

Tema 05: Correlación de señales

Análisis de señales



Marco Teran

Escuela de Ciencias exactas e Ingeniería
Universidad Sergio Arboleda

2018II

OUTLINE

1 Correlación de señales

- Correlación cruzada de señales tiempo continuo
- Autocorrelación de señales tiempo continuo
- Correlación cruzada de señales tiempo discreto
- Correlación de señales periódicas tiempo discreto
- Autocorrelación de señales tiempo discreto

CORRELACIÓN DE SEÑALES

La teoría de la correlación es importante en la teoría de señales.

Correlación

La **correlación** es una operación matemática del procesamiento de señales que genera como resultado el *grado de similitud* entre dos señales, aunque no exista *coincidencia temporal*, es decir, la verificación se realiza en todo el espacio temporal de ambas señales.

Objetivo: Medir el grado de semejanza entre ambas señales.

La aplicación de la suma de convolución es el determinar la respuesta de sistemas LTI a cualquier tipo de entrada, aunque esta operación puede efectuarse de una manera mas sencilla en el dominio de la frecuencia (Fourier, Laplace o Z).

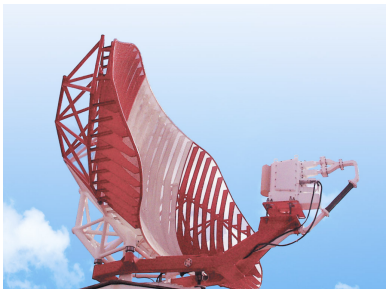
CORRELACIÓN DE SEÑALES

La correlación, aunque es una operación parecida, tiene una gran cantidad de aplicaciones por el tipo de resultado que ella arroja. Discriminación de señales. Ejemplos:

- La estimación de retardos en radar y sonar
- La detección y sincronización en comunicaciones digitales
- El control predictivo de máquinas y procesos
- El reconocimiento de patrones, con aplicaciones en procesamiento de voz y de imágenes
- Estimación espectral
- Identificación de sistemas

Son dos señales $x[n]$ y $y[n]$ las que deseamos comparar.

PROBLEMA RADAR



Radar

Se entiende por **RADAR** (*ing.* RAdio Detection And Ranging) un sistema de radiodetección y radiolocalización. Los sistemas de radar tienen dos funciones principales

- 1 Detectar los blancos.
- 2 Localizar estos blancos por medio de coordenadas.

La localización del blanco se hace por terminación de sus coordenadas polares. Es preciso:

- Determinar la distancia Radar—Blanco
- Determinar la dirección del blanco con respecto al radar.

PROBLEMA RADAR

En un radar de vigilancia (2D) la indicación de dirección es únicamente acimutal, y no de altitud (*cenital*).

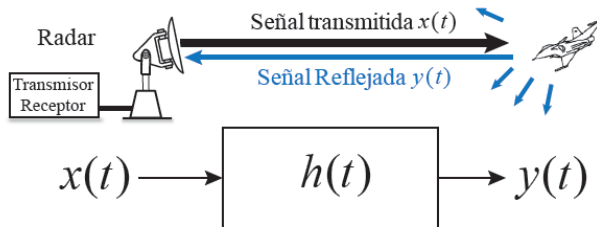


Figura 1: Modelo básico del sistema radar.

Para determinar la distancia R es preciso medir el tiempo t_{ret} de ir y volver de un impulso de energía electromagnética.

$$R = \frac{c_0 t_{ret}}{2} \quad (1)$$

Donde c_0 = Velocidad de propagación de la onda electromagnética ($c_0 = 3 \cdot 10^8$ m/s)

PROBLEMA RADAR

Para determinar la distancia R es preciso medir el tiempo t_{ret} de ir y volver de un impulso de energía electromagnética.

$$R = \frac{c_0 t_{ret}}{2} \quad (2)$$

Donde, c_0 — Velocidad de propagación de la onda electromagnética ($c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).

■ La medición de la distancia se reduce a la medición del tiempo de retardo de la señal. Tenemos dos señales:

- $x(t)$ - versión de la señal a transmitir.
- $y(t)$ - Versión de la señal recibida en la salida

Si existe un blanco en la *línea de vista* del radar, entonces:

- $y(t)$ será una versión retardada de la señal transmitida: $x(t - t_{ret})$ reflejada desde el blanco
- Estará muy atenuada
- Estará contaminada con ruido blanco gaussiano aditivo (AWGN).

