PUC Minas

CÁLCULO I
PROFA. MAGALI MEIRELES

Limites Infinitos

Exemplo 1: vamos analisar a função $f(x) = \frac{1}{x^2}$ próxima de *x=0*.

x	*f(x)*
1,0000	1
0,5000	4
0,2500	16
0,1000	100
0,0100	10.000
0,0010	1.000.000
0,0001	100.000.000

Logo, $\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$

Exemplo 2:

$$\lim_{x \to \left(\frac{3}{2}\right)^-} \frac{4}{2x-3} = -\infty$$

$$\lim_{x \to \left(\frac{3}{2}\right)^+} \frac{4}{2x-3} = +\infty$$

Logo, $\lim_{x \to \left(\frac{3}{2}\right)^+} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \to \left(\frac{3}{2}\right)^-} f(x) = -\infty$. Portanto, não existe limite da função no ponto *x=3/2*.

Existem quatro possibilidades para limites laterais infinitos:

1. $\lim_{x \to a^+} f(x) = +\infty$

2. $\lim_{x \to a^-} f(x) = +\infty$

3. $\lim_{x \to a^+} f(x) = -\infty$

4. $\lim_{x \to a^-} f(x) = -\infty$

Exemplo 3:

Calcule os limites laterais e o limite no ponto para $f(x) = \frac{4x}{(x-5)^2}$ para *a=5*.

$$\lim_{x\to 5} 4x = 20$$

$$\lim_{x\to 5^-} (x-5)^2 > 0$$

$$\lim_{x\to 5^+} (x-5)^2 > 0$$

Logo, $\lim_{x\to 5^-} f(x) = \lim_{x\to 5^+} f(x) = \lim_{x\to 5} f(x) = +\infty$

Exemplo 4:

Calcule os limites laterais e o limite no ponto para $f(x) = \frac{2x^2+5x+1}{x^2-x-6}$ para *a=3*.

$$\lim_{x\to 3} (2x^2 + 5x + 1) = 34$$

$$x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$$

Se $x > 3 \Rightarrow x^2 - x - 6 > 0$

Se $-2 < x < 3 \Rightarrow x^2 - x - 6 < 0$

Logo, $\lim_{x\to 3^+} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to 3^-} f(x) = -\infty$. Portanto, não existe limite da função no ponto *x=3*.

Propriedades dos limites infinitos:

1. Se $\lim_{x\to a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to a} g(x) = c$, onde c é uma constante qualquer, $\lim_{x\to a} [f(x) + g(x)] = +\infty$

2. Se $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x\to a} g(x) = c$, onde c é uma constante qualquer, $\lim_{x\to a} [f(x) + g(x)] = -\infty$

3. Se $\lim_{x\to a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to a} g(x) = c$, onde c é uma constante qualquer não nula, então:

$$(a)\ se\ c > 0 \Rightarrow \lim_{x\to a} [f(x).g(x)] = +\infty$$
$$(b)\ se\ c < 0 \Rightarrow \lim_{x\to a} [f(x).g(x)] = -\infty$$

4. Se $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x\to a} g(x) = c$, onde c é uma constante qualquer, então:

$$a. se\ c > 0 \Rightarrow \lim_{x\to a} [f(x). g(x)] = -\infty$$
$$b. se\ c < 0 \Rightarrow \lim_{x\to a} [f(x). g(x)] = +\infty$$

Encontre a resposta dos limites infinitos e justifique (<u>Parte 2 - TP1</u>):

1. $\lim_{x\to 2^+} \left(\frac{x+2}{x^2-4}\right)$

2. $\lim_{x\to 0^-} \left(\frac{\sqrt{3+x^2}}{x}\right)$

3. $\lim_{x\to 3^+} \left(\frac{\sqrt{x^2-9}}{x-3}\right)$

4. $\lim_{x\to 0^-} \left(\frac{2-4x^3}{5x^2+3x^3}\right)$