

Transformada z en Matlab

26 de agosto de 2019

Objetivo: Realizar distintos ejercicios numéricos de mano y con el uso de Matlab.

Ejercicio 1

Para la función $Y(z)$, determinar los polos y ceros y ubicarlos dentro del plano z . Los teoremas del valor inicial y final son aplicables en dicha función. ¿Por qué? Hallar sus valores.

$$Y(z) = \frac{0,792z^2}{(z-1)(z^2-0,416z+0,208)}$$

Para hallar los polos y ceros de $Y(z)$, introducimos los comandos:

```
z=tf('z');  
Yz=.792*z^2/((z-1)*(z^2-0.416*z+.208))  
[ceros,polos,K]=zpkdata(Yz,'v')
```

Ahora, graficamos el plano z con los ceros y polos obtenidos:

```
[num,den]=tfdata(Yz,'v');  
zplane(num,den)  
zgrid
```

Por el teorema del valor inicial:

$$y(t=0) = \lim_{z \rightarrow \infty} Y(z)$$

Por el teorema del valor final:

$$y(t \rightarrow \infty) = \lim_{z \rightarrow 1} [1 - z^{-1}Y(z)]$$

Ejercicio 2

Para la función $G(z) = Y(z)/X(z)$, hallar la transformada inversa z mediante el método Matlab (comando `filter`) hasta $n = 10$. Graficar la secuencia (comando `stem`).

$$Y(z) = 0,01409z^3 + 0,028z^2 + 0,01409z$$

$$X(z) = z^3 - 2,7624z^2 + 2,5811z - 0,8187$$

Con el siguiente programa graficamos los 10 primeros elementos de la secuencia de $Y(z)/X(z)$.

```
num=[0.01409 0.028 0.01409 0];
den=[1 -2.7624 2.5811 -0.8187];
Xz=[1 zeros(1,10)];
Yz=filter(num,den,Xz);
n=0:1:10;
stem(n,Yz);
xlabel('n');
```

Ejercicio 3

Para la ecuación en diferencias encontrar la serie en forma recursiva realizando un programa en Matlab. Luego, hallar la transformada Z mediante cálculo de mano y luego, mediante el método de Matlab (comando `filter`), encontrar la transformada inversa Z hasta $n = 30$. Verificar ambos gráficos y hallar conclusiones.

$$x[n+2] = x[n+1] + x[n], \quad \text{donde } x[0] = 0 \text{ y } x[1] = 1$$

Las transformadas z de $x[n+2]$, $x[n+1]$ y $x[n]$ están dadas, respectivamente, por

$$\mathcal{Z}[x[n+2]] = z^2X(z) - z^2x(0) - zx(1)$$

$$\mathcal{Z}[x[n+1]] = zX(z) - zx(0)$$

$$\mathcal{Z}[x[n]] = X(z)$$

Ahora utilizo el siguiente programa para comparar el método manual con el método de Matlab.

```
%Metodo manual
x(1)=0;
x(2)=1;
N=30;
for k=1:N-1
    x(k+2)=x(k+1)+x(k)
end
n=0:N;
subplot(2,1,2);
stem(n,x,'r');
title('Metodo manual');

%Metodo Matlab
num=[0 1 0];
den=[1 -1 -1];
n=0:1:N;
x=[1 zeros(1,N)];
y=filter(num,den,x);
subplot(2,1,1);
stem(n,y,'b');
title('Metodo Matlab');
```

Ejercicio 4

Encontrar la expresión en forma cerrada de $y[n]$ usando el método de la transformada Z . Donde $u[n]$ representa la función escalón.

$$y[n] - (5/6)y[n-1] + (1/6)y[n-2] = (1/5)^n u[n], \text{ donde } y[-1] = 6 \text{ e } y[-2] = 25$$

Las transformadas z de secuencias desplazadas son:

$$\mathcal{Z}[y(n-1)] = Y(z)z^{-1} + y(-1)$$

$$\mathcal{Z}[y(n-2)] = Y(z)z^{-2} + y(-1)z^{-1} + y(-2)$$

La descomposición en fracciones parciales podría haberse realizado con Matlab, de la siguiente manera:

```
num=[0 11/6 -7/6 1/5];  
den=[1 -31/30 1/3  
-1/30];  
[R,P,K]=residue(num,den)
```

Ejercicio 5

Encuentre la transformada inversa Z utilizando el método de expansión en fracciones parciales y con el Matlab (comando **residuez**).

$$X(z) = \frac{z^{-1}(0,5 - z^{-1})}{(1 - 0,5z^{-1})(1 - 0,8z^{-1})}$$