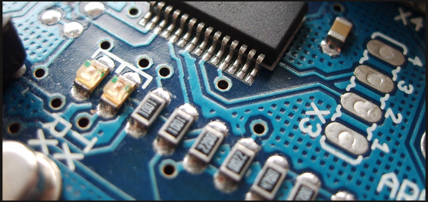
Sistemas LTI y convolución de señales

Teoría de Sistemas lineales



Marco Teran
Universidad Sergio Arboleda

2023

Contenido

Sistemas

- Un sistema es un dispositivo o algoritmo que manipula y transforma señales de entrada (excitación) de tiempo continuo/discreto. Sujeto a una regla determinada, produce una señal de salida de tiempo continuo/discreto.

Sistema

Un **sistema** es una transformación $T\{\cdot\}$ (una regla o formula) que *mapea* una señal de entrada en el tiempo $x(t)/x[n]$ en una señal de salida de tiempo discreto $y(t)/y[n]$

$$y[n] = T\{x[n]\} \tag{1}$$

donde, $T\{\cdot\}$ — es el operador de transformación.

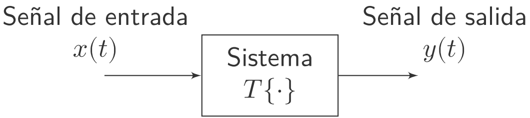


Figure 1: Sistema de tiempo continuo con su transformación $T\{\cdot\}$.

Sistemas

- Las señales de entrada y salida son discretas/continuas en el tiempo
- Los sistemas se representan mediante ecuaciones diferenciales o ecuaciones de diferencias
- Una expresión matemática, mediante un modelo, relaciona las señales de entrada con las de salida.
- La estructura interna del sistema puede ignorarse, y representar el sistema mediante una caja negra — representación *sistémica*.

Ejemplos de diferentes sistemas

Algunos ejemplos de sistemas de tiempo discreto:

- Identidad $y[n] = x[n]$, $\forall n$
- Escala $y(t) = 2x(t)$
- Offset $y[n] = x[n] + y_0$, $\forall n$
- Señal cuadrada $y(t) = (x(t))^2$
- Desplazamiento en el tiempo TD: $y[n] = x[n - n_0]$, $n_0 \in \mathbf{Z}$, $\forall n$
- Tiempo cuadrado $y(t) = x(t^2)$

Sistemas con memoria y sin memoria

Sistema con memoria y sin memoria

- Los sistemas **sin memoria** (o *estáticos*) son aquellos cuya salida sólo depende de la entrada en el instante actual (pero no de muestras pasadas o futuras).
- Los sistemas **con memoria** (o *dinámicos*) son aquellos cuyas salidas pueden estar determinadas por entradas en tiempos distintos al actual (**pasados** y **futuros**).

Sistemas con memoria y sin memoria

Tiempo discreto:

Se dice que un sistema que utilice intervalos de tiempo máximo de tipo $n-N$, donde $N \geq 0$, es un sistema con memoria de duración N.

- Un sistema donde $N = 0$ es un **sistema estático**.
- Un sistema donde $0 < N < \infty$ es un sistema de **memoria finita**.
- Un sistema en el cual $N \to \infty$ es un sistema de **memoria infinita**.

Sistemas discretos con memoria y sin memoria

Sistemas discretos con memoria y sin memoria

Determinar la clasificación de estos sistemas de acuerdo a su memoria, en caso de tener memoria, determinar su valor

a) $y[n] = ax[n]$

b) $y[n] = nx[n] + bx^3[3]$

c) $y[n] = T\{x[n], n\}$

d) $h[n] = x[n] - 3x[n-1]$

e) $y[n] = \dfrac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x[n-k]$ — operador promedio

f) $y[n] = \sum_{m=0}^{\infty} x[n-m]$

Sistemas invariantes y variantes en el tiempo

Sistemas invariantes y variantes en el tiempo

Los sistemas invariantes en el tiempo (TI, *ing.* time invariant) son aquellos cuyas características no cambian en el tiempo. Es decir, para las mismas entradas, sin importar cuando ocurran, generaran las mismas salidas.
Un atraso de la señal o adelanto de esta, causará el mismo desplazamiento temporal en la señal de salida.

