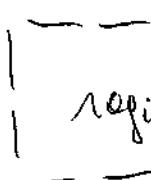
j fatto esercizi, come le

Conclusie : Volgens de ABH definisie  $\overline{AB} = \frac{\overline{BH}}{\sin(i)} \Leftrightarrow \frac{\alpha}{\sin(i)}$ ,  
 maar de ABK zegt  $\overline{AB} = \frac{\overline{AK}}{\sin(n)} \Leftrightarrow \frac{\alpha}{\sin(n)}$ , de ai  $i = 1, \dots, n$

Per questo riguardo il numero delle riflessioni, se si è l'angolo di incidenza delle luci (nel fuoco stesso) e si è l'angolo di riflessione, cioè quello fra le normali a le direzioni delle luci riflette (nel medesimo punto) → allora in genere  $i_1 \neq i_2$  : tuttavia è possibile mostrare che il rapporto tra  $\sin(i_1)$  e  $\sin(i_2)$  è indipendente da  $i_1$ , cioè che vale la "legge di Snell"  $\frac{\sin(i_1)}{\sin(i_2)} = n_{12}$

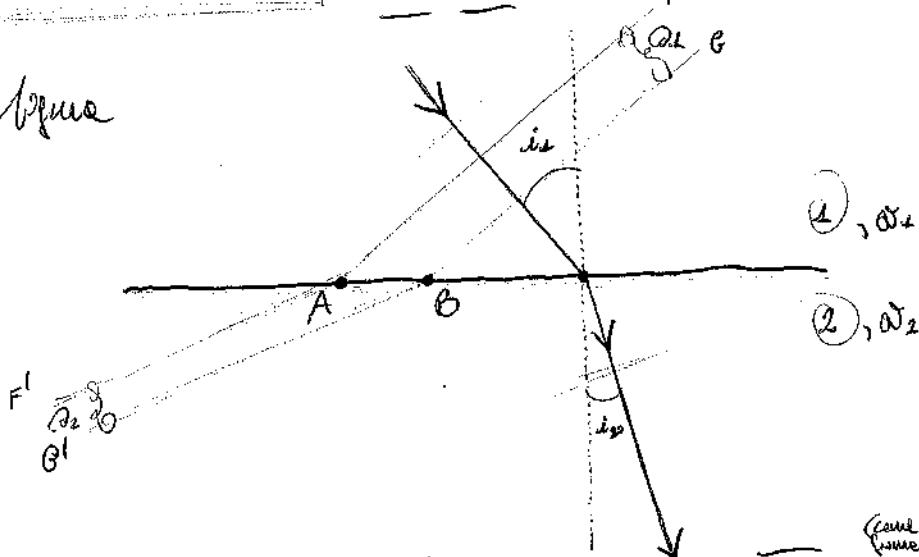
essendo  $M_{22}$  una costante caratteristica del mero  $2$ , chiamata "intra" o riferimento del mero  $2$  rispetto al mero  $1$ <sup>4</sup> ; è evidentemente il rapporto delle riflessioni, se riferite al congiunto delle due onde nei due mutui e contratti, e infatti è

$$M_{22} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$



rispettivamente come fonte, M<sub>22</sub> rispetto alle

onde



alle onde sovrapposte

$$\alpha_1 = \omega_1 \Delta t \quad \text{e} \quad \alpha_2 = \omega_2 \Delta t, \quad \text{essendo} \quad \overline{AB} = \frac{\omega_1}{\sin(\alpha_{12})} = \frac{\omega_2}{\sin(\alpha_{12})} \quad \text{Onde sono}$$

$$\text{dunque} \quad \frac{\sin(\alpha_{12})}{\sin(\alpha_{12})} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad \text{Alle olate sono}$$

dunque sarebbe che l'intera  $\alpha$  riferisce alle due onde nei due mutui se non si può notare che invece le riferisce alle queste rispetto ad un terzo mutuo

$$( \text{infatti} ) \quad M_{22} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_3} \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} : \frac{\omega_3}{\omega_3} = \frac{M_{23}}{M_{23}} \quad : \quad \frac{\omega_3}{\omega_2} : \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{M_{32}}{M_{32}}$$

Considerando quindi sia la terza mera come riferimento, e come tale sia riferito mutuamente il secondo, si ottiene  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{C/\omega_2}{C/\omega_3} = \frac{M_2}{M_3}$

e cioè

$$M_{22} = \frac{M_2}{M_3}$$

e in conclusione

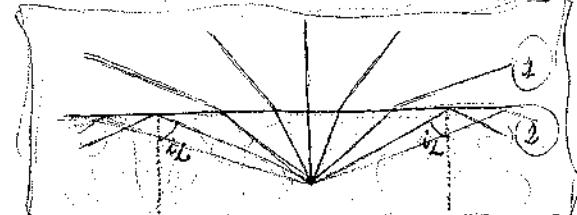
$$\frac{\sin(\alpha_{12})}{\sin(\alpha_{12})} = \frac{M_2}{M_3}$$

È ovvio che allora  $M_{21} = \frac{1}{M_{22}}$ , cioè che il rapporto

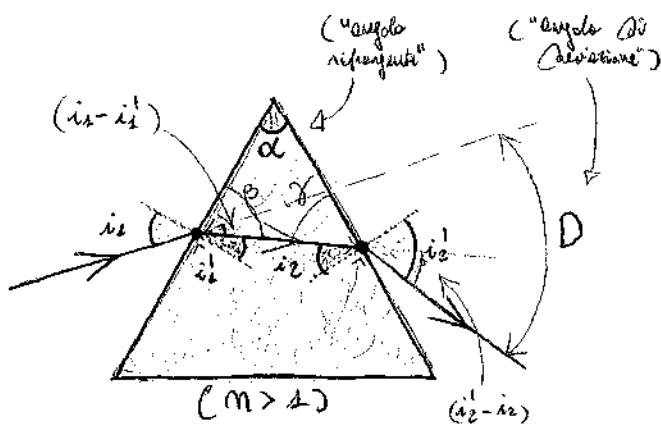
raggio incidente - raggio rifatto è inconfondibilmente: verso o verso  
 l'angolo  $\theta$  questo nel caso delle riflessioni (in modo generale), abbiamo  
 l'"inconfondibile" del comune minimo<sup>ii</sup>, cioè di qui "raggio"  
minimo che subisce pochi riflessioni e rifratti (verso un angolo  
 dell'"ottica geometrica"), che coincide con la bisettrice ortogonale al fronte  
 d'onda, ovvero con la direzione dell'onda; l'impiego  
 di tale concetto non ha giustificato solo nei casi in cui le dimensioni  
 degli oggetti incidenti sono dimensioni finite  $\gg$  lunghezza d'onda,  
 ottenendo comunque i fenomeni di diffrazione e interferenza  
 per i quali occorre l'"ottica quantistica".

Diciamo ora che il verso (2) è il rifrangente del verso (1) se  
 $m_2 > m_1$  (cioè  $n_{21} > 1$ ), ovvero  $i_2 < i_1$ , per cui  
 nel fenomeno di un verso da un altro (il rifrangente un raggio su  
 corrisponde alle normali (e viceversa)); se effettivo  $m_2 > m_1$ ,  
 allora che verso aumentare  $i_2$  per e TV1 non ottenendo  $i_2 = i_1$ ,  
 car  $\tan(i_2) = \frac{m_1}{m_2}$ , se consideriamo solo anche il verso:  $i_2$  è  
 detto "angolo minimo" e infatti, effettivo, per  $i_2 \geq i_s$  i raggi del  
 verso (2) non fanno nell'altro verso, ovvero vengono totalmente  
 rifatti; si definisce il fenomeno delle rireflessione totale<sup>ii</sup>.

Un angolo esterno di  $180^\circ$  di apertura ottiene così comodo di  
 cui come di apertura  $2i_s$ .



Come già detto, l'indice di rifrazione di un mezzo materiale dipende anche dal "Colore", cioè dalle lunghezze d'onda delle luci; si intuisce quindi che l'indice di rifrazione di riferimento si riferisce alle luci chiave nei vari colori (come nel caso "Sabbia") : consideriamo per questo che nessun possibile  $\alpha$  sia l'angolo e che si possa quindi, dall'indice di riferimento al mezzo vistoso; immediatamente facciamoci



$$(\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ = 90^\circ + 90^\circ = (i_1' + \beta) + (i_2' + \gamma))$$

$$\text{e' ovviamente } i_1' + i_2' = \alpha \quad \text{e}$$

$$D = (i_1 - i_1') + (i_2 - i_2') =$$

$$= i_1 + i_2' - \alpha \quad \text{per cui il possibile estremo } D \text{ in funzione di } i_1, \alpha \text{ e } m \quad (\text{caso} \& \text{doppio re}) : \text{ infatti, per Snell, } n(i_1') = m \sin(i_2') \quad \Rightarrow \quad m \sin(\alpha - i_1') \quad \text{da cui } \sin(i_1') = \frac{1}{m} \sin(i_1) \quad \text{infatti} \\ \sin(\alpha - i_1') = \sin(\alpha) \cos(i_1') - \sin(i_1') \cos(\alpha) \quad \Rightarrow \quad \sin(\alpha) \sqrt{1 - \sin^2(i_1')} - \frac{1}{m} \sin(i_1) \cos(\alpha) = \\ = \sin(\alpha) \sqrt{1 - \frac{1}{m^2} \sin^2(i_1)} - \frac{1}{m} \sin(i_1) \cos(\alpha) \quad \text{da cui chiamando } D =$$

$$= i_1 - \alpha + \arcsin \left( \sin(\alpha) \sqrt{m^2 - \sin^2(i_1)} - \sin(i_1) \cos(\alpha) \right) \quad \text{dove}$$

possiamo esporremente che  $D$  varia all'elementare da  $m$ ; se però vogliamo che, per le maggiori dei materiali, l'indice di riferimento è maggiore per lunghezze d'onda più ~~lunghe~~<sup>conte</sup> (caso il più comune),  $D$  è più grande per il sole che per il rosso: esso contiene cioè il fenomeno di dispersione delle luci. Concludiamo osservando che, se  $L$  è l'angolo d'arco

del fascio rispetto all'orizzontale, un rapporto a lui in qualche misura effettivamente di osservabile re, e solo re,  $\sin \angle L$  e  $\sin \angle L$ , cioè  $d-L$   
 $\angle \sin \angle L$ ; dunque quindi anche la costanza (necessaria)  
 $d-L$ .

---

Le soluzioni delle equazioni di Maxwell mostrano il fascio di radiazione, per cui i campi elettrici e magnetici che questo contemporaneamente generi si sommano rispettivamente fra loro; e accade invece in generale che le fibre luminescenti che formano la luce non siano algebricamente: infatti, spesso, se le onde delle diverse frequenze e con differenti di fase contante non hanno "quasi" nelle stesse direzioni, allora esse si combinano in modo tale che l'intensità totale emessa è minima in cui la luce sferica è minima (anche nulla) in alto; in ciò consistono i fenomeni di "interferenza" Constellazione & Destellaggio.

Ora, insisto a questo che nelle maggioranze dei casi i fenomeni anteriori sono più strettamente collegati alle nature ondulatorie della luce che non al carattere elettromagnetico, e molte leggi dell'ottica sono vere rispetto con Maestro del buio (più ovvio), anche in meno generali, e quelle elettromagnetiche di Maxwell (i cui aspetti non sono compresi!); ricorda un altro fenomeno di luce scoperto da G. Huggins, nelle quale le onde visibili di una natura ondulatoria della luce, e che è benedetto in una costanza graniosa che permette di fissare le formazioni future di

un fronte d'onda moto che ne vie le formare ad un altro intanto ; ciò avrà conseguenze notevoli in quanto al "fronte d'onda" :

• un fronte intanto, ogni punto del fronte d'onda ha anche componenti come una sorgente sotterranea del tipo di onda sferiche radicate, il che consente del fronte d'onda del campo elettrico di coincidere con la superficie sinusoidale delle onde sferiche di fondo in questione.

Supponiamo una sorgente sotterranea <sup>(nel centro)</sup> di onde elettromagnetiche di frequenza  $\omega$  : le onde sferiche sono sferiche ondanti, ma l'obiettivo sottostante delle sorgenti deve effettuare come onde piane ; allora, poiché il campo elettromagnetico prodotto è tale che  $E$  e  $B$  siano fuori asse ortogonali e anche perpendicolari alla direzione di propagazione dell'onda : metto quindi un risuttore di riferimento con l'asse  $x$  nella direzione di propagazione e l'asse  $y$  parallelo al campo elettrico  $E$ , formando secondo  $E = \hat{E}_0 \sin(kx - \omega t - \delta)$  e  $B = \frac{1}{c} \hat{E}_0 \sin(kx - \omega t - \delta)$  ; notiamo quindi che va batti i punti del fronte d'onda  $\phi = kx - \omega t - \delta$ .

Allora che  $|S| := |E \times H| = \frac{1}{c} \hat{E}_0^2 \sin^2(kx - \omega t - \delta) = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (\hat{E}_0)^2 \sin^2(kx - \omega t - \delta)$

( $\hat{E}_0$  intensità dell'onda, cioè l'ampiezza che ottiene nell'unità di lunghezza sull'onda visibile) del fronte d'onda, se ciò il radio massimo (rispetto al fondo) delle sorgenti radicate (intensità delle sorgenti per area visibile)  $I_0 = \frac{1}{2} |S|_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (\hat{E}_0)^2 =$

$\frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\hat{E}_0)^2$ . Allora questo è ovviamente come sorgenti sotterranee di  $S$  e  $I_0$  avendo uguali intensità di sorgente, ma sorgenti sotterranee  $S$

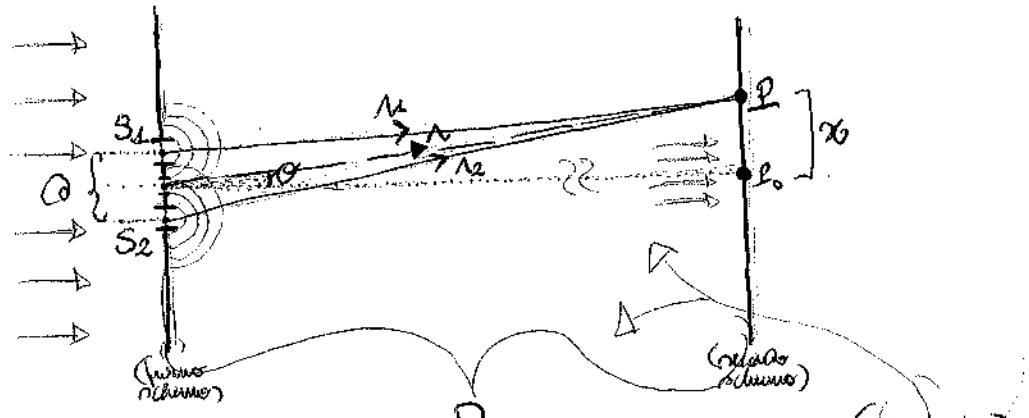
verticalmente (dove i) interferenze sono che se hanno nullo e le  
 distanze relative  $\Delta$  ( $>0$ ) , il risultato che "cancel" le due  
 segnali si abbina  $|EI| = |E_0| \sin(n\pi - \omega t - d_s) + |E_0| \sin(k(\pi - \Delta) -$   
 $\omega t - d_r)$  ( $\& |B| = |E|/c$ ) , per  
 cui l'interferenza delle onde "Combinate" è esponenziale  
 $|S| = I = \sqrt{\frac{E_0}{\rho_0}} |EI|^2$ , dove (ricordando il  
 $|EI|^2 = |E|^2 [ \sin^2(k\pi - \omega t - d_s) + \sin^2(k(\pi - \Delta) - \omega t - d_r) + 2 \sin(n\pi - \omega t - d_s) \cdot \sin(k(\pi - \Delta) - \omega t - d_r) ] \equiv |E_0|^2 [ \sin^2(n\pi - \omega t - d_s) + \sin^2(k(\pi - \Delta) - \omega t - d_r) + \cos(k\Delta + d_r - d_s) - \cos(2(k\pi - \omega t) - (k\Delta + d_s + d_r)) ]$   
 $(\sin(n\pi - \omega t) = \cos(n\pi) - \cos(n\pi + \omega t) ! )$ , e allora (se  $d_s$  e  $d_r$   
 sono costanti) ottieniamo dimostrando che in media (tempo)  $(|EI|^2)_M =$   
 $= \left( \frac{1}{2} |E_0|^2 \right) \cdot 2 + |E_0|^2 \cos(k\Delta + d_r - d_s) = |E_0|^2 (1 + \cos(k\Delta + d_r - d_s))$ :  
 Osserviamo subito che  $(I)_M$  "risulta nullo" se legge  $\& I_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_0}{\rho_0}} |E_0|^2$   
 se ciascuna onda contiene (dalle relazioni  $(I)_M = \sqrt{\frac{E_0}{\rho_0}} (|EI|^2)_M =$   
 $= 2I_0(1 + \cos(\delta))$ , dove  $\delta := k\Delta + d_r - d_s = d_r - d_s + \frac{k\pi}{\lambda} \Delta$ ),  
 cioè  $| (I)_M = 4I_0 \cos^2(\delta/2) |$  ( $\cos(\delta) = 2\cos^2(\delta/2) - 1 !$ ) ;

vogliamo così che l'interferenza sia nula, in modo, tale da ottenere minima  
 nulla (il cui valore minimo di  $4I_0$  è risulta delle anterne "fase A"  
 (a quale "fase"  $d_r - d_s$ ): nel caso così si ha interferenza  
 costruttiva e non costruttiva esattamente quando  $\delta = (2m+1)\pi$  per un

quattro interi  $m$ , essendo  $\Delta = \frac{\lambda}{2\pi}(d_1 - d_2) + (m + 1/2)\lambda$ , mentre nel caso esso si ha interferenza costruttiva e essendo  $S = 2m\lambda$ , essendo  $\Delta = \frac{\lambda}{2\pi}(d_1 - d_2) + m\lambda$ .  
 Consideriamo ormai che se le distanze  $d_1, d_2$  variano indipendentemente tra loro in modo continuo all'interno di un intervallo  $(0, T)$  qualche funzione  $T (= \frac{2\pi}{\omega})$  ("sorgente incantevole") , alle quali integrali calcolabili resterebbero invariati ad eccezione di quelli per  $(EI)_m$ , che sarebbero  $|EI|^2$ : seguirebbe così  $(I)_m = I_0$ , essendo che nel caso  $(S)$  due sorgenti incantevoli l'interferenza media totale è la somma delle intere medie delle due onde componenti.

(Cioè risultato a generare facilmente le due onde hanno intensità diverse, e anche se le due risultanti ordinarie esistono in due diverse direzioni delle rette conjugate le due sorgenti; in questo senso, tuttavia, la costruzione metterebbe allo stesso emuloabile "obstacolo".)

Affinché invece questi interi abbiano effetto abbiano le "Young" le sorgenti sorgenti dell'interferenza dei primi. L'interferenza si dice (quando si ha costruzione delle due sorgenti dello stesso ambedue le due).



(metodo delle sorgenti parziali per sostituire le due sorgenti)

$$(\theta < D)$$

; per evitare fenomeni di diffrazione, il diametro della sorgente è da considerare "piccolo" rispetto alla

lunghezza  $\lambda$  che lo investe; sul resto delle fibre si ha l'immagine  
 di un insieme di righe, più o meno luminose, intercalate e non completamente  
 sane, chiamate "frange di interferenza": risparmio e rapporto che  
 anche  $\lambda \ll D$  ; Detto questo, conveziono effettuare l'analisi alle  
<sup>(come in teoria della diffrazione)</sup>  
 due frange ottenute immediatamente che sono espresse come seguenti coefficienti  
 con riferimento alle fibre in fondo a cui appaiono queste righe,  
 ovvero (per i riflessi effettuati) sommarsi paralleli nel secondo schema.  
 Comunque, essendo  $\alpha = \pi / \lambda n_{eff}$ , delle entità indicate  $|n_1|^2 =$   
 $= D^2 + (\pi / \lambda n_{eff} - \alpha / 2)^2$  e  $|n_2|^2 = D^2 + (\pi / \lambda n_{eff} + \alpha / 2)^2$  risulta che  
 $|n_2|^2 - |n_1|^2 = 2(\pi / \lambda n_{eff})$ , da cui  $|n_2| - |n_1| = \frac{2(\pi / \lambda n_{eff})}{|n_2| + |n_1|} \approx$   
<sup>(risparmio)</sup>  
 al primo il segno dei segni delle due frange dove si ha  
 che l'effetto di forza  $S$  tale che  $S = R \alpha n_{eff}$  (in  $P$   $R ds - dr =$   
 $= R \Delta \lambda$ ) , cioè  $S = \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha n_{eff})$  , dunque i risultati  
 precedenti troviamo che l'illuminamento delle fibre in  $P$  è dato da  
 $I(\theta) = 4I_0 \cos^2 \left( \frac{\pi}{\lambda} (\alpha n_{eff}) \right)$ ; questo è massimo ( $4I_0$ ) per  
 $S = 2\pi m$  , cioè  $n_{eff} = \frac{m}{\alpha}$  (in alto) , mentre è minimo  
 $(=0)$  per  $S = (2m+1)\pi$  , cioè  $n_{eff} = \frac{(m+1/2)\pi}{\alpha}$  . Ma allora  
 si ha massimo in  $P$  con  $\alpha = n_m \approx D n_{eff} = \frac{m \lambda D}{\alpha}$  , per cui  
 le distanze fra due massimi consecutivi (detti nelle effettuazioni fatte)  
 si dimostra  $n_{m+1} - n_m = \frac{\pi D}{\alpha}$  (dimostrare lo stesso per minimo),  
 e di conseguenza fatturano anche colonne  $\lambda$  (come in effetto Young fai!!).

Se une delle due fessure avesse aperto , allora il suono sarebbe rimbalzato uniformemente ; il solo è che ciò non verrebbe finché in modo diverso anche nel caso in cui le Sx e Sr intersechi (ad esempio verticalmente) con due nobili filamenti incrociati (infatti frettola e orario) : infatti , se nel punto P si raffigura la corda per un numero d'intersezione , deve farsi in tali successioni onei punti in corrispondenza strutturale , come pure quelle d'intersezione distinte .

(Conclusione notando che se le seguenti sono le mie parole , allora le frasi centrali rimbalzate sarebbero mentre le altre collocate ad una verso il verso (per far e comprensibile ... ) ! )

Non soltanto un'autra fessura separata dall'interfaccia rende ingrandite nella stessa delle "Diffusione" (delle leve) : questo fenomeno compare nell'incrocio delle reggi luminosi ottimi egli ostacoli incontrati , come il bordo di una fessura o lo spago di un oglio , in modo che le luci formano raggruppi zone che dovrebbero rimanere nell'ombra (se le leggi dell'altra gravità fossero rispettate esattamente ) ; tale comportamento è facile già immaginare quanto sia dimensionale l'ostacolo incontrato non facendo riferimento alle lunghezze delle due vibrazioni (come misurare per ogni ora ! ) , e ciò lo si interpreta avere un significato : trattandosi i punti dell'ostacolo come un insieme di segmenti distribuiti con certezza , la diffusione è il caso d'interfaccia fra

infatti scrive "un nuovo gusto", le cui "impresse confuse" d'aspetto tale per cui l'arte si pone a generare più o meno facilmente e comunque frasi, con l'effetto effetto di far apparire il testo.

Potremmo forse ipotizzare che, entrato in certo cristallo, un raggio di luce non si comporta simmetricamente rispetto ai suoi confronti le dimensioni, e ciò è dovuto alle propriezà delle fibre ottiche che la luce si comporta di modo trasversale (con E e B parallele alla direzione di propagazione) e mai di modo longitudinale: su le fibre molto infatti misurerei spesso in quei punti anche le dimensioni delle perturbazioni (ad esempio di E), ovvero direi le "polarizzazioni" dell'onda; e quando a festa una interfaccia si diffondono mai potendo di certo dimostrare che le due lunghezze siano trasversali.

Considerando il caso di un'onda ottica sottile come nel nostro; come più detto, tale è "polarizzata simmetricamente" se in tutti i punti la direzione di E non sia mai parallela: chiamiamo "puro" o "polarizzato" (o "di vibrazione") quelli generati da tali condizioni (con quelle di propagazione), un'onda polarizzata antisimmetricamente che (sia di propagazione) sia parallela all'onda polarizzata simmetricamente.

Se in ogni punto della sfera "E" mette ottenere alle direzioni  $\alpha$  superposte, con frequenze uguali a quelle dell'onda, perpendicolari l'una all'altra; fissa un'onda complessa  $E_0$  funzione di  $x$ , ovvero con componenti  $E_1 = 0$ ,  $E_2 = A_2 e^{i\phi_2}$  e  $E_3 = A_3 e^{i\phi_3}$ , poniamo quindi un'onda sferica monochromatica (independentemente dalla direzione)  $\alpha$  nella forma

$$E = \operatorname{Re} \{ E_0 e^{i(\omega t - kx)} \} : \text{infatti } E = \operatorname{Re}(E_0) \cos(\omega t - kx) -$$

$$- i \operatorname{Im}(E_0) \sin(\omega t - kx), \text{ ma } E_1 = 0 \text{ mentre } E_2 = A_2 \cos(\phi_2).$$

$$\cdot \cos(\omega t - kx) - \sin(\phi_2) \sin(\omega t - kx) \} = A_2 \cos(\omega t - kx + \phi_2), \text{ e}$$

analogoamente  $E_3 = A_3 \cos(\omega t - kx + \phi_3)$ , e dunque il campo elettrico totale diventa così ora solo  $\phi := \phi_3 - \phi_2$  e  $A_2/A_3$ .

(I) La polarizzazione lineare si ottiene per  $\phi = 0$  o  $\phi = \pi$  (caso),

quindi ottengono  $E = E_0 \cos(\omega t - kx + \phi_2)$  con  $E_0 = A_2 \mathcal{J} \pm A_3 K$  risultante (perché  $\cos(\alpha + \pi) = -\cos(\alpha)$ !), da cui risulta

che la direzione del campo è parallela alla direzione opposta di  $E_0$  (per quanto  $\alpha$ ), che significa  $\varepsilon = \pm A_3/A_2$  in quanto  $E$  è proporzionale all'onda  $\alpha$ .

(II) La polarizzazione circolare diventa  $\phi = \pm \pi/2$  (caso),

ottenendo infatti  $E = A_2 [\mathcal{J} \cos(\omega t - kx + \phi_2 \mp \pi/2) + K \cos(\omega t - kx + \phi_3)]$  e che diventando ( $= \pm \sin(\omega t - kx + \phi_3)$ ) diventabile una concentrica in senso orario se  $\phi = \pi/2$  (e il campo considerato "elicabile negativo").

in altri ambienti se  $\phi = -\pi/2 \text{ rad}$  (e in cui ha "modo  
fondo") , come anche negli altri elettrici  $\frac{\partial E}{\partial t} = \mp \omega I \times E$   
( $I \times E = \begin{pmatrix} 0 \\ -E_3 \\ E_2 \end{pmatrix}$ !).

III) Inoltre con le formule elettriche , facili in pratica

$$\frac{E_2^2}{A_2^2} + \frac{E_3^2}{A_3^2} - 2 \frac{E_2 E_3}{A_2 A_3} \cos(\phi) = \sin^2(\phi) \quad \boxed{\text{cioè}}, \text{ posto } \omega := \omega b - \omega n,$$

$$\cos^2(\theta + \phi_2) + \cos^2(\theta + \phi_3) - 2 \cos(\theta + \phi_2) \cos(\theta + \phi_3) \cos(\phi_3 - \phi_2) =$$

$$= \sin^2(\phi_3 - \phi_2), \quad \text{cioè} \quad \cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) - 2 \cos(\alpha) \cos(\beta) \cos(\beta - \alpha) =$$

$$= \sin^2(\alpha - \beta) \quad : \quad \text{infatti } [\sin(\beta - \alpha)]^2 = [\sin(\beta) \cos(\alpha) - \sin(\alpha) \cos(\beta)]^2 =$$

$$= \sin^2(\alpha) \cos^2(\beta) + \sin^2(\beta) \cos^2(\alpha) - 2 \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\alpha) \cos(\beta), \quad \text{e infatti il}$$

$$\text{ultimo membro ha faccina } -2 \cos(\alpha) \cos(\beta) \cos(\beta - \alpha) = -2 \cos(\alpha) \cos(\beta) [\cos(\alpha) \cos(\beta)$$

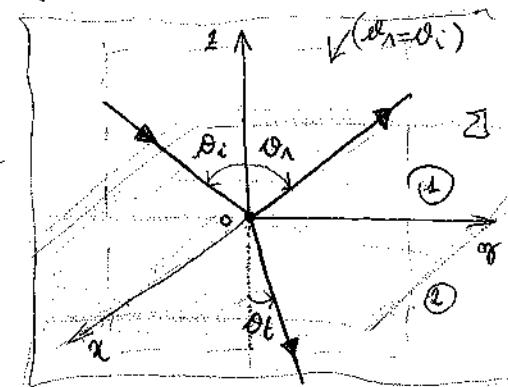
$$+ \sin(\alpha) \sin(\beta)] = -2 \cos^2(\alpha) \cos^2(\beta) - 2 \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\alpha) \cos(\beta), \quad \text{e se}$$

$$\cos^2(\alpha) - \cos^2(\beta) = \cos(\alpha) [\cos(\alpha) - \cos(\beta)] = \cos(\alpha) \sin(\beta). \quad \boxed{\text{f-f}}$$

e ciò è tutto quello che sostieneva .

