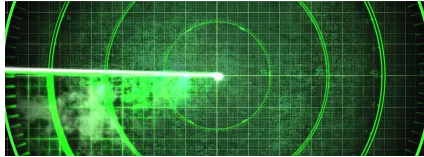


Tema 05: Correlación de señales

Análisis de señales



Marco Teran

Docente

Escuela de Ciencias exactas e Ingeniería



2020II

Outline

1 Correlación de señales

- Correlación cruzada de señales tiempo continuo
- Autocorrelación de señales tiempo continuo
- Correlación cruzada de señales tiempo discreto
- Correlación de señales periódicas tiempo discreto
- Autocorrelación de señales tiempo discreto

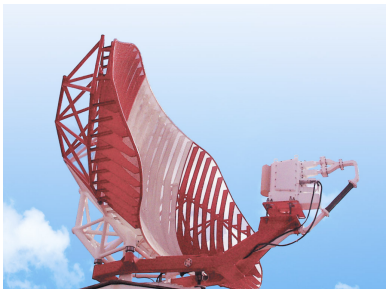
Correlación de señales

La correlación, aunque es una operación parecida, tiene una gran cantidad de aplicaciones por el tipo de resultado que ella arroja. Discriminación de señales. Ejemplos:

- La estimación de retardos en radar y sonar
- La detección y sincronización en comunicaciones digitales
- El control predictivo de máquinas y procesos
- El reconocimiento de patrones, con aplicaciones en procesamiento de voz y de imágenes
- Estimación espectral
- Identificación de sistemas

Son dos señales x y y las que deseamos comparar.

Problema radar



Radar

Se entiende por **RADAR** (*ing.* RAdio Detection And Ranging) un sistema de radiodetección y radiolocalización. Los sistemas de radar tienen dos funciones principales

- 1 Detectar los blancos.
- 2 Localizar estos blancos por medio de coordenadas.

La localización del blanco se hace por terminación de sus coordenadas polares. Es preciso:

- Determinar la distancia Radar—Blanco
- Determinar la dirección del blanco con respecto al radar.

Problema radar

En un radar de vigilancia (2D) la indicación de dirección es únicamente acimutal, y no de altitud (*cenital*).

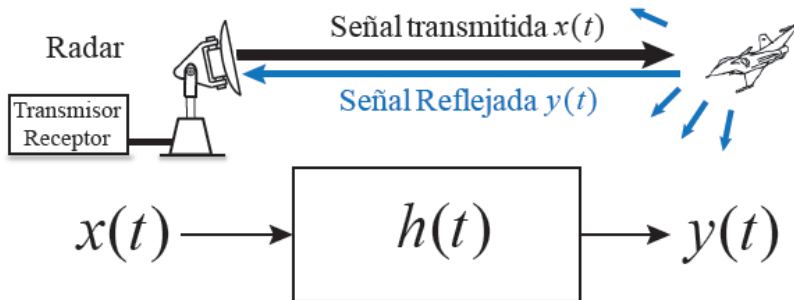


Figure 1: Modelo básico del sistema radar.

Problema radar

Para determinar la distancia R es preciso medir el tiempo t_{ret} de ir y volver de un impulso de energía electromagnética.

$$R = \frac{c_0 t_{ret}}{2} \quad (1)$$

Donde, c_0 — Velocidad de propagación de la onda electromagnética ($c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).

- La medición de la distancia se reduce a la medición del tiempo de retardo de la señal.

Problema radar

Para determinar la distancia R es preciso medir el tiempo t_{ret} de ir y volver de un impulso de energía electromagnética.

$$R = \frac{c_0 t_{ret}}{2} \quad (2)$$

Donde, c_0 — Velocidad de propagación de la onda electromagnética ($c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$).

- La medición de la distancia se reduce a la medición del tiempo de retardo de la señal.

Tenemos dos señales:

- $x(t)$ - versión de la señal a transmitir.
- $y(t)$ - Versión de la señal recibida en la salida

Problema radar

Si existe un blanco en la *línea de vista* del radar, entonces:

- $y(t)$ será una versión retardada de la señal transmitida: $x(t - t_{ret})$ reflejada desde el blanco
- Estará muy atenuada
- Estará contaminada con ruido blanco Gaussiano aditivo (AWGN).

