

## Guía de Álgebra para Ingenieros (Parte 2)

**Asignatura:** Introducción al Álgebra (MAT-101/MAT-002) **Dirigido a:** Estudiantes de la Facultad de Ingeniería de Unitec

---

¡Bienvenido/a de nuevo, futuro/a ingeniero/a! 🧠

En la primera parte, establecimos las bases con modelos lineales y polinomios. Ahora, nos adentraremos en un territorio más especializado y potente. Las **expresiones racionales** nos permitirán modelar eficiencias, tasas y relaciones complejas, mientras que las **raíces y radicales** nos darán el lenguaje para describir fenómenos geométricos, de crecimiento y de decaimiento.

Estos no son solo temas para un examen; son herramientas que usarás para optimizar sistemas, analizar la estabilidad de una estructura o hasta para entender la velocidad de un algoritmo. ¡Sigamos!

---

### Tema 3: Expresiones y Ecuaciones Racionales (Fracciones Algebraicas)

Piensa en las expresiones racionales como las "fracciones" del álgebra. Si los polinomios son los números enteros, las expresiones racionales son los cocientes que nos permiten modelar relaciones de **tasa, proporción y eficiencia**. Casi todo en ingeniería se puede medir en términos de "algo por unidad de algo" (costo por pieza, datos por segundo, flujo por hora), y ahí es donde brillan las fracciones algebraicas.

#### Ejemplos de Aplicación por Carrera

##### Expresiones Racionales y sus Operaciones

Estas operaciones son la base para combinar y analizar tasas de trabajo o flujo.

- **Ing. Industrial y de Sistemas:** La eficiencia de una línea de producción a menudo se mide con un cociente: Eficiencia = (ProducciónReal / ProducciónTeórica). Si tienes dos procesos en serie con eficiencias  $E_1(x)$  y  $E_2(x)$ , la eficiencia total del sistema podría implicar la multiplicación de estas expresiones:  $E_{total}(x) = E_1(x) * E_2(x)$ .
- **Ing. en Sistemas / Telecomunicaciones:** La velocidad de transferencia de datos es una tasa: Velocidad = Datos / Tiempo. Una expresión racional compleja puede modelar el rendimiento (throughput) de una red, considerando factores como el ancho de banda (B), la latencia (L) y el tamaño del paquete (P).
- **Ing. Civil:** La pendiente de una carretera en un punto específico puede calcularse como el cociente de dos funciones polinomiales que describen el perfil vertical y horizontal del terreno.

