1 Нотация

Рассмотрим на плоскости прямоугольник-стол T, вершины которого имеют координаты

$$\{(0,0),\ (M_1,0),\ (0,M_2),\ (M_1,M_2)\},$$

где M_1 и M_2 – положительные целые числа. Будем говорить, что вектор из $\mathbb{R}^2$ является *целым* или лежащим в $\mathbb{Z}^2$, если его концы имеют целочисленные координаты.

Определение 1. Многоугольник P называется *полиомино*, если P может быть составлен из блоков размера 1×1, и все вершины P имеют целочисленные координаты. (Проще говоря, P составлен из "клеточек")

Теперь мы можем определить *конфигурацию полиомино* $\mathbf{A} = \{\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \ldots, \mathcal{A}_H\}$. Для любого $i \in \{1, 2, \ldots, H\}$ *полиомино-множество* $\mathcal{A}_i$ может быть представленно в таком виде

$$\mathcal{A}_i = \{K_1^i, \ldots, K_{N_i}^i\},$$

что каждый многоугольник K_j^i, где $j \in \{1, 2, \ldots, N_i\}$, является образом фиксированного *опорного полиомино* $P_i \subset \mathbb{R}^2$ под действием композиции некоторого поворота с центром в начале координат на угол $\varphi \in \{0,\ \frac{\pi}{2},\ \pi,\ \frac{3\pi}{2}\}$ и некоторого параллельного переноса на целый вектор.

Определение 2. Будем называть полиомино-множество $\mathbf{A}$ *замощением* T, если $\bigsqcup\limits_{i=1}^{H} \bigsqcup\limits_{j=1}^{N_i} K_j^i \subseteq T$.

2 Формулировка задания

Мы предлагаем вам следующую задачу и ожидаем от Вас решения в виде файловой директории, содержащей исходные файлы, инструкции к запуску Вашей программы на языке Python (3.4 +) и комментарии, относящиеся к логике вашей программы, оценить его сложность и затраченную память.

Проблема. Для данного размера прямоугольника-стола T и данного множества опорных прямоуголных полиомино и опорных L-полиомино P_i с данными соответствующими мощностями N_i узнать, существует ли конфигурация полиомино с этими параметрами, являющееся замощением T.

Входящие параметры алгоритма. Лист из трех элементов:

1. (M_1, M_2) – размер прямоугольника-стола T, тапл-пара положительных целых чисел;

2. $\left[\,\big((S_1^i, S_2^i), N_i\big)\right]_{i=1}^{H_1}$ – лист из тапл-пар, содержащий информацию об опорных прямоуголных полиомино. Первый элемент такой пары, (S_1^i, S_2^i) – размер (ширина с высотой) i-ого прямоугольника-полоимино, представленный в виде тапл-пары положительных целых чисел с условием $S_1^i \geq S_2^i$, второй элемент такой пары – мощность полиомино-множества, порожденного этим прямоугольником-полоимино как опорным, представленная в виде положительного целого числа.

3. $\left[\,\big((Q_1^i, Q_2^i), N_i\big)\right]_{i=1}^{H_2}$ – лист из тапл-пар, содержащий информацию об опорных L-полиомино. Первый элемент такой пары, (Q_1^i, Q_2^i) – размер i-ого L-полоимино, представленный в виде тапл-пары положительных целых чисел (Q_1^i – длина левой "коемки", Q_2^i – длина правой "коемки"), второй элемент такой пары – мощность полиомино-множества, порожденного этим L-полоимино как опорным, представленная в виде положительного целого числа.

Выход алгоритма. Существование конфигурации полиомино с параметрами 2-3, являющееся замощением T – булево значение.

Например, входящие параметры алгоритма, проверяющего возможность замощения прямоугольника-стола 3×5 одним L-тетрамино (с 3 блоками слева и двумя блоками снизу), двумя L-тримино и квадратным тетрамино:

1. $(3, 5)$ – размер прямоугольника-стола.
2. $\Big[\big((2,2),1\big)\Big]$ – первая тапл-пара кодирует квадратное тетрамино.
3. $\Big[\big((3,2),1\big), \big((2,2),2\big)\Big]$ – первая тапл-пара кодирует одно L-тетрамино, вторая – два L-тримино.

Выход алгоритма: Правда.

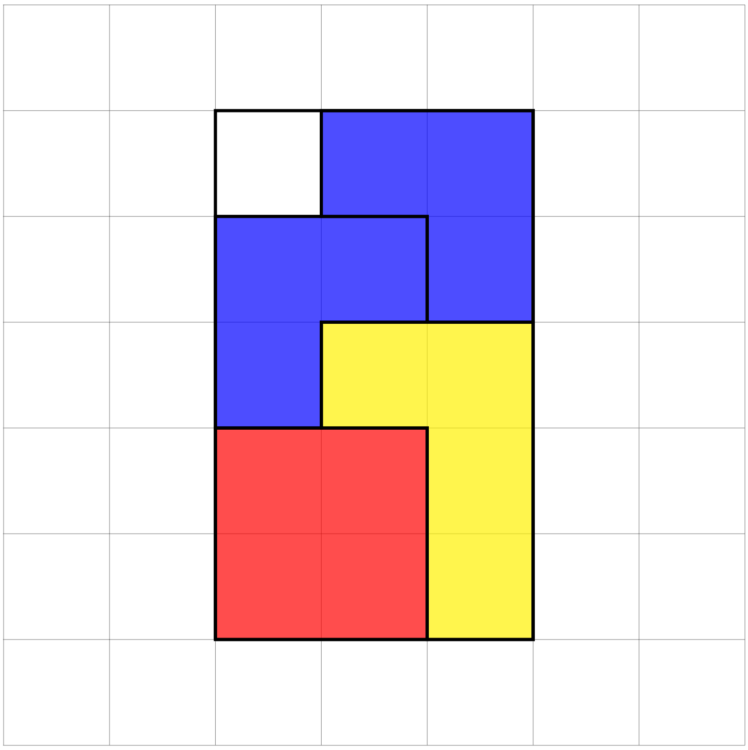

Рисунок 1: Пример замощения с рассмотренными значениями параметров.