Ora vissiamo infine che le due unive delle maggiorate delle sorgenti d'urto  
e' M&M polarizzate ( "due metà" ) , come ben si può capire ,  
se che in molti altri casi le due complementari polarizzate non sono  
non polarizzate , ma perfettamente polarizzate .

Quando un'onda  $\omega$  ha incidenza sulla superficie di rifrazione (interfaccia) fra due mezzi con indice di rifrazione diversi, la luce viene in parte riflessa e in parte trasmessa; ciò che accade è che la luce che viene riflessa dall'angolo d'incidenza  $i$ , se tale  $i \neq 0$ , fa una riflessione virtuale parallela (lavorante), e queste lavorazioni vengono effettuate intorno ad un centro virtuale dell'angolo d'incidenza, chiamato "l'angolo di Brewster". Consideriamo il caso lavorante di una luce monochromatica incidente su  $\sum$  di rifrazione, delle quali deve fare l'effetto sottostante le componenti delle componenti fondamentali  $E$  e  $H$  (come per ora); quelle delle componenti normali  $D$  e  $B$  sarebbe altrettanto! ) j ottiene allora  $E_i(r,t) = R e E_{i0} \delta^{(n-1-w)}$



per cui avremo  $H_i = \frac{m_2}{\mu_1 c} \frac{R_i}{|R_i|} \times E_i$ , ossia  $E_i = -\frac{\mu_1 c}{m_2 |R_i|} H_i$   
 nel mezzo ① arriverà a  $(E_1, H_1)$  mentre nel mezzo ② avrà  $(E_t, H_t)$ .  
 Affinché sia la condizione di conservazione delle normale nei due casi risulti:  
 (a) l'onda incidente è perpendicolare alla normale ( $= n_z$ ), cioè con  $E_i$  perpendicolare a tale; questo è il caso " $\perp$ ";  
 (b)  $E_i$  è parallela alla normale (cioè  $H_i$  è esso perpendicolare), e questo è il caso " $\parallel$ "; il motivo delle differenze di caso: il caso generale sarà un'ottica nonaffissiva a cui poi si faranno le generalizzazioni. Allora, infatti, che sia  $R_i = (0, \sin(\theta_i), -\cos(\theta_i))$ ,  $R_t = (0, \sin(\theta_t), \cos(\theta_t))$  e  $R_t = (0, \sin(\theta_t), -\cos(\theta_t))$ , e

iniziale del caso (e) assumendo il campo elettrico delle fonte  $\vec{E} = (E_L, 0, 0)$  per facile a fare di calcolo, e supponendo che le condizioni di contorno siano chiusamente  $E_{i\perp} + E_{n\perp} = E_{t\perp}$  (caso  $E$  più tangenziale a  $\Sigma$ ) e  $\frac{m_2}{\mu_2} (E_{i\perp} - E_{n\perp}) \cos(\theta_i) = \frac{m_2}{\mu_2} E_{t\perp} \cos(\theta_t)$  (caso  $E$  più normale a  $\Sigma$ ), e  $H_{i\perp} = \frac{m_2}{\mu_2 c} \vec{R}_i \times E_{i\perp} = \frac{m_2}{\mu_2 c} \begin{pmatrix} \sin(\theta_i) \\ -\cos(\theta_i) \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_{i\perp} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{m_2}{\mu_2 c} \begin{pmatrix} -E_{i\perp} \cos(\theta_i) \\ -E_{i\perp} \sin(\theta_i) \\ 0 \end{pmatrix}$ .

Quindi (caso analogo)  $H_{t\perp} = \frac{m_2}{\mu_2 c} \begin{pmatrix} -E_{t\perp} \cos(\theta_t) \\ -E_{t\perp} \sin(\theta_t) \\ 0 \end{pmatrix}$  mentre  $H_{n\perp} = \frac{m_2}{\mu_2 c} \begin{pmatrix} E_{n\perp} \cos(\theta_t) \\ -E_{n\perp} \sin(\theta_t) \\ 0 \end{pmatrix}$ ,

cioè le quantità orizzontali le stesse componenti (caso  $\theta_n = \theta_t$ !).

Finalmente troviamo che i coefficienti di riflessione e di trasmissione (per polarizzazione normale) sono rispettivamente  $\gamma_L := \frac{E_{t\perp}}{E_{i\perp}} = \frac{(m_2/\mu_2) \cos(\theta_i) - (m_2/\mu_2) \cos(\theta_t)}{(m_2/\mu_2) \cos(\theta_i) + (m_2/\mu_2) \cos(\theta_t)}$

e  $t_L := \frac{E_{t\perp}}{E_{i\perp}} = \frac{2(m_2/\mu_2) \cos(\theta_i)}{(m_2/\mu_2) \cos(\theta_i) + (m_2/\mu_2) \cos(\theta_t)}$  (infatti, per  $\gamma_L$ ,

se  $\gamma_1 := m_1/\mu_1$  e  $\gamma_2 := m_2/\mu_2$   $\gamma_1 (E_{i\perp} - E_{n\perp}) \cos(\theta_i) = \gamma_2 (E_{i\perp} + E_{n\perp}) \cos(\theta_t)$ ,

cioè  $\gamma_1 (\gamma - \gamma_L) \cos(\theta_i) = \gamma_2 (\gamma + t_L) \cos(\theta_t)$ ; per  $t_L$ ,

analogo, se  $\gamma_1 (2E_{i\perp} - E_{t\perp}) \cos(\theta_i) = \gamma_2 E_{t\perp} \cos(\theta_t)$  e'  $\gamma_1 (2 - t_L) \cdot \cos(\theta_i) = \gamma_2 t_L \cos(\theta_t)$  ( ) ), si dimostra facilmente per

$\gamma_L = \frac{m_2 \cos(\theta_i) - m_2 \cos(\theta_t)}{m_2 \cos(\theta_i) + m_2 \cos(\theta_t)}$  e  $t_L = \frac{2 m_2 \cos(\theta_i)}{m_2 \cos(\theta_i) + m_2 \cos(\theta_t)}$  ; ore,

ricordando  $\frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_t)} = \frac{m_2}{m_1}$  e cioè che  $m_2 = m_1 \frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_t)}$ , e'

troviamo che  $\gamma_L = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$  e  $t_L = \frac{2 \sin(\theta_t) \cos(\theta_i)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$ ;

sono le velocità di trascinamento (per polarizzazione normale).

Overview of later expansion of  $\theta_f$  in function of  $\theta_i$  (guerre e Jull)

$$\cos(\theta_f) = \sqrt{1 - \sin^2(\theta_f)} \Rightarrow \sqrt{1 - \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 \sin^2(\theta_i)} .$$

Consequently we have  $\cos(\theta_f) \rightarrow$  it's easier to calculate the conditions

to calculate now  $H_{i\parallel} + H_{i\perp} = H_{f\parallel}$  and  $\frac{m_2}{m_1}(H_{i\parallel} - H_{i\perp}) \cos(\theta_i) =$

$$= \frac{m_2}{m_1} H_{f\parallel} \cos(\theta_f) , \text{ so we obtain easily } \lambda_{i\parallel} = \frac{E_{i\parallel}}{E_{i\perp}} =$$

$$= \frac{(g_2/m_2) H_{i\parallel}}{(g_2/m_2) H_{i\perp}} = \frac{(g_2/m_2) \cos(\theta_i) - (g_1/m_1) \cos(\theta_f)}{(g_2/m_2) \cos(\theta_i) + (g_1/m_1) \cos(\theta_f)} \text{ and } b_{i\parallel} = \frac{E_{f\parallel}}{E_{i\parallel}} (=)$$

$$= \frac{(g_2/m_2) H_{f\parallel}}{(g_2/m_2) H_{i\perp}} = \frac{(g_2/m_2) \cdot 2(g_1/m_1) \cos(\theta_i)}{(g_2/m_2) \cdot (g_1/m_1) \cos(\theta_i) + (g_1/m_1) \cos(\theta_f)} = \frac{2(g_2/m_2) \cos(\theta_i)}{(g_2/m_2) \cos(\theta_i) + (g_1/m_1) \cos(\theta_f)}$$

Consequently we get for  $\lambda_{i\parallel} = \frac{\cos(\theta_f) \frac{1}{m_2} - \cos(\theta_i) \frac{1}{m_1}}{\cos(\theta_i) \frac{1}{m_2} + \cos(\theta_f) \frac{1}{m_1}}$  and  $b_{i\parallel} = \frac{\cos(\theta_f) \frac{1}{m_2}}{\cos(\theta_i) \frac{1}{m_2} + \cos(\theta_f) \frac{1}{m_1}}$

so we can also express the reflection law (guerre e Jull)

$$\frac{1}{m_2} = \frac{k}{m_1} \frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_f)} \Rightarrow \lambda_{i\parallel} = \frac{\sin(2\theta_i) - \sin(2\theta_f)}{\sin(2\theta_i) + \sin(2\theta_f)} \stackrel{(\text{cancel!})}{=} \frac{\tan(\theta_i - \theta_f)}{\tan(\theta_i + \theta_f)}$$

$$\text{and } b_{i\parallel} = \frac{2 \cos(\theta_i) \sin(\theta_f)}{\cos(\theta_i) \sin(\theta_f) + \cos(\theta_f) \sin(\theta_i)} = \frac{4 \sin(\theta_i) \cos(\theta_f)}{\sin(2\theta_i) + \sin(2\theta_f)} .$$

Address, back to the surface it's more monochromatic, we can measure the

$$\text{and } I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c}{\rho}} |E_0|^2 \quad (\text{cancel!}) : \text{constant } I_i, I_r \text{ and } I_f$$

all the same,  $R := \frac{I_r}{I_i}$  is "the reflectance" of the surface and

$$T := \frac{I_f}{I_i} \text{ is the "transmittance" (for which } R + T = 1 \text{)} ;$$

it's quite evident that, as expected, the reflectance for polarized waves

$$\text{ris} R_{\perp} \Rightarrow \frac{(E_{\perp})^2}{(E_{i\perp})^2} = n_{\perp}^2 = \frac{\sin(\omega_i - \omega_{\perp})}{\sin(\omega_i + \omega_{\perp})}, \text{ mentre per f.}$$

$$\text{fondibile } R_{\parallel} = n_{\parallel}^2 = \frac{\tan(\omega_i - \omega_{\parallel})}{\tan(\omega_i + \omega_{\parallel})} \rightarrow \text{e dunque in generale}$$

$R_{\perp} \neq R_{\parallel}$  se e' proprio per questo motivo che le due riflessioni parzialmente polarizzate, si sovrappongono in effetti, per  $\omega_i$  tale per cui  $\omega_i + \omega_{\parallel} \approx \pi/2$ ,  $R_{\parallel} = 0$  e cioè la luce riflessa e' completamente polarizzata in direzione normale al piano d'incidazione; tale  $\omega_i = \omega_B$  e' chiamato l'angolo di Brewster (o "angolo d'incidenza"); dimostriamo che, oltre alle supposte che  $\omega_B < \omega_i$  richiede, si ottiene  $\omega_B$  grazie a quel che è  $\omega_i(\omega) = \sin(\pi/2 - \omega_B) = \cos(\omega_B)$ , dunque notiamo  $\tan(\omega_B) = \frac{m_2}{m_1}$ .

(Diamo una spiegazione di cos'è questo numero e Huygen, ricordando contemporaneamente che gli stessi del masso ②, non in oscillazione da E in direzione fondibile delle luce, e loro volte indicano con frequenza quale in tutta la dimensione fino a mai indire il effetto in quelle delle loro oscillazioni (come visto per un asfalto) : one è fatto così!)

Si ha "l'effettivo" delle due quali queste inoltre "fatti" carico di effettivo (il piccolo) dimensioni e distorsioni imponendo, come si vede; ma allora ciò fa essere che gli stessi del masso sempre e forse un poco l'oscillazione appena tale fuori in cui si ha dimensione di luce in tutta la dimensione quale del suo effetto opposto!

Recevoir 6 fréq' Q'ante (dans unephone mobile) (DIMENSION 6.1)

Analysé en onde Q'ante en signal  $F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{i\omega t} d\omega$

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(t') e^{-i\omega t'} dt' \quad (i := \sqrt{-1} \in \mathbb{C})$$

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega e^{-i\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} \partial\omega F(t') e^{i\omega(t-t')} dt' \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega(t-t')} d\omega = \delta(t-t')$$

$$(F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t') \delta(t-t') dt')$$

ciel  $\left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} d\omega = \delta(\omega) \right] ; \text{ alors } \hat{N} := \int_{-\infty}^{\infty} (F(t))^2 dt =$

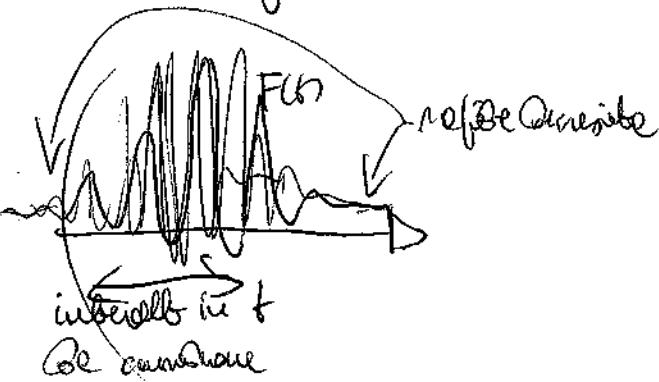
$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} (f(\omega)) \overline{f(\omega)} d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) \overline{G(\omega)} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega \int_{-\infty}^{\infty} F(t') e^{-i\omega t'} dt'$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \overline{F(t'')} e^{i\omega t''} dt'' = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \omega \partial\omega F(t') \overline{F(t'')} e^{i\omega(t''-t')} dt' dt''$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \partial\omega F(t') \overline{F(t'')} \delta(t''-t') = \int_{-\infty}^{\infty} F(t') \overline{F(t'')} dt' = \int_{-\infty}^{\infty} |F(t')|^2 dt'$$

et définition  $\langle f \rangle := \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{\infty} f |F(t)|^2 dt$ ,  $\Delta t := \frac{1}{N} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} (t - \langle t \rangle)^2 |F(t)|^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}$

$$\langle \omega \rangle := \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{\infty} \omega |F(\omega)|^2 d\omega, \Delta \omega := \frac{1}{N} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \langle \omega \rangle)^2 |F(\omega)|^2 d\omega \right]^{\frac{1}{2}}$$



$\langle f \rangle$  (ou moyen);  
 $\Delta t$  indique le temps de l'onde;  
 $\Delta \omega$  indique la largeur des ondes;  
 $\omega$  fréquence constante  $F$ ;

$$\Rightarrow \Delta t \Delta w \geq \frac{1}{2} \quad (\dots)$$

$$\sqrt{u} := \langle u \rangle$$

Fachette Pauset = non effettuale (infatti) Quale fine con  $K$  tale per cui

$$|n - \bar{n}| \leq \Delta n \quad ; \quad \alpha \quad \Delta n \ll \bar{n} \quad \text{e } w = w(n), \text{ dove}$$

$$f(x, t) = \int u(n) e^{i(nx - wt)} \otimes_K \rightarrow \text{e } w = \bar{w} + (n - \bar{n}) \bar{w} + o(|n - \bar{n}|)$$

$$\Rightarrow f(n) \approx \int u(n) e^{i(nx - \bar{w}t - (n - \bar{n}) \bar{w}t)} \otimes_K =$$

$$= e^{-i(\bar{w} - \bar{n}\bar{w})t} \int u(n) e^{in(x - \bar{w}t)} \otimes_K \rightarrow \text{come si vede}$$

$$= f(x - \bar{w}t, 0)$$

Una singola onda ~~non~~ che si muove a velocità  $\bar{w} = \frac{\partial w}{\partial n}|_{n=\bar{n}}$ ;

$\omega_f := \frac{\partial w}{\partial n}$  si deve chiamare velocità del fascetto; invece

$$\omega_f = \frac{\omega}{n} \quad \text{per qualche con numero} \quad \text{Quale} \quad K \quad \text{per cui}$$

$$(n = \frac{x}{\lambda} \Rightarrow \Delta n = \frac{-v}{\lambda} \Delta t)$$

$$\omega_f = \frac{\partial w}{\partial n} = \frac{\partial (w_f + k \frac{\partial w_f}{\partial n})}{\partial n} = \omega_f + k \frac{\partial \omega_f}{\partial n} = \omega_f - k \frac{\partial \omega_f}{\partial \lambda}$$

ALTRI CONTI SUI PACCHETTI D'ONDE :



ci sono  $N$  onde che  $\Delta n = N\lambda$  e  $\Delta t = NT$  se  $\omega$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi N}{\Delta n} \quad \text{e} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi N}{\Delta t} \quad \rightarrow \text{se } \omega$$

$$\boxed{\Delta N = \frac{\Delta k \Delta n}{2\pi}} \quad \text{e} \quad \left( \frac{\omega}{2\pi} = \nu \right) \quad \boxed{\Delta t \Delta k = \Delta N} \quad \text{de reference}$$

un'infinità; Note: se  $\nu \Delta t = N$  fanno vedere  $N$ , e negli

$$\Delta\nu = \frac{t}{\Delta t} \quad \text{su ogni d'intervall} (\nu - \Delta\nu, \nu + \Delta\nu) \quad \text{e negli zelle}$$

"onde emesse" da  $\omega$  corrispondono a il fascio!

$$\text{Fascio effetto canale impulsivo} \quad \Phi(x, t) = \int \Phi(k) e^{i(kx - \omega t)} dk, \quad \Rightarrow$$

$$= f(x, t) e^{i(nu - \omega t)} \quad \text{e} \quad K := k - k_0 \quad \text{e} \quad \Omega := \omega - \omega_0 \quad \text{dove}$$

$$f_{\text{canale}} = \int \Phi(k) e^{i(Ku - \omega t)} dk \quad \Rightarrow \quad \int \Phi(k) e^{i(Ku - \omega t)} dk \quad \Rightarrow$$

$$\tilde{\Phi}(K) = \frac{1}{2\pi} \int f_{\text{canale}} e^{-i(Ku - \omega t)} dk \quad \text{e} \quad \tilde{\Phi}(K) e^{-i\omega t} = \frac{1}{2\pi} \int f_{\text{canale}} e^{-iKu} dk$$

$$\text{poniamo introduce} \quad \pi_0 := \int f_{\text{canale}} dk, \quad = 2\pi \tilde{\Phi}(0) e^{-i\omega t}, \quad \text{e} \quad \text{esistente}$$

$$\text{la potenza} \quad \langle \sigma \rangle(t) := \frac{1}{\pi_0} \int \pi_0 f_{\text{canale}} dk \quad \Rightarrow \quad \text{carico} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\pi_0} (2\pi i) \frac{\partial}{\partial K} (\tilde{\Phi}(K) e^{-i\omega t}) \Big|_{K=0} = \frac{i}{\tilde{\Phi}(0) e^{-i\omega t}} \left( \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial K} \Big|_{K=0} + \right.$$

$$\left. + \tilde{\Phi}(0) (-it) e^{-i\omega t} \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial K} \Big|_{K=0} \right) = \frac{i \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial K} \Big|_{K=0}}{\tilde{\Phi}(0)} + t \frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial K} \Big|_{K=0} \quad \Rightarrow$$

$$= : (t + t\omega_r) \rightarrow \text{car } \omega_f = \frac{\partial \omega}{\partial K} |_{K=0} = \frac{\partial \omega}{\partial n} |_{n=n_0} !$$

DOPPLER ČÍRUNKOV : (analogi i ar nái euklej!)

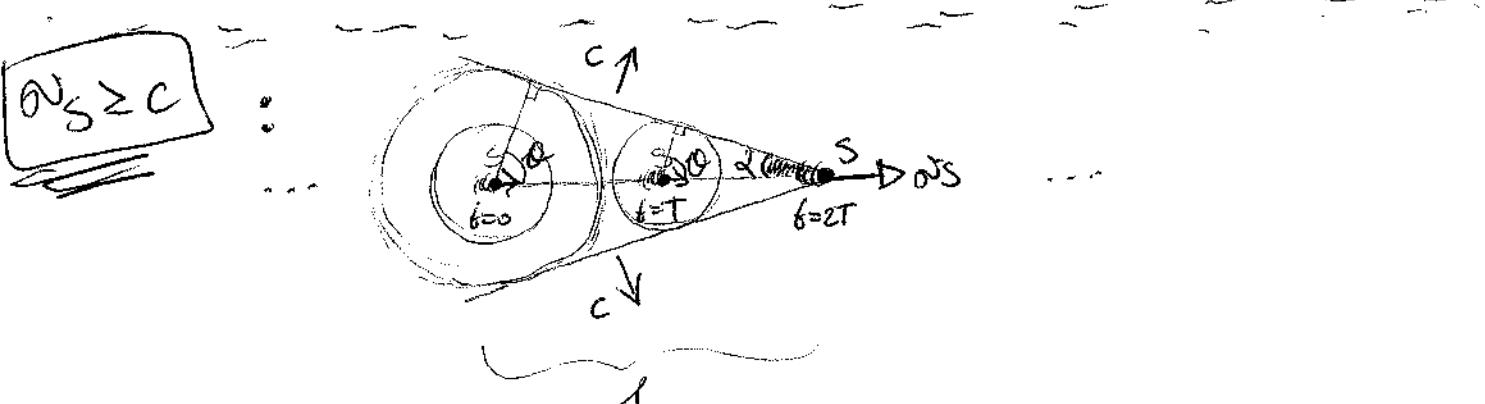
$\boxed{S})$ )  $\xrightarrow[R]{\omega_S}$   $\rightarrow$  d'are este che il reprez mă se păre ca are  
viteză  $c - \omega_R$ , în cui  $v' = \frac{c - \omega_R}{\lambda'} = \boxed{\left(\frac{c - \omega_R}{c}\right)v}$

$\boxed{S})$ )  $\xrightarrow[S]{\omega_S}$   $\rightarrow$  d'are este  $\lambda' = \lambda \frac{(1 + \frac{\omega_S}{c})}{(1 - \frac{\omega_S}{c})}$ , de așz  
 $v' = \frac{c}{\lambda'} = \boxed{\left(\frac{c}{c - \omega_S}\right)v}$

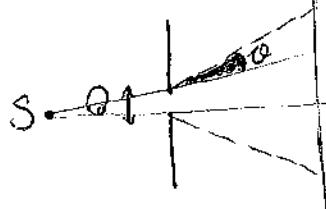
în cazu ci nu avem viteză  $(\xrightarrow[S]{\omega_S} \xrightarrow[R]{\omega_R})$   $\Rightarrow \frac{c}{c - \omega_S} \left(\frac{c - \omega_R(t)}{c}\right) =$

$$= \boxed{\frac{c - \omega_R}{c - \omega_S} v} \quad (\text{baza restării } c \text{ cu } c - \omega_R !)$$

(nu avem altă posibilitate)



Cum ca și este de, în similitudine,  $\frac{l \cos \theta}{c} = \frac{l}{\omega_S}$ , deci  
 și  $\alpha = \cos \theta = \frac{c}{\omega_S}$ , deci  $\alpha$  (deci  $\alpha = \operatorname{arcin} \frac{c}{\omega_S}$ ) !



For the case  $M^{\text{opt}} \neq 0$  diffusions  $\overline{e}$

bale che

$$\theta \approx \frac{a}{c}$$

) Aug 1

$\lambda \rightarrow 0 \Rightarrow \psi \rightarrow 0$  ; in tot an sonne falle ~~topp~~

Observe (to notice/take note!) : do exercise next

where  $c^* \tilde{f}_t = j$  and all by  $f(x, h) = F(x)^{-\frac{1}{\alpha}}$ ,

Observe F wave results  $C \hat{\Delta}^2 F + \omega^2 F = 0$ ; we inverse  $\Delta^2$  &

$$\text{Observe } \omega = \frac{c}{\mu} \rightarrow \text{observe } \nabla^2 F + \left(\frac{\omega M}{c}\right)^2 F = 0 ; \quad ; \quad x \in \text{me}$$

solte  $F(x) \stackrel{\text{ins}(x)}{\geq} \text{Auge}$  bei  $R := \frac{w}{c}$  , also  $\nabla F =$

$$\nabla^2 F + \left(\frac{\omega_m}{c}\right)^2 F = 0$$

$$= \nabla A B^{ius} + ik A \nabla B^{ius} \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 F = \nabla^2 A B^{ius} + ik \nabla A \cdot \nabla B^{ius} +$$

$$\frac{1}{n} \nabla A + \frac{i}{n} (2 \nabla A \cdot \nabla S + A \nabla^2 S) - A (\nabla S)^2 - M^2 = 0$$

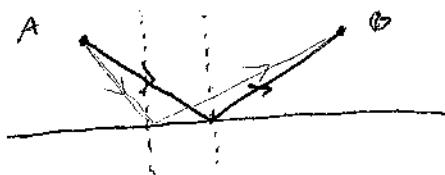
for  $\lambda \rightarrow 0$  ( $n \rightarrow \infty$ ) we have  $\begin{cases} |\nabla S| = n \\ 2 \nabla A \cdot \nabla S + A \nabla^2 S = 0 \end{cases}$  ; we have  $\nabla S = (\nabla S)^T S^{-1} = u S$

$$\cancel{D} \quad \frac{\partial A}{\partial S} = \frac{-A \nabla^2 S}{2\mu} \quad , \text{ welche repräsentiert die lokale Differenz!}$$

Meets above FENEST (to the right it means first cuts in  
fewer & less) Numerous SNG :

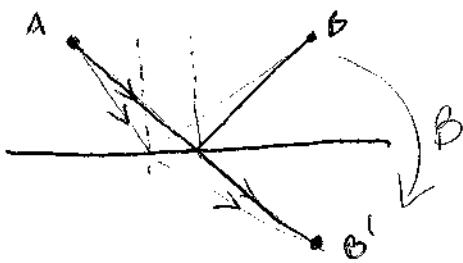
@workshop SNGR

## REFLECTIONS



Le due scie il furono di  
mox ( $w_1 = w_2$ ) fucile' il

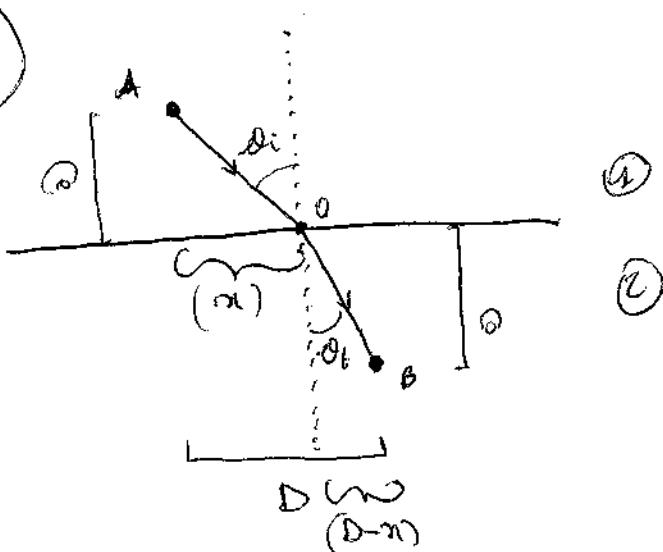
first carts ; so escape back forever before come



per la legge  $b+c > e$  !

(N.B.: funzione di dispersione  
frequenze minori in modo ottico  
meno!)