Sistemas invariantes y variantes en el tiempo

Como se mencionó, para una señal de entrada $x[n]$, existe una señal de salida $y[n]$, relacionadas por:

$$y[n] = T\{x[n]\}$$

Si la señal de entrada se retarda k unidades, es decir $x[n-k]$, entonces la señal de salida también se retrazara las mismas k unidades:

$$y[n-k] = T\{x[n-k]\}$$

Donde $y[n-k]$ es la versión de $y[n]$ desplazada k unidades.

Sistemas invariantes y variantes en el tiempo

Sistemas invariantes y variantes en el tiempo

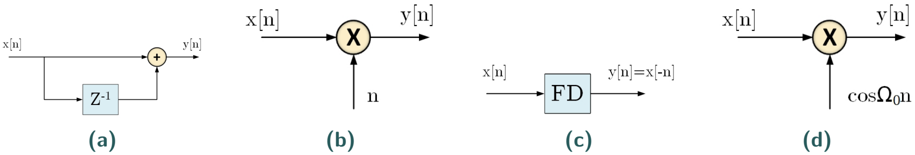
Determinar si los siguientes sistemas son invariantes o variantes en el tiempo.

(a) $y[n] = x[n] - x[n-1]$ — diferenciador.

(b) $y[n] = nx[n]$ — multiplicador por tiempo discreto

(c) $y[n] = x[-n]$ — *fading* (reflexión en el tiempo)

(d) $y[n] = x[n]\cos(\Omega_0 n)$ — modulador.



Sistemas causales y no causales

Sistemas causales

Un sistema **causal** *(no-anticipativo o físico)* es aquel cuya salida depende sólo de valores **presentes** y/o **pasados** de la entrada, mas **no** de valores **futuros**.
Es decir *no tiene memoria futura*. No se puede obtener una salida sin antes aplicar una entrada.

Sistemas causales y no causales

- Un sistema es **causal** si la salida $y(t)$ en un valor arbitrario de tiempo $t = t_0$ depende solo de la entrada $x(t)$ para $t \leq t_0$
- En un sistema **causal**, la salida $y[n]$ solo podría depender de valores del tipo de $x[n]$, $x[n-1]$, $x[n-2]$, etc.
- Un sistema **no causal** es aquel cuya salida depende solo de valores futuros de la entrada. Ejemplo: $y[n] = x[-n]$
- Los sistemas **no causales** muestran una salida anticipada a la señal de entrada. Ejemplo: $y(t) = x(t+1)$

Sistemas estables e inestables

Sistemas estables e inestables

Un sistema **inestable** es aquel que presenta un comportamiento errático y extremo, es decir, que a pesar de que las entradas sean acotadas, no necesariamente las salidas estarán acotadas. Un sistema **estable** es un sistema en reposo de tipo entradas acotadas y salidas acotadas BIBO (*ing.* bounded input-bounded output).

$$\exists M_x, M_y \in \mathfrak{R} \tag{2}$$

$$|x[n]| \leq M_x < \infty \rightarrow |y[n]| \leq M_y < \infty \tag{3}$$

Sistemas estables e inestables

Example

Determinar si los siguientes sistemas son estables (acotados) o no:

a. $y[n] = (n+1)x[n]$
b. $x[n] = u[n]$

Sistemas lineales y no lineales

Sistemas lineales y no lineales

Un sistema lineal es aquél que satisface el principio de superposición.
El principio de superposición se cumple cuando se satisfacen dos condiciones:

- **Aditividad**
- **Homogeneidad**

Sistemas lineales y no lineales

- **Aditividad** (*ing.* additivity) — se debe cumple la propiedad:

$$\begin{aligned} y_1[n] &= T\{x_1[n]\} \\ y_2[n] &= T\{x_2[n]\} \\ y_1[n]+y_2[n] &= T\{x_1[n]+x_2[n]\} \\ &= T\{x_1[n]\}+T\{x_2[n]\} \end{aligned}$$

Sistemas lineales y no lineales

- **Homogeneidad** (escalamiento, *ing.* scaling) — si se escala la señal de entrada, la señal de salida también es escalada.

$$\begin{aligned} x[n] &\quad\rightarrow\quad y[n] = T\{x[n]\} \\ ax[n] &\quad\rightarrow\quad T\{ax[n]\} = aT\{x[n]\} = ay[n] \end{aligned}$$

Sistemas lineales y no lineales

En un sistema lineal, la respuesta a una suma (aditividad) de señales escaladas (homogeneidad) es igual a la correspondiente suma de las salidas escaladas, si cada una de las entradas se tomaran de forma individual, es decir:

`Tiempo continuo:`

$$
\begin{aligned}
x(t) = \sum_{k=0}^{M-1} a_k x_k(t) \quad &\rightarrow \quad y(t) = \sum_{k=0}^{M-1} a_k y_k(t) \\
a_0 x_0(t) + a_1 x_1(t) + \ldots + a_{M-1} x_{M-1}(t) \quad &\rightarrow \quad a_0 y_0(t) + a_1 y_1(t) + \ldots + a_{M-1} y_{M-1}(t)
\end{aligned}
$$

donde, $y_k(t) = T\{x_k(t)\}$, $k = 1, 2, \ldots, M-1$

Sistemas lineales y no lineales

Tiempo discreto:

$$x[n] = \sum_{k=0}^{M-1} a_k x_k[n] \quad \rightarrow \quad y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} a_k y_k[n]$$

$$a_0 x_0[n] + a_1 x_1[n] + \ldots + a_{M-1} x_{M-1}[n] \quad \rightarrow \quad a_0 y_0[n] + a_1 y_1[n] + \ldots + a_{M-1} y_{M-1}[n]$$

donde, $y_k[n] = T\{x_k[n]\}$, $k = 1, 2, \ldots, M-1$

Sistemas lineales y no lineales

Si conocemos que cuando la entrada es la función $x(t)$ y obtenemos la salida $y(t)$

$$x(t) \rightarrow y(t)$$

¿Qué obtendremos en la salida si la nueva entrada es de la forma?

$$0.5x(t+2) + 3x(t) + x(t-10) \rightarrow \textbf{?}$$

Sistemas lineales y no lineales

Si conocemos que cuando la entrada es la función $\delta[n]$ y obtenemos la salida $y[n] = 2^n \cos(2\pi n)$

$$\delta[n] \rightarrow y[n] = 2^n \cos\left(\frac{2\pi}{3} n\right)$$

¿Qué obtendremos en la salida si la nueva entrada es de la forma?

$$3\delta[n+1] + \frac{1}{3}\delta[n] + \delta[n-3] \rightarrow \textbf{?}$$

Respuesta de un sistema LTI

Sistema LTI

Un **sistema LTI** es el que cumple los atributos de **linealidad** e **invarianza en el tiempo**. Por tal razón es posible relacionar la entrada de un sistema LTI y su salida mediante la *suma de convolución*.

- Los sistemas LTI son el fundamento del procesamiento de señales.
- Si se conoce la respuesta de un sistema cuando la entrada es un impulso unitario $\delta(t)/\delta[n]$, es posible conocer la salida para cualquier señal arbitraria en su entrada.
- Gracias a los sistemas LTI, la salida del sistema se puede expresar en función de respuestas del sistema a entradas de impulso unitario escaladas y desplazadas en el tiempo.

