UNIVERSIDAD
SERGIO ARBOLEDA

Teoría de señales
Análisis de señales

Escuela de Ciencias exactas e Ingeniería

Código: SA2018I_TTQ02

Profesor: Marco Teran

Deadline: 20 de febrero de 2018

Teoría de señales

(10 puntos)

1. Considere la señal

$$x(t) = e^{-|t|}u(t+1)u(1-t),$$

(a) Determine su soporte. ¿Es compacto?

(b) ¿La señal es acotada en valor? Argumente. componente impar, $x_{odd}(t)$.

2. Evalúe las siguientes expresiones

(a) $\delta(t+1)e^t$

(b) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \delta(t-1)4^t \, \mathrm{d}t$

(c) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)e^{jt} \, \mathrm{d}t$

(d) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} [\delta(t-2)+\delta(t+2)+\delta(t-2)] \, \mathrm{d}t$

(e) $\int\limits_{0}^{\infty} \delta(t+1)\cos(t) \, \mathrm{d}t$

3. Demostrar que si $x\,(t+T) = x\,(t)$ entonces:

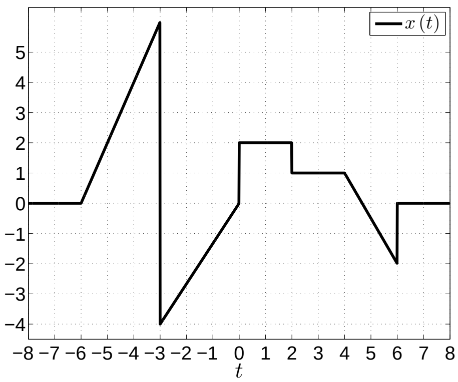
$$\int\limits_{\alpha}^{\beta} x\,(t)\,dt = \int\limits_{\alpha+T}^{\beta+T} x\,(t)\,dt$$

y

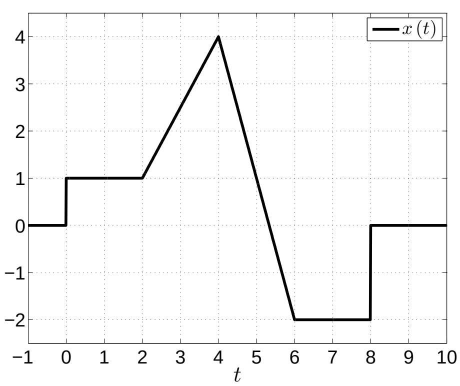
$$\int\limits_{0}^{T} x\,(t)\,dt = \int\limits_{a+T}^{a+T} x\,(t)\,dt$$

4. Expresé las siguientes señales mostradas en las gráficas en términos de funciones por partes (analítica) y en términos de funciones de escalón unitario.

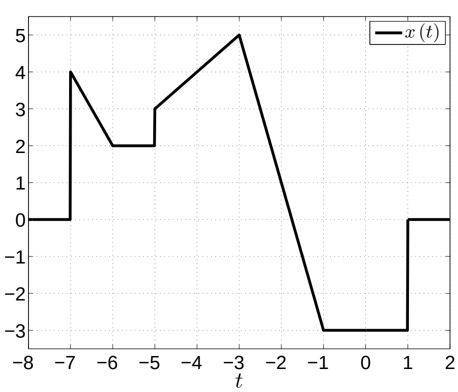
(a)

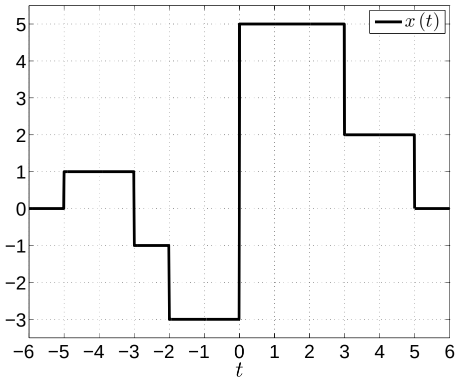


(b)



(c)



(d) 

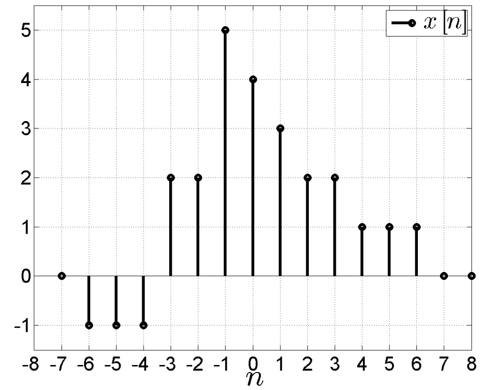


Fig. 1 – Señal discreta $x[n]$

5. Evalúe las siguientes integrales::

(a) $\int_{-\infty}^{t} \cos(\tau)\, u(\tau)\, d\tau$

(b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{3\pi}{4} e^{-\sqrt{2}t} u(t)\, dt$

(c) $\int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{2\pi} e^{\alpha t} u(-t)\, dt,\ \alpha > 0$