RIFRAZIONE

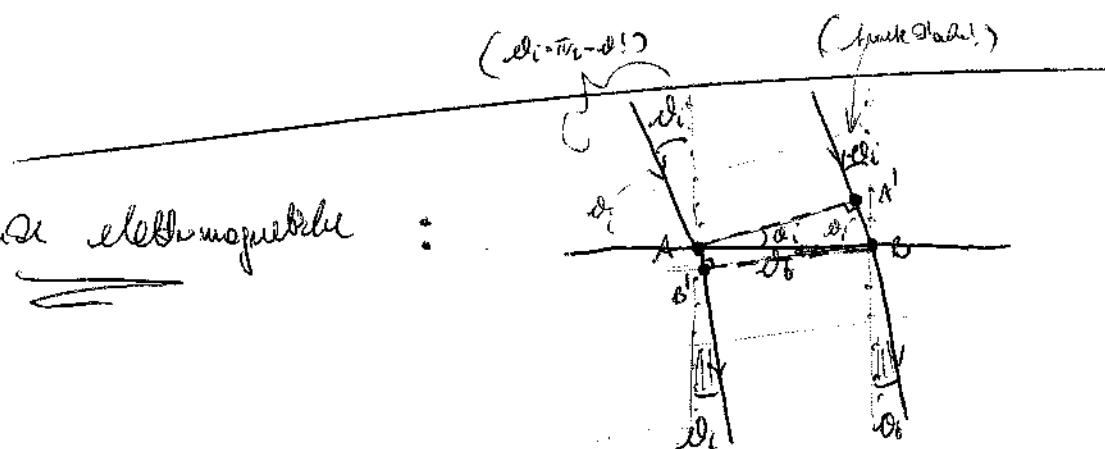


Negliando  $\alpha$  tale che sia minima  $t_{A_0} + t_{B_0} = \frac{\sqrt{\alpha^2 + n^2}}{n_1} + \frac{\sqrt{(D-\alpha)^2 + (D-n)^2}}{n_2}$ :

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} = \frac{\alpha}{n_1 \sqrt{\alpha^2 + n^2}} + \frac{(n_1 - D)}{n_2 \sqrt{\alpha^2 + (D-n)^2}} = 0 \Leftrightarrow n_2 \alpha \sqrt{\alpha^2 + (D-n)^2} =$$

$$= \cancel{n_2} \alpha (D-n) \sqrt{\alpha^2 + n^2}, \text{ cioè } \frac{\text{minimi}}{\text{massimi}} = \frac{\alpha / \sqrt{\alpha^2 + n^2}}{(D-n) / \sqrt{\alpha^2 + (D-n)^2}} =$$

$$= \frac{\partial \alpha}{\partial n} = \frac{c/m_2}{c/m_1} = \frac{m_1}{m_2} !$$



Per onde elettromagnetiche :

NATURALE che debba essere  $\frac{A'B}{n_1} = \frac{AB'}{n_2}$  (che include le riflessioni!)

$$\text{cioè } \frac{\text{minimi}}{\text{massimi}} = \frac{\alpha_i}{\alpha_r} = \frac{m_1}{m_2} !$$



$$\boxed{f=0, \Im=0} : \begin{cases} \text{rot } B = \frac{\perp}{c} \frac{\partial E}{\partial t} \\ \text{rot } E = - \frac{\partial B}{\partial t} \\ \text{div } E = 0 = \text{div } B \end{cases} \rightarrow \text{rot}(\text{rot } E) = - \frac{\perp}{c} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$= \nabla(\text{div } E) - \nabla^2 E, \quad \text{einf} \quad \frac{\perp}{c} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \nabla^2 E = 0 \quad (\text{d. d. div } E)$$

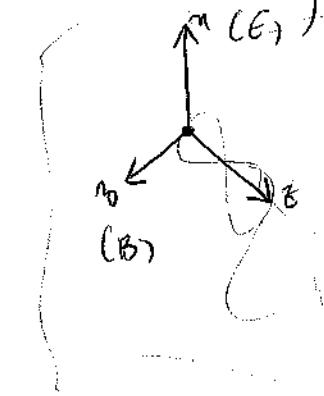
$$\text{für } B \quad ; \quad \text{fund } E = |E_0| \frac{1}{\omega} \sin \theta^{i(\omega t - kz)} \Rightarrow - \frac{\partial B}{\partial t} =$$

$$= \text{rot } E = \begin{pmatrix} \frac{\partial E}{\partial y} \\ \frac{\partial E}{\partial z} \\ \frac{\partial E}{\partial x} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} |E_0| \sin \theta^{i(\omega t - kz)} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} |E_0| \sin \theta^{i(\omega t - kz)} \\ 0 \end{pmatrix} = |E_0| \frac{1}{\omega} \frac{\partial}{\partial z} \sin \theta^{i(\omega t - kz)} =$$

$$\Rightarrow - \frac{\partial}{\partial t} \left( |E_0| \frac{1}{\omega} \frac{k}{\omega} \sin \theta^{i(\omega t - kz)} \right), \quad \text{d. a. } B = |E_0| \frac{k}{\omega} \frac{1}{\omega} \sin \theta^{i(\omega t - kz)}$$

$$\text{d. } \vec{z} \times \frac{1}{\omega} = \hat{\omega} \Rightarrow B = \frac{k}{\omega} \hat{\omega} \times E$$

$$\frac{\omega}{k} B \times \vec{z} = (\vec{z} \times E) \times \vec{z} = E \quad \text{(d. } \vec{z} \cdot \vec{z} = 1 \text{)}$$



$$E \times B = \frac{n}{\omega} E \times (\hat{\omega} \times E) = \frac{k}{\omega} |E|^2 \hat{\omega} \quad ; \quad \text{esiste un solo}$$

$$\text{caratteristico } R \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \frac{\omega}{k} = c, \quad \text{d. a. numerico}$$

$$\begin{cases} E = |E_0| \frac{1}{\omega} \sin \theta^{i(\omega t - kz)} \\ B = \frac{|E_0|}{c} \frac{1}{\omega} \sin \theta^{i(\omega t - kz)} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{sono orde. unidimensionali (preferibili in dimensioni e} \\ \text{orientamenti) } \\ \text{sono dell'ordine } z \text{ (ovvio) con } \omega t = \frac{\omega}{k} = c, \end{array}$$

avendo stessa  $\omega$ , fanno sì che  $E$  lungo  $\vec{z}$  e  $B$  lungo  $\vec{x}$  ( $E$  lungo  $\vec{z}$  e  $B$  lungo  $\vec{y}$ ) , fanno  $C$  qui  $t$ , ovvero la stessa valore per  $kz =$  costante , che è un fatto! , tenendo  $(E \cdot \vec{z} = 0 = B \cdot \vec{z}!)$  e tale che  $(E, B, \vec{z})$  sia ortogonale , sono notevoli

$$B = \frac{\epsilon}{c} \vec{z} \times E \Leftrightarrow E = cB \times \vec{z} \Leftrightarrow E \times B = \frac{|E|}{c} \vec{z}^2$$

$$= c|B|^2 \vec{z} = |E||B| \vec{z} \quad \text{woraus } |B| = \frac{|E|}{c} !$$

-----

$$\text{not } B = \mu_0 \vec{J} + \frac{k}{c} \frac{\partial E}{\partial t} \quad \Rightarrow \text{not}(\text{not } E) = \frac{\nabla J}{\epsilon_0} - \nabla^2 E$$

$$\text{not } E = - \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\text{div } E = j / \epsilon_0$$

$$\text{div } B = 0$$

$$- (\mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} + \frac{k}{c} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2})$$

cioè

$$\nabla^2 E - \frac{k}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{\nabla J}{\epsilon_0} + \mu_0 \frac{\partial J}{\partial t}$$

meiste

$$\hookrightarrow \text{not}(\text{not } B) = - \nabla^2 B \quad , \quad \text{cioè} \quad \nabla^2 B - \frac{k}{c^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = - \mu_0 \text{not } J ;$$

$$\mu_0 \text{not } J - \frac{k}{c^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

$$\boxed{j=0, J=\sigma E} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \nabla^2 E - \frac{k}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \sigma \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t} = 0 \\ \nabla^2 B - \frac{k}{c^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} - \sigma \mu_0 \frac{\partial B}{\partial t} = 0 \end{cases} .$$

$$\text{not } B = \sigma \mu_0 E + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\text{not } E = - \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\text{div } E = 0 = \text{div } B$$

$$\propto \begin{cases} E = E_0 \vec{z} & (\text{at } n=1) \\ B = B_0 \vec{z} & (\text{at } n=2) \end{cases} \quad \text{obere}$$

(pol. lin., hier e. sime!)

$$\text{div } E = 0 = \text{div } B \Rightarrow E_3 = 0 = B_3 \quad (\text{dell' altro framework!}) \quad \text{ed ora}$$

$$-\frac{\partial B}{\partial t} = \text{not } E = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_2 \\ B_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\partial_2 E_2 \\ \partial_2 B_2 \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{k}{\omega} \begin{pmatrix} -\partial_2 E_2 \\ \partial_2 B_2 \\ 0 \end{pmatrix} \stackrel{\vec{E} \times \vec{E} = (E_1 E_2) - (E_2 E_1)}{=} =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{k}{\omega} \vec{z} \times E \right) \quad \Rightarrow \quad B = \frac{k}{\omega} \vec{z} \times E \quad (\Rightarrow E \cdot B = 0,$$

ed ora (E, B,  $\vec{z}$ ) i' ortogonali! ; invece, deducendo come

$$\text{fatto } E = \frac{\omega}{k} B \times \vec{z} \quad , \quad \text{obtieni anche } \text{not } B = \sigma \mu_0 E + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\text{(-)} \left( \frac{\sigma_{\mu_0}}{i\omega} + \omega_{\mu_0 E_0} \right) \frac{\partial E}{\partial t} \rightarrow \text{cioè} \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\omega}{\omega_{\mu_0 E_0} - i\sigma_{\mu_0}} \text{ not } B =$$

$$= \frac{\omega}{\omega_{\mu_0 E_0} - i\sigma_{\mu_0}} \left( -\frac{\partial}{\partial t} \right) \left( \frac{R}{\omega} \vec{t} \times \vec{B} \right), \quad \text{cioè av}$$

$$E = \frac{k}{\omega_{\mu_0 E_0} - i\sigma_{\mu_0}} B \vec{t} \vec{z} \Rightarrow \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\omega_{\mu_0 E_0} - i\sigma_{\mu_0}} \rightarrow \text{cioè}$$

$$k^2 = \omega_{\mu_0 E_0}^2 - i\omega\sigma_{\mu_0} = \omega_{\mu_0 E_0} \left( 1 - \frac{i\sigma}{\omega E_0} \right) = :$$

$$=: \omega_{\mu_0 E_0} (1 - iD), \quad D := \frac{\sigma}{\omega E_0} \quad (= \frac{1}{\omega \tau}),$$

Per cui  $R \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ ! Dunque  $\boxed{R = \beta - i\alpha}$  e  $(\alpha = \frac{\omega}{\beta})$ ,

e infatti  $E = E_0 e^{i(\omega t - \alpha z)} = E_0 e^{i(\omega t - \beta z)} e^{-\alpha z}$

$\delta := \frac{\alpha}{\beta}$  è il numero di otturazione! ) ; Nota che

~~Calcolo~~  $\mu_0 \left( \frac{k}{\omega_{\mu_0 E_0} - i\sigma_{\mu_0}} \right) = \frac{R}{\omega E_0 - i\sigma} = \frac{\omega_{\mu_0}}{k} =: Z$   
 $(\omega E_0 - i\sigma = \frac{n}{\omega_{\mu_0}})$

è un'infusione!  $\bar{I}(\bar{m}) = \bar{m} \Rightarrow \frac{(\omega_{\mu_0})}{k} = \frac{m}{N} \frac{N}{A} \frac{1}{A} = \underbrace{\left( \frac{N}{C} m \right)}_{\bar{m}} \frac{1}{A} = \bar{\Omega}$

CALCOLO R :  $\begin{cases} \beta^2 - \alpha^2 = \omega_{\mu_0 E_0} \\ 2\alpha\beta = (\omega_{\mu_0 E_0})D \end{cases} \rightarrow \beta = \frac{(\omega_{\mu_0 E_0})D}{2\alpha}$

$$\Rightarrow \frac{(\omega_{\mu_0 E_0})^2 D^2}{4\alpha^2} - \alpha^2 = \omega_{\mu_0 E_0}, \text{ cioè } \alpha^2 + \omega_{\mu_0 E_0} \alpha - \frac{(\omega_{\mu_0 E_0})^2 D^2}{4} = 0$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \left[ -(\omega_{\mu_0 E_0}) + \sqrt{(\omega_{\mu_0 E_0})^2 + (\omega_{\mu_0 E_0})^2 D^2} \right] =$$

$$= \frac{1}{2} [\omega \epsilon_0 \mu_0 (\sqrt{1+D^2} - 1)] \quad , \text{ da } \omega$$

$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\epsilon_0 \mu_0}{2}} \sqrt{1+D^2 - 1}$   
 $\beta^{(\text{approx})} = \omega \sqrt{\frac{\epsilon_0 \mu_0}{2}} \sqrt{D+D^2 + 1}$

$\alpha^2 + \beta^2 = \omega^2 (\epsilon_0 \mu_0) \sqrt{1+D^2}$

quindi  $R = \frac{1}{(\beta - i\alpha)} = \frac{i \operatorname{arctan}(\frac{\alpha}{\beta})}{\omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{1+D^2}} e^{-i \operatorname{arctan}(\frac{\alpha}{\beta})}$  da

da  $Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{1+D^2}} e^{i \operatorname{arctan}(\frac{\alpha}{\beta})}$

$D \ll 1$  (bien Selección)  $\rightarrow \beta \stackrel{(\text{approx})}{\approx} \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \Rightarrow \omega = \frac{\omega}{\beta} =$

$$= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c \quad \text{j' invece } \sqrt{1+D^2} \stackrel{(\text{approx})}{\approx} 1 + \frac{1}{2} D^2 \Rightarrow \alpha \approx \frac{\omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} D}{2}$$

$$= \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \frac{\omega}{2} \quad (\text{indip. da } \omega !)$$

$D \gg 1$  (bien selección)  $\rightarrow \alpha \approx \beta \approx \omega \sqrt{\frac{\epsilon_0 \mu_0}{2}} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2}}$ ,

$$\Rightarrow \omega = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \Rightarrow m = \frac{c}{\omega} = c \sqrt{\frac{\epsilon_0 \mu_0}{2 \omega}} \quad \text{Adesione}$$

all'annessione di  $\omega$ !! Aufeinander  $\omega_f \neq \omega$  :  $\frac{\partial \omega}{\partial \beta} =$

$$= \left( \frac{\partial \omega}{\partial \beta} \right)^{-1} = \left[ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0 \mu_0}{2 \omega}} \left( \frac{\omega \mu_0}{2} \right) \right]^{-1} = \left[ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0 \mu_0}{2 \omega}} \right]^{-1} = 2 \omega !$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \theta_2} (=) \frac{\partial \omega}{\partial r} = \frac{c/\partial r}{c/\partial z} = \frac{m_2}{M_2} ; \text{ rifi. f. f. } \theta_2 = \pi/2,$$

$$\text{ciel m. } \omega_c = \frac{M_2}{M_2}$$

$$(\omega = \frac{\ell}{T_{\text{ref}}} = \frac{c}{T_{\text{ref}}} = \frac{c}{m})$$

$$\perp \left\{ \begin{array}{l} E_i + E_n = E_f \\ m_2(E_i - E_n) \cos \theta_i = M_2 E_f \cos \theta_f \end{array} \right. \Leftrightarrow H_L = \frac{E_{\text{ref}}}{G_0} =$$

$$= \frac{m_2 \cos \theta_i - M_2 \cos \theta_f}{m_2 \cos \theta_i + M_2 \cos \theta_f} = \frac{-\sin(\theta_i - \theta_f)}{\sin(\theta_i + \theta_f)} ; \text{ enzygente} \\ m_2 = m_2 \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_f}$$

$$H_Y = \frac{\tan(\theta_i - \theta_f)}{\tan(\theta_i + \theta_f)} \text{ de ari} \quad \begin{cases} R_L = (H_L)^2 \\ R_Y = (E/m) \end{cases} \rightarrow R_Y = 0$$

$$\Leftrightarrow \theta_i = \theta_f \text{ tale che } \theta_f + \theta_b = \frac{\pi}{2}, \text{ or. } \cos \theta_b = \sin(\theta_f),$$

$$\text{de ari } \tan \theta_b = \frac{M_2}{M_2} !$$

$$\omega = \frac{1}{2}(D \cdot E + B \cdot H) \stackrel{\uparrow}{=} EI^2 \text{ e allora } I = \frac{(EI^2)(\omega \partial \theta)S}{\partial t} =$$

$$= \omega E I^2 \quad (\omega = \frac{\ell}{T_{\text{ref}}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}) \text{ e le formule per i v.}$$

$$\text{a) } \underbrace{\text{perpendicolar}}_{\text{perpendicolar}}; \quad S = \frac{\ell}{f_u} E \times B \text{ he } |S| = \frac{\ell}{f_u} (E \parallel B) =$$

$$\Rightarrow \frac{\ell}{f_u \omega} (EI^2) = I ! \quad \text{Se } E \text{ e' numerabile } E = E_0 \sin(\omega t),$$

$$\text{allora } I := \langle I \rangle = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \langle (EI^2) \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} (EI_0)^2 = \langle |S| \rangle.$$

$$\text{Nde } \partial \omega S + \frac{\partial \omega}{\partial t} = -E \cdot j \quad (F = g(E + \partial \omega B)) \Rightarrow F \cdot \omega =$$

$$= (g \cdot \omega) E = j \cdot E ! \quad , \text{ perdu' } \partial \omega (E \times B) = B \cdot \text{rot } E - E \cdot \text{rot } B \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} = j + \epsilon \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$x \rightarrow 0 \text{ (neglect)} \quad \frac{1}{2} B \cdot \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} B \cdot B = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} B \cdot H .$$

$$f(t) = q(\theta) \sin(\omega t) \quad \Rightarrow \quad i(t) = \underbrace{\omega q}_{(1)} \cos(\omega t), \quad \text{and} \quad z(t) = \theta \sin(\omega t)$$

$$\dot{z}(t) = -\omega z(t) = -\omega (\theta \sin(\omega t)) ; \quad \text{compo elektromagnetisch:} \\ (c_1, d_1, d_2)$$

$$H_n = H_\theta = 0, \quad H_d = \frac{\omega (f_0 \sin \theta)}{4\pi c^2 n^3} \left\{ \cos \omega(t-n/c) - \frac{w}{c} \sin \omega(t-n/c) \right\} .$$

$$E_d = 0, \quad E_\pi = \frac{(f_0 \sin \theta)}{2\pi \epsilon_0 n^3} \left\{ \frac{w}{c} \cos \omega(t-n/c) + \sin \omega(t-n/c) \right\}$$

$$E_\theta = \frac{(f_0 \sin \theta)}{4\pi \epsilon_0 n^3} \left\{ \frac{w}{c} \cos \omega(t-n/c) + \left( 1 - \left( \frac{w}{c} \right)^2 \right) \sin \omega(t-n/c) \right\}$$

As we see it comes up resonance for  $n \gg \lambda$  : false two peaks for

$$H_d = \frac{-\omega^2 (f_0 \sin \theta)}{4\pi c n} \sin \omega(t-n/c), \quad \text{as in } (n \perp)$$

$$E_\theta = \frac{-\omega^2 (f_0 \sin \theta)}{4\pi \epsilon_0 c^2 n} \sin \omega(t-n/c)$$

$$|S| = \frac{\omega^4 (f_0 \sin^2 \theta)}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 n^2} \sin^2 \omega(t-n/c) \quad \text{and} \quad \langle S \rangle = \langle S \rangle_{\text{resonance}} =$$

$$= \underbrace{\frac{\omega^4 (f_0 \sin^2 \theta)}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3}}_{(1:R)} \frac{\sin^2 \omega}{n^2} =: R \frac{\sin^2 \omega}{n^2}, \quad \Rightarrow \quad \langle w \rangle = R \int \frac{\sin^2 \omega}{n^2} dS.$$

$$= 2\pi \cdot R \cdot \int \sin^2 \omega dS = \frac{8\pi}{3} R \quad \text{. of Concentration } w \text{ inside rod}$$

$$\text{on } q, \text{ we } \cancel{\text{assume}} \text{, then } |S| = \frac{q^2 (f_0 \sin^2 \theta)}{16\pi^2 \epsilon_0 c^3 n^2} \text{, as} \\ \omega t = \omega(t-n/c)$$

$$\text{air molo } W = \frac{q^2 e}{8\pi \epsilon_0 c^3} \frac{8\pi}{3} = \frac{q^2 e^2}{6\pi \epsilon_0 c^3} \quad (\text{LARMOR!})$$

F(m) scalo tale che  $\square F = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0$   $\square$

$$F(x,t) = f(x-ct) + g(x+ct) \quad : \quad \begin{cases} u := x-ct \\ \omega := x+ct \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2 \partial u} = 0 !$$

(Vorso, ma non si spieghi)

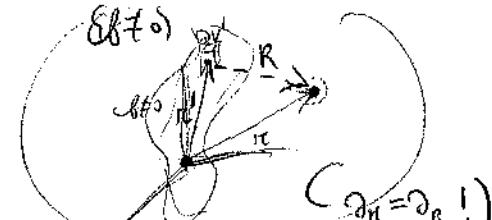
$$B = \mu_0 A_0, \quad E = -\nabla V_0 - \frac{\partial A_0}{\partial t} \quad \rightarrow \text{me stessa base opz}$$

$$\begin{cases} \square A = A_0 - \nabla f \\ \nabla V = V_0 + \frac{\partial f}{\partial t} \end{cases}, \quad \text{e così viene imposto i coefficienti da}$$

$$\square A + \frac{1}{c} \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad \text{per } f \text{ a} \quad \begin{cases} \square A = \mu_0 i \\ \square V = g/E \end{cases} ;$$

in generale  $\square F = C_A f$   $\downarrow$  (KIRCHHOFF)  
 costante  $\square F = \frac{C}{4\pi} \int_{\Gamma} \frac{f(r')}{|r-r'|} d\Gamma'$

$$R = r - r' \quad \text{e do no leere}$$



Questa: le condizioni generali si ottengono in

caso  $\partial V / \partial r$  il "molo" avesse  $r = \infty$ , in questo caso invece che

$(R/c) \approx 0$  e  $\nabla^2_{(R)} \left( \frac{1}{|r'|} \right) = -4\pi S_2(R)$ ; allora i coefficienti

si trovano per funzioni radiali  $V_R(f) = \frac{1}{(R)} \frac{\partial^2}{\partial R^2} (R f)$  !

L'ORTANO: i carri  $\Rightarrow$  nowow !

$$EI = EI_0 \left[ \sin(\underbrace{(k\Delta - \omega t - \alpha_1)}_{=: a}) + \sin(\underbrace{(k(\Delta - \Delta) - \omega t - \alpha_2)}_{=: \omega}) \right]$$

$$\Rightarrow EI^* = EI_0 \left[ \sin^2(\underbrace{\alpha_1}_{\cos(\omega - \omega)}) + \sin^2(\underbrace{\alpha_2}_{\cos(\omega + \omega)}) + 2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \right] \quad \text{da}$$

$\cos(\omega - \omega) = \cos(\omega + \omega)$

$\cos(\alpha_1), \alpha_2$  dipende da  $\delta$ !

$\delta = k\Delta + d_2 - d_1$

$\hookrightarrow$  L'orto imp. def! t!

Mentre  $\langle EI^* \rangle = EI_0 \left[ 1 + \cos(\delta) \right] = 2EI_0 \cos^2(\delta/2)$ , da cui

$$I = \frac{\epsilon}{\delta} \langle EI^* \rangle = 4 I_0 \cos^2(\delta/2) \quad \begin{matrix} \nearrow \\ \max \end{matrix} \quad \begin{matrix} \searrow \\ \min \rightarrow 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \bullet \\ (\text{mtZ}) \end{matrix}$$

$(\text{Se } I_0 \text{ e}$   
quella da costruire)

**MAX:**  $2\pi m = S = \underbrace{k\Delta + d_2 - d_1}_{2\pi} \quad \text{cioè} \quad \Delta = \frac{1}{2\pi}(d_2 - d_1) + 2m$  ;

**MIN:**  $\underbrace{\cancel{\Delta}}_{(2m+d_2)} = \delta \quad \text{cioè} \quad \Delta = \frac{1}{2\pi}(d_1 - d_2) + 2(m + d_2)$  !

(NOTA:  $d_1 = d_2 \Leftrightarrow I = EI^*$ , da cui  $I = 2I_0 = I_0 + I_0$ !)

**Dimensione generale:** :  $\sin(k(n-n_0) \pm \omega t + \varphi)$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad , \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad , \quad T = \frac{\lambda}{c} \quad ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T} =$$

(d'après (0.08))

$$= 2\pi \frac{c}{\lambda} = u c \quad , \quad \text{c'est } \frac{\omega}{u} = c \quad ; \quad \text{c'est } u = \frac{\omega}{c} \Rightarrow$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\nu} = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{c}{\nu}$$

$N := N(\Delta t) := \text{Nombre d'ondes dans le temps } \Delta t \Leftrightarrow \frac{c \Delta t}{\lambda} = \nu \Delta t$

c'est à dire  $\nu = \frac{N}{\Delta t}$  !

$$\begin{aligned} & \sin(\omega(t + \frac{2\pi}{\lambda}) + \varphi) = \\ & = \sin(\omega t + \varphi + 2\pi) = \\ & = \sin(\omega t + \varphi) ! \end{aligned}$$

$$\sin(\nu \lambda - \omega t) = \sin 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right)$$

$$\cos(\alpha) + \cos(\alpha + \beta) = 2 \cos(\alpha/2) \cos(\alpha + \beta/2) \Rightarrow \cos(\omega t) + \cos(\omega t + \varphi) =$$

$$= 2Q \cos(\alpha/2) \cos(\omega t + \alpha/2)$$

, cette fois  $\equiv 0 \Leftrightarrow \alpha = m\pi \quad (m \in \mathbb{Z})$ ,  
ouie en "effet de  $\alpha$ " (cas)

↑                      ↑                      ↑  
 (morceau            (stone            môle d'air  
 surface)            vibrante)            immobile)

(T-fondamentale)      ("morceau fondamental")

$$f(t) = A_0 + A_1 \cos(2\pi \frac{t}{T} + \varphi_1) + A_2 \cos(2\pi \frac{2t}{T} + \varphi_2) +$$

$$+ A_3 \cos(2\pi \frac{3t}{T} + \varphi_3) + \dots$$

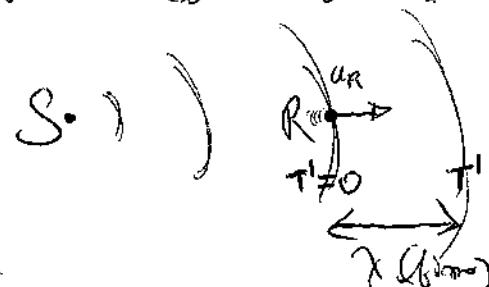
(ANALISI  
ARMONICA)

$$\boxed{\forall m \geq 0, \quad m \frac{2\pi}{T} = m\omega = m(2\pi\nu)} \quad ; \quad = m(kc) = m\left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right) =$$

(multiple de  $\omega$ )                      (multiple de  $\lambda$ )

Coefficiente Doffer: se una sorgente S e un ricevitore R sono in moto relativo, allora la frequenza  $f'$  ricevuta è Differenza di quelle di sorgente; in particolare  $f' < f \Leftrightarrow S \rightarrow R$  in allontanamento → siamo adesso forniti di due formule distinte.