Respuesta de un sistema LTI

Tiempo continuo:

Cualquier señal arbitraria de tiempo continuo $x(t)$ se puede descomponer como una sucesión y suma infinita (integral) de impulsos unitarios escalados y desplazados en el tiempo. De las propiedades del impulso unitario:

$$
\begin{aligned}
x(t)\delta(t) &= x(0)\delta(t)\\
x(t)\delta(t-\tau) &= x(\tau)\delta(t-\tau)\\
x(t)\delta(t-\tau) &= 0,\ \forall t \neq \tau.
\end{aligned}
$$

Respuesta de un sistema LTI

Tiempo discreto:

Cualquier señal arbitraria de tiempo discreto $x[n]$ se puede descomponer como una suma de impulsos unitarios escalados y desplazados en el tiempo. De las propiedades del impulso unitario:

$$\begin{aligned} x[n]\delta[n] &= x[0]\delta[n] \\ x[n]\delta[n-k] &= x[k]\delta[n-k] \\ x[n]\delta[n-k] &= 0,\ \forall n \neq k. \end{aligned}$$

Respuesta de un sistema LTI

`Tiempo continuo:`

Las *respuesta al impulso* $h(t)$ de un sistema LTI, es la transformación que experimenta el sistema cuando la entrada del sistema es señal singular del **impulso unitario** $\delta(t)$.

$$h(t) = T\{\delta(t)\} \tag{4}$$

Respuesta de un sistema LTI

Tiempo discreto:

Las *respuesta al impulso* $h[n]$ de un sistema LTI, es la transformación que experimenta el sistema cuando la entrada del sistema es señal singular del **impulso unitario** $\delta[n]$.

$$h[n] = T\{\delta[n]\} \tag{5}$$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo continuo

Una señal de tiempo continuo $x(t)$ es posible representarla de la forma:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo discreto

Sea la secuencia

$$x[n] = \{\dots,\, x_{-k},\, x_{-k+1},\, \dots,\, x_{-2},\, x_{-1},\, \underset{\uparrow}{x_0},\, x_1,\, x_2,\, \dots,\, x_{k-1},\, x_k,\, \dots\}$$

es posible representarla de la forma:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \delta[n-k]$$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo discreto

Respuesta de un sistema LTI de tiempo discreto al impulso unitario

Dibujar y determinar mediante suma de impulsos escalados y desplazados la siguiente secuencia:

$$x[n] = \{2, 3, \underset{\uparrow}{2}, 0, 4\}$$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo continuo

Respuesta de un sistema LTI de tiempo discreto al impulso unitario

Representar mediante una integral de impulsos escalados y desplazados la siguiente señal:

$$x(t) = e^{-3t} \sin^2(6\pi t)$$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo discreto

Respuesta de un sistema LTI de tiempo discreto al impulso unitario

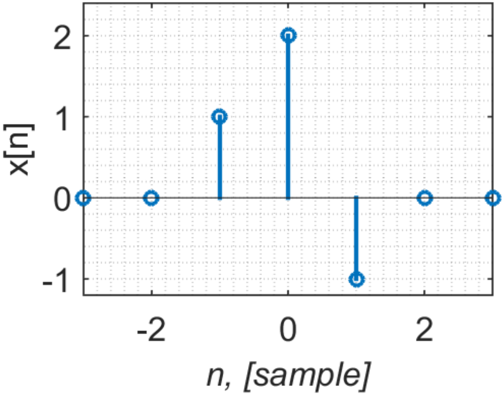
La respuesta $h[n]$ al impulso unitario $\delta[n]$ se puede representar mediante la siguiente función por partes y gráfica:

$$h[n] = \begin{cases} 1, & \text{para } n = -1; \\ 2, & \text{para } n = 0; \\ -1, & \text{para } n = 1; \\ 0, & \text{para otros casos.} \end{cases}$$

Encontrar la respuesta para:

- a $2\delta[n]$
- b $\delta[n+2]$
- c $\delta[n-1]$
- d $2\delta[n-1] - \frac{1}{2}\delta[n+2]$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo discreto



