Sistemas LTI, Correlación y Convolución

Análisis de señales

Escuela de Ciencias exactas e Ingeniería

Código: SA2018I_TTQ04

Profesor: Marco Teran
Deadline: 13 de marzo de 2018

Sistemas LTI

(10 puntos)

1. Determine si los siguientes sistemas, con entrada $x(t)$ y salida $y(t)$, son lineales:

(a) $y(t) = K\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}x}$

(b) $y(t) = e^{x(t)}$

(c) $y(t) = x(t-1)$

(d) $y(t) = |x(t)|$

2. Determine si los siguientes sistemas, con entrada $x(t)$ y $y(t)$ en la salida, son causales y/o estables:

(a) $y(t) = x(t+1) - x(t-1)$

(b) $y(t) = \int\limits_{-\infty}^{t} x(\tau)\,\mathrm{d}\tau$

(c) $y(t) = x(t)x(t-2)$

3. Determine si los siguientes sistemas, con $x(t)$ en la entrada y $y(t)$ en la salida, son: *i)* lineales e *ii)* invariantes con el tiempo. Escriba el procedimiento realizado.

(a) $y(t) = 2x(t-2)$

(b) $y(t) = x(2t)$

(c) $y(t) = x(t)\cos(\Omega_0 t)$

4. Considere un sistema de tiempo discreto con la relación de entrada salida:

$$y[n] = T\{x[n]\} = x^2[n]$$

Determinar y demostrar si el anterior sistema es:

(a) Lineal.

(b) Invariante en el tiempo.

5. Considere un sistema de tiempo continuo con la relación de entrada salida:

$$y(t) = T\{x(t)\} = \frac{1}{T}\int\limits_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} x(\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

Determinar y demostrar si el anterior sistema es:

(a) Lineal;

(b) Invariante en el tiempo.

6. Proponga un sistema continuo que satisfaga la condición de *homogeneidad*, mas no la condición de *aditividad*.

Convolución

(40 puntos)

7. Calcule la convolución

$$e^{-t}u(t) * e^{-2t}u(t)$$

8. Sea

$$x(t) = u(1-t)u(t+1),$$

calcule

(a) $x(t) * x(t)$

(b) $x(t) * [\delta(t+2) + 2\delta(t-2)]$. Dibuje el resultado obtenido.

9. Calcule y dibuje el resultado de la integral de convolución $y(t) = x(t) * h(t)$ de los siguientes pares de señales:

(a) $x(t) = u(-t)$, $h(t) = e^{-3t}u(t)$

(b) $x(t) = e^{j2t}$, $h(t) = e^{t}u(t)$

(c) $x(t) = e^{j2t}$, $h(t) = 3\delta(t-1)$

(d) $x(t) = u(-t)$, $h(t) = e^{-3t}u(t)$

(e) $x(t) = u(t)$, $h(t) = 2e^{-5|t|}\left(u(t+4) - u(t-4)\right)$

(f) $x(t) = \begin{cases} t, & \text{si } 0 < t \leqslant 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$, $h(t) = \begin{cases} t^2, & \text{si } 0 < t \leqslant 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

(g) $x(t) = \begin{cases} e^{2\pi t}, & \text{si } 0 < t \leqslant \frac{1}{2\pi}\ln 5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$, $h(t) = \begin{cases} 2, & \text{si } 0 < t \leqslant 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

(h) $x(t) = \begin{cases} \sin(t), & \text{si } 0 < t \leqslant \pi \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases},$

$h(t) = \begin{cases} \cos(t), & \text{si } 0 < t \leqslant \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

10. Calcule la suma de convolución $y[n] = x[n] * h[n]$ de los siguientes pares de secuencias:

(a) $x[n] = u[n+5] - u[n-2]$
$h[n] = \alpha^n u[n], 0 < \alpha < 1$

(b) $x[n] = 2u[n]$
$h[n] = 3^n u[-n]$

(c) $x[n] = \left(\frac{2}{5}\right)^n u[n]$
$h[n] = 2\delta[n] - \frac{1}{3}\delta[n+1]$

(d) $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$
$h[n] = u[n]$

(e) $x[n] = \begin{cases} 3^n, & \text{si } 0 < n \leqslant 3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases},$

$h[n] = \{\ldots, 0, \overset{\downarrow}{1}, -3, -2, -1, 0, \ldots\}$

(f) $x[n] = u[-n]$
$h[n] = \begin{cases} \ln[n], & \text{si } n \geqslant 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

11. Encuentre la respuesta al impulso del sistema compuesto mostrado en la figura 1.

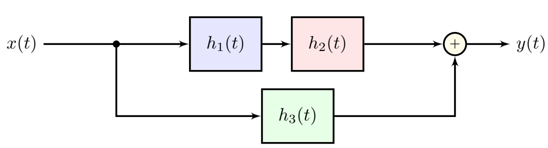

Fig. 1 – Diagrama de bloques

12. Determine la respuesta al impulso del sistema LTI

$$y(t) = \int_{t-1}^{t+1} x(\tau)\, \mathrm{d}\tau$$

13. Un sistema tiene la respuesta al impulso dada por

$$h(t) = \delta(t) - \delta(t-1),$$

a partir de ésta determina la relación de entrada-salida del sistema.

14. Un sistema LTI y causal tiene la respuesta al impulso (1):

$$h(t) = e^{-t} + \sin t, t \geqslant 0 \quad (1)$$

(a) Calcular la respuesta de salida para $t \geqslant 0$, cuando la entrada es el escalón $u(t)$

(b) Calcular la respuesta de salida para $t \geqslant 0$, cuando la entrada es el pulso con función $u(t+2) - u(t-2)$

15. El sistema mostrado en la figura

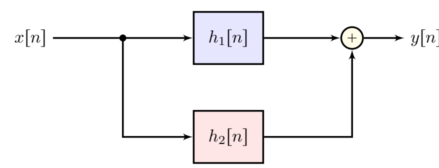

Fig. 2 – Diagrama de bloques en paralelo

Las respuestas al impulso están dadas:

$$h_1[n] = e^{-2n} u[n],$$
$$h_2[n] = 2e^{-n} u[n].$$

(a) Encuentre la respuesta al impulso $h[n]$ total del sistema.

(b) Cual sería la salida si la entrada al sistema fuera:
$x[n] = u[n] - u[n-3]$

16. El sistema mostrado en la figura 3 esta formado por la conexión de dos sistemas en serie.

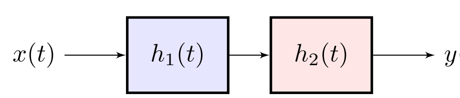

Fig. 3 – Diagrama de bloques en serie

Las respuestas al impulso están dadas:

$$h_1(t) = e^{-2t} u(t),$$
$$h_2(t) = 2e^{-t} u(t).$$

(a) Encuentre la respuesta al impulso $h_{total}(t)$ total del sistema.

(b) Cual sería la salida si la entrada al sistema fuera: $x(t) = u(t) - u(t-6)$