Series de Fourier

Análisis de señales

Escuela de Ciencias exactas e Ingeniería

Código: SA2018I_TTQ06

Profesor: Marco Teran

Deadline: 19 de abril de 2017

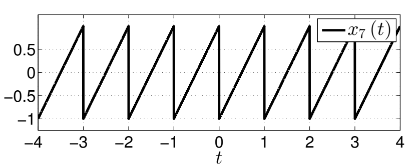
Series de Fourier de tiempo continuo (CTFS)

(3 puntos)

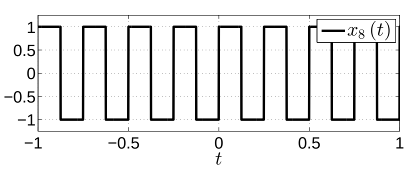
1. Determinar la representación de la Serie de Fourier de tiempo continuo **(CTFS)** en la forma exponencial compleja para los puntos pares y la trigonométrica para los puntos impares de cada una de las siguientes señales.

Expresar los coeficientes de Fourier en función de k. Dibujar $|c_k|$ y Φ_k, y a_k y b_k, dependiendo del punto.

(a)



(b)



(c) $x_9(t) = \frac{1}{4}\cos(2t + 4\pi)$.

(d) $x_{10}(t) = 4 + \frac{1}{2}\sin(6t)$.

(e) La señal periódica para todo t definida por $x(t) = x$ entre $[-2, 2]$ (Repetir este segmento en todo t, se observa una señal diente de sierra, aplicar mismo método a los demás ejercicios).

(f) La señal periódica para todo t definida por $x_{11}(t) = |x|$ entre $[-2, 2]$.

(g) La señal periódica para todo t definida por $x_{12}(t) = x^2$ entre $[-3, 3]$.

(h) La señal periódica para todo t definida por $x_{13}(t) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} + t\right), & \text{si } -\pi \leqslant t < 0 \\ \frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} - t\right), & \text{si } 0 \leqslant t \leqslant \pi \end{cases}$

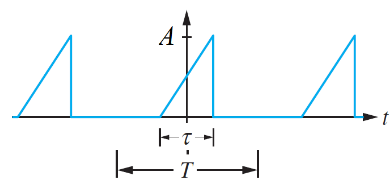
(i) $s(t) = \left|A\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)\right|$.

(j) $p(t) = \left|A\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)\right|$.

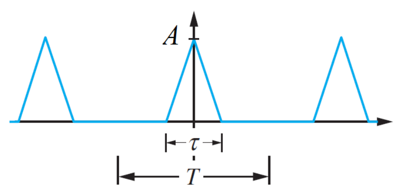
(k) $x(t) = 1 + \cos(2\pi t) - sin(6\pi t)$.

(l) $r(t) = \frac{\sin(2t+\pi)}{sin(t)}$.

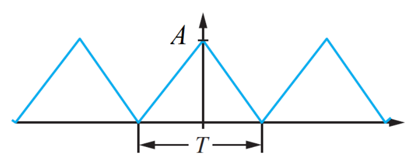
(m)



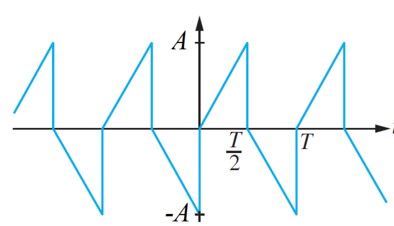
(n)



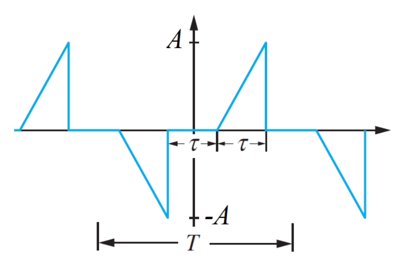
(o)



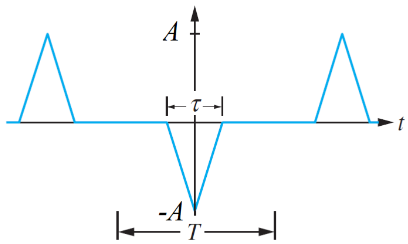
(p)



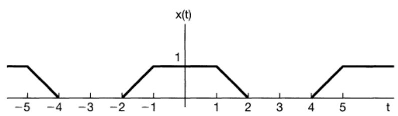
(q)



(r)

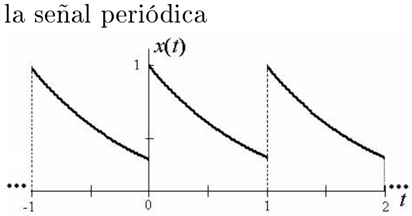


(s)



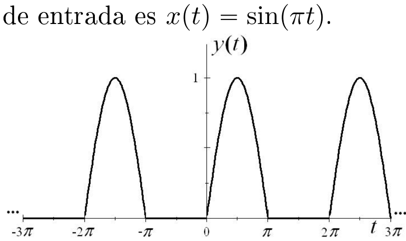
2. Usando la serie exponencial de Fourier represente la señal $x(t) = u(t+1) - u(t-1)$ sobre el intervalo de tiempo $[-2, 2]$.