##### Ecuaciones Racionales

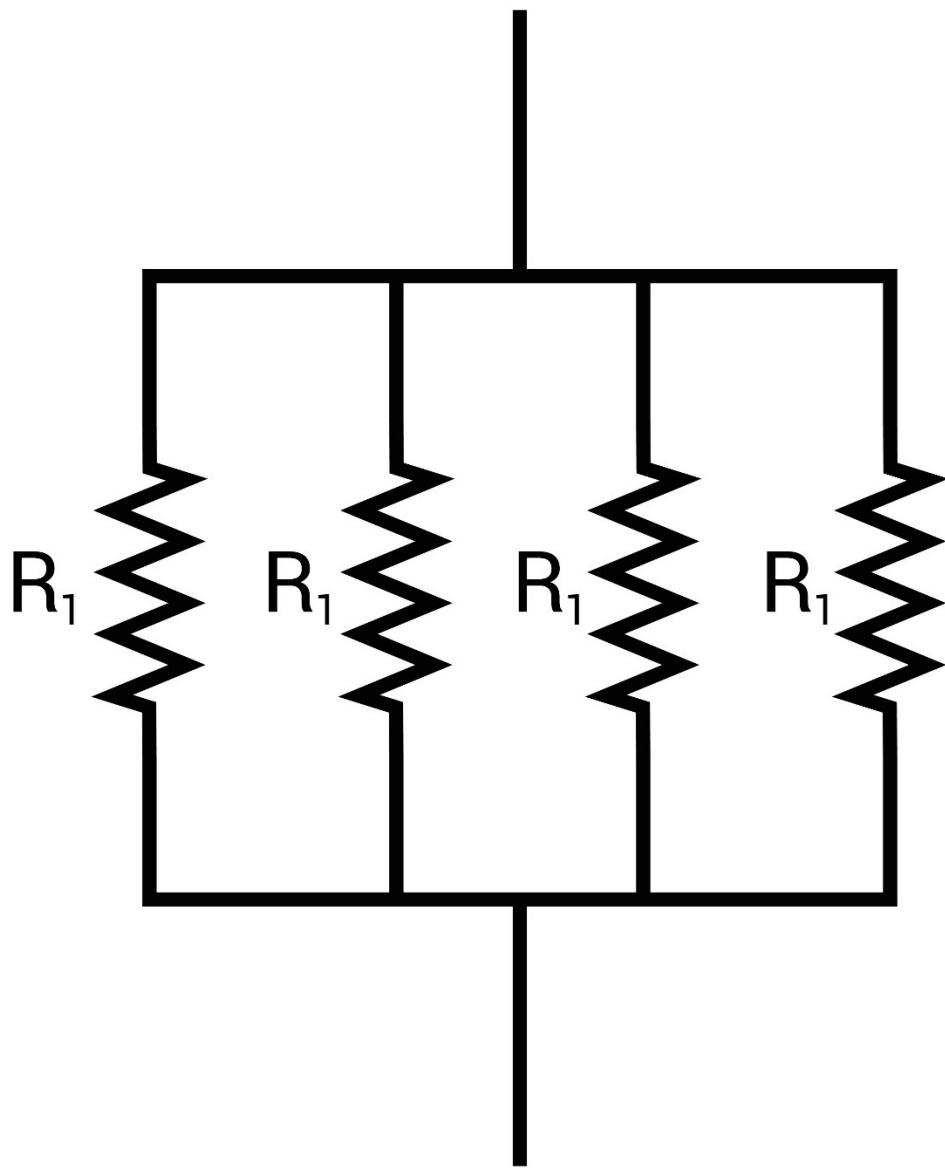
Se usan para encontrar un valor desconocido cuando trabajas con tasas combinadas. El ejemplo clásico es el de "trabajo colaborativo".

- **Ing. Industrial / Civil:** Si la máquina A puede completar un lote de producción en 5 horas ( $t_A = 5$ ) y la máquina B puede hacerlo en 7 horas ( $t_B = 7$ ), ¿cuánto tiempo ( $t$ ) tardarán si trabajan juntas? La ecuación que modela esto es una ecuación racional:

$$t_A + t_B = t \Rightarrow 5 + 7 = t$$

Resolver para  $t$  te da el tiempo combinado.

- **Ing. en Mecatrónica / Eléctrica:** La resistencia total ( $R_T$ ) de dos resistores en paralelo ( $R_1$  y  $R_2$ ) se calcula con la fórmula  $1/R_T = 1/R_1 + 1/R_2$ . Si necesitas una resistencia total de 150 Ohms y ya tienes un resistor de 200 Ohms, puedes usar esta ecuación racional para calcular el valor exacto del segundo resistor que necesitas.



Licensed by Google

### **Descomposición en Fracciones Parciales**

Esta es una de las técnicas más poderosas que aprenderás y que tiene una aplicación **directa y crucial** en varias ingenierías. Te permite tomar un sistema muy complejo y "descomponerlo" en sus comportamientos fundamentales más simples.

- **Ing. en Mecatrónica / Sistemas (Análisis de Sistemas de Control):** Esta técnica es **fundamental** en la teoría de control. Cuando modelas la respuesta de un sistema (como un dron estabilizándose, el brazo de un robot moviéndose a un punto, o el control de crucero de un auto), usas una herramienta llamada la "Transformada de Laplace", que resulta en una expresión racional muy compleja. Para entender si el sistema es estable o

cómo reaccionará, necesitas **descomponer esa fracción en fracciones parciales**. Cada fracción simple corresponde a un comportamiento básico del sistema (como una respuesta rápida, una lenta, o una oscilación). ¡Sin esto, no se podrían diseñar sistemas de control estables!

