Teoría de sistema lineales

Transformada de Fourier de tiempo continuo

Escuela de Ciencias exactas e Ingeniería

Código: LST2021I_TTQ11

Profesor: Marco Teran

Name: ____________________________

Deadline: 17 de mayo

1 Transformada de Fourier de tiempo continuo

1. Encontrar la transformada de Fourier de tiempo continuo **(CTFT)** para cada una de las siguientes señales, dibujar la magnitud de la **CTFT** de los ejercicios pares:

(a) $x\left(t\right) = 3\cos^2\left(60\pi t\right)$

(b) $x\left(t\right) = 2\dfrac{\sin\left(2\pi t\right)}{\pi t}$

(c) $x\left(t\right) = \begin{cases} 1, & \text{si } |t| \leqslant 2 \\ 0, & |t| > 2 \end{cases}$

(d) $x\left(t\right) = e^{-\frac{\sqrt{3}}{2}|t|}\,u\left(t\right)$

(e) $x\left(t\right) = \dfrac{1}{9+t^2}$

(f) $\operatorname{sgn}\left(t\right) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$

(g) $x\left(t\right) = \delta\left(t-t_0\right)$

(h) $x\left(t\right) = u\left(t-t_0\right)$

(i) $x\left(t\right) = -e^{-6t}u\left(t\right)$

(j) $x\left(t\right) = e^{-2t}\left[u\left(t\right) - u\left(t-5\right)\right]$

(k) $x\left(t\right) = e^{-3t}u\left(t\right) + e^{3t}u\left(-t\right)$

(l) $x\left(t\right) = 2\cos\left(2\pi t + 4\pi\right)\left[u\left(t\right) - u\left(t-1\right)\right]$

(m) $x\left(t\right) = e^{-|t|}$

(n) $x\left(t\right) = e^{-\alpha t}\cos\left(\omega_0 t\right)u\left(t\right)$, donde $a > 0$

(o) $x\left(t\right) = 2\cos^2\left(t\right)$

2. Si $x(t) = X(\omega)$, determine la transformada de Fourier de

(a) $x\left(1-t\right)$

(b) $\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}\cos t$

(c) $x\left(\frac{t}{2}-2\right)$

(d) $\dfrac{\mathrm{d}[x\left(-2t\right)]}{\mathrm{d}t}$

3. Mediante las diversas propiedades de la transformada de Fourier de tiempo continuo **(CTFT)**, encuentre la transformada de Fourier de las siguientes señales de la transformada original de $u\left(t\right)$:

(a) $x\left(t\right) = \delta\left(at\right)$. *(Entienda la función $\delta\left(t\right)$ y su relación con la derivada de $u\left(t\right)$)*

(b) $x\left(t\right) = 3tu\left(t\right)$.

(c) $x\left(t\right) = -e^{-6t}u\left(t\right)$.

(d) $x\left(t\right) = te^{-at}u\left(t\right)$.

(e) $x\left(t\right) = e^{-5\pi t}\cos\left(\omega_0 t\right)u\left(t\right)$.

(f) $x\left(t\right) = \left(e^{-t}\cos\left(2t\right) - 5e^{-3t}\right)u\left(t\right) + \frac{1}{2}e^{-j2t}u\left(-t\right)$.

4. Determine la transformada de Fourier de la señal

$$x(t) = e^{-t}u(t) * e^{-2t}u(t)$$

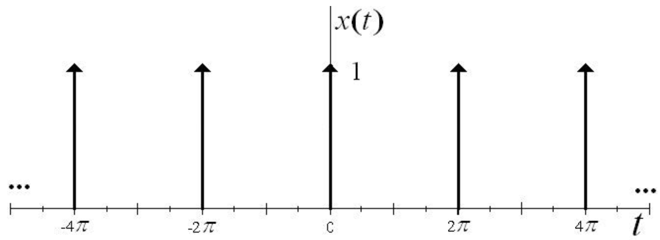
5. Consideremos la señal *Campana de Cauchy* dada por

$$x(t) = \frac{1}{1+t^2}$$

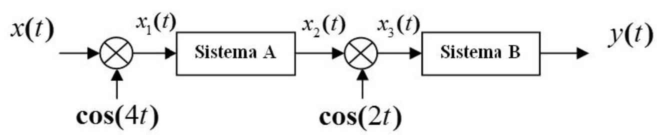
(a) Encuentre la transformada de Fourier de $x(t)$.

Tenga en cuenta que $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{a^2+b^2x} = \frac{1}{ab}\,\mathrm{atan}\left(\frac{bx}{a}\right)$

6. Obtenga la transformada de Fourier de la secuencia de impulsos de peso unitario, que se ilustra en la figura.



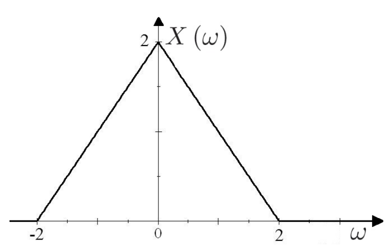
7. Considere el sistema que se ilustra en la siguiente Figura



- El sistema A tiene relación entrada salida $x_2(t) = \frac{1}{2}x_1(\frac{t}{2})$.
- El sistema B es lineal e invariante con respuesta impulso $h(t)$.

(a) Determine la transformada de Fourier de $x_1(t)$, $x_2(t)$ y $x_3(t)$ en función de $X(\omega)$.

(b) Si la señal de entrada tiene la transformada de Fourier $X(\omega)$ que se presenta en la Figura, dibuje las transformadas de $x_1(t)$, $x_2(t)$ y $x_3(t)$.



2 Transformada inversa de Fourier de tiempo continuo

8. Encontrar y dibujar la transformada inversa de Fourier **(IFT)** para cada una de las siguientes señales

(a) $X(\omega) = \dfrac{1}{(1+j\omega)^2}$ (b) $X(\omega) = 1 - e^{-2|\omega|}$ (c) $X(\omega) = \omega \sin^2(2\omega\ )$ (d) $X(\omega) = \dfrac{1}{1-\omega^2+j3\omega}$

9. Resuelva la **(FT)** o la **(IFT)** (dependiendo del caso) aplicando solo propiedades de la **(FT)**.

(a) $x(t) = \sin(\pi t)\, e^{-2t} u(t)$

(b) $x(t) = e^{|3t-2|}$

(c) $x(t) = \left[\dfrac{2\sin(\pi t)}{\pi t}\right]\left[\dfrac{\sin(2\pi t)}{\pi t}\right]$

(d) $X(\omega) = \dfrac{2\sin(\omega)}{\omega(j\omega+1)}$

(e) $X(\omega) = \dfrac{1}{j\omega(j\omega+1)} + 2\pi\delta(\omega)$

(f) $X(\omega) = \dfrac{j\omega}{(j\omega+2)^2}$

10. Determina la señal $x(t)$ cuya transformada de Fourier se ilustra en la figura.