



PUC Minas

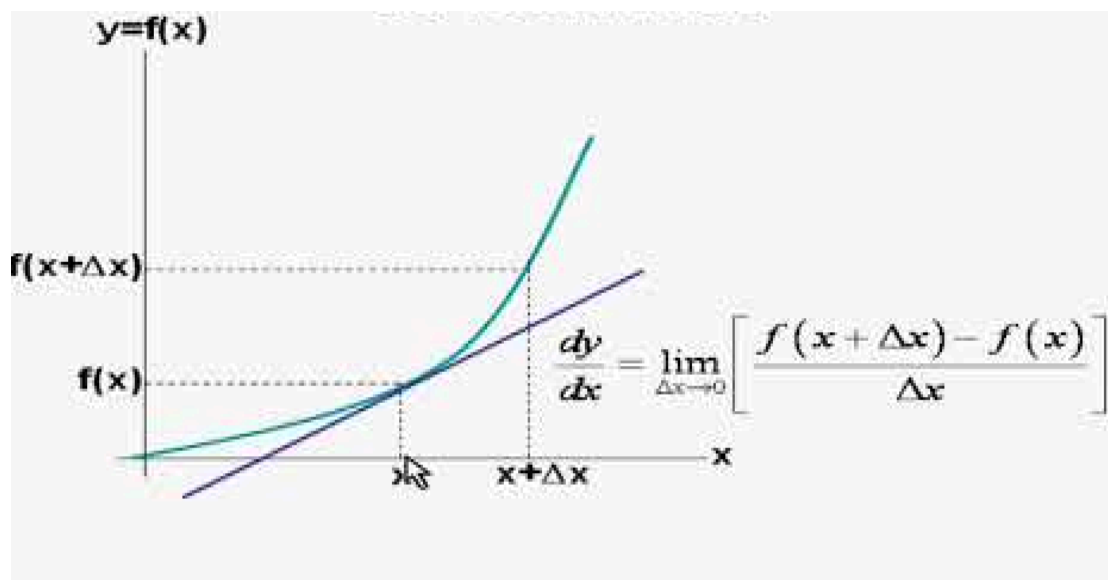
CÁLCULO I

PROFA. MAGALI MEIRELES

Derivadas

A derivada como **taxa de variação** (taxa de crescimento de bactérias, taxa de variação de uma reação química, juros...)

Interpretação geométrica: inclinação de uma reta tangente a uma curva.



Notações da derivada

$$\frac{dy}{dx} = D_x y = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \text{ quando o limite existir.}$$

Função diferenciável: Uma função é dita diferenciável em um valor x se é definida, pelo menos, em algum intervalo aberto contendo o valor de x . Geometricamente, dizer que a função é diferenciável é dizer que o gráfico tem uma reta tangente com coeficiente angular no ponto dado. Se o gráfico tem uma reta tangente no ponto, não pode ter uma descontinuidade neste ponto.

Regras Básicas para a diferenciação:

- Derivada de uma constante:

Se $f(x) = c$, então, $f'(x) = 0$

$$Ex: f(x) = 5; f'(x) = 0$$

- Derivada de potência de x:

Se $f(x) = x^n$, então, $f'(x) = nx^{n-1}$

$$Ex: f(x) = x^5; f'(x) = 5x^4$$

- Derivada de uma constante que multiplica uma função:

Se $f(x) = cg(x)$, então, $f'(x) = cg'(x)$

$$Ex: f(x) = \frac{x^2}{\pi}; f'(x) = \frac{2x}{\pi}$$

- Derivada de somas e diferenças:

Se $f(x) = g(x) + w(x)$, então, $f'(x) = g'(x) + w'(x)$

$$Ex: f(x) = 6x^{11} - 9; f'(x) = 66x^{10}$$

- Derivada de um produto:

Se $f(x) = u(x)v(x)$, então, $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$

$$Ex: f(x) = (4x^2 - 1)(7x^3 + x); f'(x) = 140x^4 - 9x^2 - 1$$

- Derivada de um quociente:

Se $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, então, $f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v^2}$

$$Ex: f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^4 + 1}; f'(x) = \frac{2x(-x^4 + 1 + 2x^2)}{(x^4 + 1)^2}$$

- Derivadas de ordem superior:

$$Ex: f(x) = 3x^4 - 2x^3 + x^2 - 4x + 2; f^V(x) = 0$$

- Derivadas de funções trigonométricas:

$$Ex: f(x) = 5\text{sen}x; f'(x) = 5\text{cos}x$$

Encontre as derivadas das funções:

$$(1) f(x) = 3x^2 + 2x - 1$$

$$(2) f(x) = x^3 - \frac{7}{x} + 2$$

$$(3) v(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$(4) f(x) = 4x^4 - \frac{1}{4x^4}$$

$$(5) f(x) = \sqrt{3}(x^3 - x^2)$$

$$(6) f(x) = -4\operatorname{sen}x$$

$$(7) f(x) = \frac{\sec x}{7}$$

$$(8) f(x) = \sqrt{5}\cos x$$

$$(9) f(x) = \frac{2e^x + 1}{x^4 - 3x}$$

$$(10) f(x) = (5x^2 + x)(4x - 2)$$