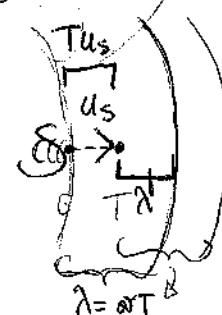
I) S ferma, R in moto :



$$T'(f - u_R) = \lambda \quad , \quad = \omega T \quad \text{cioè}$$

$$T' = \frac{\omega}{\omega - u_R} T \quad , \quad \text{cioè} \quad (f' = \frac{\omega - u_R}{\omega} f) \quad (+ u_R \ll \omega)$$

II) S in moto, R fermo :



R.

$$\lambda' = \omega T - u_S T = (\omega - u_S) T \quad , \quad \text{cioè} \quad T' = \frac{\omega - u_S}{\omega} T \quad , \quad \text{cioè}$$

$$T' \propto$$

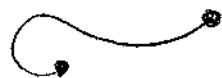
$$f' = \frac{\omega}{\omega - u_S} f \quad (+ u_S \ll \omega)$$

(Considerare DUE fasi  
successevole)

F inotazione:  $\operatorname{rot} F = 0$ ,

$$\text{cioè} \quad F = -\nabla V \quad , \quad \text{cioè}$$

l'effetto del moto in Onde 1"



G solenoidale:  $\operatorname{div} G = 0$ ,

$$\text{"cioè"} \quad G = \operatorname{rot} A \quad , \quad \text{cioè}$$

l'effetto del moto in Onde 2"



For core  $\operatorname{Div}(\mathbf{B}) = 0$  (avio), core  $\operatorname{rot} \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{J}_C + \mathbf{J}_S)$ , therefore  
 $\operatorname{Div} \mathbf{J}_S = -\operatorname{Div} \mathbf{J}_C \stackrel{\text{(avio)}}{=} \frac{\partial f}{\partial t}$ ,  $f = E \cdot \operatorname{rot} \mathbf{B}$

$\therefore \mathbf{J}_S = -\operatorname{Div} \mathbf{J}_C \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial f}{\partial t} = \operatorname{Div}(E_0 \frac{\partial f}{\partial t})$ , the we

substitute arguments here  $\mathbf{J}_S = E_0 \frac{\partial f}{\partial t}$  !

$$\mathbf{J}_C = \sigma \mathbf{E} \quad (R = \frac{1}{\sigma} \frac{d}{S}), \quad \mathbf{J}_S = E_0 \frac{\partial f}{\partial t};$$

$$E(t) = E_0 e^{i\omega t} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial t} = (i\omega) E(t) \Rightarrow \frac{|\mathbf{J}_S|}{|\mathbf{J}_C|} =$$

$$= \frac{E_0 |\frac{\partial f}{\partial t}|}{\sigma |E|} = \left[ \frac{E_0 \omega}{\sigma} \right], \text{ the for small condition } \frac{E_0}{\sigma} \ll 1$$

$$\ll 1 \quad (\text{case } \frac{\sigma}{E_0 \omega} \gg 1 !)$$

Dimension  $B \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow f \rightarrow \dots$  in sense of circle:

$B_0 = B$  inside the core  $E_0$ , inside general  $\Rightarrow \mathbf{J}_C \gg \mathbf{J}_S$ :

$$\begin{cases} \operatorname{rot} B_0 = \mu_0 J \\ \operatorname{div} B_0 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \operatorname{rot} E_0 = 0 \\ \operatorname{div} E_0 = 0 \end{cases}; \text{ close to free } B_1 \text{ source}$$

$$\text{in total } B_0 + B_1 \text{ take the } \begin{cases} \operatorname{div}(B_0 + B_1) = 0 \\ \operatorname{rot}(B_0 + B_1) = \mu_0 J + \frac{1}{c} \frac{\partial B_0}{\partial t} \end{cases} \rightarrow$$

$$c i \omega \not \parallel \operatorname{rot} B_1 = \frac{1}{c} \frac{\partial E_0}{\partial t}, \text{ case } \not \parallel \text{; } n I(t) = I_0 e^{i\omega t} \text{ and}$$

the effect the "current"  $L$ , close  $\operatorname{rot} B_0 = \mu_0 J \Leftrightarrow$

$$\frac{1}{2} B_0 \cdot Q_0 = \mu_0 I, \text{ case } (B_0) \approx \frac{\mu_0 I}{L}; \text{ analogous}$$

$$\operatorname{rot} E_0 = -\frac{\partial B_0}{\partial t} \Leftrightarrow (E_0) L \approx -\frac{\partial}{\partial t} (B_0) L \propto \omega (B_0) L$$

ovvie  $|E_0| \approx \omega |B_0| L = \left(\frac{\omega L}{c}\right) |B_0| c$  , e infine

$$|B_{\perp}| L \approx \frac{1}{c} \frac{\partial |B_0|}{\partial t} L^2 , \text{ ovvie } |B_{\perp}| \approx \frac{1}{c} \omega L |E_0| = \frac{\omega L}{c} \frac{|E_0|}{c} \approx$$

$$\approx \left(\frac{\omega L}{c}\right) \left(\frac{\omega L}{c}\right) |B_0| : \text{ in generale } |B_m| = \left(\frac{\omega L}{c}\right)^m |B_0|$$

( $m \geq 0$  intero) , per cui no le componenti si calcolano  $\frac{\omega L}{c} \Delta t$ ,

ossia  $\frac{\omega L}{c} \ll s$  :  $\frac{\omega L}{c} = 2\pi \frac{L/c}{T}$   $\ll s$  significa che

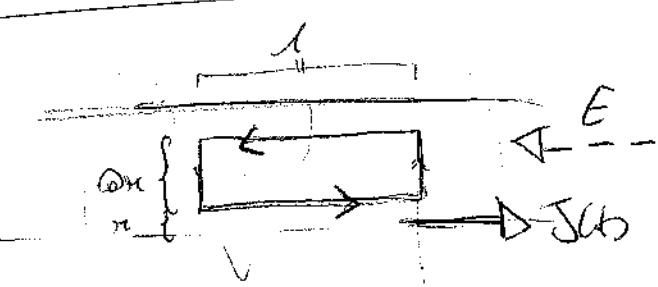
il tempo impiegato dalle luce per attraversare l'effettuata deve essere

$\ll$  del tempo in cui nell'effettuata cambia qualcosa ! Le componenti

dovrebbero (teoricamente) "mutualmente cancellarsi" , ovvie

$$\partial E \approx 0 \rightarrow \text{ovvie } \partial \omega J \approx 0 .$$

Effetto Faraday :  $J$  con genere  $B$



crescente , che genere  $E$  decrescente

(de'afforzarsi al crescere, è quello un suo effetto)

con notef.  $- \frac{\partial B}{\partial t}$  la quarta circostanza negativa :  $-(E_0)l +$

$$+ (E_{(1+\alpha)})l < 0 , \text{ cioè } |E_{(1+\alpha)}| < |E_0| ; \text{ questo } E$$

induce il minimo di carico del filo e minimo di corrente ,

ovvie solo il crescere su quello genere di  $J$  , o anche su

$J$  stesso : il campo non cancella mai tutto del filo !

Sie che  $E = \sigma J$  connette i fenomeni paralleli , per cui

$\text{rot} B \propto \mu_0 J$  : allora  $\text{rot}(\text{rot} B) = \nabla \times (\cancel{\nabla \times B}) - \nabla^2 E$

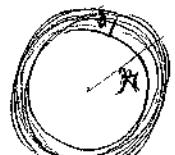
$$-\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot} B) - \mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \nabla^2 E - \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t} = 0 \quad \text{onice } \nabla^2 J = \mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} =$$

( $\text{sin} = \text{sin}^{(1)}$ )

$$= \frac{\sigma}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial J}{\partial t} \quad \Downarrow \quad i \left( \frac{\sigma \omega}{\epsilon_0 c^2} \right) J \quad ; \quad J := \left( \frac{\sigma \omega}{\epsilon_0 c^2} \right)^{-1} \text{ è l'onda}$$

frekuenze con cui si modulazione  $J$ !  $(S = \frac{\epsilon_0 c^2}{\sigma \omega})$



$$\left[ \frac{\sigma \omega}{\epsilon_0 c^2} \right] = \frac{1}{2 \pi m} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{N \Delta}{c^2} \cdot \frac{\Delta}{m} = \frac{1}{\sqrt{}} \frac{N \Delta}{m c^2} = \frac{1}{N} \frac{N \Delta}{c^2} \frac{1}{m} = \frac{E}{m} \text{ V}$$

Cioè in modo equivalente del tipo  $\frac{1}{S}^{\frac{(n-1)}{2}}$  ! Le caratteristiche delle i

caratteristiche  $R \propto S$ , oss. nelle resistenze  $R$  :  $R = \frac{1}{S} \frac{1}{\rho} \frac{1}{l} \propto \frac{1}{S} \propto \frac{1}{l}$

$\frac{1}{S} \propto \frac{1}{\sigma} \frac{1}{\rho} \frac{1}{c^2}$  → Quindi  $R \propto \frac{1}{\sigma} \frac{1}{\rho} \frac{1}{c^2}$  (nel caso costante)

$R \propto \frac{1}{\sigma} !$ , | Per i bassi angoli le onde si modulazione quasi

( $\tan \theta \approx \theta / E$ )

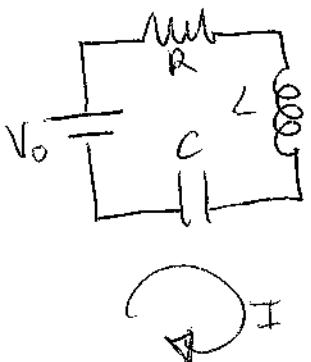
ondate :  $0 = \frac{\partial f}{\partial t} + \Omega \bar{J} \frac{\partial J}{\partial t} \stackrel{!}{=} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\sigma}{\epsilon_0} f$ , cioè  $\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} f$ ,

cioè  $f(t) = f_0 e^{-t/\tau}$  con  $\tau := \frac{\epsilon_0}{\sigma}$  !

Ogni campo elettrostatico  $F$  imponeva all'infinito per essere nullo come  
sempre  $\partial F / \partial r$  sarebbe inizialmente  $\partial F / \partial r$  un campo solenoidale ;

$$F = F_L + F_T \quad \text{con} \quad \int \text{rot} F_L = 0 \quad (\text{no New solenoid})$$

$$\int \text{rot} F_T = 0 \quad (\text{no New solenoid})$$



$$\text{KIRCHHOFF : } V_0 = RI + LI + \frac{Q}{C}$$

$$(\text{POTENZA : } V_0 I = RI^2 + \underbrace{\frac{Q}{C}(\frac{1}{2}LI^2)}_{LII} + \underbrace{\frac{Q}{C}(\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C})}_{\frac{Q}{C}\dot{Q}} = \frac{Q}{C}\ddot{I},)$$

Se ai le stesse eq. ! )

$$\rightarrow \boxed{L\ddot{I} + RI + \frac{I}{C} = 0}, \text{ con } I(t) = A e^{\gamma_1 t} + B e^{\gamma_2 t}$$

$A, B$  si determinano in base alle condizioni iniziali  $\left. I(t)\right|_{t=0}$

$$\text{Due soluzioni (in C) } \Rightarrow L\gamma^2 + R\gamma + \frac{1}{C} = 0$$

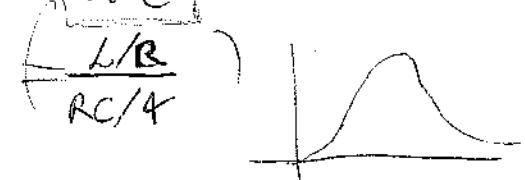
$$(1) 0 = I(0) \Leftrightarrow B = -A, \text{ e insomma } V_0 = V_L(0) = L\dot{I}(0) = L A (\gamma_1 - \gamma_2), \text{ cioè } A = \frac{V_0}{L(\gamma_1 - \gamma_2)} \quad (\text{effettivamente in cui?})$$

$$\text{e quindi } I(t) = A(e^{\gamma_1 t} - e^{\gamma_2 t}) = \frac{V_0}{L(\gamma_1 - \gamma_2)} (e^{\gamma_1 t} - e^{\gamma_2 t}),$$

$$(2) \gamma_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \frac{1}{2L} \sqrt{R^2 - \frac{4L}{C}} = -\frac{R}{2L} \pm \frac{R}{2L} \sqrt{1 - \frac{4L}{R^2 C}},$$

Ora che si considera il segno di  $1 - \frac{4L}{R^2 C}$ :

$L/R < RC/4$ :  $\gamma_{1,2}$  reale negativa



$$L/R \ll RC/4 \Rightarrow \gamma_{1,2} \approx -\frac{R}{2L} \pm \frac{R}{2L} \left( 1 - \frac{2L}{R^2 C} \right) \Rightarrow \gamma_{1,2} \approx -\frac{R}{2L} \pm \frac{R}{2L} \frac{2L}{RC} = -\frac{R}{2L} \pm \frac{R}{2L} \frac{1}{C}$$

$$L/R > RC/4: \gamma_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm i \frac{R}{2L} \sqrt{\frac{4L}{R^2 C} - 1} = -\frac{R}{2L} \pm i \omega_0, \text{ coniugate}$$

(per cui  $\gamma_1 - \gamma_2 = 2i\omega_0$ )



$$I(t) = \frac{V_0}{L(2i\omega_0)} e^{-\frac{R}{2L}t} \left( e^{i\omega_0 t} - \overline{e^{i\omega_0 t}} \right) = \frac{V_0}{L\omega_0} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin(\omega_0 t);$$

notiamo che  $L/R \gg RC/t \Rightarrow \omega_0 \approx \frac{R}{2L} \frac{2\sqrt{LC}}{RC} = \frac{1}{RC}$ !

$$\boxed{L/R = RC/4} : f := \gamma_1 = \gamma_2 = -\frac{R}{2L} \stackrel{\text{MA}}{=} \text{la soluz. per } I(t) \text{ è}$$

Dalle formule  $I(t) = (A + Bt) e^{\gamma t}$ ;  $0 = I(0) = A$ , e

fra  $V_0 = V_L(0) = L I(0) = L \frac{Q}{C} (B + Bt)$   $|_{t=0} = LB$ , così

$$B = \frac{V_0}{L} \quad \text{e in conclusione } I(t) = \frac{V_0}{L} t e^{-\frac{R}{2L}t}.$$



$$\overbrace{X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega RC} \frac{RC}{C} = \frac{RC}{C} \left( \omega RC - \frac{1}{\omega RC} \right)}^{\left( \omega_0 = \frac{1}{RC} \right)} =$$

$$= \frac{RC}{C} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right), \Rightarrow \tan \varphi = \frac{X}{R} = Q \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \text{ se}$$

$$\boxed{Q := \frac{RC}{RC} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{L}{RC} = \frac{\omega_0 L}{R}}; \text{ invece}$$

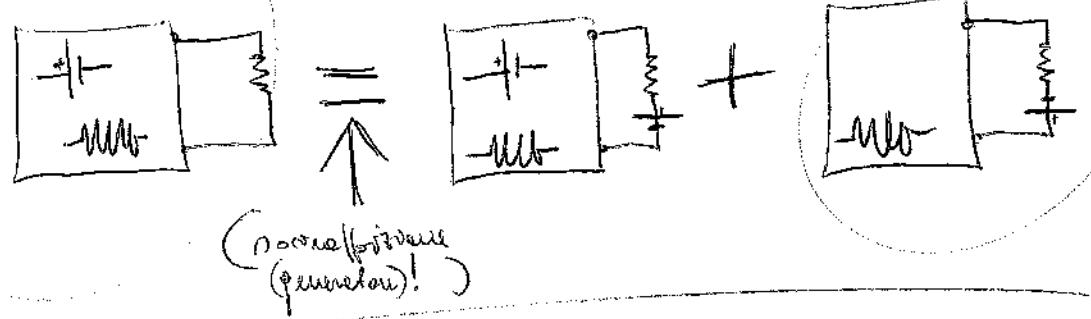
$$\left( \frac{1}{RC\omega_0} \right)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = R \sqrt{1 + (X/R)^2} = R \sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}.$$

$$\left( Z = Z_B^{\text{re}}, Z = \sqrt{R^2 + X^2} \text{ e } \varphi = \arctan \left( \frac{X}{R} \right) : \begin{array}{c} Z \\ \text{re} \\ R \\ X \end{array} \right)$$

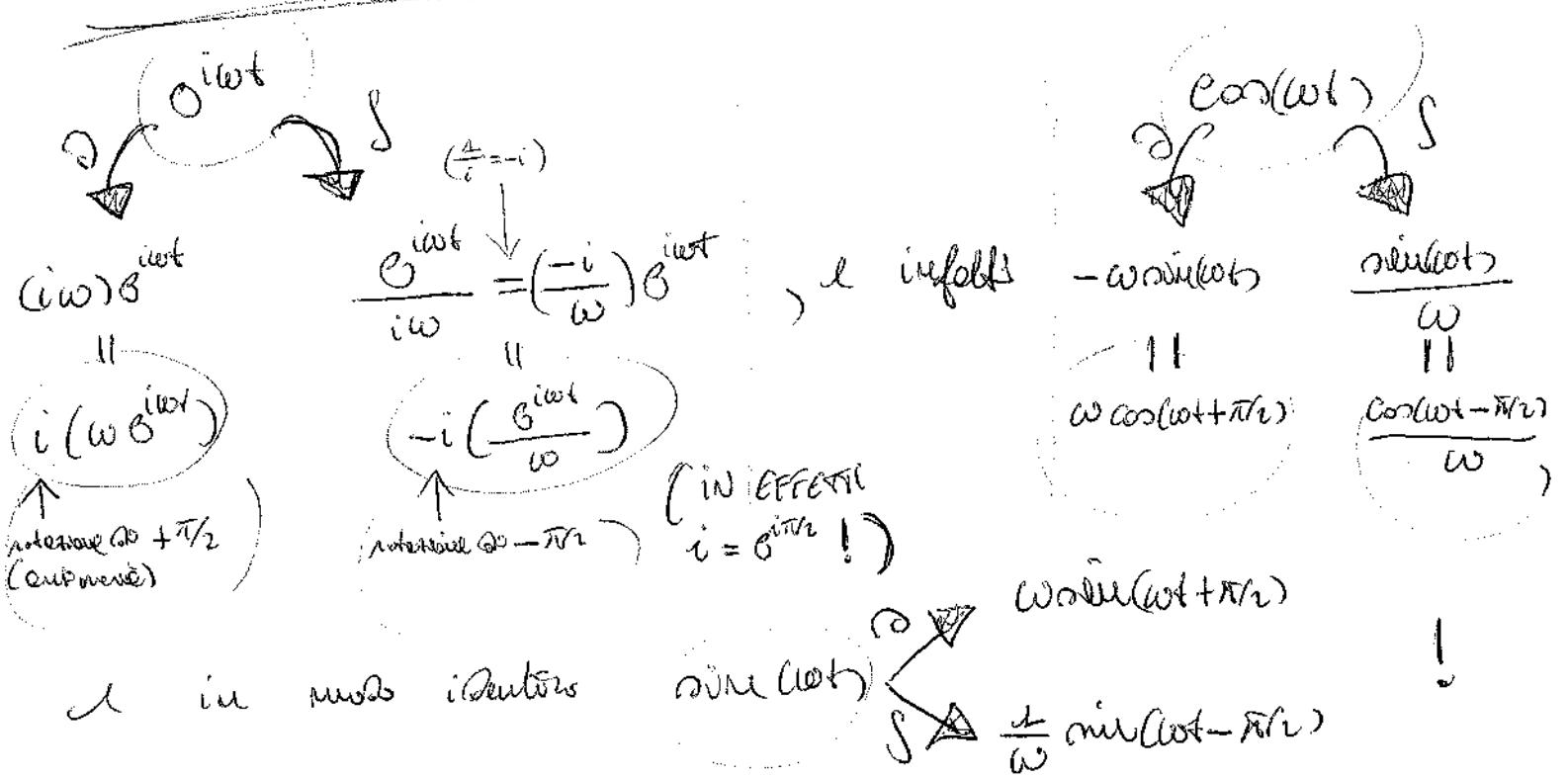
Un'osservazione (esempio ammesso) delle curve, one delle concave, l'altra convessa! molto spettacolare!

# THE'VENIN



$$i_{\text{tot}} = i + i_p + i_m \quad , \quad f_{\text{tot}} = f + f_t \quad (\underline{i, p \text{ sorgenti}})$$

$$\text{con } f_t = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \Rightarrow i_t = \frac{\partial \Phi}{\partial t} \text{ e } i_m = \text{not H}$$



Se inoltre abbiamo una QDF  $\chi = V_0 \cos \omega t$  si definiscono gli elementi  $R, L$  e  $C$ , allora le correnti (att.)  $I$  che circolano sono le:

$$I = \frac{V}{R} ; \quad I = \frac{\chi}{L} = \frac{V_0}{L\omega} \cos(\omega t - \pi/2) ; \quad I = \frac{Q}{C} = \frac{C V_0}{\omega} \cos(\omega t + \pi/2)$$

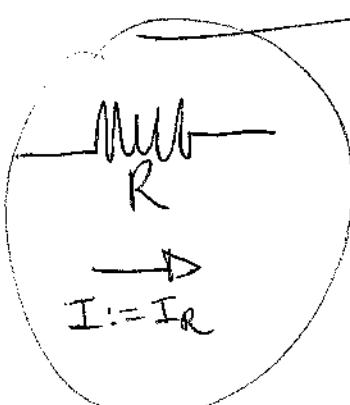
$$I = C V = (\omega C V_0) \cos(\omega t + \pi/2) \quad (\text{corretto!})$$

$$I = C V = (\omega C V_0) \cos(\omega t + \pi/2) \quad (\text{corretto!})$$

Considerare Reale generale per un elemento  $\mathcal{Z}$  connesso: nessuna  
 reale parte di  $\mathcal{Z}$  tranne se! Quindi  $\mathcal{Z}_R = R = 0$ ,  $\mathcal{Z}_L = X_L = i\omega L = 0$  ( $\omega \rightarrow 0$ ) e  $\mathcal{Z}_C = X_C = \frac{1}{i\omega C} = \frac{-i}{\omega C} = 0$  ( $\omega \rightarrow \infty$ ).  
 E' il solo che in cui si risolve e in parallelo o serie i reale  
 (per avere il reale) , visto che  $C$  e' una  
 i' anche  $V = \mathcal{Z}I$  :  $V = RI$  f;  ~~$V = V_0 e^{i\omega t}$~~   $V = V_0 e^{i\omega t}$  ;  
 $I = LV \Leftrightarrow I = \frac{1}{2} \Im V = \frac{-i}{\omega C} V$  , ovvero  $(i\omega L)I = V$  f;  
 $Q = CV \Leftrightarrow I = C V = i\omega C V$  , ovvero  $\frac{1}{i\omega C} I = V$  f.

Velocità :  $\gamma(c, \alpha)$  ; gradienti :  $(\frac{1}{c}\partial_t, \nabla_{\vec{x}})$  ;  
 $\dot{\gamma}^0 := f_0 \alpha = \underbrace{f_0 \gamma(c, \alpha)}_{P} = (f_0, i)$  , da cui  
 $\frac{\partial \dot{\gamma}^0}{\partial x^k} = 0$  (costante) ;  $A^0 := (\frac{V}{c}, A) \Rightarrow \frac{\partial A^0}{\partial x^k} = 0$   
 (fonte) e riflettente  $\square A^0 = \mu_0 \dot{\gamma}^0$  (velocità retta!) ;  
 $(c^2 \mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0} !)$   
 $\left\{ \begin{array}{l} \stackrel{(I)}{x^1} = \gamma x + f t = \gamma(n - \alpha t) ; n = \gamma^1 n^1 + f^1 t^1 = \gamma^1 (n^1 + \alpha t^1) , \text{ da} \\ \text{(parallelo sotto)} \end{array} \right.$   
 da  $f^1 = \gamma \left[ f - \frac{1}{\alpha} (1 - \frac{1}{\gamma \alpha}) n \right]$  , e risultante da  $c^2 f^2 - n^2 \stackrel{(II)}{=} 0$   
 $= c^2 (f^1)^2 - (n^1)^2$  ottenendo  $\gamma^1 = \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$  con  $\beta := \alpha/c$  , da  
 cui  $f^1 = \gamma (f - \frac{\alpha \gamma n}{c^2})$  !

Die  $\Rightarrow$  Wirkleistung in  $C$ :  $\hat{V} = V_0 e^{i\omega t}$  und auch  $\hat{I} = I_0 e^{i\omega t}$ ,  
 die fiktiven Werte  $V_0$  und  $I_0$  erfüllen  $I_0 = \frac{V_0}{Z}$  CON  
 $Z = Z_0^{\text{fikt}}$ , für den  $\hat{I} = \frac{V_0}{Z} e^{i(\omega t - \varphi)} = \frac{V_0}{Z} e^{i(\omega t - \varphi)}$  ! ( $\hat{V} = Z \hat{I}$ )



**CASO 1:**  $\hat{V} = V_0$

$$\therefore W = V_0 \hat{I} = \frac{(V_0)^2}{R}$$

(Komplexe W.)

**CASO 2:**  $\hat{V} = V_0 \cos(\omega t)$

$$\therefore W = V \hat{I} = \frac{V^2}{R} = \frac{(V_0)^2}{R} \cos^2(\omega t)$$

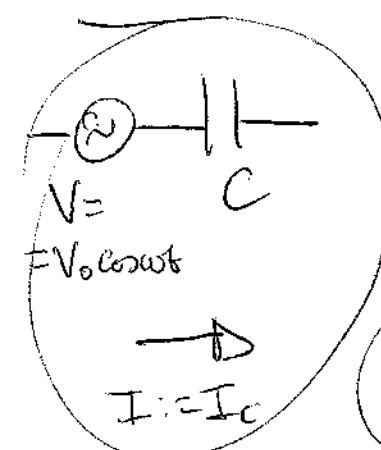
( $V/R$ )

$$\Rightarrow \langle W \rangle = \langle W \rangle_{\text{m}} = \frac{(V_0)^2}{2R} ; \quad \text{entw. } V_{\text{rms}} = V_{\text{eff}} = \sqrt{\langle V^2 \rangle} =$$

$\hat{V} = \begin{cases} V_0 & \text{für } \omega t \\ 0 & \text{für } \omega t \end{cases}$ , d.h. Zeitliche Mittelung  $\langle W_{\text{m}} \rangle = \frac{(V_{\text{rms}})^2}{R}$  !

Erinnere dir  $I = V/R$ , benutze  $I_{\text{rms}} = V_{\text{rms}}/R$  und  
 quindi  $\langle W_{\text{m}} \rangle = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}$ .

{ NOTA :  $V = V_0 e^{i\omega t} \Rightarrow (V_{\text{rms}}/R) e^{i\omega t}$  }



$W_{\text{Reale}} = V \hat{I} = (c V_0 \cos(\omega t)) (-\omega V_0 \sin(\omega t)) =$

$$= -\omega c \frac{(V_0)^2}{2} \sin(2\omega t) \quad \nabla \langle W \rangle = 0 !$$

$$\left. \begin{array}{l} Q = CV \\ \Leftrightarrow \\ I = C \dot{V} \end{array} \right\}$$

{ NOTAR 6 die im effekt. Energieindep. =  
 $\Rightarrow \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} C (V_0)^2 \cos^2(\omega t) \Rightarrow \int_0^T W(t) dt$  }

$$\alpha := a+ib, \beta := c+i\omega \quad (\text{complex}) \Rightarrow \alpha \cdot \beta = (a+ib)(c+i\omega) =$$

$$= (ac - b\omega) + i(\omega b + bc), \text{ in farblose Re}(\alpha \cdot \beta) =$$

$$= \text{Re}(\alpha) \text{Re}(\beta) - \text{Im}(\alpha) \text{Im}(\beta), \text{ für a.s. } \text{Re}(\alpha \cdot \beta) = \text{Re}(\alpha) \text{Re}(\beta)$$

$\Leftrightarrow$  müssen wir die  $\alpha \cdot \beta$  in realen Werten schreiben; das ist möglich, wenn  $\alpha = I_0 \cos \omega t$  und  $\beta = V_0 e^{i\omega t}$

$$\text{für a.s. } \text{Re}(W) = I \cdot \text{Re}(V); \text{ wie}$$

$$\text{Re}(V) = \text{Re}(\tilde{Z} I_0 e^{i\omega t}) = I_0 \left[ \underbrace{\text{Re}(\tilde{Z})}_{\text{Z实部}} \text{Re}(e^{i\omega t}) - \underbrace{\text{Im}(\tilde{Z})}_{\text{Z虚部}} \text{Im}(e^{i\omega t}) \right] =$$

$$= \tilde{Z} I_0 [\cos \omega t \cos \omega t - \sin \omega t \sin \omega t] \rightarrow \text{wie und } \text{Re}(W) =$$

$$= \tilde{Z} (I_0)^2 [\underbrace{\cos^2 \omega t \cos^2 \omega t}_{\frac{1}{2} \cos(2\omega t)} - \underbrace{\cos \omega t \sin \omega t \sin \omega t}_{\frac{1}{2} \sin(2\omega t)}], \text{ da für a.s. } \text{Re}(W) =$$

$$W: \text{oben } \langle W \rangle = \frac{1}{2} \tilde{Z} (I_0)^2 \cos 0 = \tilde{Z} (I_{\text{rms}})^2 \cos 0 =$$

$$= V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos 0 \quad ; \quad \text{mehrere Werte } \cos 0 \approx 1 \dots$$

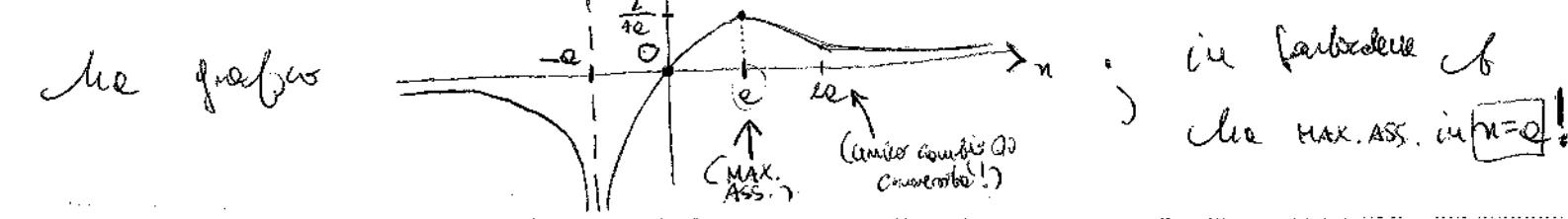
$$(1 = \text{arctan}(\frac{X}{R}))$$

$$(I_0 = \frac{V_0}{Z})$$

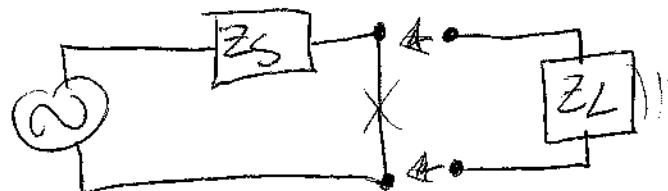
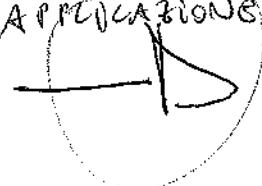
$$\frac{1}{2} (I_0)^2 \frac{\tilde{Z} \cos 0}{R} = \frac{1}{2} R \frac{(V_0)^2}{R^2 + X^2}$$

$$(Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{R}{\cos \alpha})$$

$$\alpha \text{ (positiv)}, \text{ d.h.} \text{ positive } \alpha \text{ für } \alpha > 0$$



APPLICATIONS



$Z_L$  "effetto"

Se sono  $W_L$  misure parallele e  $Z_L = \bar{Z}_S$  : infatti

$$\bar{Z}_L := R_L + iX_L \quad \text{e} \quad \bar{Z}_S := R_S + iX_S \quad \Rightarrow \quad \langle W_L \rangle = \frac{1}{2}(I_o)^2 \bar{Z}_{\text{Coil}} =$$

