

Matemática Discreta

Lista 9

1. Determine se a relação é reflexiva, irreflexiva, simétrica, anti-simétrica, transitiva.
 - (a) $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$ sobre $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
 - (b) $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ sobre $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
 - (c) $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$ sobre $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
 - (d) $R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, d), (d, c), (a, c)\}$ sobre $A = \{a, b, c, d, e\}$.
 - (e) $R = \{(a, c), (c, a), (c, b), (b, c), (a, d), (d, a), (a, b), (b, a)\}$ sobre $A = \{a, b, c, d, e\}$.
 - (f) $R = A \times A$ sobre um conjunto arbitrário A .
 - (g) $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x - y = 1\}$ sobre \mathbb{Z} .
 - (h) $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, xy > 0\}$ sobre $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
 - (i) "ter o mesmo pai como" sobre o conjunto de seres humanos.
 - (j) "ser amigo de" sobre o conjunto de seres humanos.
 - (k) "ser ancestral de" sobre o conjunto de seres humanos.
2. Quais das seguintes relações são relações de equivalência? Determine as classes de equivalência das relações de equivalência.
 - (a) $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$ sobre $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
 - (b) $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$ sobre $A = \{1, 2, 3\}$.
 - (c) $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$ sobre o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
 - (d) $A R B$ se, e somente, se $|A| = |B|$; sobre $\mathcal{P}(X)$, onde X é um conjunto finito arbitrário.
 - (e) $n R m$ se, e somente, se n e m têm o mesmo primeiro dígito; sobre o conjunto $A = \{k \mid k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq 100\}$.
 - (f) $R = A \times A$ sobre um conjunto arbitrário A .
 - (g) $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x - y = 1\}$ sobre \mathbb{Z} .
 - (h) $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, xy > 0\}$ sobre $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

- (i) "morar na mesma cidade como" sobre o conjunto de seres humanos.
 - (j) "ser irmão de" sobre o conjunto de seres humanos.
3. Quais das seguintes relações são relações de ordem? Para cada uma das relações de ordem, determine todo elemento máximo, mínimo, maximal e minimal. Represente as relações de ordem sobre conjuntos finitos por diagramas de Hasse.
- (a) $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$ sobre $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
 - (b) $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$ sobre $A = \{1, 2, 3\}$.
 - (c) $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 3), (4, 4)\}$ sobre $A = \{1, 2, 3, 4\}$.
 - (d) $R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 6)\}$ sobre o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
 - (e) \subseteq sobre $\mathcal{P}(\{1, 2, 3, 4\})$.
 - (f) \leq sobre \mathbb{R} .
 - (g) $n R m$ se, e somente, se n divide m ; sobre o conjunto $A = \{k \mid k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq 10\}$.
 - (h) $R = A \times A$ sobre um conjunto arbitrário A .
 - (i) $(a, b) R (c, d)$ se, e somente, se $a \leq c$ e $b \leq d$; sobre o conjunto $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.
 - (j) "ser mais alto do que" sobre o conjunto de seres humanos.

Podem encontrar mais exercícios no livro *Matemática discreta*, Edward R. Scheinerman, Seção 14: Relações, Seção 15: Relação de equivalência, Seções 54, 55 e 56: Relação de ordem.