Respuesta de un sistema LTI de tiempo continuo a una entrada arbitraria

Sea un sistema lineal e invariante en el tiempo con transformación $T\{\cdot\}$. Su salida $y(t)$ para una entrada $x(t)$ se puede expresar mediante:

$$y(t) = T\{x(t)\} \tag{6}$$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo continuo a una entrada arbitraria

La señal $x(t)$ puede ser representada por una suma infinitesimal de impulsos unitarios,

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo continuo a una entrada arbitraria

Entonces la salida se puede reescribir

$$y(t) = T\{\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau\} \tag{7}$$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo continuo a una entrada arbitraria

Por propiedades de linealidad, es posible introducir el operador de transformación dentro de la integral

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} T\{x(\tau)\delta(t-\tau)\}\,\mathrm{d}\tau$$

como $x(\tau)$ es una constante, valor de $x(t)$ en τ por la propiedad de homogeneidad, es posible extraerla de la transformación lineal

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)T\{\delta(t-\tau)\}\,\mathrm{d}\tau \tag{8}$$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo continuo a una entrada arbitraria

Tal cual como se demostró en anteriormente, la expresión $T\{\delta(t-\tau)\}$ representa la respuesta al impulso desplazada τ unidades de tiempo $h(t-\tau)$. Por eso podemos reescribir la anterior ecuación de la siguiente manera

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{9}$$

La ecuación anterior se conoce como integral de convolución.

- Podemos asegurar que si conocemos la respuesta de un sistema al impulso unitario, es posible conocer la respuesta a cualquier tipo de señal.
- Un sistema LTI de tiempo continuo se puede caracterizar completamente con su respuesta al impulso unitario $h(t)$.
- Un sistema LTI solo se caracteriza mediante una sola respuesta al impulso $h(t)$.

Integral de convolución

La integral de convolución de dos señales de tiempo continuo $x(t)$ y $h(t)$, esta definida mediante la siguiente integral:

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{10}$$

- Donde, $*$ representa la operación de suma de convolución.
- La salida de cualquier sistema LTI de tiempo continuo es la integral de convolución de la señal de entrada $x(t)$ y la respuesta al impulso del sistema $h(t)$.

Respuesta de un sistema LTI de tiempo discreto a una entrada arbitraria

Se un sistema lineal e invariante en el tiempo con transformación $T\{\cdot\}$. Su salida $y[n]$ para una entrada $x[n]$ se puede expresar mediante:

$$y[n] = T\{x[n]\} \tag{11}$$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo discreto a una entrada arbitraria

Como se muestra en la ecuación 12, es posible descomponer cualquier señal arbitraria $x[n]$ como una suma de secuencias de impulso unitario escaladas y desplazadas en el tiempo. De la anterior ecuación

$$y[n] = T\{\sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k \delta[n-k]\} \tag{12}$$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo discreto a una entrada arbitraria

Es posible por linealidad, introducir la transformación dentro de la suma

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} T\{x_k \delta[n-k]\}$$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo discreto a una entrada arbitraria

como $x_k = x[k]$ es una constante, por la propiedad de homogeneidad, es posible extraerla de la transformación lineal

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] T\{\delta[n-k]\} \tag{13}$$

Respuesta de un sistema LTI de tiempo discreto a una entrada arbitraria

La expresión $T\{\delta[n-k]\}$ representa la respuesta al impulso desplazada k unidades en el tiempo $h[n-k]$. Por eso podemos reescribir 13 de la siguiente manera

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] \tag{14}$$

- La ecuación 14 se conoce como suma de convolución.
- Podemos asegurar que si conocemos la respuesta de un sistema al impulso unitario, es posible conocer la respuesta a cualquier tipo de señal
- Un sistema LTI de tiempo discreto se puede caracterizar completamente con su respuesta al impulso unitario $h[n]$
- Un sistema LTI solo se caracteriza mediante una sola respuesta al impulso $h[n]$

Suma de convolución

La suma de convolución de dos secuencias (señales de tiempo discreto $x[n]$ y $h[n]$), esta definida mediante la siguiente suma:

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] \tag{15}$$

Donde, $*$ representa la operación de suma de convolución. La salida de cualquier sistema LTI de tiempo discreto es la suma de convolución de la señal de entrada $x[n]$ y la respuesta al impulso del sistema $h[n]$.