Podemos representar la secuencia recibida como:

$$y(t) = \alpha x(t - t_{ret}) + w(t)$$

Donde, α — factor de atenuación (pérdida de potencia por la propagación, difracción y absorción en el blanco). (t) — es el retardo de la señal. $w(t)$ — ruido blanco gaussiano aditivo.

CORRELACIÓN CRUZADA DE SEÑALES TIEMPO CONTINUO

Se le conoce como a la secuencia secuencia $r_{xy}(\tau)$

$$r_{xy}(\tau) = x(t) \oplus y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t-\tau) dt \quad (3)$$

Donde, τ — desplazamiento en el tiempo o retardos; xy — subíndice de correlación cruzada.

El restardo $\tau \in \mathbb{R}$.

Es posible hallar $r_{xy}(\tau)$ mediante,

$$r_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t+\tau)y(t) dt$$

CORRELACIÓN CRUZADA DE SEÑALES TIEMPO CONTINUO

Si se invierte tenemos que:

$$r_{yx}(\tau) = y(t) \oplus x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)x(t - \tau) dt \quad (4)$$

La correlación no es una operación conmutativa.

$$r_{xy}(\tau) \neq r_{yx}(\tau)$$

porque,

$$r_{yx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t + \tau)x(t) dt$$

Al comparar las las ecuaciones de $r_{xy}(\tau)$ y $r_{yx}(\tau)$ obtenemos la relación:

$$r_{xy}(\tau) = r_{yx}(-\tau) \quad (5)$$

Las similitudes con la convolución son evidentes.

$$r_{xy} = x(t) \oplus y(t) = x(t) * y(-t) \quad (6)$$

AUTOCORRELACIÓN DE SEÑALES TIEMPO CONTINUO

Se considera un caso especial de la correlación cruzada cuando $x[n] = y[n]$ entonces se dice que us una copia de si misma retardada l muestras y se denota:

$$r_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t-\tau) dt \quad (7)$$

que es lo mismo que,

$$r_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t+\tau)x(t) dt \quad (8)$$

CORRELACIÓN CRUZADA DE SEÑALES TIEMPO DISCRETO

Se le conoce como a la secuencia $r_{xy}[l]$

$$r_{xy}[l] = x[n] \oplus y[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]y[n-l] \quad (9)$$

Donde, l — desplazamiento en el tiempo o retardos; xy — subíndice de correlación cruzada.

El restardo $l \in \mathbb{Z}$.

Se dice que se desplaza l unidades a la derecha si l es positivo y se desplaza l unidades a la izquierda si l es negativo.

Es posible hallar $r_{xy}[l]$ mediante,

$$r_{xy}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n+l]y[n]$$

CORRELACIÓN DE SEÑALES PERIÓDICAS TIEMPO DISCRETO

Se considera un caso especial de dos señales periódicas $x[n]$ y $y[n]$, con periodo total de ambas N :

$$r_{xy}[l] = \sum_{n=\langle N \rangle} x[n]y[n-l] \quad (10)$$

para el caso de la autocorrelación,

$$r_{xx}[l] = \sum_{n=\langle N \rangle} x[n]x[n-l] \quad (11)$$

CORRELACIÓN CRUZADA DE SEÑALES TIEMPO DISCRETO

Si se invierte tenemos que:

$$r_{yx}[l] = y[n] \oplus x[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y[n]x[n-l] \quad (12)$$

La correlación no es una operación conmutativa.

$$r_{xy}[l] \neq r_{yx}[l]$$

porque,

$$r_{yx}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y[n+l]x[n]$$

Al comparar las las ecuaciones de r_{xy} y r_{yx} obtenemos la relación:

$$r_{xy}[l] = r_{yx}[-l] \quad (13)$$

Las similitudes con la convolución son evidentes.

$$r_{xy}[l] = x[n] \oplus y[n] = x[n] * y[-n] \quad (14)$$

AUTOCORRELACIÓN DE SEÑALES TIEMPO DISCRETO

Se considera un caso especial de la correlación cruzada cuando $x[n] = y[n]$ entonces se dice que us una copia de si misma retardada l muestras y se denota:

$$r_{xx}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]x[n-l] \quad (15)$$

que es lo mismo que,

$$r_{xx}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n+l]x[n] \quad (16)$$

Propiedades de la autocorrelación:

- La función de autocorrelación es una señal real y par $r_{xx}(\tau) = r_{xx}(-\tau)$
- El valor máximo de la función de autocorrelación ocurre en un retardo τ y $l = 0$
 $|r_{xx}[l]| \leq r_{xx}[0]$
- Si $x(t)$ es periódica, entonces la función de auto-correlación es periódica.