~~• • • • • • • • • • • • • • • • •~~

$\uparrow \quad \overrightarrow{(R_L)}$   
 $(I_o = \frac{V_o}{\bar{Z}_S}), \bar{Z} := \bar{Z}_S + \bar{Z}_L$

$$= \frac{1}{2}(V_o)^2 \frac{R_L}{(R_L + R_S) + (X_L + X_S)}.$$

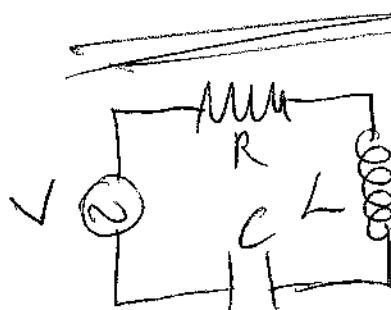
e' elemento monico per  $X_L = -X_S$

e (quindi)  $R_L = R_S$

{ NOTA : metà angolo in  $Z_S$  e metà in  $Z_L$  ! Difatti no che (in metà)  $\frac{1}{2} \frac{(V_o)^2}{2R_S}$ , fatti!

$$(R_S + iX_S) + (R_S - iX_S) = 2R_S \quad \text{e effetto } \langle W_L \rangle \Big|_{X_L=-X_S, R_L=R_S} = \frac{1}{2}(V_o)^2 \frac{1}{4R_S} =$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} \frac{(V_o)^2}{R_S} \right) ! \quad \} \quad \left( I_o = \frac{V_o}{\bar{Z}} = \frac{V_o}{Z} e^{i\varphi}, \bar{Z} = Z e^{i\varphi} \right)$$



$$(\pm i = e^{\pm i\pi/2})$$

$$\begin{aligned} \bar{V} &= V_o e^{i\omega t}, \quad \bar{I} = I_o e^{i\omega t} \quad (\Rightarrow) \frac{V_o}{Z} e^{i(\omega t - \varphi)} \quad \Rightarrow \\ \bar{V}_R &= R \bar{I} = (R \frac{V_o}{Z}) e^{i(\omega t - \varphi)} \quad (= V_o B \cos(\varphi)) \\ \bar{V}_C &= \frac{-i}{\omega C} \bar{I} = \frac{V_o}{\omega C Z} e^{i(\omega t - \varphi + \pi/2)} \\ \bar{V}_L &= i\omega L \bar{I} = \frac{\omega L V_o}{Z} e^{i(\omega t - \varphi + \pi/2)} \end{aligned}$$

se faccio

$$Z \quad | \quad \bar{V}_C = \frac{V_o}{\omega C Z}$$

$$(Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2})$$

$$\omega \rightarrow 0 \quad \approx \frac{1}{\omega C} \quad \approx V_o$$

$$\omega = \omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$= R$$

$$= V_o$$

$$= V_o \frac{1}{\omega_0 C R} = V_o \frac{1}{R} = Q V_o$$

$$\omega \rightarrow +\infty \quad \approx \omega L$$

$$\approx 0$$

$$= Q V_o$$

$Q \gg 1 \Rightarrow Q = \frac{L}{CR} \gg 1$  (since  $L/R \gg RC$ ) implies underdamped

the  $QV_0$ , for more detailed analysis, it's quasistatic for

$$\begin{aligned} \text{KVL} &: \frac{\partial}{\partial \omega} \frac{1}{\omega(R + (\omega L - \frac{1}{\omega C}))} = \frac{-t}{\omega(R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2)} \left[ \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C})(\omega L + \frac{1}{\omega C})}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \right], = 0 \Leftrightarrow \\ &\quad \omega^2 L^2 - \frac{1}{\omega^2 C^2} \end{aligned}$$

$$0 = R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 + \omega^2 L^2 - \frac{1}{\omega^2 C^2} = R^2 - \frac{2L}{C} + 2\omega^2 L^2 \quad \text{and}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2} = \frac{1}{LC} \left( 1 - \frac{R^2 C}{2L} \right), \quad \text{the it } \approx \frac{1}{LC} \propto$$

effekt  $Q \gg 1$ , facile'  $\frac{R^2 C}{2L} \ll 1$ !

$$\underline{\text{One:}} \quad W_R = V_R \cdot I = [V_0 \cos(\omega t - \varphi)] \left( \frac{V_0}{Z} \cos(\omega t - \varphi) \right) =$$

$$= (V_0)^2 \frac{\cos^2(\omega t - \varphi)}{Z} \Rightarrow \langle W_R \rangle = \frac{(V_0)^2}{2R} \cos^2(\varphi) ; \quad \text{we} \\ \text{setze feste} \\ Z = \frac{R}{\cos(\varphi)}$$

$$\cos^2(\varphi) = \frac{R^2}{Z^2} = \frac{R^2}{R^2 + X^2} = \frac{1}{1 + (X/R)^2} : \quad \text{für } \omega \approx \omega_0,$$

$$\text{aus } X(\omega) \approx X(\omega_0) + (\omega - \omega_0) X'(\omega_0) \quad \text{dann } X'(\omega) = \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$$

$$= L + \frac{1}{\omega^2 C} \rightarrow X'(\omega_0) = 2L \quad \text{otherwise } X(\omega) \approx (\omega - \omega_0) 2L$$

$$\text{d' quindi } \langle W_R \rangle \approx \frac{(V_0)^2}{2R} \frac{1}{1 + \frac{1}{R^2} \frac{4L^2}{\omega^2} (\omega - \omega_0)^2} \quad ; \quad \text{in particolare}$$

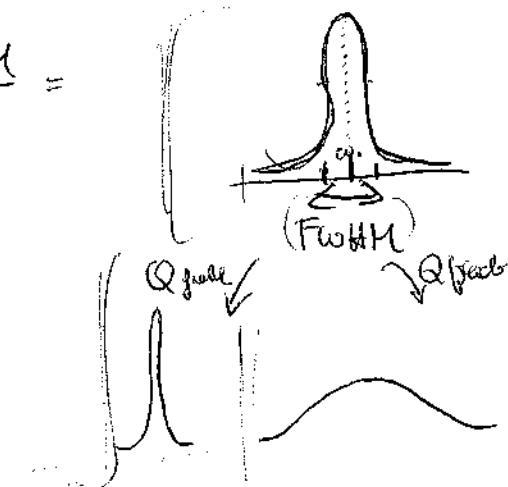
$$\text{für } \omega^* := \omega_0 \pm \frac{R}{2L} \quad , \quad \text{se sono esempio } L/R \gg RC \quad \text{e cioè} \\ (RL \text{ piccolo})$$

$Q \gg 1$ ,  $\langle N_R \rangle (\omega^*) \approx \frac{1}{2} \langle N_R \rangle (\omega_0)$  et c'est évident :

Définition  $F_{\text{WHTM}} = R/L$  ) pour  $\omega$   $\frac{F_{\text{WHTM}}}{\omega_0} =$

$$= \frac{R}{L} \sqrt{LC} = \frac{R}{L\omega_0} = \frac{\omega}{Q} ;$$

$$\text{insi de } \omega L - \frac{1}{\omega C} \Big|_{\omega=\omega^*} = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C} \Big|_{\omega=\omega^*} =$$



$$= \frac{(\omega_0 \pm R/2L)^2 LC - 1}{(\omega_0 \pm R/2L) C} = \frac{\left( \frac{R^2}{LC} + \frac{R^2}{4L^2} \pm \omega_0 R/L \right) LC - 1}{\omega_0 C \pm RC/2L} =$$

$$= \frac{R^2 C / 4L \pm \omega_0 R C}{\omega_0 C \pm RC/2L} = R \frac{\pm \omega_0 C + RC/4L}{\omega_0 C \pm RC/2L} \underset{\text{st. précis}}{\approx} \underset{\text{x. exacte}}{\approx} \pm R .$$

Donc dans cette approximation  $\omega \approx \omega_0$  ( $\text{CON } \frac{R}{L}$  "exact" ~~"approx"~~)

$$X(\omega) \approx \mathcal{E}L(\omega - \omega_0) \Rightarrow \cancel{\text{Z}} \approx R + i2L(\omega - \omega_0) =$$

$$= R \left[ 1 + i \frac{4L^2 C}{R} (\omega - \omega_0) \right] = R \left[ 1 + 2iQ \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right], \text{ et il est effectif}$$

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \approx \pm \frac{R}{2L\omega_0} = \pm \frac{\omega}{2Q} .$$

Altitude intermédiaire  $\approx Q$  :  $\langle N_R \rangle (\omega_0) = \frac{(V_0)^2}{2R}$ , ouverte sur

$$\text{tension } \frac{\omega}{\omega_0} \text{ en ampère équivalente } \frac{(V_0)^2}{2R\omega_0} ; \text{ quelle imprécision il y a !}$$

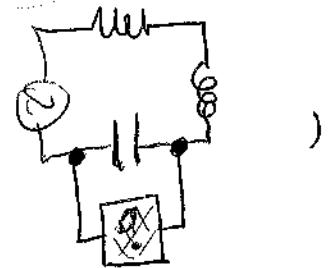
$$\frac{1}{2} C (V_0)^2 + \frac{1}{2} L I^2 \stackrel{\text{approx}}{=} \frac{1}{2} C \frac{(V_0)^2}{\omega_0^2 C^2 Z^2} \cos^2(\omega t - \phi - \pi/2) + \frac{1}{2} L \frac{(V_0)^2}{Z^2} \cos^2(\omega t - \phi)$$

$$\stackrel{\omega \approx \omega_0}{=} \frac{1}{2} \frac{(V_0)^2 L}{R^2} \quad (= \frac{1}{2} L (I_0)^2), \text{ où au final il suffit } \frac{\text{éq. num.}}{\text{éq. théor.}} =$$

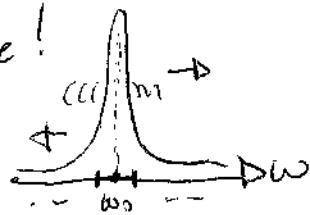
$$= \frac{\omega_0}{R} = (Q) !$$

Bei konst.  $\omega$  ist "qualifiziert"  $Q \gg 1$ , folglich am fiktiven Resonator  
 (Qualifiziert für Resonanz)

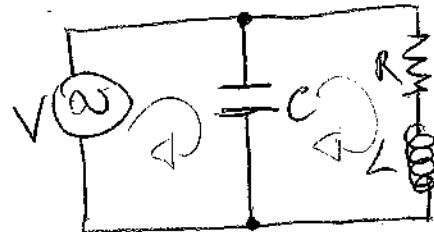
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{an derer Resonator } C$$



Widerstände und Kapazität  $C$  seien konstant



Setze die Widerstände  $R$  und Kapazität  $C$  in die Gleichung  $Z = R + i\omega C$  ein (siehe):



$$; \quad \frac{1}{Z} = i\omega C + \frac{1}{R + i\omega L}$$

$$= \frac{R - i\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} + i\omega C = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + i\omega \left( C - \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} \right) \quad (\text{da } \omega \ll \frac{1}{RL})$$

$$(\text{da } \Re Z = Z_0 \text{ ist}) \quad \Im Z = 0 \Leftrightarrow \text{Im}(Z) = 0 \quad (\text{da } \Re Z = Z = \frac{R^2 + \omega^2 L^2}{R})$$

$$\Rightarrow \omega \text{ ist solch, dass } \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} = C, \text{ also } \frac{L}{C} - R^2 = \omega^2 L^2, \text{ also}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} = \frac{1}{LC} \left( 1 - \frac{R^2}{L^2} \right) = \omega_0^2 \left( 1 - \frac{1}{Q^2} \right) \quad (\text{wobei } Q \leq \omega_0)$$

Mit diesen Freiheitsgraden, da  $\omega$  für  $R \ll L \Leftrightarrow Q \gg 1$  ist

$$\omega \approx \omega_0 ! \quad (\text{da } V = V_0 \text{ ist}, I = I_0 \text{ ist}) \quad \Rightarrow \frac{V_0}{Z} \text{ ist}$$

$$\text{für alle anderen } I_0 = \frac{V_0}{Z} = \frac{RV_0}{R^2 + \omega^2 L^2} = \frac{RV_0}{R^2 + \left( \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} \right) L^2} =$$

$$= \frac{RCV_0}{L} = \frac{RV_0}{\omega_0^2 L^2}, \text{ d.h. } R \ll L \Leftrightarrow Q \gg 1 \text{ (dann gilt)}$$

noch genauer! Am effektiven  $Z$  ist also nur der fiktive Resonator fiktiv!

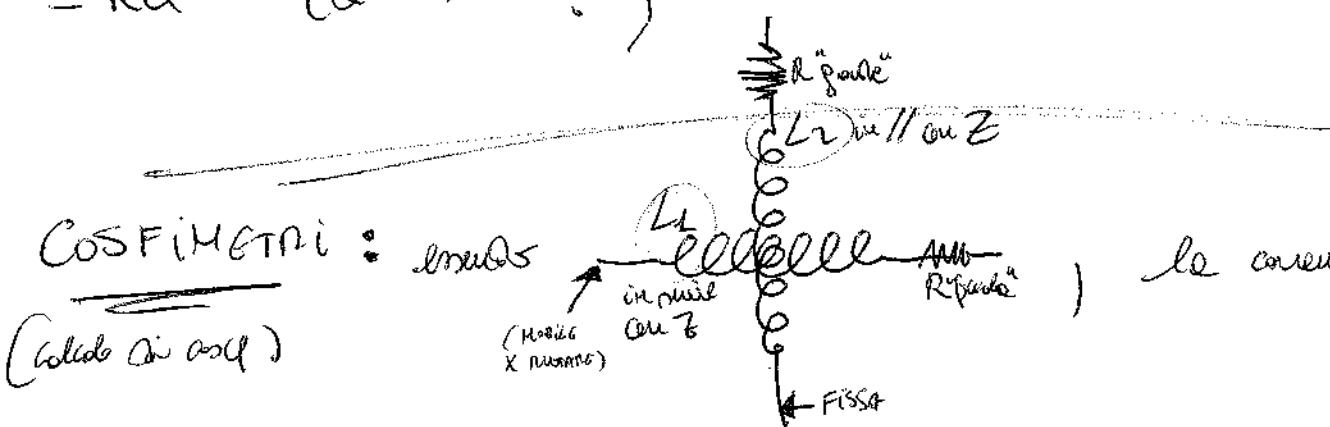
in altri ruote libere, quei per avere la conseguente  
membra costante libere MA in senso opposto! Prendiamo:

$$\dot{V}_C \rightarrow I_C = i\omega C V = i\omega C V_0 e^{i\omega t} = i\omega C Z I \text{, quindi}$$

allo stesso tempo  $I_C = WCZ I_0$ ; per  $\Omega \gg 1$   $WCZ =$   
 $(\omega \ll \omega_0)$

$$= \frac{C}{RC} \left( R + \frac{L}{RC} \right) = \underbrace{R \frac{C}{Z}}_{1/\Omega} + \underbrace{\frac{L}{RC}}_{\Omega} \cong \Omega, \Rightarrow I_C \cong \Omega I_0 !$$

(Altre Z ( $\omega$  non effettivo, reale):  $R + \frac{L}{RC} = R + R\Omega^2 \cong \Omega^2 R$  ( $\Omega \gg 1$ ) !)

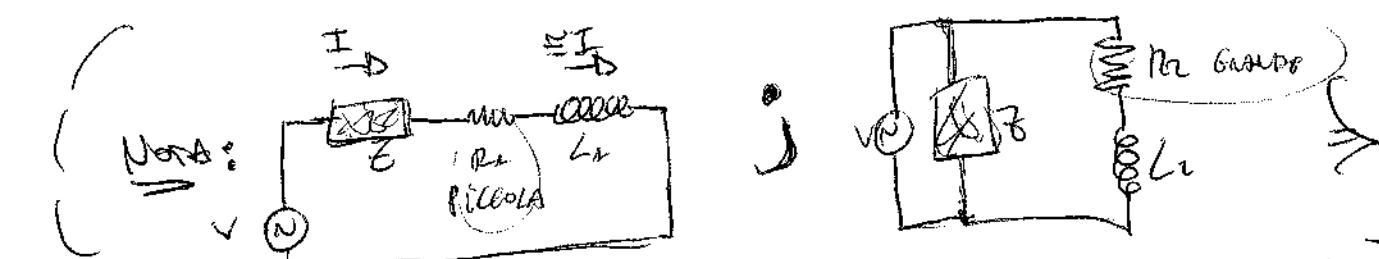


COSMETRI: ruote

(collegati da una molla)

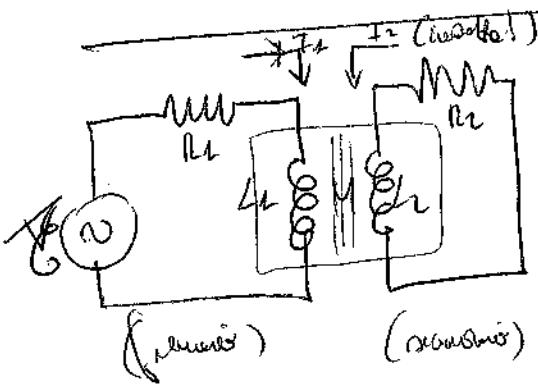
altrimenti  $L_2$  è in fase con  $V$ , mentre quella che abbiamo  $L_1$   
(o qualsiasi)

d'LA STRESS  ~~$\Rightarrow$~~   $= I$  (o qualsiasi) Devo avere che  $L_1$  e' opposto  
e momento di  $V \cdot I$ ; se questo non accade si ha molla,  
allora a tenere questo il momento dovra' avere molla equilibrata  
in ruote  $\propto \Delta W$ !



~~$\frac{I}{Z} = \frac{I}{Z} + \frac{I}{Z}$  Risultato~~  $\frac{I}{Z} = \frac{I}{Z}$  (Risultato)

Si  $\omega \ll R_2 + i\omega L_2$  cioè  $V = V_0 e^{j\omega t}$  stessa, e l'induzione in quel caso vale  $R_2 + i\omega L_2 \approx R_2$ , che non modifica troppo le cose!



TRASFORMAZIONE IDEALE, niente perdite  
Punto neutro:  $M I_1 = I_2 \left( \frac{L_2}{N_2} N_1 \right)$

$$\text{Punto neutro: } M I_1 = I_2 \left( \frac{L_2}{N_2} N_1 \right) \quad (\text{Grazie})$$

$$L_1/L_2 = (N_1/N_2)^2 \quad \text{e} \quad M^2 = M \cdot M = L_1 L_2 \quad (= := \approx);$$

$$\text{Per} \begin{cases} E_1 = R_1 I_1 + L_1 I_1 + M I_2 \\ 0 = R_2 I_2 + L_2 I_2 + M I_1 \end{cases}, \quad \text{e} \quad \begin{cases} E_1 = E_0 e^{j\omega t} \\ I_1 = I_0 e^{j\omega t} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} E_0 = R_1 I_0 + i\omega L_1 I_0 + i\omega M I_0 \\ 0 = R_2 I_0 + i\omega L_2 I_0 + i\omega M I_0 \end{cases}, \quad \text{quindi} \quad I_0 = \frac{-i\omega M I_0}{R_2 + i\omega L_2} \Rightarrow$$

$$i\omega M I_0 = \frac{\omega^2 M^2 I_0}{R_2 + i\omega L_2}, \quad \text{cioè} \quad I_0 = \frac{E_0 (R_2 + i\omega L_2)}{(R_1 + i\omega L_1)(R_2 + i\omega L_2) + \omega^2 M^2}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{-i\omega M E_0}{(R_1 + i\omega L_1)(R_2 + i\omega L_2) + \omega^2 M^2}; \quad \text{Quindi} \quad \frac{E_0}{I_2} =$$

$$= (R_2 + i\omega L_2) + \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + i\omega L_2} = (R_2 + i\omega L_2) + \underbrace{\frac{\omega^2 M^2}{i\omega L_2}}_{-i\omega L_2} \frac{1}{1 + \frac{R_2}{i\omega L_2}};$$

Se  $\omega$  è tale che  $R_2 \ll \omega L_2$ , quindi  $(1+n)^{-1} \approx 1-n$ , cioè

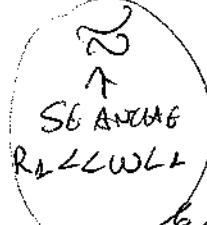
$$= (R_2 + i\omega L_2) - i\omega L_2 \left( 1 + \frac{R_2}{i\omega L_2} \right) = R_2 + \frac{L_2}{L_2} R_2 = R_2 + \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_2,$$

quindi se  $N := \frac{N_2}{N_1}$  allora nel limite è come avere una resistenza

$$\textcircled{2} \quad R_2 + \frac{L_2}{N^2} R_2 ! \quad \text{Dove} \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{-i\omega M}{R_2 + i\omega L_2} \approx -\frac{M}{L_2} =$$

$$= \frac{N_2}{N_1} \left( \frac{I_2}{N_2} \right) \text{ e per avere } I_2 \text{ si ha } R_2 I_2 = -i \omega L_2 R_2 .$$

$\frac{1}{(R_2 + i \omega L_2)(R_1 + i \omega L_1) + \omega^2 M^2}$

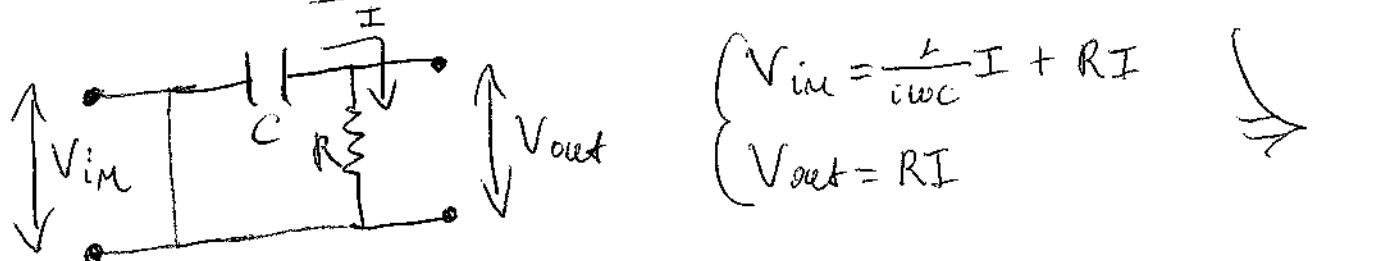
) 

$$= -\frac{N_2}{N_1} \frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} \text{ ovvero in modulo } \frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} = \frac{N_2}{N_1} = N \text{ e quindi}$$

$$\frac{\epsilon_2}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} \frac{\epsilon_0}{I_1} \frac{I_1}{I_2} = \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^2 \left( R_1 + \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_2 \right) = R_1 + \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 R_2 =$$

$$= R_1 + N^2 R_2 !$$

### QUALCUNO SULUSCE FILTRO (DI FREQUENZA)



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{R + \frac{1}{i \omega C}} = \frac{i \omega RC}{1 + i \omega RC} : \boxed{\omega RC \gg 1}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} \approx 1, \text{ ovvero } V_{out} \approx V_{in} ; \quad \boxed{\omega RC \ll 1} \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} \approx$$

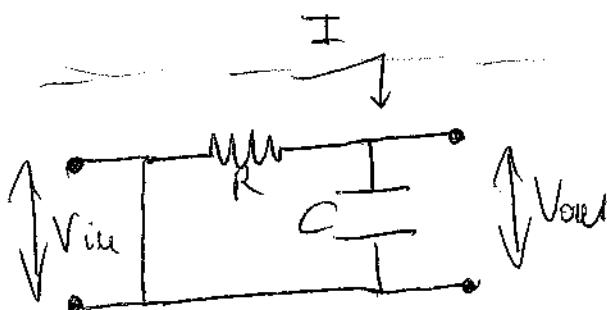
$\approx i \omega RC$  ( $\downarrow 0$ ) ! Dunque  $\omega = \frac{1}{RC}$  è l'oscillazione se il filtro è fase abb ; è anche detto "monofase" perché

$$V_{out} \approx i \omega RC V_{in} , \text{ e allora nel caso } V_{in} = V_{in} e^{i \omega t} \text{ ha}$$

$$V_{out} \approx RC \frac{\partial V_{in}}{\partial t} . \text{ Dunque } \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{(i \omega RC)(1 - i \omega RC)}{1 + (\omega RC)^2} =$$

$$= \frac{(\omega RC)^2 + i(\omega RC)}{1 + (\omega RC)^2} \quad \text{e} \quad \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} , \text{ Dunque}$$

case  $\omega \ll \omega_0$



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{i\omega C}}{R + \frac{1}{i\omega C}} = \frac{1}{1 + i\omega RC}$$

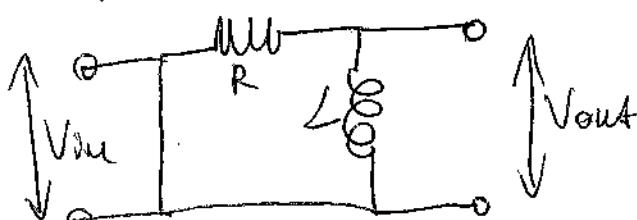
as  $\omega \ll \omega_0 \Rightarrow \omega RC \ll 1$ , we have  $\omega \gg \omega_0 \Rightarrow$

$$V_{out} \approx \frac{1}{i\omega RC} V_{in} \quad ; \quad \frac{1}{RC} \text{ resto dimensioni, il circuito è}$$

base line o "integratore" facile  $V_{out} = |V_{in}| e^{i\omega t} \rightarrow$

$$V_{out} \approx \frac{1}{RC} \int V_{in} dt \quad ! \quad \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1 - i\omega RC}{1 + i\omega RC} \quad \text{lineare}$$

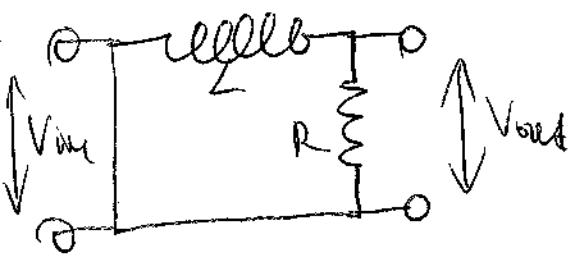
$$\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{i\omega L}{R + i\omega L} = \frac{i\omega L / R}{1 + i\omega L / R} \quad , \text{Onde dimensione}$$

$\frac{R}{L} \ll \omega \ll \omega_0$  (caso opposto)  $\rightarrow$  in parallelo

$$\omega L / R \ll 1 \rightarrow V_{out} \approx i\omega L / R V_{in}$$



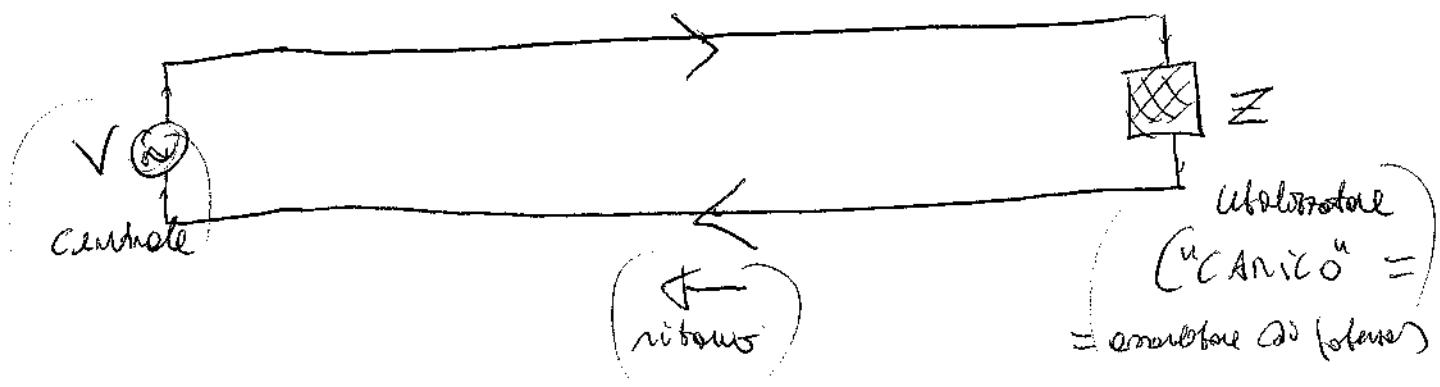
$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R}{R + i\omega L} = \frac{1}{1 + i\omega RL}$$

Qui (per base (interpretare)) → qui

$$i\omega L \gg R \Rightarrow V_{out} \approx \frac{1}{i\omega L} V_{in}$$

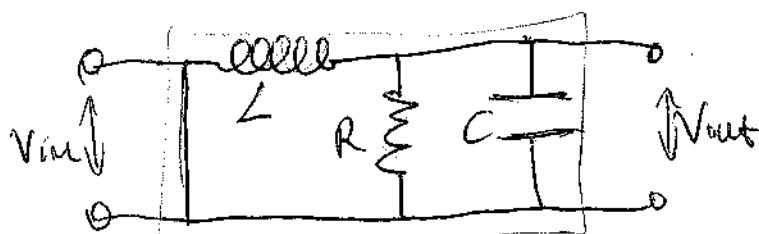
{MA IN EFFETTI }  $\left\{ \begin{array}{l} i\omega L \xrightarrow{\text{o } \omega \rightarrow 0 \text{ (caso } \rightarrow)} \\ \xrightarrow{\text{too } \omega \rightarrow \infty \text{ (caso } \rightarrow \rightarrow)} \\ \xrightarrow{i\omega C \rightarrow 0 \text{ (caso } \rightarrow \rightarrow \text{)}} \\ \xrightarrow{\text{too } \omega \rightarrow \infty \text{ (caso } \rightarrow \rightarrow \text{)}} \\ \xrightarrow{\text{o } \omega \rightarrow \infty \text{ (caso } \rightarrow \rightarrow \text{)}} \end{array} \right\} !$

caso



Muovere (elementi indipendente  
(caso di "caso oscillante"))

il cui "modo di funzionare" si troverà tenuto i "punti" collegamenti elettrici fra i due poli corrispondenti; ovvero che esso sarà fatto per avere il luogo "d'armonia".



