

Problema 3

SID 2425q2

Abril/Mayo 2025

Resolved el problema 7 del capítulo de Teoría de Juegos de la colección de problemas de la asignatura:

Problema 7 (Equilibrios para estrategias mixtas):

Encuentra los equilibrios de Nash para estrategias mixtas en los juegos de los problemas 2, 3, 4, 5 y 6 de este capítulo, y calcula la recompensa esperada para cada agente en cada equilibrio.

Vamos a ver un ejemplo basado en el juego *piedra, papel, tijera*, con matriz de recompensas en la Tabla 1.

	piedra	papel	tijera
piedra	0, 0	-1, 1	1, -1
papel	1, -1	0, 0	-1, 1
tijera	-1, 1	1, -1	0, 0

Table 1: Matriz de recompensas para el juego de piedra, papel o tijera.

Recordad que un posible algoritmo para calcular las estrategias mixtas es, como vimos en clase de problemas, el siguiente:

1. Asignar probabilidades a las estrategias de cada agentes. Por ejemplo:

$$p_{piedra}, p_{papel}, (1 - p_{piedra} - p_{papel}) \text{ para el agente fila y } q_{piedra}, q_{papel}, (1 - q_{piedra} - q_{papel}) \\ \text{para el agente columna}$$

2. Para cada agente i :

- (a) Calcular las utilidades de cada estrategia s_i , en base a las probabilidades de las estrategias del otro agente. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} E[u_{fila}(piedra)] &= 0 \cdot q_{piedra} + (-1) \cdot q_{papel} + 1 \cdot (1 - q_{piedra} - q_{papel}) = 1 - 2 \cdot q_{papel} - q_{piedra} \\ E[u_{fila}(papel)] &= 1 \cdot q_{piedra} + 0 \cdot q_{papel} + (-1) \cdot (1 - q_{piedra} - q_{papel}) = 2 \cdot q_{piedra} + q_{papel} - 1 \\ E[u_{fila}(tijera)] &= (-1) \cdot q_{piedra} + 1 \cdot q_{papel} + 0 \cdot (1 - q_{piedra} - q_{papel}) = q_{papel} - q_{piedra} \end{aligned}$$

- (b) Igualar estas utilidades para encontrar las probabilidades de las estrategias del agente $-i$ que hacen que para el agente i sea indiferente elegir entre piedra, papel o tijera. Por ejemplo:

$$E[u_{fila}(piedra)] = E[u_{fila}(papel)] = E[u_{fila}(tijera)]$$
$$1 - 2 \cdot q_{papel} - q_{piedra} = 2 \cdot q_{piedra} + q_{papel} - 1 = q_{papel} - q_{piedra}$$

A partir de las dos últimas ecuaciones, tenemos:

$$3 \cdot q_{piedra} = 1 \rightarrow q_{piedra} = \frac{1}{3}$$

Si resolvemos el sistema de ecuaciones por completo, nos queda una distribución uniforme con respecto a las tres estrategias, que es la vista en clase de teoría.

3. Si alguna probabilidad es estrictamente mayor que 1 o estrictamente menor que 0, este método no sirve para encontrar el equilibrio mixto. Sin embargo, esto indicaría que había como mínimo un equilibrio basado en estrategias puras que se podría haber encontrado directamente mediante el método del cálculo de las mejores respuestas.

Se dará **2 puntos extra** sobre los 10 a aquellos grupos que añadan a la entrega un fichero de código Python que utilice la librería Nashpy¹ para resolver el problema 7.

La entrega y corrección del problema se hará en grupos de como máximo 3 personas (4 personas, de manera excepcional) y contará un 1/4 de la nota de problemas. Deberéis entregar vuestra solución antes del final del domingo 11 de mayo en el espacio que se habilitará en el Racó.

¹Podéis encontrar más información en el repositorio de Nashpy: <https://github.com/drvinceknight/Nashpy>, y en su documentación: <https://nashpy.readthedocs.io/en/stable/>