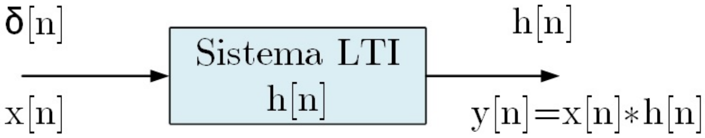


Figure 2: Bloque de convolución.

Operación de la integral de convolución

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{16}$$

1. Se realiza un **cambio de dominio**, es decir toda t es remplazada por el nuevo dominio τ.
2. Luego la respuesta al impulso $h(\tau)$ se **invierte en el tiempo** (se refleja sobre el origen $\tau = 0$).
3. Después de realizar la reflexión, la señal $h(\tau)$ se **desplazará** t en todo el espacio del eje-τ desde $-\infty$ a ∞, $h(t-\tau)$.
4. Las dos secuencias $x(\tau)$ y $h(t-\tau)$ se **multiplican** entre si para formar una *señal producto* para todos los valores de τ obteniendo una nueva señal, con una t fija en un valor de conveniencia, explorando como ya se mencionó todo el espació del eje-τ.
5. La salida será una muestra de la función $y(t)$ y es igual a la integral de todos los valores resultados de la multiplicación $x(\tau)h(t-\tau)$ (se suman para toda τ). Donde la muestra en t especifico fue determinado por el corrimiento en ese instante $t-\tau$.
6. Se repiten estos pasos para el intervalo de $-\infty < t < \infty$

Operación de la suma de convolución

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] \tag{17}$$

1. Se realiza un **cambio de dominio**, es decir toda n es remplazada por el nuevo dominio k. Luego la respuesta al impulso $h[k]$ se **invierte en el tiempo** (se refleja sobre el origen $k=0$). Después de realizar la reflexión, la señal $h[-k]$ se **desplazará** n en todo el espacio del eje-k desde $-\infty$ a ∞, $h[n-k]$.
2. Las dos secuencias $x[k]$ y $h[n-k]$ se **multiplican** entre si para formar una *secuencia producto* para todos los valores de k obteniendo una nueva secuencia, con una n fija en un valor de conveniencia, explorando como ya se mencionó todo el espació del eje-k.
3. La salida será una muestra de la función $y[n]$ y es igual a la suma de todos los valores resultados de la multiplicación $x[k]h[n-k]$ (se suman para toda k). Donde la muestra en n especifico fue determinado por el corrimiento en ese instante $n-k$.
4. Se repiten estos pasos para el intervalo de $-\infty < n < \infty$

Operación de la suma de convolución

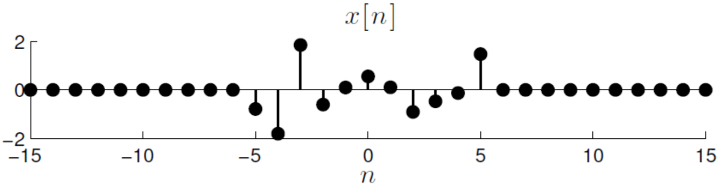
Duración de la suma de convolución

Se dice que la señal $x[n]$ esta definida para un **intervalo soporte** $[N_1;N_2]$, donde $N1 \leq N2$, si $x[n]=0$ para todo $n<N_1$ y $n>N_2$. La duración de $x[n]$ $D_x=\text{length}\{x[n]\}$ es igual a N_2-N_1+1.

Si x[n] tiene una duración D_x muestras y $h[n]$ tiene una duración de D_h muestras, entonces la convolución $y[n]=x[n]*h[n]$ tendrá una duración D_x+D_h-1 muestras.