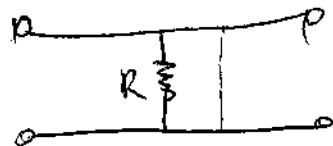
$$Z =$$

$$= i\omega L + \frac{1}{\frac{1}{R} + i\omega C} = i\omega L + \frac{R}{1 + i\omega RC}$$

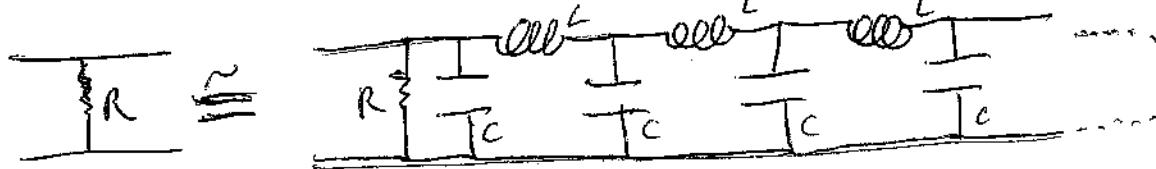
se si le frequenze

per "freno" ( $\omega R C \ll 1$ )  $\Rightarrow Z \approx i\omega L + R(1 - i\omega RC) =$   
 $(1+i\omega)^{-1} \approx (1-i\omega)$

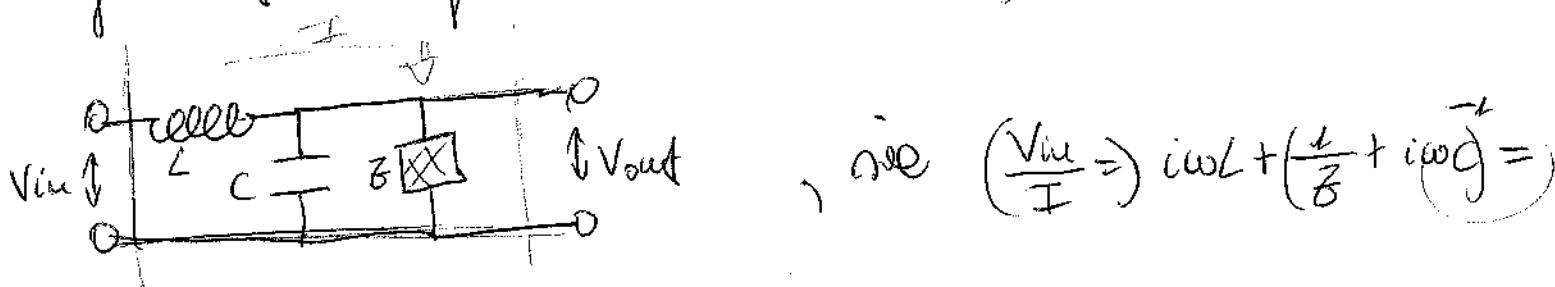
$$= R + i\omega(L - R^2C), \text{ e come nelle } R = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

d'  $Z \approx R$  :  e  $V_{out} \approx V_{in}$ ,

quindi freno ! Motivazione: se avessi un circuito che, in sostanza,



vogliamo per im generale  $Z$  tale che, considerando



$$(=Z) : iwl + \frac{Z}{1 + i\omega CZ} = Z, iwl(1 + i\omega CZ) + \cancel{Z} =$$

$$= Z(i\omega + i\omega C Z), iwl - \omega^2 LC Z = i\omega C Z^2$$

$$Z^2 - i\omega LZ - \frac{L}{C} = 0 \Rightarrow Z_{\pm} = \frac{i\omega L}{2} \pm \sqrt{\frac{(i\omega L)^2}{4} + \frac{L}{C}} =$$

$$= \frac{i\omega L}{2} \pm \sqrt{\frac{L}{C} \left( 1 - \frac{\omega^2 LC}{4} \right)} \quad \boxed{w_0 := \frac{2}{\sqrt{LC}}} \quad \frac{i\omega L}{2} \pm \frac{\omega_0 L}{2} \sqrt{1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

Se  $\omega < \omega_0$  si ha  $\omega < \omega_0$  cioè il regime della ressa; cambierà segno al massimo con un'altra variabile;

$$T := \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{(1/Z + i\omega C)^{-1}}{Z} = \frac{1}{z + i\omega CZ}, \text{ where } z =$$

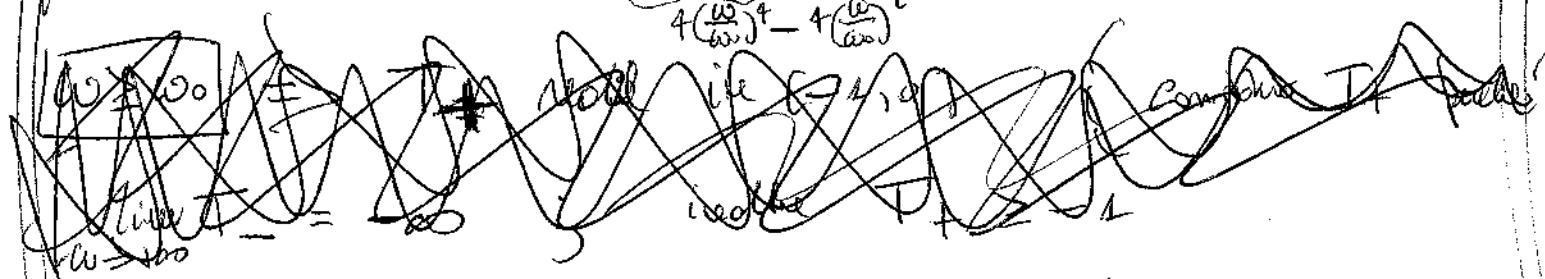
$$= T(z + i\omega CZ), \text{ since } \frac{1}{z} - 1 \Rightarrow i\omega CZ = i\omega C (i\omega t + \frac{Z}{z + i\omega CZ}) \Rightarrow \omega^2 LC + \frac{i\omega CZ}{z + i\omega CZ} \rightarrow e^{i\omega t}$$

$$(z - 1)T = 1 - T$$

$$1 - T = -\omega^2 LCT + T - T^2, \text{ since } T^2 + (\omega^2 LC - 1)T + 1 = 0$$

$$\Delta T_{\pm} = \left(1 - \frac{\omega^2 LC}{2}\right) \pm \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2 LC}{2}\right)^2 - 1} = (\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}})$$

$$= \left[1 - 2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right] \pm \sqrt{\left[1 - 2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 - 1} =$$



$$= \left[1 - 2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right] + 2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - 1} \quad (\text{since } T \rightarrow -\infty \text{ as } \omega \rightarrow \infty)$$

Since  $T_+$

$$\omega \geq \omega_0 \rightarrow T_+ \text{ real in } \bullet \text{ case} \quad \{ \text{stable focus}$$

$$(\omega \geq 1) \Rightarrow -1 \leq 1 - 2\omega^2 + 2\omega\sqrt{\omega^2 - 1} \stackrel{\text{(square)}}{\leq} 0$$

$$2\omega^2 - 2 \leq 2\omega\sqrt{\omega^2 - 1}, \quad 2\omega\sqrt{\omega^2 - 1} \leq 2\omega^2 - 1$$

$$4n^2 + 4 - 8n^2 \leq +\pi^2(n^2 - 1) = 4n^2 - 4n^2$$

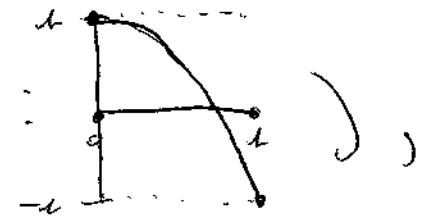
$$4 \leq 4n^2 \quad \checkmark \quad 4n^2 - 4n^2 \leq 4n^2 + 1 - 4n^2$$

$$0 \leq 1 \quad \checkmark$$

$$\text{in particular } \omega = \omega_0 \rightarrow V_{out} = -V_{in}$$

$$\boxed{\omega < \omega_0} \rightarrow T_+ = \left(1 - 2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) + 2i\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \\ = \underbrace{\left[1 - 2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]}_{=: Q} + i\sqrt{1 - \underbrace{\left[1 - 2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2}_{= \omega^2}} =: Q + i\sqrt{1 - \omega^2};$$

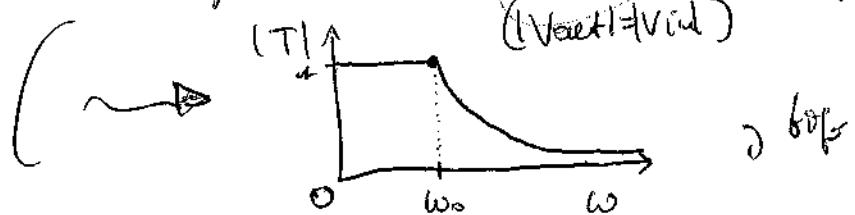
we have  $|Q| \leq 1$  ( $0 \leq \arg Q \leq \pi \Rightarrow 1 - \omega^2 \in (-1, 1)$ ):



quindi  $\cos \phi$  e  $\sin \phi$  take the value  $Q = \cos \phi$ , per cui

$$T_+ = \cos \phi + i \sin \phi = e^{i\phi}, \text{ e allora } (|T_+| = 1 \text{ e pertanto})$$

$$V_{out} = V_{in} e^{i\phi}$$



fine über! (einfach bestimmt die  $\frac{\partial}{\partial n} =$ )

$$= -4n + 2\sqrt{n^2 - 1} + \frac{2n^2}{\sqrt{n^2 - 1}} = \frac{4}{\sqrt{n^2 - 1}} \left[ -4n\sqrt{n^2 - 1} + 4n^2 - 2 \right],$$

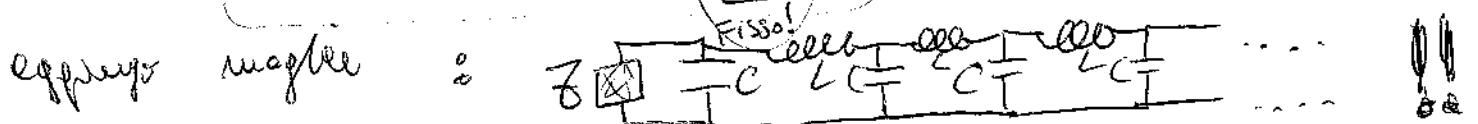
in effetti  $n^2 > 0$ :  $4n^2 - 2 > 4n\sqrt{n^2 - 1}$ ,  $16n^4 + 4 - 16n^2 > 16n^2 - (n^2 - 1)$ ,  $4 > 0$ ; e così...

$$\boxed{\omega < \omega_0} \rightarrow Q \approx 1, \phi \approx 0 \rightarrow 1 - 2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \approx 1 = \cos \phi(\omega)$$

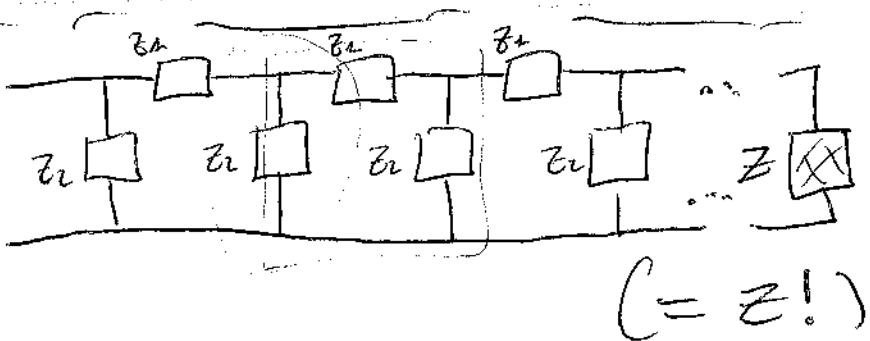
$\Rightarrow 1 - \frac{\phi^2}{2}$  ) ovvero  $\phi \approx 2\frac{\omega}{\omega_0}$  ) e quindi

$$\begin{aligned} V_{in} &= V_{in} e^{i\phi} \quad \text{e} \\ V_{out} &= |V_{in}| e^{i(\omega t + \phi)} = |V_{in}| e^{i(\omega t + \omega \frac{c}{\omega_0})} \quad \Rightarrow |V_{in}| e^{i\omega(t + \frac{c}{\omega_0})} \end{aligned}$$

cioè  $V_{out}(t) = V_{in}(t + \frac{c}{\omega_0})$  è cioè ogni volle che

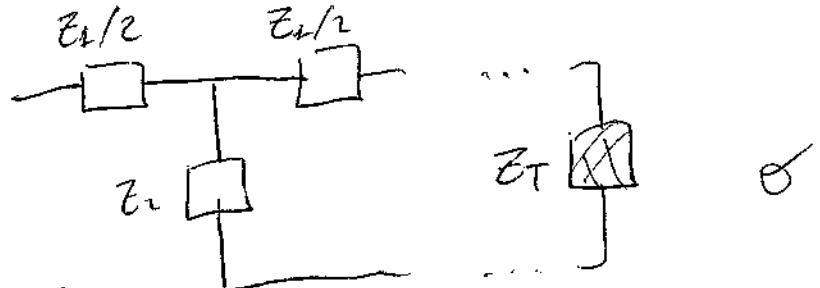


Ora, è referito, nello che

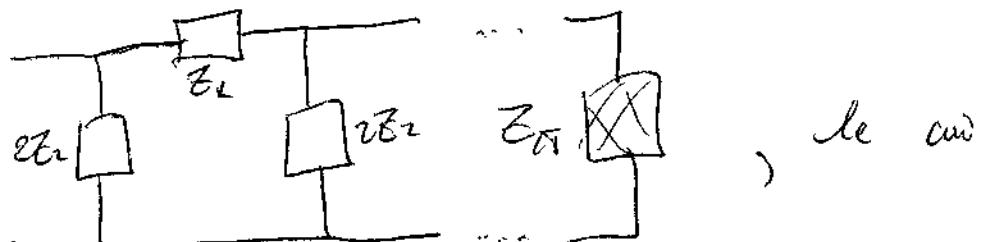


unendo  
(corrisponde)

"T" come



"Π" come



relazioni si

$Z_T + Z_{\pi} = Z_0 Z_2$

:

$T^*$

$$Z_T = \underbrace{\left( Z_T + Z_0/2 \right)}_{\frac{1}{Z_T + \frac{Z_0}{2}}} + \frac{1}{Z_2} + Z_0/2$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{(Z_T + \frac{Z_0}{2}) Z_2}{Z_T + Z_0/2 + Z_2}$$

$$Z_T \left( Z_T + Z_0/2 + \cancel{Z_L} \right) = Z_2 \left( \cancel{Z_T} + \frac{Z_0}{2} \right) + \frac{Z_0}{2} \left( Z_T + Z_0/2 + Z_2 \right)$$

$(Z_T)^2$

$$Z_2 Z_T + \frac{(Z_0)^2}{4} = Z_1 Z_2 \left( 1 + \frac{Z_0}{4 Z_2} \right),$$

cioè  $(Z_T)^2 = Z_1 Z_2 \left( 1 + \frac{Z_0}{4 Z_2} \right)$  ; ✓

$\pi^*$

$$\bar{Z}_{\pi} = \left[ \left( \frac{1}{Z_{\pi}} + \frac{1}{2 Z_2} \right)^{-1} + Z_2 \right]^{-1} + \frac{1}{2 Z_2}$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{Z}{Z_\pi} = \left( \frac{2Z_\pi Z_2}{Z_\pi + Z_2} + Z_2 \right)^{-1} + \frac{1}{Z_2}$$

$\frac{Z_\pi + Z_2}{2Z_\pi Z_2 + Z_1(Z_\pi + Z_2)}$

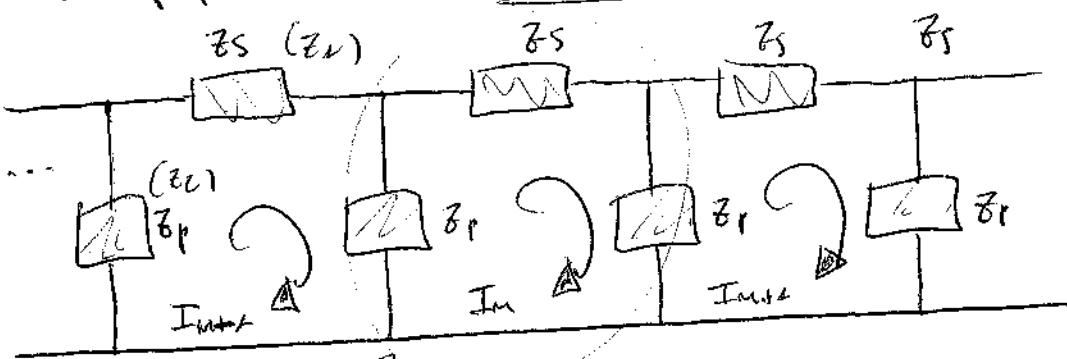
$$\left[ 2Z_2(Z_2 + Z_1(\cancel{Z_\pi} + Z_2)) \right] 2Z_2 = Z_\pi [2Z_2(Z_\pi + 2\cancel{Z_2}) +$$

$+ 2Z_\pi Z_2 + Z_1(Z_\pi + 2\cancel{Z_2})] \quad \text{citt}$

$$4(Z_2)^\sim Z_1 = \cancel{4Z_2 Z_1} (4Z_2 + Z_1)(Z_\pi)^\sim \quad \text{citt}$$

$$(Z_\pi)^\sim = \frac{4Z_1(Z_2)^\sim}{4Z_2 + Z_1} \stackrel{(4Z_2)}{=} \frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}} \quad \checkmark$$

8) (adatto delle reti a rete a scale)



ipotesi che  
 $\frac{Zs}{Zp} \in \mathbb{R}$ !

offre "nu

cerca nelle opere  $I_m - I_{m+1}Z_p + I_m Z_s + (I_m - I_{m+1})Z_p = 0$

e nelle opere  $I_{m+1} = 2I_m \rightarrow \Delta C(t_0) \rightarrow \text{cio} \begin{cases} I_{m+1} = 2I_m \\ I_{m+1} = \frac{I_m}{2} \end{cases} \rightarrow$

$$(1 - \frac{1}{2})Z_p + Z_s + (1 - \frac{1}{2})Z_p = 0, \quad 2Z_p + Z_s = (1 + \frac{1}{2})Z_p,$$

$$\left[ 1 + \frac{1}{2} = \frac{Z_s}{Z_p} + 2 \right] \rightarrow \text{cio} \Delta^2 - \left( \frac{Z_s}{Z_p} + 2 \right) \Delta + 1 = 0,$$

caso 1)  $\Delta \geq 0 : \left( \frac{Z_s}{Z_p} + 2 \right)^2 \geq 4, \text{ cioè } \frac{Z_s}{Z_p} \geq 0 \text{ e}$

$$\frac{Z_S}{Z_P} \leq -4$$

$$\text{and } \frac{Z_S}{4Z_P} \leq -1 \quad , \quad \ell$$

$$1 < \frac{Z_S}{4Z_P} < 0$$

nel caso d'uno reale

, se esiste

$$\ell + \frac{\ell}{2} = \frac{Z_S}{Z_P} + 2$$

$\ell'$

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_S/Z_P \geq 0 \rightarrow \ell > 0 \\ \ell = 6^{\circ} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_S/Z_P \leq -1 \rightarrow \ell \leq 0 \\ \ell = -6^{\circ} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell^+ + \ell^- = \left( \frac{Z_S}{2Z_P} + 1 \right) 2 \quad \text{dove } \cos(\ell) = 1 + \frac{Z_S}{2Z_P} \\ \ell^+ = \cos(\ell) = 1 + \frac{Z_S}{2Z_P} \end{array} \right.$$

$$\left( \text{analogo} \right) \quad \ell^- = \cos(\ell) = 1 + \frac{Z_S}{2Z_P}$$

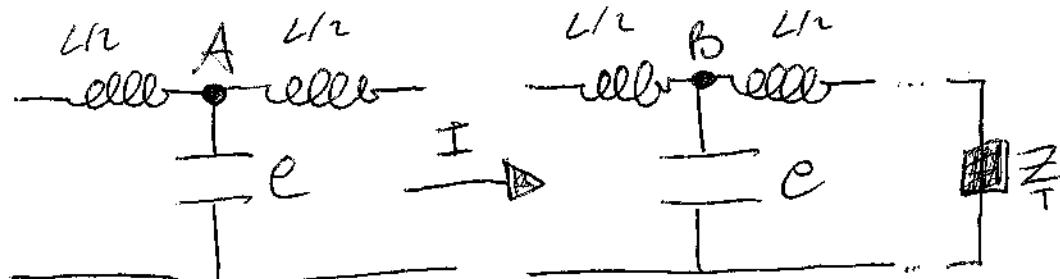
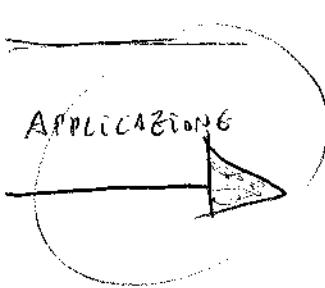
NOTA :  $\ell > 0$   $\Leftrightarrow$  stesso senso di rotazione ; per i due rapporti a 1  
cioè l'entropia delle correnti !

nel senso zero  $\ell$  è il completo  $\ell$  modulo 1

$$\left( \ell_{\pm} = \left( 1 + \frac{Z_S}{2Z_P} \right) \pm i \sqrt{-\frac{Z_S}{Z_P}} \sqrt{1 + \frac{Z_S}{4Z_P}} \dots ! \right) \quad \text{esse}$$

$$\ell = \ell^+ e^{i\phi} \quad \text{e ovviamente} \quad \frac{\ell^+ + \ell^-}{2} = \cos \phi = 1 + \frac{Z_S}{2Z_P} ;$$

Ogni volta si aggiunge  $+ \phi$  alle fasi !



$$Z_S = i\omega L \quad , \quad Z_P = \frac{l}{i\omega C} \quad \Rightarrow \quad \frac{Z_S}{4Z_P} = \frac{-\omega LC}{4} = -\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \angle 0^{\circ}$$

$\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$

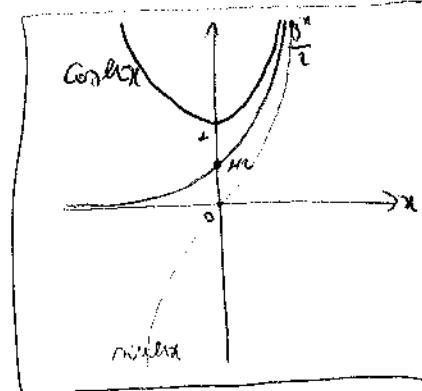
Dunque  $\omega \leq \omega_0 \Leftrightarrow$  c'è rettifica apparente  $\Rightarrow \phi =$

$$= \arccos \left( 1 - 2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right) \quad , \quad \text{menche } (\omega < \omega_0) \rightarrow \text{d' nre negativo} ,$$

$$\lambda = -\bar{G}^{-1} \quad \text{and} \quad -\cos(\theta(\lambda)) = 1 - 2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2,$$

$$\text{Case 1: } \cosh(\lambda) = \underbrace{2\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}_{>2} - 1 > 1 \quad \Rightarrow \text{Omega} \neq 0$$

$(x \neq -r)$ ;  $\alpha_2$   $x + \frac{r}{2} < -r$  Behavior



$\angle -\angle$ ) . f. Notice in the the  $V_A - V_B = i\omega L I_3$

$$V_A = (i\omega L/2 + Z_T) I \quad \Rightarrow \quad V_A - V_B = i\omega L \frac{V_A}{i\omega L/2 + Z_T} \quad , \quad (2e)$$

$$\text{Ans } \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{A}} = 1 - \frac{i\omega L}{i\omega L/2 + Z_T} = \frac{Z_T - i\omega L/2}{Z_T + i\omega L/2}, \quad \text{e.}$$

$$\text{D'altra parte (formale!) } \left(Z_+\right)^* = \frac{L}{C} \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) = \frac{L}{C} \left(\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - \omega^2\right)$$

$$\Rightarrow Z_+ = \frac{L}{2} \sqrt{(\omega_0)^2 - \omega^2} \quad (2) \quad :$$

$\omega \leq \omega_0$   $\rightarrow$  sol. offenziv, Z+ reale e quindi  $\left| \frac{VB}{VA} \right| = 1$   
 (niedrig!)

$\omega > \omega_0 \rightarrow \alpha < -1$ ,  $Z_T = i \frac{\zeta}{2} \sqrt{\omega^2 - \omega_0^2}$  ~~ausser~~ imaginär für  $\omega > \omega_0$

Quelle: Chiemgau

$$\left| \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{A}} \right| < 1$$

$$(\Delta\ell = 0\ell)$$

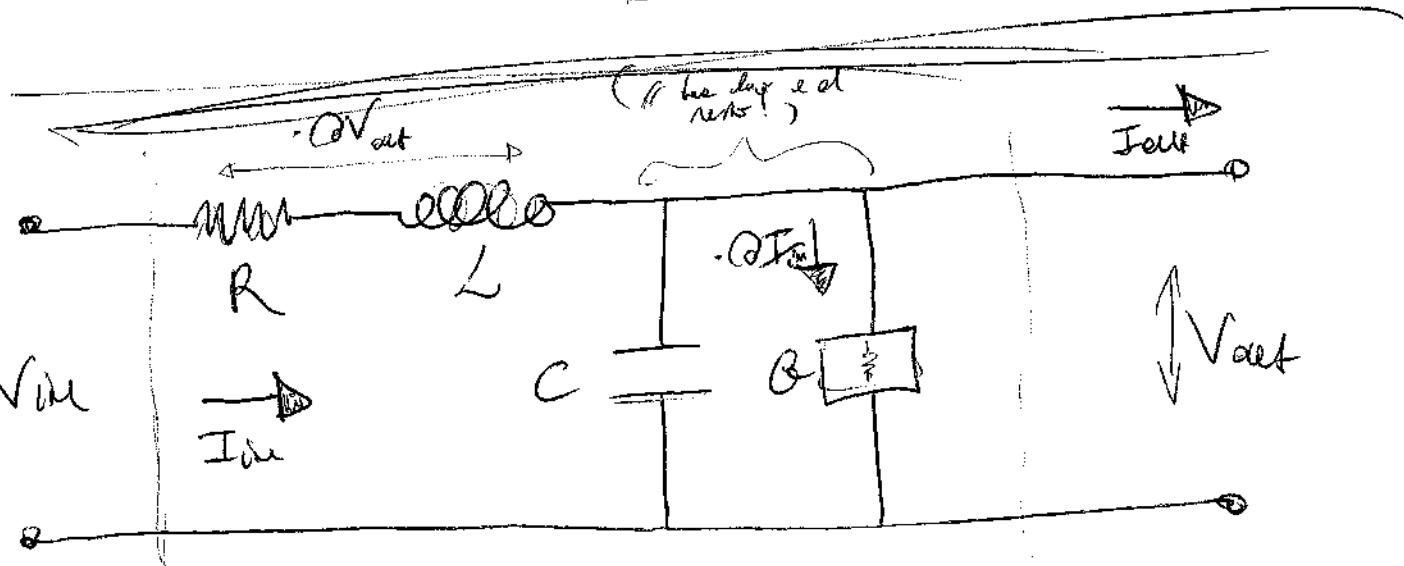
Roberto de Mello Ferreira e Marlene  $\angle L = \angle L_2$  del D.E.

