Tema 05: Correlación de señales

Análisis de señales

Marco Teran

Escuela de Ciencias exactas e Ingeniería
Universidad Sergio Arboleda

2018II

Outline

Correlación de señales

La teoría de la correlación es importante en la teoría de señales.

Correlación

La **correlación** es una operación matemática del procesamiento de señales que genera como resultado el *grado de similitud* entre dos señales, aunque no exista *coincidencia temporal*, es decir, la verificación se realiza en todo el espacio temporal de ambas señales.
Objetivo: Medir el grado de semejanza entre ambas señales.

La aplicación de la suma de convolución es el determinar la respuesta de sistemas LTI a cualquier tipo de entrada, aunque esta operación puede efectuarse de una manera mas sencilla en el dominio de la frecuencia (Fourier, Laplace o Z).

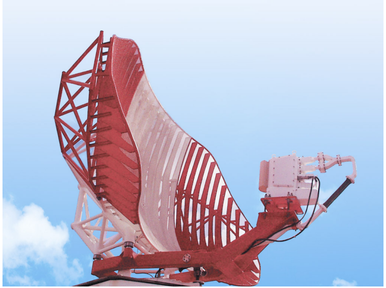
Correlación de señales

La correlación, aunque es una operación parecida, tiene una gran cantidad de aplicaciones por el tipo de resultado que ella arroja. Discriminación de señales. Ejemplos:

- La estimación de retardos en radar y sonar
- La detección y sincronización en comunicaciones digitales
- El control predictivo de máquinas y procesos
- El reconocimiento de patrones, con aplicaciones en procesado de voz y de imágenes
- Estimación espectral
- Identificación de sistemas

Son dos señales $x[n]$ y $y[n]$ las que deseamos comparar.

Problema radar



Radar

Se entiende por **RADAR** (*ing.* RAdio Detection And Ranging) un sistema de radiodetección y radiolocalización. Los sistemas de radar tienen dos funciones principales

1. Detectar los blancos.
2. Localizar estos blancos por medio de coordenadas.

La localización del blanco se hace por terminación de sus coordenadas polares. Es preciso:

- Determinar la distancia Radar—Blanco
- Determinar la dirección del blanco con respecto al radar.

Problema radar

En un radar de vigilancia (2D) la indicación de dirección es unicamente acimutal, y no de altitud (*cenital*).

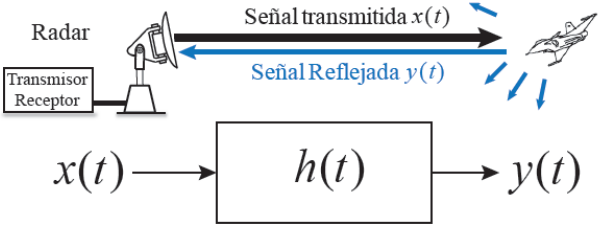


Figura 1: Modelo básico del sistema radar.

Para determinar la distancia R es preciso medir el tiempo t_{ret} de ir y volver de un impulso de energía electromagnética.

$$R = \frac{c_0 t_{ret}}{2} \tag{1}$$

Donde c_0 — Velocidad de propagación de la onda electromagnética ($c_0 = 3 \cdot 10^8\ m/s$)

Problema radar

Para determinar la distancia R es preciso medir el tiempo t_{ret} de ir y volver de un impulso de energía electromagnética.

$$R = \frac{c_0 t_{ret}}{2} \tag{2}$$

Donde, c_0 — Velocidad de propagación de la onda electromagnética ($c_0 = 3 \cdot 10^8\ m/s$).

- La medición de la distancia se reduce a la medición del tiempo de retardo de la señal. Tenemos dos señales:
  - $x(t)$ - versión de la señal a trasmitir.
  - $y(t)$ - Versión de la señal recibida en la salida

Si existe un blanco en la *linea de vista* del radar, entonces:

- $y(t)$ será una versión retardada de la señal transmitida: $x(t - t_{ret})$ reflejada desde el blanco
- Estará muy atenuada
- Estará contaminada con ruido blanco gaussiano aditivo (AWGN).

Podemos representar la secuencia recibida como:

$$y(t) = \alpha x(t - t_{ret}) + w(t)$$

Donde, α —- factor de atenuación (pérdida de potencia por la propagación, difracción y absorción en el blanco). (t) —- es el retardo de la señal. $w(t)$ — ruido blanco gaussiano aditivo.

