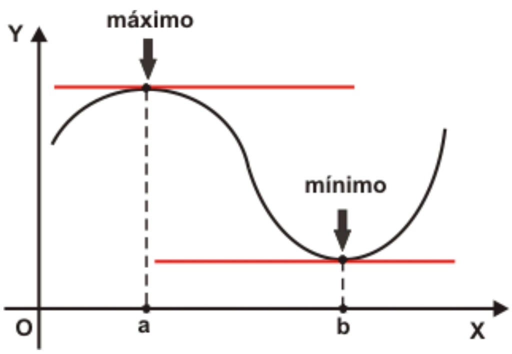
PUC Minas

CÁLCULO I
PROFA. MAGALI MEIRELES

Máximos e Mínimos

Uma das aplicações de derivadas é a identificação dos pontos críticos de uma função, que podem ser os valores máximo e mínimo da função (relativos ou absolutos). Sabe-se que o valor numérico da derivada de uma função em um ponto representa o coeficiente angular da reta tangente à curva no ponto considerado. Os pontos de máximo e de mínimo têm reta tangente horizontal, cuja inclinação é nula, como mostra a figura abaixo. De uma maneira bem simplificada, basta derivar a função e igualá-la a zero para se encontrar os valores *a* e *b*. Para encontrar o valor de *f(a)* e de *f(b)*, basta substituir os pontos *a* e *b* na função.



Observe o exemplo:

Se $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$

Derivando-se a função e igualando a derivada a zero:

$$\frac{df}{dx} = 3x^2 - 4x + 1 = 0$$

Os pontos críticos para a função são as raízes $x=1$ e $x=1/3$. Os valores da função nesses pontos são encontrados, substituindo-se estes valores na função *f*.

Diz-se que um ponto c é um ponto crítico para a função f quando a derivada da função no ponto c é zero ou quando f é definida em c, mas, não é diferenciável em c.

Exemplo:

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & se\ x \leq 3 \\ 8-x & se\ x > 3 \end{cases}$$

Teste da segunda derivada

Seja a função f diferenciável no intervalo aberto I e suponha que c seja um ponto crítico no intervalo.

1. Se $f''(c) > 0$, a função possui um mínimo relativo em c;
2. Se $f''(c) < 0$, a função possui um máximo relativo em c.

Encontre os pontos críticos das seguintes curvas, **utilizando a derivada da função**, e esboce as parábolas dos exercícios 1 e 2, indicando o ponto crítico no gráfico (*a e f(a)*) e todos os pontos interceptados pelas parábolas nos eixos x e y. Classifique os pontos críticos encontrados.

(1) $f(x) = 5x^2 + 4x$

(2) $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$

(3) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 24x$

Determine os extremos absolutos da função f dada no intervalo indicado e esboce o gráfico de f:

(1) $f(x) = \sqrt{9-x^2}\ \ em\ \ [-3,3]$

(2) $f(x) = -2x\ \ em\ \ [-1,2]$

(3) $f(x) = (x+1)^2\ \ em\ \ [-2,1]$

(4) $f(x) = \begin{cases} x+2 & se\ x < 1 \\ x^2 - 3x + 5 & se\ x \geq 1 \end{cases} \quad em\ [-6,5]$

(5) $f(x) = \begin{cases} 3 - x^2 & se\ x < 2 \\ x - 3 & se\ x \geq 2 \end{cases} \quad em\ [-3,4]$

(6) $f(x) = \begin{cases} 4 - 4x & se\ x \leq 2 \\ -x^2 + 9x - 18 & se\ x > 2 \end{cases} \quad em\ [0,6]$