



Teoría de sistema lineales

Taller 10: Transformada de Fourier de tiempo continuo

Escuela de Ciencias exactas e Ingeniería

Profesor: Marco Teran

Deadline: 27 de abril

Name: _____

1 Transformada de Fourier de tiempo continuo

1. Encontrar la transformada de Fourier de tiempo continuo (**CTFT**) para cada una de las siguientes señales, dibujar la magnitud de la **CTFT** de los ejercicios pares:

(a) $x(t) = 3 \cos^2(60\pi t)$

(b) $x(t) = 2 \frac{\sin(2\pi t)}{\pi t}$

(c) $x(t) = \begin{cases} 1, & \text{si } |t| \leq 2 \\ 0, & |t| > 2 \end{cases}$

(d) $x(t) = e^{-\frac{\sqrt{3}}{2}|t|} u(t)$

(e) $x(t) = \frac{1}{9+t^2}$

(f) $\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$

(g) $x(t) = \delta(t - t_0)$

(h) $x(t) = u(t - t_0)$

(i) $x(t) = -e^{-6t} u(t)$

(j) $x(t) = e^{-2t} [u(t) - u(t - 5)]$

(k) $x(t) = e^{-3t} u(t) + e^{3t} u(-t)$

(l) $x(t) = 2 \cos(2\pi t + 4\pi) [u(t) - u(t - 1)]$

(m) $x(t) = e^{-|t|}$

(n) $x(t) = e^{-\alpha t} \cos(\omega_0 t) u(t)$,
donde $\alpha > 0$

(o) $x(t) = 2 \cos^2(t)$

2. Si $x(t) = X(\omega)$, determine la transformada de Fourier de

(a) $x(1 - t)$

(b) $\frac{dx(t)}{dt} \cos t$

(c) $x\left(\frac{t}{2} - 2\right)$

(d) $\frac{d[x(-2t)]}{dt}$

3. Mediante las diversas propiedades de la transformada de Fourier de tiempo continuo (**CTFT**), encuentre la transformada de Fourier de las siguientes señales de la transformada original de $u(t)$:

(a) $x(t) = \delta(at)$. (Entienda la función $\delta(t)$ y su relación con la derivada de $u(t)$)

(b) $x(t) = 3tu(t)$.

(c) $x(t) = -e^{-6t} u(t)$.

(d) $x(t) = te^{-at} u(t)$.

(e) $x(t) = e^{-5\pi t} \cos(\omega_0 t) u(t)$.

(f) $x(t) = (e^{-t} \cos(2t) - 5e^{-3t}) u(t) + \frac{1}{2} e^{-j2t} u(-t)$.

4. Determine la transformada de Fourier de la señal

$$x(t) = e^{-t} u(t) * e^{-2t} u(t)$$

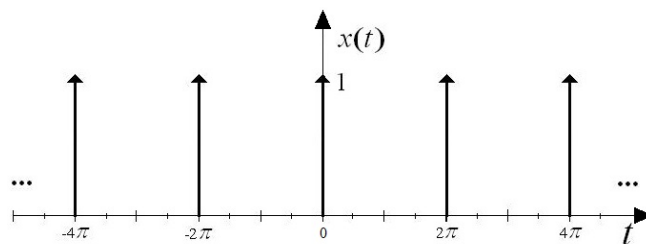
5. Consideremos la señal *Campana de Cauchy* dada por

$$x(t) = \frac{1}{1+t^2}$$

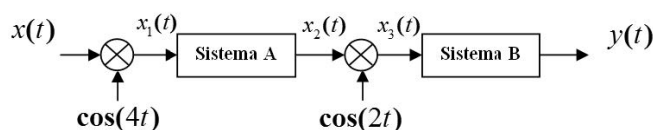
- (a) Encuentre la transformada de Fourier de $x(t)$.

Tenga en cuenta que $\int \frac{dx}{a^2 + b^2 x} = \frac{1}{ab} \text{atan}\left(\frac{bx}{a}\right)$

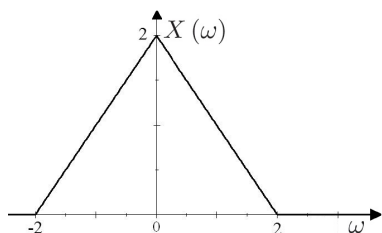
6. Obtenga la transformada de Fourier de la secuencia de impulsos de peso unitario, que se ilustra en la figura.



7. Considere el sistema que se ilustra en la siguiente Figura



- El sistema A tiene relación entrada salida $x_2(t) = \frac{1}{2}x_1(\frac{t}{2})$.
 - El sistema B es lineal e invariante con respuesta impulso $h(t)$.
- (a) Determine la transformada de Fourier de $x_1(t)$, $x_2(t)$ y $x_3(t)$ en función de $X(\omega)$.
- (b) Si la señal de entrada tiene la transformada de Fourier $X(\omega)$ que se presenta en la Figura, dibuje las transformadas de $x_1(t)$, $x_2(t)$ y $x_3(t)$.



2 Transformada inversa de Fourier de tiempo continuo

8. Encontrar y dibujar la transformada inversa de Fourier (**IFT**) para cada una de las siguientes señales

(a) $X(\omega) = \frac{1}{(1 + j\omega)^2}$ (b) $X(\omega) = 1 - e^{-2|\omega|}$ (c) $X(\omega) = \omega \sin^2(2\omega)$ (d) $X(\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 + j3\omega}$

9. Resuelva la (**FT**) o la (**IFT**) (dependiendo del caso) aplicando solo propiedades de la (**FT**).

(a) $x(t) = \sin(\pi t) e^{-2t} u(t)$ (c) $x(t) = \left[\frac{2 \sin(\pi t)}{\pi t} \right] \left[\frac{\sin(2\pi t)}{\pi t} \right]$ (e) $X(\omega) = \frac{1}{j\omega(j\omega + 1)} + 2\pi\delta(\omega)$

(b) $x(t) = e^{|3t-2|}$ (d) $X(\omega) = \frac{2 \sin(\omega)}{\omega(j\omega + 1)}$ (f) $X(\omega) = \frac{j\omega}{(j\omega + 2)^2}$

10. Determina la señal $x(t)$ cuya transformada de Fourier se ilustra en la figura.