Duración de una señal

Una señal con un intervalo soporte $[-5;5]$ y duración de 11 muestras.



Propiedades de la convolución: Conmutativa

$$
\begin{aligned}
x[n] * h[n] &= h[n] * x[n] \\
\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]x[n-k]
\end{aligned}
$$

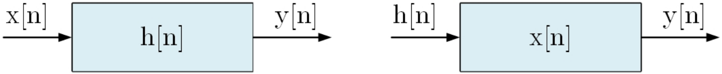


Figure 3: Propiedad conmutativa de la convolución.

Propiedades de la convolución: Asociativa

$$\{x[n] * h_1[n]\} * h_2[n] = x[n] * \{h_1[n] * h_2[n]\}$$

Tomamos a $y_1[n] = x[n] * h_1[n]$, y a $y[n] = y_1[n] * h_2[n]$, si hacemos $h[n] = h_1[n] * h_2[n]$, podríamos rescribir la anterior ecuación de la forma clásica $y[n] = x[n] * h[n]$.

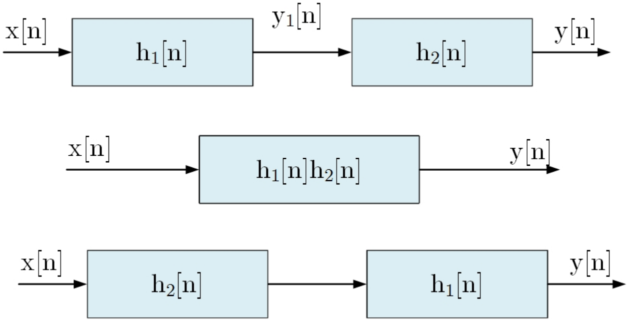


Figure 4: Propiedad asociativa de la convolución.

Propiedades de la convolución: Distributiva

$$x[n] * \{h_1[n] + h_2[n]\} = x[n] * h_1[n] + x[n] * h_2[n]$$

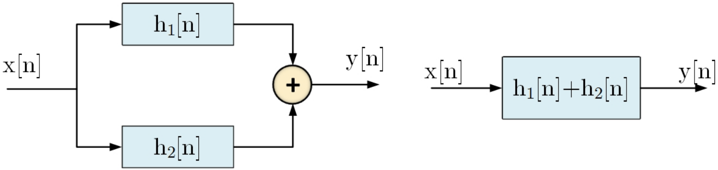


Figure 5: Propiedad distributiva de la convolución.

Suma de convolución

Propiedades

Determine la respuesta al impulso total $h[n]$ para la interconexión de los siguientes subsistemas de la figura 6:

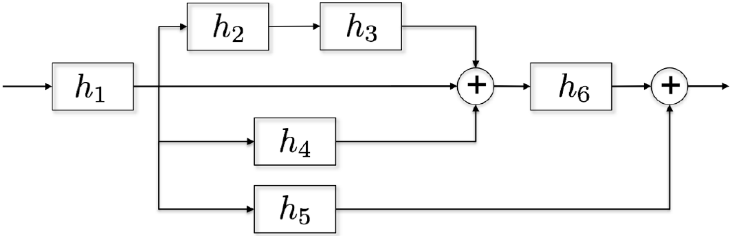


Figure 6: Interconexión de subsistemas.

