

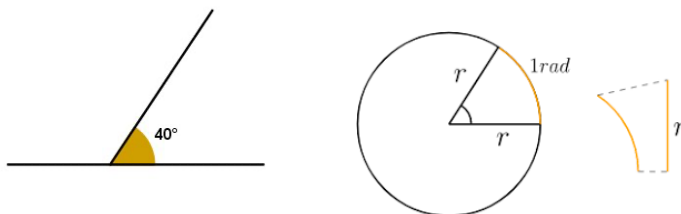


PUC Minas

CÁLCULO I
PROFA. MAGALI MEIRELES

Funções trigonométricas

Existem dois sistemas padrão de medida para descrever o tamanho de um **ângulo**: medida em graus e medida em radianos. Na medida em graus, um grau é a medida de um ângulo gerado por $1/360$ de uma revolução. Na medida em radianos, os ângulos são medidos pelo comprimento do arco que o ângulo subtende sobre um círculo de raio 1 quando o vértice está no centro.



Funções trigonométricas para triângulos retângulos: As funções trigonométricas de um ângulo agudo positivo podem ser definidas como razões entre os lados de um triângulo retângulo.

$$\sin \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{h}$$

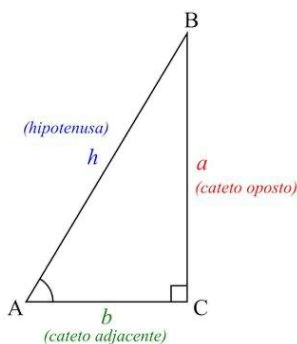
$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{h}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{a}{b}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{cateto oposto}} = \frac{b}{a}$$

$$\sec \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{h}{b}$$

$$\csc \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto oposto}} = \frac{h}{a}$$



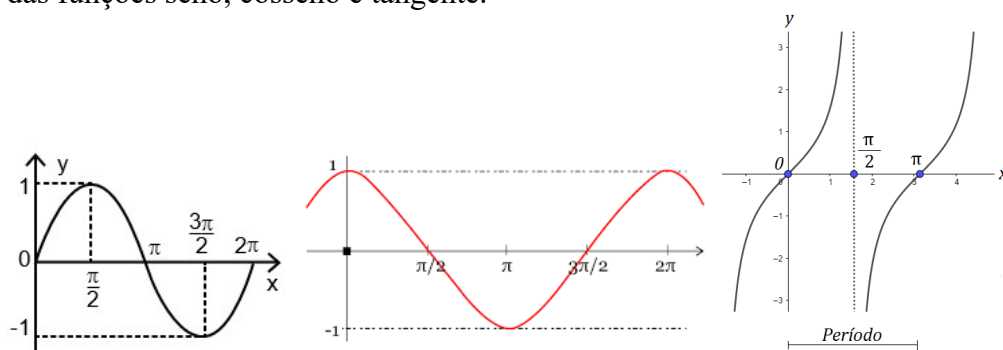
Esta tabela mostra os valores das funções para alguns ângulos:

Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
0° ou 0	0	1	0
30° ou $\pi/6$	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
45° ou $\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
60° ou $\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$
90° ou $\pi/2$	1	0	$\cancel{\neq}$

Identidades trigonométricas são equações envolvendo funções trigonométricas.

$\text{sen}^2 t + \text{cos}^2 t = 1$
$1 + \text{tg}^2 t = \text{sec}^2 t$
$1 + \text{cotg}^2 t = \text{cosec}^2 t$
$\text{tg } t = \text{sen } t / \text{cos } t$
$\text{cotg } t = \text{cos } t / \text{sen } t$
$\text{tg } t \cdot \text{cotg } t = 1$
$\text{sen } t \cdot \text{cosec } t = 1$
$\text{cos } t \cdot \text{sec } t = 1$
$\text{sen } 2t = 2 \text{sen } t \cdot \text{cos } t$
$\text{cos } 2t = \text{cos}^2 t - \text{sen}^2 t$
$\text{cos}^2 t = \frac{1}{2} (1 + \text{cos } 2t)$
$\text{sen}^2 t = \frac{1}{2} (1 - \text{cos } 2t)$

Os **gráficos das funções trigonométricas** são obtidos desenhando-se os pontos para o ângulo entre 0 e 360° e usando-se a periodicidade da função para completar o gráfico. Seguem os gráficos das funções seno, cosseno e tangente.



Funções trigonométricas inversas são funções utilizadas para expressar a medida de um ângulo. Por exemplo, sabemos que $\text{sen } \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$. Assim, se for pedido pra encontrar o ângulo cujo seno seja $\frac{1}{2}$, podemos responder que é $\frac{\pi}{6}$. Esta é uma função trigonométrica inversa cuja notação é:

$$\text{arc sen } x \quad \text{ou} \quad \text{sen}^{-1}$$

Exercícios propostos:

(1) Encontre $\operatorname{sen}\theta$ e $\cos\theta$, sabendo que $\operatorname{tg}\theta = 3$.

(2) Encontre $\operatorname{sen}\theta$ e $\operatorname{tg}\theta$, sabendo que $\cos\theta = \frac{2}{3}$.

(3) Encontre $\operatorname{tg}\theta$ e $\operatorname{csc}\theta$, sabendo que $\sec\theta = \frac{5}{2}$.

(4) Se $\operatorname{sen}\theta = \frac{x}{2}$, expresse a função $f(\theta) = \operatorname{tg}\theta - \theta$ como uma função $g(x)$.

(5) Se $\operatorname{tg}\theta = \frac{x}{3}$, expresse a função $f(\theta) = -\operatorname{csc}\theta$ como uma função $g(x)$.

(6) Se $\sec\theta = \frac{x}{5}$, expresse a função $f(\theta) = \theta + \operatorname{sen}\theta\cos\theta$ como uma função $g(x)$.