PUC Minas

CÁLCULO I
PROFA. MAGALI MEIRELES

Limite de uma função

Exemplo 1: imagine uma placa metálica quadrada que se expande uniformemente porque está sendo aquecida.

Se x é o comprimento do lado da placa, $A=x^2$ é a área da placa.

Quanto mais x se avizinha de 3cm, mais a área tende a 9 cm^2, ou seja

$$\lim_{x \to 3} x^2 = 9$$

Generalizando

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

Exemplo 2:

$$\lim_{x \to 4} (5x + 7) = 27$$

Exemplo 3:

$$\lim_{x \to 2} \frac{3x^2 - 4x - 4}{x - 2}$$

x	f(x)
1,000	5,000
1,500	6,500
1,900	7,700
1,990	7,970
1,999	7,997
2,001	8,003
2,010	8,030
2,100	8,300
2,250	8,750

Logo, $\lim_{x \to 2} f(x) = 8$

Limites Laterais

Exemplo 4:

Dada a função $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & se\ x < 3 \\ 5 - x & se\ x \geq 3 \end{cases}$

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = 7$$

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = 2$$

- Se os dois limites laterais de *f(x)* quando *x* tende a *3* pela esquerda e quando x tende a *3* pela direita não são iguais, **não existe** $\boldsymbol{\lim_{x \to 3} f(x)}$. Logo, a função é **descontínua** no ponto *x= 3*.

- Se os dois limites laterais de *f(x)* fossem iguais, poderíamos dizer que $\boldsymbol{\lim_{x \to 3} f(x)}$ **existe** e é igual aos limites laterais.

- Se o limite no ponto *x=3* existir e for igual à função no ponto 3 (*f(3)*), dizemos que a função é **contínua**.

Trabalho Prático1 (Parte 1 - TP1)

Em cada exercício:

(a) Trace o gráfico da função;
(b) Encontre os limites laterais quando $x \to a^-$ e $x \to a^+$;
(c) Determine o limite da função quando $x \to a$, se ele existir;
(d) Responda se a função é contínua no número a.

1. $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & se\ x < 3 \\ 10 - x & se\ x \geq 3 \end{cases} \quad a = 3$

2. $f(x) = \begin{cases} 3 - x^2 & se\ x \leq 1 \\ 1 + x^2 & se\ x > 1 \end{cases} \quad a = 1$

3. $f(x) = \begin{cases} 2 & se\ x < 1 \\ -1 & se\ x = 1 \\ -3 & se\ x > 1 \end{cases} \quad a = 1$

4. $f(x) = \begin{cases} x + 4 & se\ x \leq -4 \\ 4 - x & se\ x > -4 \end{cases} \quad a = -4$

5. $f(x) = \begin{cases} x^2 \;\; se\; x \leq 2 \\ 8 - 2x \;\; se\; x > 2 \end{cases} \quad a = 2$

6. $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 \;\; se\; x < 1 \\ 2 \;\; se\; x = 1 \\ 7 - 2x\; se\; x > 1 \end{cases} \quad a = 1$

7. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4\; se\; x < 2 \\ 4\; se\; x = 2 \\ 4 - x^2 \;\; se\; x > 2 \end{cases} \quad a = 2$

Bom trabalho!