

kuleflater undertext

Marcus Allen Denslow

# Contents

<b>Chapter 1</b>	<b>Chapter Title</b>	<b>Page 2</b>
1.1	Section Title	2
<b>Chapter 2</b>	<b>oppgaver</b>	<b>Page 4</b>
2.1	5.109	4

# Chapter 1

## Chapter Title

### 1.1 Section Title

en kuleflate består av alle punter med en viss lengde,  $r$ , radius Fra et gitt punk  $s$ , sentrum

$$\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2} = r$$
$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = r^2.$$

oppgave (a)

$$(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 3^2$$
$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 16 + z^2 - 2z + 1 = 9$$
$$x^2 - 4x + y^2 + 8y + z^2 - 2z = -12.$$

oppgave (b)

$$(-2)^2 + 1^2 + 2^2 = 4 + 1 + 4 = 9 \implies (0, -3, 3) \text{ ligger p\u00e5 kuleflata.} \quad (1.1)$$

$$0^2 + 6^2 + 1^2 = 37 > 9 \implies (2, 2, 2) \text{ ligger utenfor kula} \quad (1.2)$$

eksempel 36

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - y + 9 + z^2 + 4z + 4 = 11 + 1 + 9 + 4$$
$$(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 5^2$$
$$S = (1, 3, -2)$$
$$r = 5.$$

eksempel 37

$$R = 3 \text{ radius til kula}$$
$$A(2, -1, 4) = \text{sentrum til kule}$$
$$r = \text{radius til sirkel}$$
$$B = \text{sentrum til sirkel}$$
$$D = \left| \vec{AB} \right|.$$

vi finner  $D$  ved \u00e5 bruke avstand fra punkt til plan

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{|ax + by + cz + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \\
 &= \frac{|1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 4 - 14|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} \\
 &= \frac{6}{\sqrt{9}} = 2.
 \end{aligned}$$

finner  $r$

$$\begin{aligned}
 r^2 &= R^2 - D^2 \\
 r^2 &= \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}.
 \end{aligned}$$

Vi bruker linja gjennom  $A$  med retningsvektor lik normalvektor til planet og finner deretter skj\_ringspunkt mellom linja og planet.

$$l : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 + 2t \end{cases}.$$

finner skj\_ringspunktet

$$\begin{aligned}
 x + 2y + 2z &= 14 \\
 2 + t - 2 + 4t + 8 + 4t &= 14 \\
 9t &= 6 \\
 t &= \frac{2}{3}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= \left( \frac{8}{3}, \frac{1}{3}, \frac{16}{3} \right) \\
 r &= \sqrt{5}.
 \end{aligned}$$

eksempel 38

$$\begin{aligned}
 \vec{n} &= \vec{SP} = [2, 2, 1] \\
 \alpha : \begin{cases} 2(x - 4) + 2(y - 1) + (z - 5) = 0 \\ 2x - 8 + 2y - 2 + z - 5 = 0 \\ 2x + 2y + z - 15 = 0 \end{cases}.
 \end{aligned}$$

# Chapter 2

## oppgaver

### 2.1 5.109

**Oppgave** Finn likningen til kuleflaten med

sentrum i origo og radius 2

*Solution:*

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad (2.1)$$

med sentrum i origo  $(0, 0, 0)$  og radius  $r = 2$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4 \quad (2.2)$$

**Oppgave b**

sentrum i  $(0, 4, -3)$  og radius 3