



# Análisis de señales Transformada de Fourier de tiempo continuo

Escuela de Ciencias exactas e Ingeniería

Código: SA2020II\_TTQ12

Profesor: Marco Teran

Name: \_\_\_\_\_

Deadline: G01 - 1 de diciembre de 2020

G02 - 1 de diciembre de 2020

## 1 Transformada de Fourier de tiempo continuo

1. Encontrar la transformada de Fourier de tiempo continuo (**CTFT**) para cada una de las siguientes señales, dibujar la magnitud de la **CTFT** de los ejercicios pares:

(a)  $x(t) = 3 \cos^2(60\pi t)$

(b)  $x(t) = 2 \frac{\sin(2\pi t)}{\pi t}$

(c)  $x(t) = \begin{cases} 1, & \text{si } |t| \leq 2 \\ 0, & |t| > 2 \end{cases}$

(d)  $x(t) = e^{-\frac{\sqrt{3}}{2}|t|} u(t)$

(e)  $x(t) = \frac{1}{9+t^2}$

(f)  $\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$

(g)  $x(t) = \delta(t - t_0)$

(h)  $x(t) = u(t - t_0)$

(i)  $x(t) = -e^{-6t} u(t)$

(j)  $x(t) = e^{-2t} [u(t) - u(t - 5)]$

(k)  $x(t) = e^{-3t} u(t) + e^{3t} u(-t)$

(l)  $x(t) = 2 \cos(2\pi t + 4\pi) [u(t) - u(t - 1)]$

(m)  $x(t) = e^{-|t|}$

(n)  $x(t) = e^{-\alpha t} \cos(\omega_0 t) u(t)$ ,  
donde  $\alpha > 0$

(o)  $x(t) = 2 \cos^2(t)$

2. Si  $x(t) = X(\omega)$ , determine la transformada de Fourier de

(a)  $x(1 - t)$

(b)  $\frac{dx(t)}{dt} \cos t$

(c)  $x\left(\frac{t}{2} - 2\right)$

(d)  $\frac{d[x(-2t)]}{dt}$

3. Mediante las diversas propiedades de la transformada de Fourier de tiempo continuo (**CTFT**), encuentre la transformada de Fourier de las siguientes señales de la transformada original de  $u(t)$ :

(a)  $x(t) = \delta(at)$ . (Entienda la función  $\delta(t)$  y su relación con la derivada de  $u(t)$ )

(d)  $x(t) = te^{-at} u(t)$ .

(b)  $x(t) = 3tu(t)$ .

(e)  $x(t) = e^{-5\pi t} \cos(\omega_0 t) u(t)$ .

(c)  $x(t) = -e^{-6t} u(t)$ .

(f)  $x(t) = (e^{-t} \cos(2t) - 5e^{-3t}) u(t) + \frac{1}{2} e^{-j2t} u(-t)$ .

4. Determine la transformada de Fourier de la señal

$$x(t) = e^{-t} u(t) * e^{-2t} u(t)$$

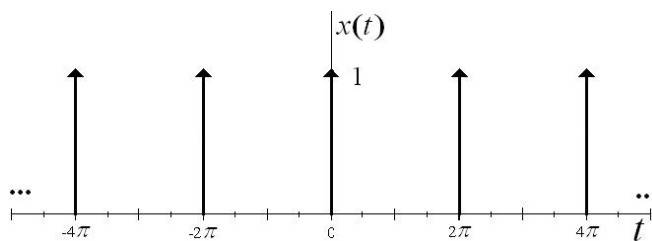
5. Consideremos la señal *Campana de Cauchy* dada por

$$x(t) = \frac{1}{1+t^2}$$

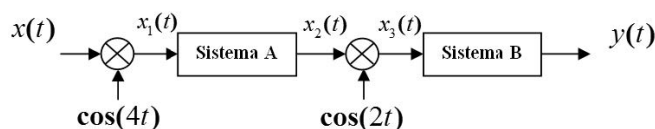
- (a) Encuentre la transformada de Fourier de  $x(t)$ .

Tenga en cuenta que  $\int \frac{dx}{a^2 + b^2 x} = \frac{1}{ab} \text{atan}\left(\frac{bx}{a}\right)$

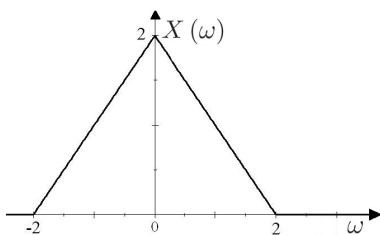
6. Obtenga la transformada de Fourier de la secuencia de impulsos de peso unitario, que se ilustra en la figura.



7. Considere el sistema que se ilustra en la siguiente Figura



- El sistema A tiene relación entrada salida  $x_2(t) = \frac{1}{2}x_1(\frac{t}{2})$ .
  - El sistema B es lineal e invariante con respuesta impulso  $h(t)$ .
- (a) Determine la transformada de Fourier de  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  y  $x_3(t)$  en función de  $X(\omega)$ .
- (b) Si la señal de entrada tiene la transformada de Fourier  $X(\omega)$  que se presenta en la Figura, dibuje las transformadas de  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  y  $x_3(t)$ .



## 2 Transformada inversa de Fourier de tiempo continuo

8. Encontrar y dibujar la transformada inversa de Fourier (**IFT**) para cada una de las siguientes señales

(a)  $X(\omega) = \frac{1}{(1 + j\omega)^2}$     (b)  $X(\omega) = 1 - e^{-2|\omega|}$     (c)  $X(\omega) = \omega \sin^2(2\omega)$     (d)  $X(\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 + j3\omega}$

9. Resuelva la (**FT**) o la (**IFT**) (dependiendo del caso) aplicando solo propiedades de la (**FT**).

(a)  $x(t) = \sin(\pi t) e^{-2t} u(t)$     (c)  $x(t) = \left[ \frac{2 \sin(\pi t)}{\pi t} \right] \left[ \frac{\sin(2\pi t)}{\pi t} \right]$     (e)  $X(\omega) = \frac{1}{j\omega(j\omega + 1)} + 2\pi\delta(\omega)$

(b)  $x(t) = e^{|3t-2|}$     (d)  $X(\omega) = \frac{2 \sin(\omega)}{\omega(j\omega + 1)}$     (f)  $X(\omega) = \frac{j\omega}{(j\omega + 2)^2}$

10. Determina la señal  $x(t)$  cuya transformada de Fourier se ilustra en la figura.