(d) $\int_{-T}^{T} \sin^3(4\pi t) u(t)\ dt$

(e) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-5|t|}\, dt$

(f) $\int_{-\infty}^{\infty} \ln(3t)\,(u(t-1) - u(t-8))\, dt$

Transformación de señales

(10 puntos)

6. En la figura 1 se muestra una señal de tiempo discreto $x[n]$. Dibuje e indique con detalle cada una de las señales siguientes:

(a) $2x[-n-2]$

(b) $4x[4-2n]$

(c) $x[n-4]\, u[n]$

(d) $\frac{2}{5}x[n+1]\, \delta[n-2]$

(e) Exprese la señal $x[n]$ en términos de secuencia de impulso unitario.

(f) La parte *par* de $x[n]$

(g) La parte *impar* de $x[n]$

7. Considere la siguiente señal

$$x(t) = u(1-t)u(t+2)$$

(a) Dibuje $x(t)$

(b) Dibuje $x(2t)$

(c) Dibuje $x(2-t)$

(d) Dibuje $x(2t-2)$

(e) Dibuje $x(-2t+2)$

8. En la figura 2 se muestra una señal de tiempo continuo. Escriba su notación funcional y dibuje e indique con detalle cada una de las señales siguientes:

(a) $2x(4t-2)$

(b) $\frac{1}{3}x\left(4-\frac{t}{2}\right)$

(c) $x(-3-t)\ u(t)$

(d) $x\left(\frac{3-t}{4}\right)$

(e) $x\left(\frac{3t+5}{9}\right)$

(f) $x\left(\frac{18-2t}{6}\right)$

(g) $1.5x(-2t-1)\ \delta(t)$

(h) $x(0.02t-2)\{u(t+4) - u(t-4)\}$

(i) $x(-t)\{u(-t+3) - u(-t-3)\}$

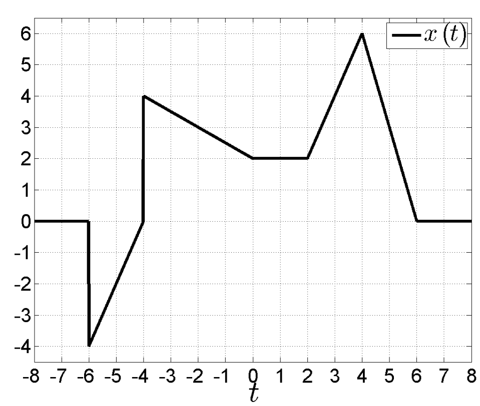


Fig. 2 – Señal continua $x(t)$.

Paridad de señales

(10 puntos)

9. Encuentre las componentes par e impar de las siguientes señales:

(a) $x[n] = \begin{cases} 2 - \frac{n}{3}, & \text{si } -10 \leqslant n \leqslant -1 \\ 1, & \text{si } 0 \leqslant n \leqslant 7 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$

(b) $x[k] = \frac{10}{1-j4k}$

(c) $s[n] = \cos\left(\frac{2\pi n}{9} + \frac{\pi}{4}\right)$

10. Encuentre las componentes par e impar de la siguiente señal:

$$x(t) = \begin{cases} 2 - \frac{t}{3}, & \text{si } -10 \leqslant t \leqslant -1 \\ 1, & \text{si } -1 < t \leqslant 7 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Periodicidad de señales

(10 puntos)

11. Determinar si las siguientes señales de tiempo continuo son periódicas. En caso de que sean periódicas, determine el periodo fundamental de cada una de ellas.

(a) $s_1(t) = \sin^4\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$

(b) $s_2(t) = \dfrac{\cot(2\pi t + 3)\sec(4\pi t)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}t - 1\right)e^{j\left(\frac{2\pi}{3}t-1\right)}}$

(c) $s_3(t) = \mathrm{Re}\left\{\frac{2}{4}e^{j\left(\frac{3\pi}{2}t-1\right)}\right\}$

(d) $s_4(t) = \cos\left(\frac{5\pi}{9}t\right)\cot\left(\frac{\pi}{4}t\right) + \sin(8\pi t)$

(e) $s_5(t) = \cos^2\left(\frac{4\pi}{6}t - \frac{\pi}{3}\right)$

(f) $s_6(t) = 1 + \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

(g) $s_7(t) = \sqrt{\frac{\pi}{3}}\cos\left(\frac{2\pi}{10}t\right) + 3\sin\left(\frac{5\pi}{21}t\right)$

(h) $s_8(t) = \sin(\Omega_0 t) + \sin\left(\frac{\Omega_0 t}{2}\right) + \sin\left(\frac{\Omega_0}{8}t\right)$, $\Omega_0 \in \mathrm{Re}$

(i) $s_9(t) = \sin(2t) + 3\sin(6t) + 4\sin(2t) + 5\sin(20t)$

(j) $s_{10}(t) = \sin\left(\frac{2\pi t}{7}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right)$

