

kuleflater undertext

Marcus Allen Denslow

Contents

Chapter 1	Chapter Title	Page 2
1.1	Section Title	2
Chapter 2	oppgaver	Page 4
2.1	5.109	4

Chapter 1

Chapter Title

1.1 Section Title

en kuleflate består av alle punter med en viss lengde, r , radius Fra et gitt punkt s , sentrum

$$\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} = r$$
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2.$$

oppgave (a)

$$(x - 2)^2 + (y + 4)^2 + (z - 1)^2 = 3^2$$
$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 16 + z^2 - 2z + 1 = 9$$
$$x^2 - 4x + y^2 + 8y + z^2 - 2z = -12.$$

oppgave (b)

$$(-2)^2 + 1^2 + 2^2 = 4 + 1 + 4 = 9 \implies (0, -3, 3) \text{ ligger på kuleflata.} \quad (1.1)$$

$$0^2 + 6^2 + 1^2 = 37 > 9 \implies (2, 2, 2) \text{ ligger utenfor kula} \quad (1.2)$$

eksempel 36

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - y + 9 + z^2 + 4z + 4 = 11 + 1 + 9 + 4$$
$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 5^2$$
$$S = (1, 3, -2)$$
$$r = 5.$$

eksempel 37

$$R = 3 \text{ radius til kula}$$
$$A(2, -1, 4) = \text{sentrum til kule}$$
$$r = \text{radius til sirkel}$$
$$B = \text{sentrum til sirkel}$$
$$D = |\vec{AB}|.$$

vi finner D ved å bruke avstand fra punkt til plan

$$\begin{aligned}
D &= \frac{|ax + bycz + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \\
&= \frac{|1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 4 - 14|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} \\
&= \frac{6}{\sqrt{9}} = 2.
\end{aligned}$$

finner r

$$\begin{aligned}
r^2 &= R^2 - D^2 \\
r^2 &= \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}.
\end{aligned}$$

Vi bruker linja gjennom A med retningsvektor lik normalvektor til planet og finner deretter skj_ringspunkt mellom linja og planet.

$$l : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 + 2t \end{cases} .$$

finner skj_ringspunktet

$$\begin{aligned}
x + 2y + 2z &= 14 \\
2 + t - 2 + 4t + 8 + 4t &= 14 \\
9t &= 6 \\
t &= \frac{2}{3}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \left(\frac{8}{3}, \frac{1}{3}, \frac{16}{3} \right) \\
r &= \sqrt{5}.
\end{aligned}$$

eksempel 38

$$\begin{aligned}
\vec{n} &= \vec{SP} = [2, 2, 1] \\
\alpha : &\begin{cases} 2(x - 4) + 2(y - 1) + (z - 5) = 0 \\ 2x - 8 + 2y - 2 + z - 5 = 0 \\ 2x + 2y + 2 - 15 = 0 \end{cases} .
\end{aligned}$$

Chapter 2

oppgaver

2.1 5.109

Oppgave Finn likningen til kuleflaten med

sentrum i origo og radius 2

Solution:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad (2.1)$$

med sentrum i origo $(0, 0, 0)$ og radius $r = 2$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4 \quad (2.2)$$

Oppgave b

sentrum i $(0, 4, -3)$ og radius 3

Solution:

$$\begin{aligned} (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 &= r^2 \\ (x - 0)^2 + (y - 4)^2 + (z + 3)^2 &= 3^2 \\ x^2 + (y - 4)^2 + (z + 3)^2 &= 9. \end{aligned}$$

Oppgave c

sentrum i $(1, 2, 3)$ og radius $\sqrt{7}$

Solution:

$$\begin{aligned} (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 &= r^2 \\ (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 &= \sqrt{7}^2 \\ (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 &= 7. \end{aligned}$$

Oppgave d

sentrum i $(2, 3, 4)$ og som går gjennom $(3, 4, 6)$

Solution:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(3 - 2)^2 + (4 - 3)^2 + (6 - 4)^2} = \sqrt{6} \\ (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 &= \sqrt{6} \end{aligned}$$