



PUC Minas

CÁLCULO I
PROFA. MAGALI MEIRELES

Aplicações de funções nas Ciências Exatas e Engenharias

A **função exponencial** é utilizada na descrição do crescimento populacional e no decaimento radioativo.

Exemplo1: Consideremos uma população de bactérias em um meio de nutriente homogêneo. Observando amostras da população em certos intervalos, fica determinado que a população dobra a cada hora. Se o número de bactérias no instante t for $p(t)$, onde t é medido em horas, e a população inicial for $p(0) = 1.000$ bactérias, então:

$$p(1) = 2p(0) = 2 \times 1.000$$

$$p(2) = 2p(1) = 2 \times 2 \times 1.000 = 2^2 \times 1.000$$

$$p(3) = 2p(2) = 2 \times 2^2 \times 1.000 = 2^3 \times 1.000$$

Logo, $p(t) = 1.000 \times 2^t$

A função população é um múltiplo constante da função exponencial $y = 2^t$. Sob condições ideais (espaço e alimentos ilimitados e ausência de doenças), este crescimento exponencial é típico do que ocorre na natureza.

Exemplo 2: A vida média do estrôncio-90 é de 25 anos. Isso significa que a metade de qualquer quantidade deste material vai se desintegrar em 25 anos.

- (a) Se uma amostra de estrôncio-90 tiver uma massa de 24 mg, encontre a expressão para a massa $m(t)$ que sobrar em t anos.
- (b) Encontre a massa remanescente após 40 anos;
- (c) Estime o tempo necessário para que a massa fique reduzida a 5 mg.

Exercícios propostos:

- 1. Sob condições ideais, sabe-se que uma certa população de bactérias dobra a cada 3 horas. Supondo que inicialmente existam 100 bactérias, responda:
 - (a) Qual o tamanho da população após 15 horas?
 - (b) Qual o tamanho da população após t horas?
 - (c) Qual o tamanho da população após 20 horas?

(d) Estime o tempo necessário para a população atingir 50.000 bactérias.

2. Encontre a fórmula da função inversa:

(a) $f(x) = \sqrt{10 - 3x}$

(b) $f(x) = e^{x^3}$

(c) $f(x) = \ln(x + 3)$

3. Um isótopo de sódio tem uma vida média de 15 horas. Uma amostra deste isótopo tem massa de 2g.

(a) Encontre a quantidade remanescente após 60 horas;

(b) Encontre a quantidade remanescente após t horas;

(c) Estime a quantidade remanescente após 4 dias;

(d) Estime o tempo necessário para que a massa fique reduzida a 0,01g.