(k) $s_{11}(t) = \sin^2(2t) + \sin(3t)$

(l) $s_{12}(t) = \cos(t) + \cos(\pi t)$

(m) $s_{13}(t) = \sin(\omega t) + \sin\left(\frac{\omega t}{3}\right) + \sin\left(\frac{\omega}{4}t\right)$

(n) $s_{14}(t) = \sin 2t + 3\sin 6t + 5\sin 10t + 10\sin 20t$

12. Encuentre la potencia promedio de la señal

$$x(t) = e^{j2\pi t}$$

(a) en el intervalo $[0,\, 2]$

(b) en el intervalo $[-2,\, 2]$

(c) en el intervalo $[0,\, 10]$

(d) ¿por qué la potencia promedio permanece constante sobre los 3 intervalo?

13. Determinar si las siguientes señales de tiempo discreto son periódicas. En caso de que sean periódicas, determine el periodo fundamental de cada una de ellas.

(a) $s_1[n] = \sin(0.005\pi n)$

(b) $s_2[n] = \sqrt{6}\cos\left(\frac{4\pi}{10}n\right)$

(c) $s_3[n] = \dfrac{\sin\left(\frac{3\pi}{27}n\right)}{\sin(0.02\pi n)\cos\left(\frac{4\pi}{32}n\right)}$

(d) $s_4[n] = \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right) - \sin\left(\frac{9\pi}{81}n\right) + 2\cos\left(\frac{3\pi}{12}n + \frac{2\pi}{3}\right)$

(e) $s_5[n] = \cos^2\left(\frac{4\pi}{6}n - \frac{\pi}{3}\right)$

(f) $s_6[n] = e^{-\frac{j2\pi n}{8}} + e^{\frac{j2\pi n}{6}}$

(g) $s_7[n] = \sqrt{\frac{\pi}{3}}\cos\left(\frac{2\pi}{10}n\right) + 3\sin\left(\frac{5\pi}{21}n\right)$

(h) $s_8[n] = e^{-\frac{j2\pi n}{4}} + e^{\frac{j2\pi n}{4}}$

(i) $s_9[n] = 4e^{-\frac{j3\pi n}{28}} + 2\cos\left(\frac{11\pi}{16}n\right) - 0.5\sin\left(\frac{22\pi}{66}n\right)$

(j) $s_{10}[n] = 3\cos\left(\frac{4\pi}{10}n\right) + 4\cos\left(\frac{6\pi}{21}n\right)$

14. Demuestre que la potencia promedio de una señal periódica, con periodo T, puede encontrarse como

$$\bar{P} = \frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2\,\mathrm{d}t$$

15. Demuestre que ninguna señal periódica es una señal de energía.

16. Demuestre que ninguna señal periódica tiene soporte compacto.

Señales de potencia y energía

(10 puntos)

17. Para la señal $x(t) = e^{j3t}$, encuentre

(a) La potencia instantánea

(b) La energía

(c) La potencia promedio

(d) ¿La señal $x(t)$, es una señal de energía o de potencia?

18. Para la señal $c(t) = e^{t}u(-t)$, encuentre

(a) La potencia instantánea

(b) La energía

(c) La potencia promedio

(d) ¿La señal $c(t)$, es una señal de energía o de potencia?

19. Encuentre la energía de la señal $y(t) = e^{j3t}u(2-2t)u(2t-2)$.

20. Encuentre la energía de la señal $z(t) = (1+e^{j3t})[u(t+1)-u(t-2)]$.

21. Demuestre que toda señal acotada y de soporte compacto es un señal de energía (tiene energía finita).

22. Determinar si las siguientes señales de tiempo continuo son de potencia, energía o ninguna de ambas clases. Encontrar la potencia y la energía si es posible.

(a) $x_1(t) = \left(e^{|t|}\right)^{-2}$

(b) $x_2(t) = \frac{3}{t}u(t-2)$

(c) $x_3(t) = 2e^{j3t}$

(d) $x_4(t) = 3e^{-2\lambda t}u(t)\,, \ \lambda > 0$

(e) $x_5(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(\frac{2\pi}{5}t\right)$

(f) $x_6(t) = 2\delta(t) + 5\delta(t-3)$

(g) $x_7(t) = \cos\left(\frac{\pi n}{3}\right)\{u(t) - u(t-4)\}$

23. Determinar si las siguientes señales de tiempo discreto son de potencia, energía o ninguna de ambas clases.

(a) $x_1[n] = -\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$

(b) $x_2[n] = -3\pi\{u[n+3] - u[n-4]\}$

(c) $x_3[n] = \sin\left(\frac{49\pi n}{4}\right)$

(d) $x_4[n] = 2\delta[n] + 5\delta[n-3]$

(e) $x_5[n] = 0.5u[n]$

(f) $x_6[n] = \frac{u[n-1]}{n}$

(g) $x_7[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{3}\right)\{u[n] - u[n-6]\}$

(h) $x_8[n] = \mathrm{Im}\{2e^{j0.25\pi n}\}$