Operación de la suma de convolución

Ejemplo

Para un sistema LTI cuya respuesta al impulso denota mediante $h[n] = \{1, \underset{\uparrow}{2}, 1, -1\}$. Dibuje $h[n]$ y $x[n]$. Determine la respuesta del sistema a la entrada:

$$x[n] = \{\, \underset{\uparrow}{1}, 2, 3\; 1\}$$

Operación de la suma de convolución

Ejemplo

Para un sistema LTI, la respuesta al impulso se puede expresar mediante la siguiente ecuación

$$h[n] = a^n u[n], \text{donde } |a| < 1$$

Calcular la salida $y[n]$ del sistema LTI, si la en la entrada se encuentra la siguiente señal:

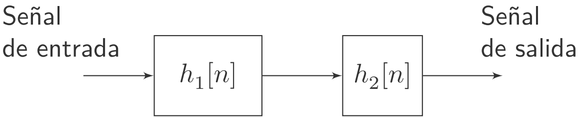
$$x[n] = u[n].$$

Operación de la suma de convolución

Ejemplo

Determine la respuesta al impulso total $h[n]$ para la interconexión en cascada de dos sistemas LTI, tal cual como se muestra en la gráfica, donde

$$\begin{aligned} h_1[n] &= \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]; \\ h_2[n] &= \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]. \end{aligned} \tag{18}$$



Operación de la suma de convolución

Ejercicio

Para un sistema LTI, la respuesta al impulso se puede expresar mediante la siguiente ecuación

$$h[n] = u[n] - u[n-3]$$

Calcular la salida $y[n]$ del sistema LTI, si la entrada se encuentra definida mediante:

$$x[n] = \frac{1}{2}\delta[n] + 2\delta[n-1]$$

Operación de la suma de convolución

Ejercicio

Un sistema LTI tiene como respuesta al impulso la siguiente señal

$$h[n] = \beta^n u[n], \text{donde}$$

Calcular la salida $y[n]$ del sistema LTI, si la a la entrada del sistema se encuentra la señal:

$$x[n] = \alpha^n u[n].$$

Nota: Resuelva para el caso de $\alpha \neq \beta$ y $\alpha = \beta$.

Operación de la suma de convolución

Ejercicio

Un sistema LTI tiene como respuesta al impulso la siguiente señal

$$h[n] = \alpha^{-n} u[-n], \text{donde } 0 < alpha < 1$$

Calcular la salida $y[n]$ del sistema LTI, si la a la entrada del sistema se encuentra la señal:

$$x[n] = \alpha^{n} u[n].$$

Operación de la suma de convolución

Ejercicio

La respuesta $h[n]$ al impulso unitario $\delta[n]$ se puede representar mediante la siguiente función por partes:

$$h[n] = \begin{cases} \alpha^n, & \text{para } 0 \leq n \leq 6; \\ 0, & \text{para otros casos.} \end{cases}$$

Calcular la salida si la entrada $x[n]$ se encuentra definida mediante

$$x[n] = \begin{cases} 1, & \text{para } 0 \leq n \leq 4; \\ 0, & \text{para otros casos.} \end{cases}$$

Operación de la integral de convolución

Ejercicio

La respuesta $h[n]$ al impulso unitario $\delta[n]$ se puede representar mediante la siguiente función por partes:

$$h(t) = 2t\{u(t) - u(t-6)\} + (-2t+32)\{u(t-10) - u(t-16)\}$$

Calcular la salida si la entrada $x(t)$ se encuentra definida mediante

$$x(t) = \begin{cases} 4, & \text{para } -3 \leq t \leq 3; \\ 0, & \text{para otros casos.} \end{cases}$$

Operación de la suma de convolución

Ejercicio

La respuesta $h[n]$ al impulso unitario $\delta[n]$ se puede representar mediante la siguiente función por partes:

$$h[n] = \begin{cases} 1, & \text{para } 2 \leq n \leq 7,\ 11 \leq n \leq 16; \\ 0, & \text{para otros casos.} \end{cases}$$

Calcular la salida si la entrada $x[n]$ se encuentra definida mediante

$$x[n] = \begin{cases} 1, & \text{para } 0 \leq n \leq 5; \\ 0, & \text{para otros casos.} \end{cases}$$

¡Muchas gracias por su atención!

¿Preguntas?

Contacto: Marco Teran
webpage: marcoteran.github.io/
e-mail: marco.teran@usa.edu.co

UNIVERSIDAD SERGIO ARBOLEDA