Transformada de Laplace
Análisis de señales

Escuela de Ciencias exactas e Ingeniería

Código: SA2018I_TTQ09

Profesor: Marco Teran

Deadline: 15 de mayo de 2018

Transformada de Laplace de tiempo continuo (LT)

(20 puntos)

1. Dibuje las siguientes señales, encuentre su transformada de Laplace **(LT)**. Encuentre la ROC (región de convergencia) y represente de forma gráfica, dibuje los polos y ceros correspondientes para cada una de ellas:

(a) $x(t) = \delta(t)$.
(b) $x(t) = \delta(t - t_0)$.
(c) $x(t) = \delta(t + 1) - \delta(t - 1)$.
(d) $x(t) = Au(t)$
(e) $x(t) = u(t + 1) - u(t - 1)$.
(f) $x(t) = -e^{-6t}u(t)$.
(g) $x(t) = e^{-2t}[u(t) - u(t - 5)]$.
(h) $x(t) = e^{j\omega_0 t}u(t)$
(i) $x(t) = \cos(\omega_0 t)u(t)$
(j) $x(t) = t\sin(\beta t)u(t)$
(k) $x(t) = \cos(2\pi t)[u(t + 1) - u(t - 1)]$
(l) $x(t) = e^{t}u(-t)$
(m) $x(t) = e^{-|t|}$
(n) $x(t) = -e^{-at}u(-t)$
(o) $x(t) = e^{t}u(-t - 1)$
(p) $x(t) = e^{t+1}u(-t - 1)$
(q) $x(t) = e^{t}[u(-t) - u(-t - 1)]$
(r) $x(t) = u(t + 1) - u(t - 1)$
(s) $x(t) = e^{-t}u(t + 1)$
(t) $x(t) = e^{t}[[u(t + 1) - u(t - 1)]$

Transformada inversa de Laplace de tiempo continuo (ILT)

(20 puntos)

2. Encuentre la transformada inversa de Laplace **(ILT)** de las siguientes representaciones de señales en el dominio de s:

(a) $X(s) = \dfrac{1}{s+1}$, $\mathrm{Re}\{s\} > -1$.
(b) $X(s) = \dfrac{s}{s^2+4}$, $\mathrm{Re}\{s\} > 0$.
(c) $X(s) = \dfrac{s+1}{(s+1)^2+4}$, $\mathrm{Re}\{s\} > -1$.
(d) $X(s) = \dfrac{2s+4}{s^2+4s+3}$, $-3 < \mathrm{Re}\{s\} < -1$.
(e) $X(s) = \dfrac{5s+13}{s(s^2+4s+13)}$, $\mathrm{Re}\{s\} > 0$.
(f) $X(s) = \dfrac{1}{s^3(s-1)}$.
(g) $X(s) = \dfrac{s-3}{s^2+4}$.
(h) $X(s) = \dfrac{3}{s} - \dfrac{5}{s+1} + \dfrac{6}{s^2+4}$.
(i) $X(s) = \dfrac{10s^2+4}{s(s+1)(s+2)^2}$.
(j) $X(s) = \dfrac{s}{(s^2-4)(s^3+3s^2+3s+1)}$, $-1 < \mathrm{Re}\{s\} < 2$

3. Considere el sistema LTI con función de transferencia dada por:

$$X(s) = \frac{1}{(s-1)(s+2)}$$

1. Determine las posibles regiones de convergencia para dicha función de transferencia.
2. Para los casos correspondientes a un sistema estable, determine la respuesta impulso y la respuesta en frecuencia de dicho sistema.

4. Para el sistema LTI $y(t) = x(t-2)$, determine:

$$X(s) = \frac{1}{(s-1)(s+2)}$$

1. La función de transferencia y la respuesta impulso del sistema LTI.
2. La respuesta en frecuencia y el retardo de fase del sistema LTI.

Problema de la Transformada de Laplace

(10 puntos)

5. (1 point) La siguiente ecuación diferencial se utiliza para representar un sistema causal **G**:

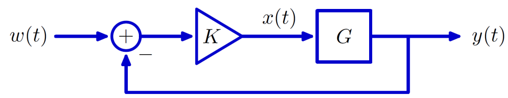

Fig. 1 – Diagrama de bloques del sistema retroalimentado.

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{1}{4}x(t)$$

donde $x(t)$ representa la señal de entrada y $y(t)$ la señal de salida.

(a) Implementando las propiedades de la transformada de Laplace, determinar la salida $y(t)$ para la siguiente entrada. Realice el diagrama de polos y ceros de este sistema **G**.

$$x(t) = \begin{cases} e^{-3t}, & \text{si } t \geqslant 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(b) Ahora considere el siguiente lazo retroalimentado (*feedback loop*, ver fig. 1) que contiene el sistema **G** del punto anterior. Determinar la ecuación diferencial que representa la relación entre $w(t)$ y $y(t)$. Nota: la ecuación diferencial no hace referencias a $x(t)$.

(c) Determinar los valores de K para los cuales el sistema retroalimentado es estable.