$C = C_0 \text{Al}$ , bei cui  $\omega_0 \doteq \frac{2}{\sqrt{LC}}$   $\xrightarrow{\text{stetig}} \infty$ , e cioè

$\phi$ :  $w \leq w_0$  :  $Z_T$  is real & take the

$$(Z_T)^* = \frac{L}{C} \left( -\frac{\omega^2 L C}{j} \right) \xrightarrow{\Delta \omega \rightarrow 0^+} \frac{L}{C} \quad (\text{resistor})$$

$Z := j\omega C$  d'abord "imposée condition"



$Z = R + j\omega L$ ,  $Y := \beta + j\omega C$  (condition!) , babb für  $\omega = 0$

Umformung  $\partial X$  ; d'  $V_{in} - V_{out} = Z I_{in} \partial X$  , membre

$$I_{in} - I_{out} = Y V_{out} \partial X \quad , \quad \text{für } \omega = 0 \Rightarrow V_{in} - V_{out}$$

$$\partial I_{in} = I_{in} - I_{out} \quad \text{dabei} \quad \begin{cases} \frac{\partial V_{out}}{\partial X} = -Z I_{in} \\ \frac{\partial I_{in}}{\partial X} = -Y V_{out} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 V_{out}}{\partial X^2} = Z Y V_{out} \quad , \quad \text{et donc équivalent pour } I_{in} \text{ ; clairement}$$

$$\text{für symmetrische formen } \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} = (ZY)V \quad \text{et } \frac{\partial^2 I}{\partial X^2} = (ZY)I \quad ,$$

$$\text{Soit les éléments} \quad \begin{cases} V(X) = V_1 e^{jX} + V_2 e^{-jX} \\ I(X) = I_1 e^{jX} + I_2 e^{-jX} \end{cases} \quad , \quad Y = \sqrt{ZY} \quad !$$

$(m^{-1})$

$$\gamma = \sqrt{\zeta^2 + \beta^2} = \sqrt{(R+i\omega L)(G+i\omega C)} =: \alpha + i\beta \quad \text{iff}$$

$$\begin{cases} \zeta^2 - \beta^2 = RG - \omega^2 LC \\ 2\zeta\beta = \omega(LG + RC) \end{cases} \quad (\zeta \text{ and } \beta \text{ cannot be zero!})$$

$$\rightarrow \beta = \frac{\omega(LG + RC)}{2\zeta} \text{ and } \zeta = \frac{\omega(LG + RC)}{2\beta}, \text{ so we have}$$

Measurements  $\begin{cases} \zeta^2 = \frac{1}{2} [(RG - \omega^2 LC) + \sqrt{(RG - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 (RC + LG)^2}] \\ \beta^2 = \frac{1}{2} [(\omega^2 LC - RG) + \sqrt{(RG - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 (RC + LG)^2}] \end{cases}$

**SG**  $R = G = 0$  ("niedrige Frequenz")  $\rightarrow \begin{cases} \zeta = 0 \\ \beta = \omega \sqrt{LC} \end{cases}$ ; für unpassende

**St**  $\frac{L}{R} = \frac{C}{G}$  ( $Z = Y$  in Serie),  $\Leftrightarrow LG = RC$ : results in

Let's measure with elements  $(\omega^2 LC)^2 + (RG)^2 + \omega^2 (RC)^2 + \omega^2 (LG)^2$

$$\Rightarrow (\omega^2 LC)^2 + (RG)^2 + 2\omega^2 (LG)^2 \Rightarrow (\omega^2 LC + RG)^2, \text{ offene}$$

fehler  $LCRG = (LG)^2$ ! Damit  $\begin{cases} \zeta = \sqrt{RG} \\ \beta = \omega \sqrt{RC} \end{cases}$ .

$$I = -\frac{1}{Z} \frac{\partial V}{\partial n} = -\frac{1}{Z} (\gamma V_1 e^{j\phi} - \gamma V_2 e^{-j\phi}) \quad \triangleleft$$

$$\begin{cases} I_1 = -\frac{\gamma}{Z} V_1 & \xrightarrow{\text{Rezip}} -\sqrt{\frac{Y}{Z}} V_1 \\ I_2 = \frac{\gamma}{Z} V_2 & \xrightarrow{\text{Rezip}} \sqrt{\frac{Y}{Z}} V_2 \end{cases} \quad \rightarrow \text{Damit } \rightarrow \text{in } n \text{ in der}$$

$$Z_1(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = \sqrt{\frac{V_1 e^{j\omega x} + V_2 e^{-j\omega x}}{-V_1 e^{j\omega x} + V_2 e^{-j\omega x}}} : \text{ bei } V_2=0 \text{ &}$$

$V_2=0$  d'  $Z_1 = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} \left( \text{einfache Verhältnisse} \right)$ , es gel

esw  $(R=G=0)$   $\sqrt{\frac{V_1}{V_2}} = \sqrt{\frac{L}{C}} =: Z_0$  e' noll! Menge

ausdrücke der konstruier  $V(x,t) = V(x) e^{j\omega t}$  ( $I(t,x) = I(x) e^{j\omega t}$ ),

weise  $V(x,t) = V_1 e^{j\omega t} e^{j\omega x} + V_2 e^{j\omega t} e^{-j\omega x}$  (meinet dass  $Z_0$

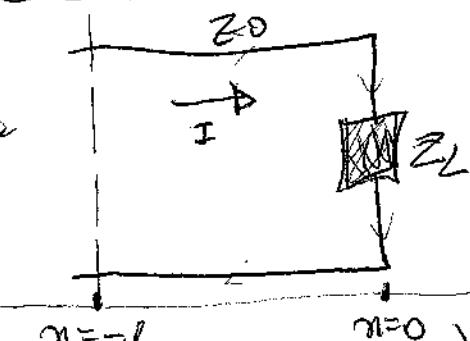
noch abhängt von  $\omega$ !), d' set  $\frac{L}{R} = \frac{C}{G}$  dann

$\gamma = \sqrt{RG} + j\omega RC \Rightarrow V(m,t) = V_1 e^{j\omega(t+RCm)} e^{j\omega m} + V_2 e^{j\omega(t-RCm)} e^{-j\omega m}$ , bei aus  $V(x,t)$  e' an' ausge

SG  $R=G=0$  da  $R := \frac{1}{\omega C} = \beta = \omega RC$ , da aus  $\omega = \pm \frac{\omega}{k} =$

$\pm \frac{\omega}{\beta} = \pm \frac{1}{RC}$  ; SIA Allora  $R=G=0$  e'

konstruiere il concreto  $Z_L$  come in Figura



concreto  $Z_L \Leftrightarrow Z_L(\omega) = Z_0 \frac{V_1 + V_2}{-V_L + V_2} \quad ((-V_L + V_2) Z_L = Z_0 (V_1 + V_2))$

~~ANNALETTA~~ , cioè  $R := \frac{V_1}{V_2} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$  e'

$$(Z_L = +\infty \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 1; Z_L = -\infty \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = -1)$$

il "oeffnet" o riflette "u", in questo e' come se le fonte di  $V_1$

incident meets the wave at  $V_2$  reflected, & converge toward the reflector!

Now we want to express  $Z_1$  in terms of  $Z_0, Z_L$  &  $\beta$ :

$$Z_{1(\text{ex})} = Z_0 \frac{(V_1/V_2) e^{j\beta x} + e^{-j\beta x}}{-(V_1/V_2) e^{j\beta x} + e^{-j\beta x}} = Z_0 \frac{\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{j\beta x} + e^{-j\beta x}}{-\frac{(Z_L - Z_0)}{Z_L + Z_0} e^{j\beta x} + e^{-j\beta x}} =$$

$$= Z_0 \frac{(Z_L - Z_0) e^{j\beta x} + (Z_L + Z_0) e^{-j\beta x}}{-(Z_L - Z_0) e^{j\beta x} + (Z_L + Z_0) e^{-j\beta x}}$$

$$= Z_0 \frac{Z_L \cos(\beta x) - Z_0 \sin(\beta x)}{Z_0 \cos(\beta x) - Z_L \sin(\beta x)}$$

$$= Z_0 \frac{Z_L - i Z_0 \tan(\beta x)}{-i Z_L \tan(\beta x) + Z_0}$$

in far field

$$Z_1(-l) = Z_0 \frac{Z_L + i Z_0 \tan(\beta l)}{i Z_L \tan(\beta l) + Z_0}$$

Case (1):  $Z_L = Z_0 \Rightarrow Z_1 = Z_0$ !

Case (2): for case  $Z_1(-l) = Z_L$  Basta  $\tan(\beta l) = 0$ , cioè  
 $\beta l = n\pi$  ( $n \in \mathbb{Z}$ ) ;

$$\underline{\underline{\text{Case (3)}}}: \beta l = \frac{n\pi}{2} \Rightarrow Z_1(-l) = Z_0 \left[ \cancel{\frac{Z_L}{Z_L}} + \cancel{\frac{i Z_0 \tan(\beta l)}{i Z_L \tan(\beta l) + Z_0}} \right] =$$

$$= \frac{(Z_0)^2}{Z_L}, \text{ or } Z_0 = \sqrt{Z_1(-l) Z_L};$$

Case (4):  $(Z_L = \infty) \Rightarrow Z_1(-l) = \frac{Z_0}{i \tan(\beta l)} = \frac{-i Z_0}{\tan(\beta l)}$ , da

$$\text{for } \beta l = \pi n \text{ d' } \circ, \text{ for places } i \frac{-i \frac{l}{c}}{\omega C l} = \left( \frac{-i}{\omega C l} \right),$$

$$\text{for } \beta l \gtrsim \pi n \text{ d' } i \left( \frac{l}{c} \omega C l \right) = (i\omega l) l;$$

$(Z_L = 0) \Rightarrow Z_1(-l) = i Z_0 \tan(\beta l)$ , da per  $\beta l = \pi n$  è  $\infty$ ,

für  $\text{Re } Z_L \ll \omega$  (induktiv), für  $\text{Re } Z_L \gg \omega$  kapazitiv!

$$(R=B=0)$$

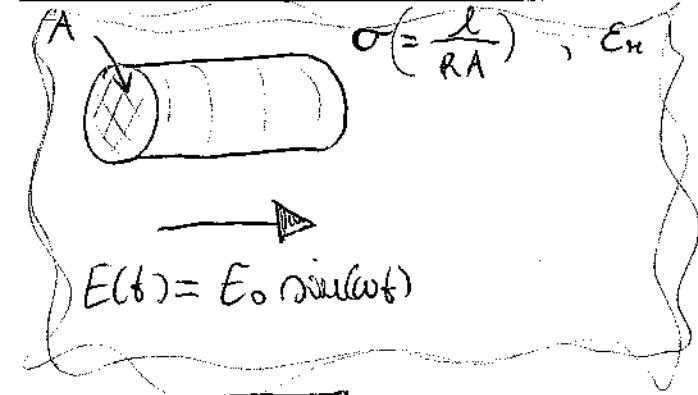
✓ ohne Widerstand für  $R=B=0$ :  $V_L = V_1 - V_2 = 0^{\text{id}}$  (Cohärenz der Wellen 1)

$$\begin{aligned} V_L &= 0^{\text{id}} V_2 \Rightarrow V(x,t) = (V_2 0^{\text{id}}) e^{i(\omega t + px)} + V_2 0^{\text{id}} e^{i(\omega t - px)} \\ &= V_2 0^{\frac{i\omega}{2}} e^{i\omega t} \left( 0^{\frac{i(pn + \frac{\omega}{2})}{2}} + 0^{\frac{i(-pn - \frac{\omega}{2})}{2}} \right) = V_2 0^{\frac{i\omega}{2}} e^{i\omega t} \cos(px + \frac{\omega}{2}). \end{aligned}$$

OSS:  $Z_L = \frac{V_L}{I_L}$  gilt  $\begin{cases} V_L = V(0) = V_1 + V_2 \\ I_L = I(0) = I_1 + I_2 = -\frac{1}{Z_0} (V_L - V_1) \end{cases}$

quecksilber  $\Leftrightarrow R=B=0$

$$\begin{cases} V_L = V_1 + V_2 \\ I_L = -\frac{1}{Z_0} (V_L - V_1) \end{cases} !$$



Affondo  $E$  ottieni anche  $J_C$  quindi  
combinando e  $J_S$  di conseguenza:  

$$J_C = \sigma E = \sigma E_0 \sin(\omega t)$$

$$J_S = E \frac{\partial E}{\partial t} = (E_0 E_R) \omega E_0 \cos(\omega t) ; \quad \text{e come si diceva prima}$$

(utile)

rispettivamente  $\sigma E_0$  e  $\omega E_0$ , e quindi  $\sigma E_0 = \omega E_0$

$$\Leftrightarrow \omega = \frac{\sigma}{E} ; \quad \text{in questo caso formiamo "caso medio"} \\ \text{e come conviene per avere quelle \underline{totale} } J_C + J_S = \sigma E_0 \{ \sin(\omega t) + \\ + \cos(\omega t) \} , \quad \text{ossia mettendo per } \omega t = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad \text{(caso medio)} \quad (\text{caso medio})$$

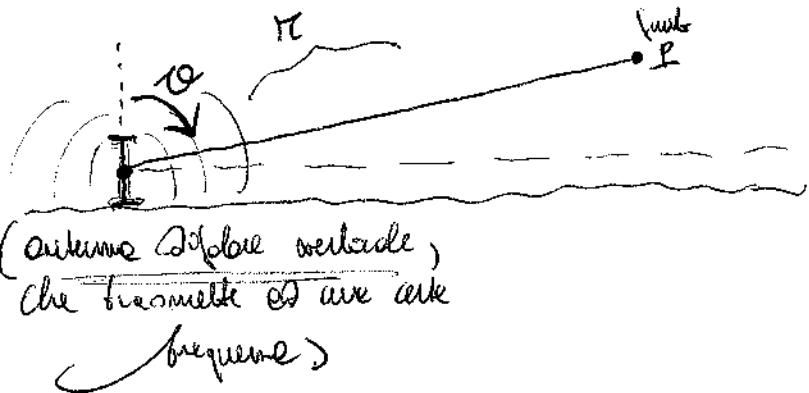
Ora se fissa che  $\omega := \omega(k)$  risolvendo  $\omega^2 = (T/\mu)k^2 + 2\alpha k^4$  ( $T/\mu$  e  $\alpha$  costanti)

$$\text{cioè} \quad \omega = \sqrt{(T/\mu)k^2 + 2\alpha k^4} , \quad \text{mentre}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{k} \sqrt{(T/\mu)k^2 + 2\alpha k^4} \quad \text{e} \quad \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{2(T/\mu)k + 4\alpha k^3}{2\sqrt{(T/\mu)k^2 + 2\alpha k^4}} =$$

$$= \frac{R[(T/\mu)k^2 + 2\alpha k^4]}{\sqrt{(T/\mu)k^2 + 2\alpha k^4}} \quad \text{e dunque} \quad \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{(T/\mu)k^2 + 2\alpha k^4}{(T/\mu)k^2 + 2\alpha k^4} ,$$

$$\text{per cui} \quad \frac{\partial \omega}{\partial k} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \frac{(T/\mu)/(\mu)}{(\mu)} = 1 \\ \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 2\alpha/\alpha = 2$$



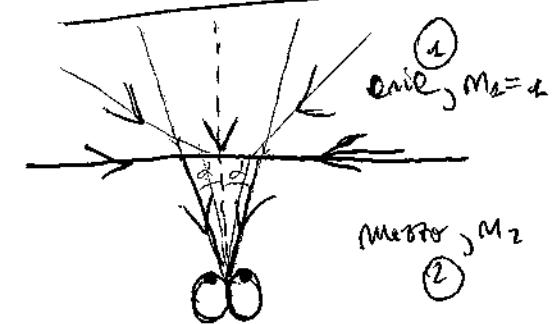
Per  $\pi$  "obiettivo piano" ( $r \gg \lambda$ ),  
il campo elettromagnetico generato è  
quello "di rotazione", tale per  
ciò l'intensità del campo =

$\doteq$  valore medio radiante per ore civili attorno alle direzioni di propagazione

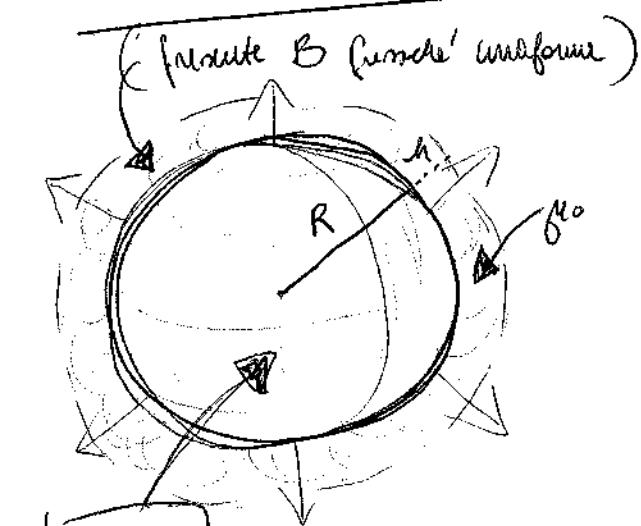
$$= I(\pi, \theta) = k \frac{\sin^2(\theta)}{\pi} \quad \text{con } k \text{ costante con dimensione } \Omega$$

$$(W)_m : (W)_m = \frac{8\pi}{3} k, \text{ cioè } k = \frac{3(W)_m}{8\pi} \quad ; \text{ se}$$

valenzioso  $I$  "è fissa", allora  $\theta = \pi/2$  !



Per "ordine fatto" vogliamo che  
 $d > \sigma_c = \arcsin\left(\frac{M_2}{M_1}\right) = \arcsin\left(\frac{t}{m_1}\right)$ ,  
cioè  $m_1 d > \frac{t}{m_2}$ , cioè  $M_2 > \frac{t}{\sin \alpha}$ .



$$R \gg h$$

$$\approx \frac{2\pi}{\mu_0} |B| R^2 h$$

$$U = \omega \times \text{volume} =$$

metà shell  
dei due

$$= \frac{1}{2\mu_0} |B|^2 \left[ \frac{4}{3} \pi (R+h)^3 - \frac{4}{3} \pi R^3 \right] =$$

$R^3 + 3R^2 h + 3Rh^2 + h^3$

$$= \frac{2\pi}{3\mu_0} |B|^2 ((3R^2 h) + 3Rh^2 + h^3) \quad \boxed{\approx}$$

1)  $(R \gg h) \Rightarrow Rh \gg h^2 \Rightarrow Rh \gg h^3$  ;

2)  $(\Delta) R^2 h = R(Rh) \gg h(Rh = Rh^2)$

$$\omega \text{ folle che } \frac{\omega}{R} = c \text{ , e } T = \frac{2\pi}{\omega} ;$$

$$B := B(r, t) = B_0 \hat{z} \cos(\omega t + k_r r)$$

$$\Rightarrow E = CB \times (-\hat{r}) = \hat{r} \times CB =$$

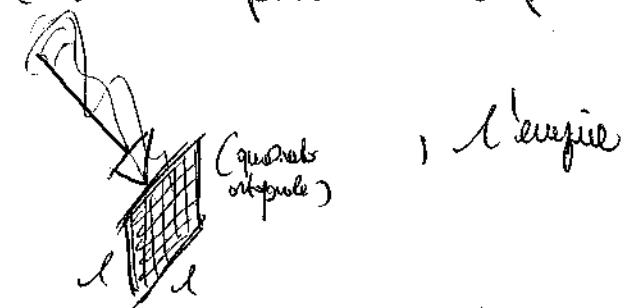
( $\hat{r} \times \hat{z} = \hat{x}$ )

$$= c B_0 \hat{x} \cos(\omega t + k_r r) \quad , \text{ Se con } \vec{E}$$

(infinitesimale)  $|S| = \frac{l}{\mu_0} (E) (B) = \frac{c}{\mu_0} (B_0)^2 \cos^2(\omega t + k_r r) \quad ,$

$$I := \langle |S| \rangle = \frac{c}{2\mu_0} (B_0)^2 \quad , \text{ che si le fettine debba far anche}$$

② amperoile esterne ; se allora



amperoile del quadro in un arco di lunghezza  $l$   $E(O \rightarrow l) =$

$$= I \cdot l \cdot t \quad , \quad t \propto l = N \text{ (turns) } = \frac{Nz\pi}{\omega} \quad \text{dove}$$

$$E = I l N T = \frac{c}{2\mu_0} (B_0)^2 l \frac{z\pi N}{\omega}$$

$$E_1 = (e) \sin(\omega t - k(z+z)/\sqrt{2})$$

$$E = \begin{cases} E_1 & (in \text{ es. 1}) \\ E_2 = (e) \sin(\omega t - k(z+z)/\sqrt{2} + 75^\circ) & , e \text{ in } V/m = N/C \\ E_3 = (e) \sin(\omega t - k(z+z)/\sqrt{2} + \pi) = -E_2 & \end{cases}$$

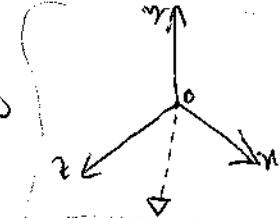
è un'onda sinusoidale come  $\mathcal{A}(\omega t - k \cdot X)$ , con  $X := (x, y, z)$

e amplitudine  $A = \frac{l}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{l}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{l}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}l}{\sqrt{2}} = l \quad , \text{ che coincide con le dimensioni}$

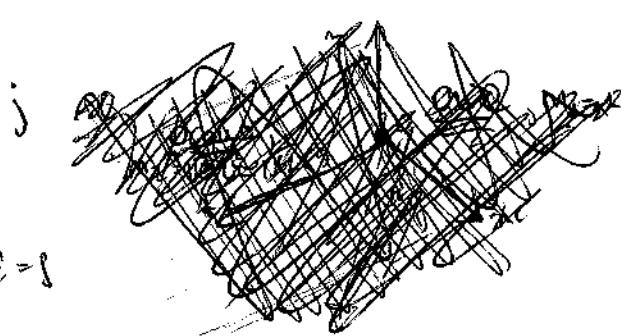
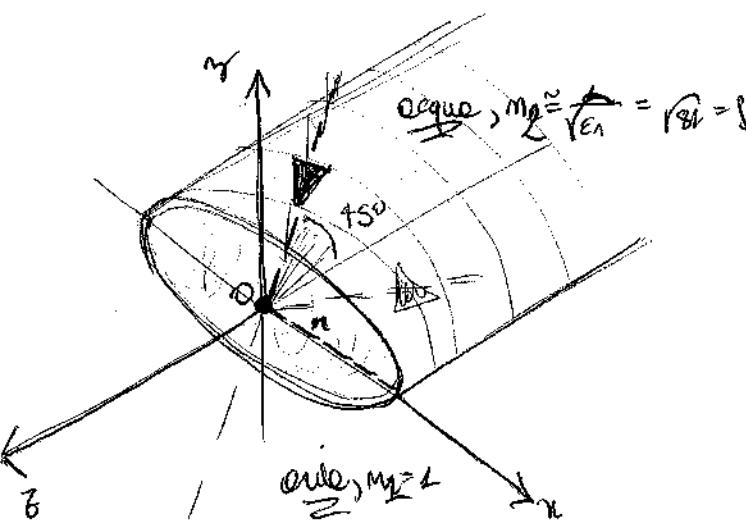
③ (superficie

$$(k \cdot \hat{E} = 0 !)$$

$\rightarrow$  se è (Piana) (estesa) con l'andamento



elliptique "inclus" (A)

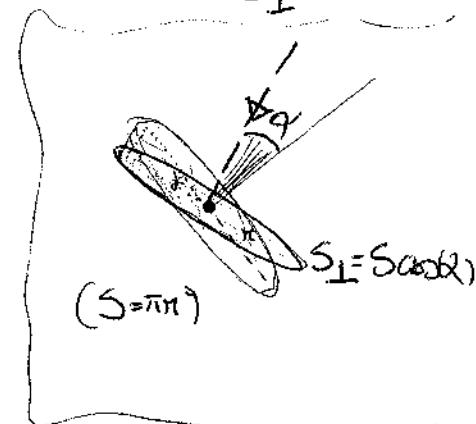


A2

$$\rightarrow \text{angle } \theta_C = \arcsin \frac{t}{3} \approx 6.9^\circ \leq 95^\circ$$

L'onde si riflette totalmente nello

metallo ; da  $I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} |E_0|^2 \approx \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\epsilon_r (0^2 + 2e)^2 + 0^2) = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r (3e^2)}{8\pi}$ , da cui  $E(0 \rightarrow b) = I \times S_L \times t = I(\pi r^2) \cos(45^\circ) \times \text{lung.} (2/\pi^2)$



(V0000)

(c)  $E = -3i \frac{1}{\pi} \underbrace{e^{-ikr}}_0 e^{i\omega t} \quad (\text{in } V/m = N/C) \quad \text{ha}$

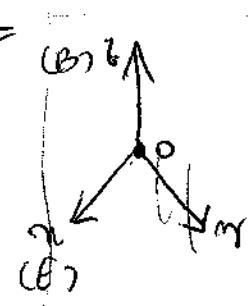
$$\text{Re}(E) = 3i \frac{1}{\pi} \sin(\omega t - kr) \quad , \text{ ovvero} \quad \text{Re}(E) = \begin{cases} 3 \sin(\omega t - kr) \\ 0 \\ 0 \end{cases} :$$

onde (fase) trasporta  $\pm \frac{1}{2}$  oni polarizzate lineari (lungo "z") , e

con indice effettivo  $3/\sqrt{2}$  ; da cui conosciamo  $B =$

$$= \frac{i}{C} E \times \hat{m} \stackrel{(n_{eff}=3)}{=} \frac{3}{C} i \frac{1}{\pi} \sin(\omega t - kr) = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ \frac{3}{C} \sin(\omega t - kr) \end{cases} \rightarrow$$

che ha indice effettivo  $\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{3}{C}$ .



$$(b) E = (3e^{i\pi/3} \hat{x} + 3\hat{y}) e^{i(\omega t + kz)} = \begin{pmatrix} 3e^{i(\omega t + kz + \frac{\pi}{3})} \\ 3e^{i(\omega t + kz)} \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$E = \begin{cases} 3 \cos(\omega t + kz + \pi/3) \\ 3 \cos(\omega t + kz) \\ 0 \end{cases}$$

: onde progressiva in  $-\frac{1}{3}$  con flessione  
ellittica e con onde effette  
(stavolta  $\neq 0, \pi/2, \pi$ !)

$$\frac{\sqrt{9+3}}{\sqrt{2}} = 3 ; \text{ ormai resto } B = \begin{cases} (3/c) \cos(\omega t + kz) \\ -(3/c) \cos(\omega t + kz + \pi/3) \\ 0 \end{cases}$$

② onde effette ~~progressiva~~  $3/c$   $\left( \frac{\partial B}{\partial t} \right) \text{ rest } E = - \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} E_x \\ E_z \\ 0 \end{pmatrix} =$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \\ -\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \left( 3 \begin{pmatrix} \cos(\omega t + kz) \\ -\cos(\omega t + kz + \pi/3) \\ 0 \end{pmatrix} \right) \stackrel{\text{(con)}}{=} \frac{\partial}{\partial t} \left( 3 \frac{k}{\omega} \begin{pmatrix} \cos(\omega t + kz) \\ -\cos(\omega t + kz + \pi/3) \\ 0 \end{pmatrix} \right).$$

$$(c) E = (4e^{i\pi/4} \hat{x} + 3e^{-i\pi/2} \hat{y}) e^{-i(\omega t - kz)} \rightarrow$$

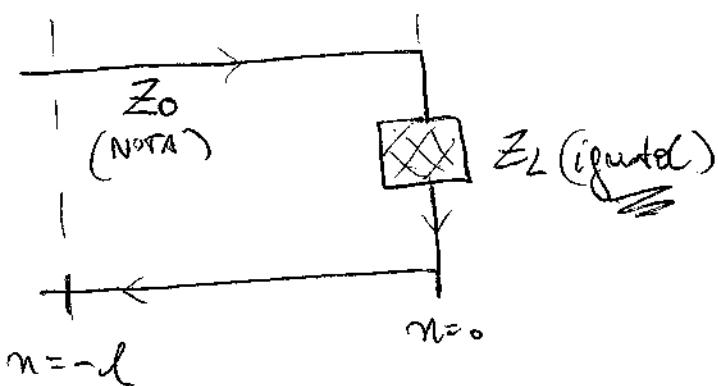
$$E = \begin{cases} 4 \cos(\omega t - kz + \pi/4) \\ 3 \cos(\omega t - kz - \pi/2) \\ 0 \end{cases} : \text{ progressiva } +\frac{1}{3} \text{ con flessione} \\ \text{ellittica} \quad \text{e con onde effette} \\ (\text{e simili!})$$

$$\frac{\sqrt{6+3}}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \rightarrow \text{al quale corrisponde } B = \begin{cases} (3/c) \cos(\omega t - kz - \pi/2) \\ (+4/c) \cos(\omega t - kz + \pi/4) \\ 0 \end{cases}$$

② onde effette  $\frac{5}{\sqrt{2}}$  (ore che il " $-kz$ ", per  $\omega$

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \frac{k}{\omega} ! )$$

$\checkmark$



CASO  $R = \beta = 0$  (caso "buono") :  $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$  reale, finita e coefficiente  $\alpha$

$$\text{riflessore } R := \frac{V_1}{V_2} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}, \text{ OSSIA } Z_L = \frac{1+R}{1-R} Z_0$$

$(R(Z_L) + Z_0) = Z_L + Z_0 \Rightarrow \text{proprio } R !$  (In generale  $R$

è complesso, sicché  $R = |R| e^{i\phi}$ ; se  $V(x) = V_2 e^{ipx}$  +  $+ V_2 \bar{e}^{-ipx}$ , fissa  $\gamma = i\beta$  con  $\beta = \omega \sqrt{LC}$  nel caso  $R = \beta = 0$ ; ma  $V_1 = R V_2 \Rightarrow V(x) = V_2 e^{ipx} (1 + |R| e^{i\phi})$ , che ha chiusamente

$$\begin{cases} |V|_{\max} = V_2(1 + |R|) \\ |V|_{\min} = V_2(1 - |R|) \end{cases}$$

(NOTA)  $\Rightarrow \Delta := \frac{|V|_{\max}}{|V|_{\min}} = \frac{1+|R|}{1-|R|} \stackrel{\text{cioè}}{=} |R| = \frac{\Delta-1}{\Delta+1}$

per  $\Delta \geq 1$ , si trova che  $|V|_{\max}$  si dà in  $\frac{\pi}{8}$ , e

grazie che  $\gamma = \frac{2\pi}{\beta} \Rightarrow \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{4\beta} \Rightarrow \beta = 2\pi$ , proprio  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot G = 1$ , cioè  $\theta = \vartheta - \pi r_2$ , cioè  $\vartheta = \vartheta_2$ ,

de cui frequenza  $R = |R| G = i |R| = i \sqrt{\frac{L}{C}} = i \sqrt{\frac{1}{G}}$  è quindi  $Z_L$ .