3. Usando la serie exponencial de Fourier represente la señal periódica



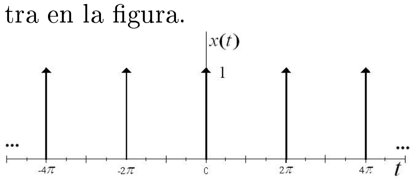
$x(t) = e^{-t},\ 0 < t < 1$

4. Usando la serie trigonométrica de Fourier, represente la señal de salida de un rectificador de media onda ($y(t)$ en la siguiente figura), si la señal de entrada es $x(t) = \sin(\pi t)$.



$x(t) = \sin(t),\ 0 < t < \pi$

5. Obtenga la serie exponencial de Fourier de la secuencia de impulsos de peso unitario, que se ilustra en la figura.



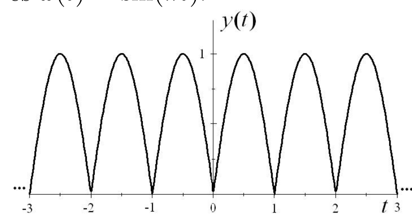
6. Exprese la señal $x(t) = \frac{1}{2} + \sin^2 t - \cos^2 t + 2\sin t + 3\cos(3t)$ como una serie exponencial de Fourier e identifique los coeficientes complejos de Fourier.

7. Demuestre que si $x(t)$ es real entonces $|c_n|$ es una señal par y $\angle c$ es una señal impar.

8. Demuestre el teorema de Parseval para la serie exponencial.

9. Suponga que un señal periódica tiene coeficientes de la serie exponencial de Fourier dados por $c_n = 0.5^{|n|}$. Encuentre la potencia promedio de la señal.

10. Usando la serie trigonométrica de Fourier represente la señal de salida de un rectificador de onda completa ($y(t)$ en la Figura), si la entrada es $x(t) = \sin(\pi t)$.



Series de Fourier de tiempo discreto (DTFS)

(2 puntos)

11. Determinar la representación de la Serie de Fourier de tiempo discreto **(DTFS)** para cada una de las siguientes secuencias. Dibujar $|c_k|$ de la serie de Fourier.

(a) $x[n] = \frac{1}{2}$,
con $N_0 = 1$ y $N_0 = 4$.

(b) $x[n] = \frac{1}{8}\cos\left(\frac{2n\pi}{N}\right)$,
con periodo $N = 7$.

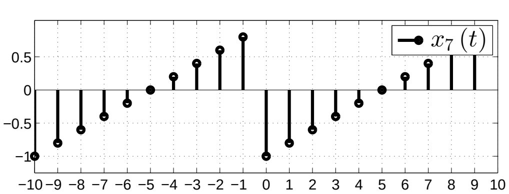
(c) $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - 4k]$

(d) $x[n] = \frac{4}{3}\cos^2\left(\frac{2\pi}{5}n\right)$.

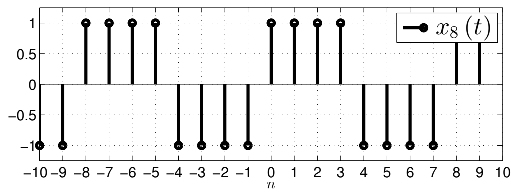
(e) $x[n] = 4 + \frac{2}{3}\sin\left(\frac{2\pi n}{6}\right)$.

(f) $x[n] = \sin\left(\frac{2}{3}\pi n\right)\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)$.

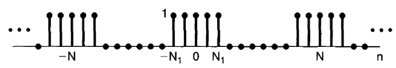
(g)



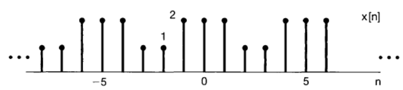
(h)



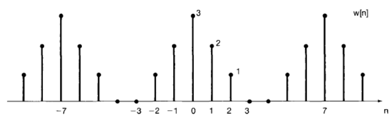
(i)



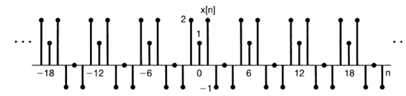
(j)



(k)



(l)



12. para la siguiente secuencia:

$$x\left[n\right] = \frac{1}{4} + \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right).$$

(a) Dibujar la señal y encontrar su periodo N_0.

(b) Determinar la representación de la Serie de Fourier de tiempo discreto **(DTFS)**. La expresión para los coeficientes de Fourier deben estar totalmente simplificados y expresados en función de k.

(c) Encontrar el valor de c_0 y c_4.