Podemos representar la secuencia recibida como:

$$y(t) = \alpha x(t - t_{ret}) + n(t)$$

Donde, α — factor de atenuación (pérdida de potencia por la propagación, difracción y absorción en el blanco). t_{ret} — es el retardo de la señal. $n(t)$ — ruido blanco Gaussiano aditivo.

Correlación cruzada de señales tiempo continuo

Se le conoce como a la secuencia secuencia $r_{xy}(\tau)$

$$r_{xy}(\tau) = x(t) \oplus y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t-\tau) dt \quad (3)$$

Donde, τ — desplazamiento en el tiempo o retardos; xy — subíndice de correlación cruzada.

El retardo $\tau \in \mathbb{R}$.

Es posible hallar $r_{xy}(\tau)$ mediante,

$$r_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t+\tau)y(t) dt$$

Correlación cruzada de señales tiempo continuo

Si se invierte tenemos que:

$$r_{yx}(\tau) = y(t) \oplus x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)x(t-\tau) dt \quad (4)$$

La correlación no es una operación conmutativa.

$$r_{xy}(\tau) \neq r_{yx}(\tau)$$

porque,

$$r_{yx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t+\tau)x(t) dt$$

Al comparar las las ecuaciones de $r_{xy}(\tau)$ y $r_{yx}(\tau)$ obtenemos la relación:

$$r_{xy}(\tau) = r_{yx}(-\tau) \quad (5)$$

Las similitudes con la convolución son evidentes:

$$r_{xy}(\tau) = x(t) \oplus y(t) = x(t) * y(-t) \quad (6)$$

Autocorrelación de señales tiempo continuo

Se considera un caso especial de la correlación cruzada cuando $x[n] = y[n]$ entonces se dice que us una copia de si misma retardada l muestras y se denota:

$$r_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t-\tau) dt \quad (7)$$

que es lo mismo que,

$$r_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t+\tau)x(t) dt \quad (8)$$

Correlación cruzada de señales tiempo discreto

Se le conoce como a la secuencia secuencia $r_{xy}[l]$

$$r_{xy}[l] = x[n] \oplus y[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]y[n-l] \quad (9)$$

Donde, l — desplazamiento en el tiempo o retardos; xy — subíndice de correlación cruzada. El restardo $l \in \mathbb{Z}$.

Se dice que se desplaza l unidades a la derecha si l es positivo y se desplaza l unidades a la izquierda si l es negativo.

Es posible hallar $r_{xy}[l]$ mediante,

$$r_{xy}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n+l]y[n]$$

Correlación de señales periódicas tiempo discreto

Se considera un caso especial de dos señales periódicas $x[n]$ y $y[n]$, con periodo total de ambas N :

$$r_{xy}[l] = \sum_{n=\langle N \rangle} x[n]y[n-l] \quad (10)$$

para el caso de la autocorrelación,

$$r_{xx}[l] = \sum_{n=\langle N \rangle} x[n]x[n-l] \quad (11)$$

Correlación cruzada de señales tiempo discreto

Si se invierte tenemos que:

$$r_{yx}[l] = y[n] \oplus x[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y[n]x[n-l] \quad (12)$$

La correlación no es una operación conmutativa.

$$r_{xy}[l] \neq r_{yx}[l]$$

porque,

$$r_{yx}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y[n+l]x[n]$$

Al comparar las las ecuaciones de r_{xy} y r_{yx} obtenemos la relación:

$$r_{xy}[l] = r_{yx}[-l] \quad (13)$$

Las similitudes con la convolución son evidentes:

$$r_{xy}[l] = x[n] \oplus y[n] = x[n] * y[-n] \quad (14)$$

Autocorrelación de señales tiempo discreto

Se considera un caso especial de la correlación cruzada cuando $x[n] = y[n]$ entonces se dice que us una copia de si misma retardada l muestras y se denota:

$$r_{xx}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]x[n-l] \quad (15)$$

que es lo mismo que,

$$r_{xx}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n+l]x[n] \quad (16)$$

Propiedades de la autocorrelación:

- La función de autocorrelación es una señal real y par $r_{xx}(\tau) = r_{xx}(-\tau)$
- El valor máximo de la función de autocorrelación ocurre en un retardo τ y $l = 0$
 $|r_{xx}[l]| \leq r_{xx}[0]$
- Si $x(t)$ es periódica, entonces la función de auto-correlación es periódica.