kuleflater undertext

Marcus Allen Denslow

Contents

Chapter 1

Chapter Title

1.1 Section Title

en kuleflate består av alle punter med en viss lenge, r, radius Fra et gitt punk s, sentrum

$$\sqrt{(x-x_0)^2+\left(y-y_0\right)^2+(z-z_0)^2}=r$$
$$(x-x_0)^2+\left(y-y_0\right)^2+(z-z_0)^2=r^2.$$

oppgave (a)

$$(x-2)^2+\left(y+4\right)^2+(z-1)^2=3^2$$
$$x^2-4x+4+y^2+2y+16+z^2-2z+1=9$$
$$x^2-4x+y^2+8y+z^2-2z=-12.$$

oppgave (b)

$$(-2)^2+1^2+2^2=4+1+4=9 \implies (0,-3,3)\,\text{ligger på kuleflata.} \tag{1.1}$$

$$0^2+6^2+1^2=37>9 \implies (2,2,2)\,\text{ligger utenfor kula} \tag{1.2}$$

eksempel 36

$$x^2-2x+1+y^2-y+9+z^2+4z+4=11+1+9+4$$
$$(x-1)^2+\left(y-3\right)^2+(z-2)^2=5^2$$
$$S=(1,3,-2)$$
$$r=5.$$

eksempel 37

$$R=3\ \text{radius til kula}$$
$$A\,(2,-1,4)=\ \text{sentrum til kule}$$
$$r=\ \text{radius til sirkel}$$
$$B=\ \text{sentrum til sirkel}$$
$$D=\left|\vec{AB}\right|.$$

vi finner D ved å bruke avstand fra punkt til plan

$$
\begin{aligned}
D &= \frac{\left|ax + bycz + d\right|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \\
&= \frac{|1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 4 - 14|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} \\
&= \frac{6}{\sqrt{9}} = 2.
\end{aligned}
$$

finner r

$$
\begin{aligned}
r^2 &= R^2 - D^2 \\
r^2 &= \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}.
\end{aligned}
$$

Vi bruker linja gjennom A med retningsvektor lik normalvektor til planet og finner deretter skj_ringspunkt mellom linja og planet.

$$
l : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 + 2t \end{cases} .
$$

finner skj_ringspunktet

$$
\begin{aligned}
x + 2y + 2z &= 14 \\
2 + t - 2 + 4t + 8 + 4t &= 14 \\
9t &= 6 \\
t &= \frac{2}{3}.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
B &= \left(\frac{8}{3}, \frac{1}{3}, \frac{16}{3}\right) \\
r &= \sqrt{5}.
\end{aligned}
$$

eksempel 38

$$
\begin{aligned}
\vec{n} = \vec{SP} = [2, 2, 1] \\
\alpha : \begin{cases} 2\left(x - 4\right) + 2\left(y - 1\right) + \left(z - 5\right) = 0 \\ 2x - 8 + 2y - 2 + z - 5 = 0 \\ 2x + 2y + 2 - 15 = 0 \end{cases} .
\end{aligned}
$$

Chapter 2

oppgaver

2.1 5.109

Oppgave Finn likningen til kuleflaten med

sentrum i origo og radius 2

Solution:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \tag{2.1}$$

med sentrum i origo $(0, 0, 0)$ og radius $r = 2$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4 \tag{2.2}$$

Oppgave b

sentrum i $(0, 4, -3)$ og radius 3

Solution:

$$\begin{aligned}(x - x_0)^2 + \left(y - y_0\right)^2 + (z - z_0)^2 &= r^2 \\ (x - 0)^2 + \left(y - 4\right)^2 + (z + 3)^2 &= 3^2 \\ x^2 + \left(y - 4\right)^2 + (z + 3)^2 &= 9.\end{aligned}$$

Oppgave c

sentrum i $(1, 2, 3)$ og radius $\sqrt{7}$

Solution:

$$\begin{aligned}(x - x_0)^2 + \left(y - y_0\right)^2 + (z - z_0)\, lr &= r^2 \\ (x - 1)^2 + \left(y - 2\right)^2 + (z - 3) &= \sqrt{7}^2 \\ (x - 1)^2 + \left(y - 2\right)^2 + (z - 3)^2 &= 7.\end{aligned}$$

Oppgave d

sentrum i $(2, 3, 4)$ og som går gjennom $(3, 4, 6)$

Solution:

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{(3 - 2)^2 + (4 - 3)^2 + (6 - 4)^2} = \sqrt{6} \\ (x - 2)^2 + \left(y - 3\right)^2 + (z - 4) &= 6.\end{aligned}$$

2.2 5.110

Oppgave undersøk hordan punktet $(5, -4, 8)$ ligger i forhold til kuleflaten gitt ved

$x^2 + y^2 + z^2 = 82$

$$5^2 + (-4)^2 + 8^2 = .$$