Correlación cruzada de señales tiempo continuo

Se le conoce como a la secuencia secuencia $r_{xy}(\tau)$

$$r_{xy}(\tau) = x(t) \oplus y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t-\tau)\,\mathrm{d}t \tag{3}$$

Donde, τ — desplazamiento en el tiempo o retardos; xy — subindice de correlación cruzada.
El restardo $\tau \in \mathbb{R}$.
Es posible hallar $r_{xy}(\tau)$ mediante,

$$r_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t+\tau)y(t)\,\mathrm{d}t$$

Correlación cruzada de señales tiempo continuo

Si se invierte tenemos que:

$$r_{yx}(\tau) = y(t) \oplus x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)x(t-\tau)\,\mathrm{d}t \tag{4}$$

La correlación no es una operación conmutativa.

$$r_{xy}(\tau) \neq r_{yx}(\tau)$$

porque,

$$r_{yx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t+\tau)x(t)\,\mathrm{d}t$$

Al comparar las las ecuaciones de $r_{xy}(\tau)$ y $r_{yx}(\tau)$ obtenemos la relación:

$$r_{xy}(\tau) = r_{yx}(-\tau) \tag{5}$$

Las similitudes con la convolución son evidentes.

$$r_{xy} = x(t) \oplus y(t) = x(t) * y(-t) \tag{6}$$

Autocorrelación de señales tiempo continuo

Se considera un caso especial de la correlación cruzada cuando $x[n] = y[n]$ entonces se dice que us una copia de si misma retardada l muestras y se denota:

$$r_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t-\tau)\,\mathrm{d}t \tag{7}$$

que es lo mismo que,

$$r_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t+\tau)x(t)\,\mathrm{d}t \tag{8}$$

Correlación cruzada de señales tiempo discreto

Se le conoce como a la secuencia secuencia $r_{xy}[l]$

$$r_{xy}[l] = x[n] \oplus y[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]y[n-l] \tag{9}$$

Donde, l — desplazamiento en el tiempo o retardos; xy — subindice de correlación cruzada.
El restardo $l \in \mathbb{Z}$.
Se dice que se desplaza l unidades a la derecha si l es positivo y se desplaza l unidades a la izquierda si l es negativo.
Es posible hallar $r_{xy}[l]$ mediante,

$$r_{xy}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n+l]y[n]$$

Correlación de señales periódicas tiempo discreto

Se considera un caso especial de dos señales periódicas $x[n]$ y $y[n]$, con periodo total de ambas N:

$$r_{xy}[l] = \sum_{n=\langle N\rangle} x[n]y[n-l] \tag{10}$$

para el caso de la autocorrelación,

$$r_{xx}[l] = \sum_{n=\langle N\rangle} x[n]x[n-l] \tag{11}$$

Correlación cruzada de señales tiempo discreto

Si se invierte tenemos que:

$$r_{yx}[l] = y[n] \oplus x[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y[n]x[n-l] \tag{12}$$

La correlación no es una operación conmutativa.

$$r_{xy}[l] \neq r_{yx}[l]$$

porque,

$$r_{yx}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y[n+l]x[n]$$

Al comparar las las ecuaciones de r_{xy} y r_{yx} obtenemos la relación:

$$r_{xy}[l] = r_{yx}[-l] \tag{13}$$

Las similitudes con la convolución son evidentes.

$$r_{xy}[l] = x[n] \oplus y[n] = x[n] * y[-n] \tag{14}$$

Autocorrelación de señales tiempo discreto

Se considera un caso especial de la correlación cruzada cuando $x[n] = y[n]$ entonces se dice que us una copia de si misma retardada l muestras y se denota:

$$r_{xx}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]x[n-l] \tag{15}$$

que es lo mismo que,

$$r_{xx}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n+l]x[n] \tag{16}$$

Propiedades de la autocorrelación:

- La función de autocorrelación es una señal real y par $r_{xx}(\tau) = r_{xx}(-\tau)$
- El valor máximo de la función de autocorrelación ocurre en un retardo τ y $l = 0$
  $|r_{xx}[l]| \leq r_{xx}[0]$
- Si $x(t)$ es periódica, entonces la función de auto-correlación es periódica.