- **Ing. en Telecomunicaciones:** Al diseñar filtros de señal digitales avanzados (por ejemplo, para eliminar el ruido de una llamada o mejorar una imagen), la función matemática que describe el filtro es una expresión racional. Descomponerla en fracciones parciales ayuda a implementar el filtro de una manera mucho más eficiente y estable en el hardware.
- 

#### Tema 4: Raíces y Radicales

Las raíces, los radicales y los exponentes fraccionarios son el lenguaje de la **geometría, las dimensiones y las relaciones no lineales**. Se usan para describir desde la distancia entre dos puntos hasta la atenuación de una señal o la distribución estadística de errores en un experimento.

#### Ejemplos de Aplicación por Carrera

##### Raíces, Radicales y Exponentes Racionales

Estas herramientas conectan el álgebra con el espacio físico y los fenómenos de crecimiento.

- **Ing. Civil:** ¡El Teorema de Pitágoras es el pan de cada día! La longitud de una viga diagonal ( $c$ ) en una estructura se calcula constantemente con  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ . Todo el diseño estructural, topografía y construcción depende fundamentalmente de los radicales.
- **Ing. en Ciencia de Datos / IA:** Una de las métricas más comunes para medir el error de un modelo de predicción es el **Error Cuadrático Medio (RMSE)**. La fórmula es:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (predicho_i - real_i)^2}$$

El radical es esencial para que la unidad del error sea la misma que la de la variable que estás prediciendo (ej. si predices precios en Lempiras, el error se mide en Lempiras).

- **Ing. en Telecomunicaciones:** La intensidad de una señal de radio disminuye con el cuadrado de la distancia. Por lo tanto, la distancia a la que puedes recibir una señal con una intensidad mínima ( $I_{min}$ ) es proporcional a la raíz cuadrada de la potencia de la antena:  $I_{min} \propto \sqrt{P}$ . Para duplicar el alcance, necesitas cuadruplicar la potencia.
- **Ing. en Energía:** La potencia generada por una turbina eólica es proporcional al cubo de la velocidad del viento ( $P \propto v^3$ ). Para saber qué velocidad de viento se necesita para una potencia dada, se usa un exponente racional:  $v \propto P^{1/3}$ .

#### Ecuaciones con Radicales

Las resuelves cuando conoces el resultado de un proceso que involucra una raíz y necesitas encontrar una de las condiciones iniciales.

- **Ing. en Mecatrónica / Física:** El tiempo (T) que tarda un péndulo en oscilar (su período) se describe por la ecuación  $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ , donde L es la longitud y g es la gravedad. Si necesitas diseñar un péndulo para un reloj que tenga un período exacto de 1 segundo, tienes que resolver esta ecuación con radicales para encontrar la longitud L precisa que debe tener.
- **Ing. Civil:** Tienes un cable de anclaje de 50 metros para sostener una torre. El cable se debe fijar en la torre a una altura h y en el suelo a una distancia d de la base. Por requerimientos de diseño, la altura h debe ser el doble que la distancia d ( $h = 2d$ ). ¿A qué altura y distancia debes colocar el anclaje? Planteas la ecuación de Pitágoras:

$$d^2 + h^2 = 50^2 \Rightarrow d^2 + (2d)^2 = 2500$$

Resolver esta ecuación, que involucra raíces al despejar d, te dará las dimensiones exactas para el anclaje.

---

### **Conclusión: Las Herramientas del Ingeniero/a Moderno/a**

Has llegado al final de esta guía introductoria. Las expresiones racionales y los radicales te han abierto la puerta a un modelado mucho más sofisticado. Ya no solo puedes describir líneas y curvas simples, sino también **eficiencias, sistemas en paralelo y relaciones geométricas fundamentales**.

Cada concepto que has visto aquí es un bloque de construcción. Pronto, en tus clases de cálculo, física y circuitos, verás cómo estas herramientas se combinan y se usan sin descanso. Dominarlas ahora es la mejor inversión que puedes hacer para tu futuro como un/a ingeniero/a de Unitec capaz de resolver problemas reales.

**¡Sigue adelante, estás en el camino correcto!** 