

# Matemática Discreta

## Prova 1

22.03.2021

1. Sejam  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e  $B = \{a, b, c, d, e\}$  conjuntos. Determine se  $f \subseteq A \times B$  define uma função de  $A$  em  $B$ . (Justifique sua resposta!)

(a)  $f = \{(1, d), (2, a), (4, a), (5, a), (6, e)\}$ .

(b)  $f = \{(1, d), (2, c), (6, b), (3, d), (4, a), (5, d), (3, c)\}$ .

(c)  $f = \{(1, d), (3, c), (2, c), (5, d), (4, d), (6, a)\}$ .

2. Considere as funções  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$  e  $g : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{3x - 1} \text{ para todo } x \in \mathbb{N},$$

$$g(x) = x^4 + x - 7 \text{ para todo } x \in \mathbb{Q}.$$

Determine a função composta  $g \circ f$ . Calcule  $(g \circ f)(1)$ .

3. Para cada uma das seguintes funções determine se ela é injetora, sobrejetora, bijetora. Se a função é bijetiva, encontre a sua função inversa. (Justifique sua resposta!)

(a)  $f : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{a, b, c, d, e\}$ ,

$$f = \{(1, e), (3, c), (5, b), (2, d), (4, a)\}.$$

(b)  $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$ ,

$$g(n) = \frac{5n - 4}{11}$$

para todo  $n \in \mathbb{Z}$ .

(c)  $h : \mathcal{P}(\{1, 2, 3, 4, 5\}) \rightarrow \mathcal{P}(\{1, 2, 3, 4\})$ ,

$$h(A) = A \setminus \{5\}$$

para todo  $A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

4. Há 16 cadeiras em fila. De quantos modos 8 homens e 8 mulheres podem se sentar nas cadeiras,

- (a) sem restrição?
  - (b) se não houver duas pessoas do mesmo sexo sentadas juntas (em cadeiras consecutivas)?
5. Num congresso participam 10 professores de matemática, 6 de física e 7 de química. De quantas maneiras uma comissão de 9 professores pode ser escolhida,
- (a) sem restrição?
  - (b) havendo pelo menos 1 professor de cada ciência?
6. Utilizando o teorema binomial e o triângulo de Pascal calcule  $(-\sqrt{2} + x)^6$ .  
(Mostre seu trabalho!)