

# Problema de la Transformada de Fourier

## Análisis de señales

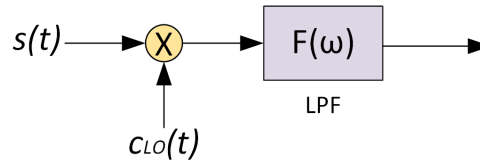
Escuela de Ciencias exactas e Ingeniería

Código: SA2018I \_ TTQ08

Profesor: Marco Teran

Deadline: 30 de abril de 2017

1. Una empresa, líder mundial en tecnología de telecomunicaciones, se encuentra en la etapa final de validación de su nuevo radio receptor de señales satelitales (fig. 1). La función principal de este radio-receptor, es la adecuación de señales de radio recibidas mediante procesos de *demodulación* y *filtrado*. Por tal motivo, es necesario de su aporte como *ingeniero de desarrollo y de pruebas* para la realización del análisis espectral del sistema propuesto.



**Fig. 1** – Diagrama de bloques del radio-receptor

El tipo de señal que se recibirá en el radioreceptor es de *prueba*, de la forma de acuerdo a la ecuación 1; que no es más que una señal mensaje  $m(t)$  *modulada* a una frecuencia de portadora  $f_c = 2 \text{ GHz}$ .

$$s(t) = m(t) \cos(2\pi f_c t) \quad (1)$$

En detalle, la señal de prueba tipo mensaje  $m(t)$  para el análisis de diseño del radio-receptor es del tipo (en *bandabase*):

$$m(t) = u(t + 2) + u(t + 1) - u(t - 1) - u(t - 2) \quad (2)$$

La señal  $s(t)$ , de la ecuación 1, una vez entra al receptor se demodula, mediante la multiplicación de esta, por una señal  $c_{OL}(t)$  generada en un oscilador local de la forma:

$$c_{OL}(t) = \cos(2\pi f_c t)$$

Obteniendo a la salida del multiplicador una señal de tipo:

$$s_{dem}(t) = s(t)c_{OL}(t) \quad (3)$$

Luego la señal  $s_{dem}(t)$  (ec. 3) atraviesa un proceso de *filtrado*, para la eliminación de las componentes de alta frecuencia originadas durante la multiplicación, implementando un *filtro pasabajos*, con las siguientes características:

$$|F(\omega)| = \begin{cases} 1 & \text{if } -20 \text{ rad/s} \leq \omega \leq 20 \text{ rad/s} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

y una fase de características:

$$\Phi(\omega) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{if } \omega \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

Recuerde que la respuesta en frecuencia al impulso del filtro es de la forma mediante la combinación de su magnitud (ecuación 4) y una fase compleja (ecuación 5):

$$F(\omega) = |F(\omega)|e^{j\Phi(\omega)} \quad (6)$$

- (a) Dibujar la señal mensaje  $m(t)$  en *bandabase* de la ecuación 2.

- (b) Calcular y dibujar la magnitud del espectro de la señal  $m(t)$  en *bandabase* de la ecuación 2.
- (c) Implementando propiedades de la transformada de Fourier, encontrar la magnitud del espectro de la señal  $s_{dem}(t)$  de la ecuación 3.
- (d) Calcule la respuesta al impulso del filtro  $f(t)$ , es decir la transformada inversa de Fourier de la respuesta en frecuencia del filtro  $F(\omega)$  (ecuación 6).
- (e) Encuentre la señal a la salida del *filtro pasabajas*  $f(t)$ , por medio del método de la convolución y las propiedades de la Transformada de Fourier de tiempo continuo.