$\rightarrow z$  (rotore che contiene un acceleratore  
a campo costante  $\beta$ )

(Sollecito lungo il Non conduttore)

Grazie alle rotazioni, una struttura

di superficie  $\Omega$  trasporta una carica  $\Omega I = F \omega t$  con  $F$  (in  $A/m$ )

$$F = \sigma \Omega \quad (\text{della}) \quad = \sigma (\Omega R) = \sigma \beta R t \quad (\omega = \beta t) \quad \text{e allora} \\ (\text{stessa carica!})$$

$$|B| = \mu_0 \frac{m}{l} I = \mu_0 \frac{(l/\Omega)}{l} (\sigma \beta R t) \Omega \theta = \underline{\mu_0 \sigma \beta R t} \quad (\text{stessa carica!})$$

m<sup>o</sup> strada per  
calcolo di lunghezza  
carica in  
una strada  
 $\Omega I$

è dunque  $+z$  ; allora  $E$  è dunque  $-i$  , e dunque il modulo  
nella superficie

$$\text{da } (2\pi R)(EI) = f |E| \Omega \theta \Rightarrow + \frac{\partial \phi(B)}{\partial t} = (\mu_0 \sigma \beta R) \pi R^2 =$$

superficie  
entro cui è  
applicata

$$= \pi \mu_0 \sigma \beta R^3 \quad : \quad (EI) = \underline{\frac{\mu_0}{2} \sigma \beta R^2} \quad ; \quad \text{allora chiamate}$$

$$S = \frac{1}{\mu_0} E \times B = - \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{\mu_0}{2} \sigma \beta R^2 \right) (\mu_0 \sigma \beta R t) \hat{z} =$$

(superficie)

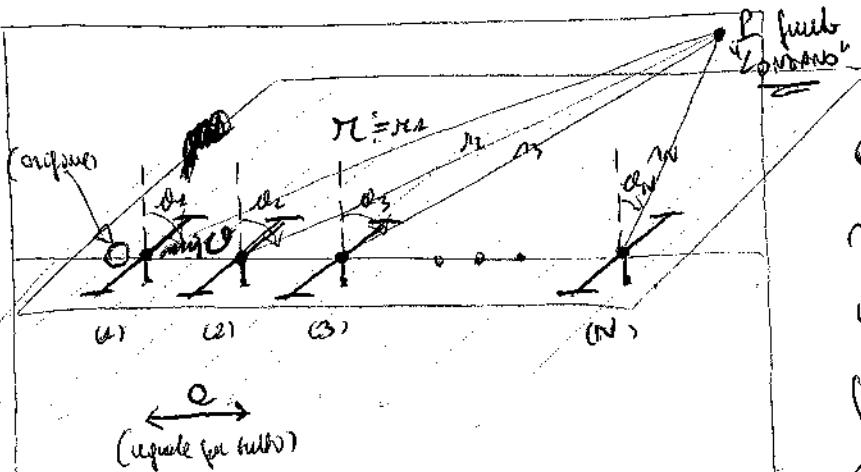
$$= - \frac{\mu_0}{2} \sigma^2 \beta^2 R^3 t \quad ; \quad \text{e allora abbiamo queste}$$

$$\text{superficie } \Phi(S) = |S| (2\pi R) L = \mu_0 \pi L \sigma^2 \beta^2 R^4 t \quad ; \quad \text{confrontando}$$

con le precedenti celle ~~contiene~~ energia magnetica :  $V =$

$$= \frac{1}{2 \mu_0} (B)^2 (\pi R^2) L = \frac{\pi R^2 L}{2 \mu_0} (\mu_0)^2 \sigma^2 \beta^2 R^4 t^2 = \frac{1}{2} \mu_0 \pi L \sigma^2 \beta^2 R^4 t^2$$

$$\text{da cui finalmente } \frac{\partial V}{\partial t} = \Phi(S) !$$



L'idea è che il piano si sposta  
e commette forze (della m.  
se il piano di Mersenne  
inappena), e che que le  
forze iniziate nel piano dei  
rifletti s. Ora, per

(N catene simili (fissate), elementi  
dei campi simili)

sono, per ogni catena

$$\text{una formula del tipo } E := E(u_i, \omega) = \frac{\mu_0}{\rho_i} \frac{\omega^2}{r_i} \sin(kr_i - \omega t) (\vec{r}_0 \times \vec{r}) \times \vec{r}$$

(caten in  $\vec{r}$ ) , dove somme  $E_{\text{tot}} = \sum_i E_i =$

$$= A \sum_i \frac{\sin(kr_i - \omega t)}{r_i} \quad (i=1..N) ; \text{ se, de fatto}$$

$r_i$  è dimensionale  $\approx R$ ,  $r_i$  nel senso  $= |\vec{r}_i - \vec{r}_0|$  se  $\vec{r}_0 = 0$ :

$$|\vec{r}_i - \vec{r}_0| = \sqrt{r_i^2 + \epsilon_i^2 - 2\vec{r}_i \cdot \vec{\epsilon}_i} = \sqrt{r_i^2 \left(1 - \frac{2\vec{r}_i \cdot \vec{\epsilon}_i}{r_i} + \frac{\vec{\epsilon}_i^2}{r_i^2}\right)} =$$

$\underbrace{\qquad}_{\text{(2)}} \qquad \underbrace{\qquad}_{\text{(3)}}$

$$\approx 2 \frac{\epsilon_i}{R} \cos(\theta) \quad \left( \begin{array}{c} \text{2} \\ \text{3} \end{array} \right)$$

$$= R \sqrt{1 - 2 \frac{\epsilon_i \cos \theta}{R}} \approx R \left(1 - \frac{\epsilon_i \cos \theta}{R}\right) = (R - \epsilon_i \cos \theta)$$

$$\Rightarrow E_{\text{tot}} \approx \frac{A}{R} \sum_i \sin(RM - k\epsilon_i \cos \theta - \omega t)$$

Notazione  
Complessa

$$\approx \frac{A}{R} \sum_i e^{i(MR - k\epsilon_i \cos \theta - \omega t)} = \frac{A}{R} \sum_i e^{i(MR - \epsilon_i \cos \theta)} e^{-i\omega t}$$

$\left( \sum_{i=0}^N c^i = \frac{1 - c^{N+1}}{1 - c} \right)$

Nota, oltre che innanzitutto per induzione!

$$\rightarrow \sum_{i=1}^N c^i = \left( \sum_{i=0}^N c^i \right) - 1 = \frac{1 - C^{N+1} - (1-C)}{1-C} = C \frac{1 - C^N}{1-C}$$

et d'après  $E_{\text{tot}} \approx \frac{A}{\pi} e^{i(\omega t - \varphi)}$ . B :  $\frac{1 - e^{-i\omega t}}{1 - e^{-i\omega t}}$

$$\left( \frac{1}{1 - e^{-i\omega t}} - \frac{e^{-i\omega t}}{1 - e^{-i\omega t}} \right)$$

qui n'a pas de sens pour  $\theta = \pi/2$ , mentre il a sens pour  $\theta = 0$ .

Linee à transmission sur DATA,  $G=0$ , et R,L,C sont tels que l'on ait  $\frac{\omega L}{R} \gg 1$  ( $\omega = 2\pi f$ ) ; alors l'impédance caractéristique est

$$Z_0 := \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{i\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C} + \frac{R}{i\omega C}} =$$

$$= \sqrt{\frac{L}{C} \left( 1 - \frac{iR}{\omega L} \right)} \approx \sqrt{\frac{L}{C} \left( 1 - i \frac{R}{2\omega L} \right)} \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{note !}) ; \text{ voir nota}$$

aussi le temps de résonance  $\tau$  :

$$= \sqrt{ZY} = \sqrt{(R + i\omega L) i\omega C} = \alpha + i\beta \quad : \quad \beta = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \alpha^2 = \frac{1}{2} [-\omega^2 LC + \sqrt{(\omega^2 LC)^2 + \omega^2 (RC)^2}] \\ \beta^2 = \frac{1}{2} [\omega^2 LC + \sqrt{(\omega^2 LC)^2 + \omega^2 (RC)^2}] \end{cases} ; \text{ on a } \alpha^2 = \frac{1}{2} \omega^2 LC$$

$$\sqrt{(\omega^2 LC)^2 + \omega^2 (RC)^2} = \omega^2 LC \sqrt{1 + \frac{R^2}{\omega^2 L^2}} \approx \omega^2 LC \left( 1 + \frac{R^2}{2\omega^2 L^2} \right),$$

et d'après  $\begin{cases} \alpha^2 \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{RC}{LC} \\ \beta^2 \approx \omega^2 LC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha \approx \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \\ \beta \approx \omega \sqrt{LC} \end{cases}$

sufficiente  $\lambda \cdot l \ll 1$ ) e  $\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \approx \lambda$  j'ave il cercle  
 come plesso

nde  $Z_L = R_L$  in cui saremo usare come simbolo del simbolo  $I_L$ :

$$\text{dove } \frac{V_L}{I_L} = R_L \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} V_L = V(0) = V_1 + V_2 \\ I_L = I(0) = -\frac{l}{Z_0} (V_1 - V_2) \end{array} \right.$$

potendo quindi desiderare le correnti lungo le linee in funzione di

$I_L$ , calcolando in cui  $V_1$  e  $V_2$  siano le stesse

$$\left\{ \begin{array}{l} V(x) = V_1 e^{ipx} + V_2 e^{-ipx} \\ I(x) = -\frac{l}{Z_0} (V_1 e^{ipx} - V_2 e^{-ipx}) \end{array} \right. \quad \text{in } x = -l \quad (\text{O}^{\text{de}} \approx \text{!})$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_L + Z_0}{R_L - Z_0} = \frac{R_L/Z_0 + 1}{R_L/Z_0 - 1} \quad \text{, cioè } V_2 = \frac{R_L/Z_0 + 1}{R_L/Z_0 - 1} V_1$$

$$I_L = -\frac{l}{Z_0} \left( 1 - \underbrace{\frac{R_L/Z_0 + 1}{R_L/Z_0 - 1}}_{= 2} \right) V_1 \quad \text{, cioè } \left\{ \begin{array}{l} V_1 = \frac{1}{2} I_L (R_L - Z_0) \\ V_2 = \frac{1}{2} I_L (R_L + Z_0) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow I(-l) = \pm \frac{l}{Z_0} \frac{I_L}{2} \left[ (R_L - Z_0) e^{ipl} - (R_L + Z_0) e^{-ipl} \right] = \\ (+2Z_0 \cos(\beta l) + 2i R_L \sin(\beta l))$$

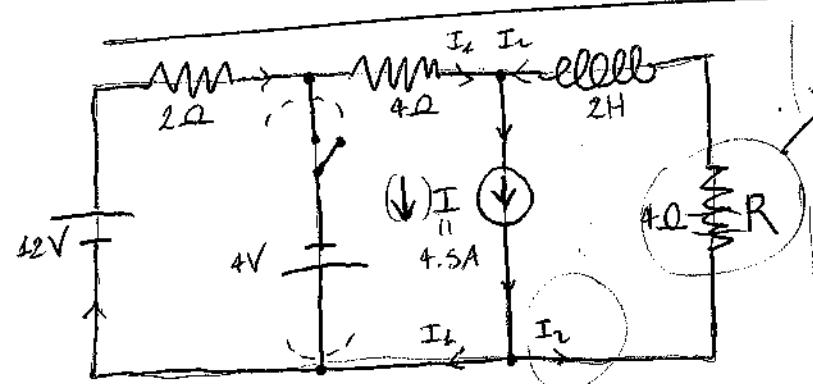
$$= I_L \cos(\beta l) + \frac{I_L}{Z_0} R_L i \sin(\beta l) \quad \text{. Ora, mettendo in}$$

forma complessa con centro  $R_L$  e  $W_L = R_L(I_L)^2$ , ottiene da  
 invece lungo la linea  $\langle W_L \rangle_x = R \langle I(-x) \rangle^2 =$   
 $(\text{modo D'Angelo})$

$$= \left( \frac{l}{2} R(I_L)^2 \left[ \cos^2 \beta x + \left( \frac{R_L}{Z_0} \right)^2 \sin^2 \beta x \right] \right), \quad \text{che sono integrali lineari}$$

$$\int_0^{\beta L} \chi(\beta x) Q_{\alpha\beta} = \frac{1}{\beta} \int_0^{\beta L} \chi(x) Q_{\alpha\beta} dx \quad , \text{ subject to } \beta L \leq 2\pi$$

$\Rightarrow \begin{cases} \beta x = \alpha y & (\alpha \rightarrow \alpha + 2\pi \\ n = m + pL \end{cases}$   
 $\Rightarrow Q_{\alpha\beta} = \frac{1}{\beta} Q_{m,n}$



Dacă căutăm  $50W = R(I_2)_{\text{m}},$   
orașul său este format de:

$$(I_2)_{\text{max}} \approx 3.5 \text{ A} \quad : \text{ no limit!}$$

Figure Alternative ( $f = 0^-$ )

$$4.5A = I = I_1 + I_2 \quad , \text{ in the } \\ \text{(accep) } \quad ,$$

$$V_L = \text{Imaginary part} = 0$$

French music as it is refine elsewhere, though no such music

$$12V = (6\Omega)I_1 - (4\Omega)I_2 \quad \text{, Qe au} \\ \text{(using)} \quad \left[ \begin{array}{|c|c|} \hline & I_1 \\ \hline & I_2 \\ \hline \end{array} \right] \quad (4.5A - I_2)$$

$$I_1 = 3A \text{ e } coil \quad I_2 = 1.5A \quad || \quad \rightarrow W_R = R(I_2) = g_{\frac{I_2}{I_1}} W_0$$

D'où la chaleur ( $f=0^+$ ) : conduire le mieux

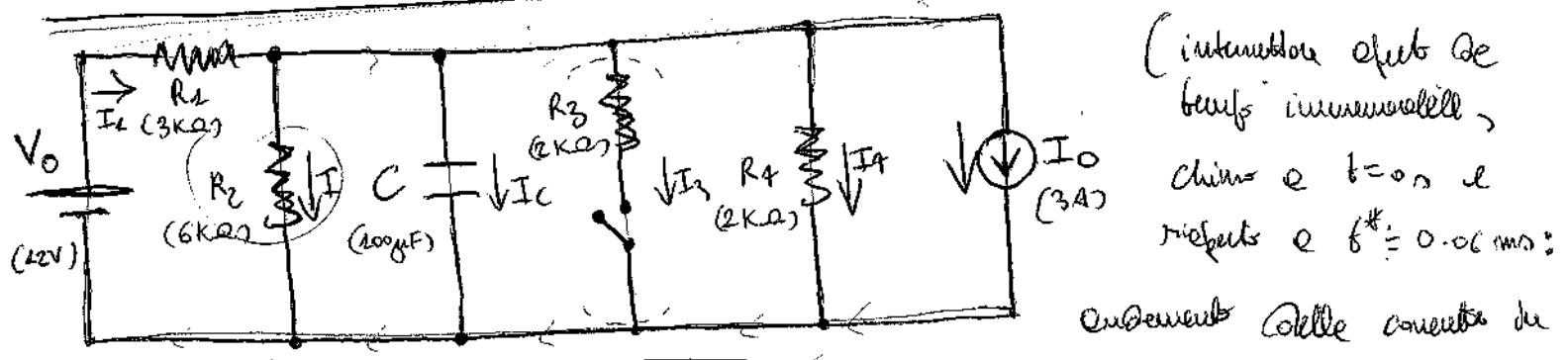
$$\text{Ansatz: } 4V = (4\Omega)I_1 + (2H)I_2 - (4\Omega)\underbrace{I_1}_{(9.5A - I_2)} =$$

$$= (4\Omega)I_2 + (2H)I_2 - 18V + (4\Omega)I_2 \quad , \text{ above Mo Qc}$$

$$\text{result} \quad 2I_2 + 8I_2 = 22, \text{ then } I_2 + 4I_2 = 11$$

Le schéma que je vous ai donné  $I_2 = -4I_1$  et  $I_2(t) = \frac{C}{t+4}$   
 (vraie formule), avec une faute ( $t=0$ ) et deux erreurs

$I_2 = \text{constante} \equiv \frac{11}{4} = 2.75 A$ , de aici  $I_2(t) = C \bar{B}^{-t} + 2.75 A$  ;  
 deci, caea urmă,  $1.5 A = I_2(t^+) = C + 2.75 A \Rightarrow C = -1.25 A$  și quinco  $I_2(t) = (-1.25 A) \bar{B}^{-t} + 2.75 A \Rightarrow$   
 $(I_2)_{\max} = 2.75 A < 3.5 A \Rightarrow R \text{ nu se răufează!}$



(intervalele sunt de  
 la 0 ms la 0.16 ms),  
 chiar și  $t=0$  și  
 respectiv  $t=f^* = 0.06 ms$ :

endemant că aceasta de

$R_2$  să fie numărătă la  $f^* = 0.16 ms$  (Q)

și  $I_2$  să fie constată în  $R_2$ , deci elementul  $I = \frac{V_C}{R_2}$ , ca

$$\sqrt{C} = V_o - R_2 I_2 \Rightarrow V_o - R_2 (I + I_4 + I_0) \text{ pentru } (I_C = 0)$$

în  $\boxed{t < 0}$  (il căzărea la unu care!) ; de aici  $I = \frac{V_C}{R_2}$ , și  
 adăugându-l  $I_4 = \frac{V_C}{R_4}$   $\Rightarrow V_C = V_o - (R_2/R_2)V_C - (R_4/R_4)V_C - R_2 I_0$ ,  
 ceea ce  $V_C = \frac{V_o - R_2 I_0}{1 + R_2/R_2 + R_4/R_4} = \bar{V}_C$ , de aici definim curentul  $I_-$  ;

$\boxed{t \geq 0} : \text{distanța de } V_C^{(0)} = A \bar{B}^{-\frac{t}{RC}} \text{ cu } R := \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$

Mentre că fizic  $V_C^{(\infty)} = \frac{V_o - R_2 I_0}{1 + R_2/R_2 + R_4/R_4 + R_3/R_3} \Rightarrow V_C(t) =$   
 $= A \bar{B}^{-\frac{t}{RC}} + V_C^{(\infty)}$ , și adăună A de  $\bar{V}_C = A + V_C^{(\infty)}$  !

$\boxed{t \geq f^*} : \text{distanța de } V_C(t) = A' \bar{B}^{-\frac{t}{RC}} + (\bar{V}_C) \text{, cu } R' := \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1}$   
 $f' = f - f^*$ , și  $V_C(t^*) = V_C(f^*)$  de aici adăună A' !

Università di Pisa  
Fisica III (CdL in matematica)

Prova scritta 16 Giugno 2014

**Esercizio 1**

Una pulsar è una stella degenere rotante, che emette brevi impulsi di onde elettromagnetiche con frequenze dell'ordine di centinaia di MHz. Sapendo che il mezzo interstellare è dispersivo e le onde elettromagnetiche soddisfano la relazione  $\omega^2 = \omega_0^2 + c^2 k^2$  (con  $\omega_0 = 9.8 \cdot 10^3$  rad/s), si sfruttino i dati in figura 1 sui tempi di arrivo degli impulsi osservati da un radiotelescopio in funzione della loro frequenza media per determinare a quale distanza si trovi la pulsar, giustificando il metodo.

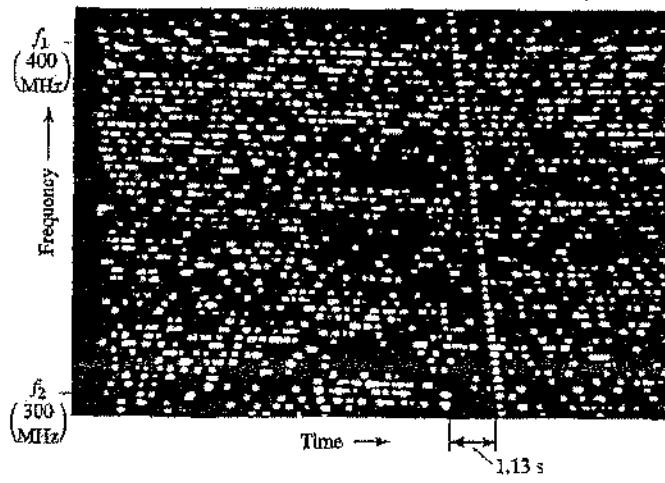


Figure 1: Esercizio 1: tempi di arrivo degli impulsi di una pulsar (serie di punti correlati nella linea diagonale) in funzione della loro frequenza media.

**Esercizio 2**

Su un'antenna (linea di trasmissione senza perdite) con impedenza caratteristica  $Z_0 = 50 \Omega$  è presente una tensione sinusoidale di frequenza  $f = 47$  MHz. Collegando l'antenna a una resistenza  $R$  si osserva che  $1/9$  della potenza incidente viene riflessa.

Si indichino i valori numerici delle caratteristiche di un tratto di linea di trasmissione (senza perdite) con induttanza per unità di lunghezza  $1.5 \mu\text{H}/\text{m}$ ,

che, se inserito tra l'antenna e la resistenza, permetta di eliminare la riflessione.

**Esercizio 3**

Un filamento isolante infinitamente sottile e infinitamente lungo con densità lineare di carica  $\lambda$  è disposto lungo l'asse  $z$ . All'istante  $t = 0$  il filo inizia a muoversi con velocità costante nella direzione  $+z$ .

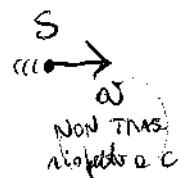
Si determini il potenziale vettore a distanza  $r$  dall'asse  $z$  per qualsiasi tempo, e il valore del campo magnetico per  $t$  che tende a infinito.

**Esercizio 4**

Un'astronave viaggia verso la terra a velocità  $v = 2.4 \cdot 10^5$  km/s, e ha una luce che lampeggi con un periodo  $T = 0.5$  s, come determinato dal pilota. Determinare la frequenza del lampeggio misurata da terra, tenendo conto del moto dell'astronave.

4

(Answers)



$$I^1 = \frac{C}{\lambda^1}, \text{ on}$$

$$X^1 \text{ Non } = \boxed{\frac{Q}{C\lambda^1} - \omega T} \quad \text{MA}$$

$$\boxed{X^1 = C(VT) - \omega(T)} \quad \rightarrow \text{Done}$$

$$\gamma \doteq \frac{t}{\sqrt{t^2 - \beta^2}} \quad \text{and} \quad \beta \doteq \omega/c \quad : \quad \gamma^1 = \frac{c}{\lambda^1} = \frac{c}{\sqrt{(c-\omega)^2 + \omega^2}} \quad ;$$

$$\text{Or} \quad \frac{t}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{c^2}} = \frac{t}{c} \sqrt{\frac{c^2 - \omega^2}{(c-\omega)(c+\omega)}} \quad \rightarrow \quad \boxed{t^1 = \sqrt{\frac{c+\omega}{c-\omega}} \gamma t}$$

1

$$\omega \approx 2\pi \cdot 40^2 \cdot 10^6 \frac{1}{s} = 2\pi \cdot 10^8 \frac{1}{s} \gg \omega_0, \quad \text{et d'ailleurs} \quad \omega_p = \frac{\partial \omega}{\partial n} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial k} \sqrt{(\omega_0)^2 + c^2 k^2} = \frac{c^2 k}{\omega} = \frac{c^2}{\omega} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2} \approx$$

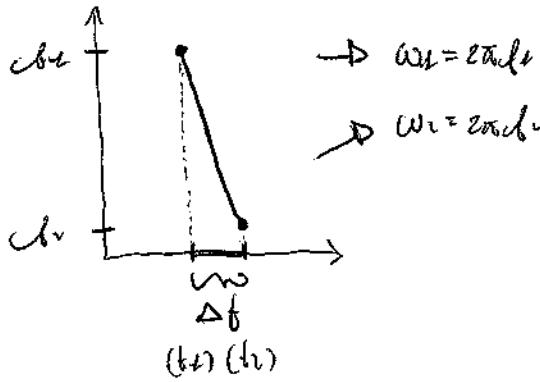
$(\omega^2 = (\omega_0)^2 + c^2 n^2)$

$$\approx c \left(1 - \frac{(\omega_0)^2}{2\omega^2}\right) \quad , \quad \text{et d'ailleurs} \quad \Delta f = \frac{L}{\omega p} \approx \frac{L}{c} \left(1 + \frac{L}{2} \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right)$$

$$\Rightarrow \Delta f = f_2 - f_1 = \frac{L}{c} \left(1 + \frac{L}{2} \left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)^2\right) - \frac{L}{c} \left(1 + \frac{L}{2} \left(\frac{\omega_0}{\omega_2}\right)^2\right) =$$

$$= \frac{L(\omega_0)^2}{2c} \left( \frac{1}{(\omega_1)^2} - \frac{1}{(\omega_2)^2} \right), \quad \text{Done} \quad \Delta f, \omega_1 \text{ et } \omega_2 \quad \text{et d'ailleurs} \quad \text{sel}$$

fini

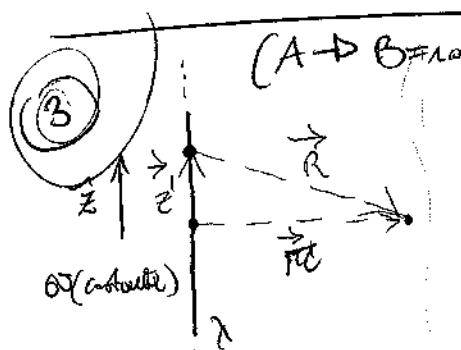


$$\textcircled{2}) \quad \frac{1}{S} = \frac{W_R}{W_i} \stackrel{\text{(P.)}}{=} \left( \frac{R - Z_0}{R + Z_0} \right)^2 \quad (Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}), \text{ se } R; \\ \text{ovviamente anche } Z_1(n) = Z_0 \frac{R - i Z_0 \tan(\beta n)}{-i R \tan(\beta n) + Z_0} \stackrel{=} Z_0,$$

Dove  $Z_0' = \sqrt{R Z_0}$  ( $\text{"Z/Y"}$ ) ( $\text{e } \beta = \omega \sqrt{C}$ !) : per  $\beta n = \frac{\pi}{2} (+n\pi)$ ,

ma intanto, ma  $Z_1(n) = \frac{(Z_0')^2}{R} = Z_0 \left( = \sqrt{\frac{L}{C}} \right)$ , se  $n \in C$ !

Quindi abbiamo se  $n = \frac{k}{\beta} \frac{\pi}{2}$ , ovvero  $\omega = 2\pi f$ .

$\textcircled{3})$    $(A \rightarrow B \neq \text{attivo})$

Se  $H(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{per } \xi \geq 0 \\ 0 & \text{per } \xi < 0 \end{cases}$ , allora abbiamo

$$Z(E,t) = \omega \omega H(t) \tilde{Z}, \text{ se attivo (formula generale)}$$

$$A(x,t) = A_3(x,t) \tilde{Z}, \text{ con } A_3(x,t) =$$

$$(R = \tilde{Z} - \tilde{Z}') \quad = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{z_1}^{z_2} Q \tilde{Z}'(z) \frac{H(t - R/c)}{R} dz, \text{ per attivo}$$

$$(R = \sqrt{\tilde{Z}^2 + \tilde{Z}'^2}) \quad A_3(x,t) = \frac{\mu_0(\omega)}{4\pi} \int_{z_1}^{z_2} \frac{Q \tilde{Z}'}{\sqrt{\tilde{Z}^2 + \tilde{Z}'^2}} dz \stackrel{=} \quad$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} (\omega) \log(\tilde{Z}' + \sqrt{\tilde{Z}^2 + \tilde{Z}'^2}) \Big|_{z_1}^{z_2} = \frac{\mu_0}{4\pi} (\omega) \log\left(\frac{\tilde{Z}_2 + \sqrt{\tilde{Z}^2 + \tilde{Z}'^2}}{\tilde{Z}_1 + \sqrt{\tilde{Z}^2 + \tilde{Z}'^2}}\right);$$

se, fatto così lo stesso solo per  $R \leq ct$ , cioè  $\tilde{Z}^2 + \tilde{Z}'^2 \leq (ct)^2$ ,

$$\text{cioè } |\tilde{Z}'| \leq \sqrt{(ct)^2 - \tilde{Z}^2}, \text{ se } -\tilde{Z}_2 = \tilde{Z}_1 = \sqrt{(ct)^2 - \tilde{Z}^2} \text{ è la condizione}$$

$$A_3(x,t) = \frac{\mu_0}{4\pi} (\omega) \log\left(\frac{(ct) + \sqrt{(ct)^2 - \tilde{Z}^2}}{(ct) - \sqrt{(ct)^2 - \tilde{Z}^2}}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi} (\omega) \log\left(\frac{1 + \sqrt{1 - (\tilde{Z}/ct)^2}}{1 - \sqrt{1 - (\tilde{Z}/ct)^2}}\right);$$

Ora siamo in coordinate cartesiane  $(x, t, \tilde{Z})$ : il fatto che  $A_3$  abbia  $\frac{\partial A_3}{\partial x} = 0$  e  $A_3 = A_3(t)$  ...!