

## Lista de Exercícios (Parte 2)

1. Suponha um estudo no qual estamos interessados em aprender sobre uma variável dependente binária a partir de um conjunto de variáveis independentes por meio da seguinte classe de modelos:

$$P(Y = 1|X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_p = x_p) = g(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p).$$

- (i) Caracterize  $g(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p)$  para o modelo logit.
- (ii) Caracterize  $g(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p)$  para o modelo probit.
- (iii) Sendo  $X_1$  uma variável contínua, descreva como seu efeito parcial em  $P(Y = 1|X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_p = x_p)$  é obtido.

2. Considere novamente a seguinte classe de modelos:

$$P(Y = 1|X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_p = x_p) = g(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p). \quad (1)$$

Vimos que, neste caso, os estimadores dos modelos são obtidos por máxima verossimilhança, ou seja, através da maximização da função log-verossimilhança.

Considerando uma amostra aleatória de tamanho  $n$ , descreva a função de verossimilhança e a função log-verossimilhança para a classe de modelos em (1).

3. Supondo um preditor binário para o qual foram obtidos os seguintes resultados:

$$\begin{aligned} \text{Verdadeiro Positivo} & : VP = 150; \\ \text{Falso Negativo} & : FN = 75; \\ \text{Falso Positivo} & : FP = 25; \\ \text{Verdadeiro Negativo} & : VN = 75. \end{aligned}$$

- (i) Calcule a sensibilidade e a especificidade do modelo.
- (ii) Avalie a capacidade preditiva do modelo a partir das quantidades calculadas no item anterior.

4. No modelo Tobit, a variável resposta  $Y$  é expressa em termos de uma variável latente  $Y^*$ :

$$\begin{aligned} y^* & = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p + \varepsilon \\ \varepsilon|x_1, x_2, \dots, x_p & \sim N(0, \sigma^2) \\ y & = \max\{0, y^*\}. \end{aligned}$$

Considerando uma amostra aleatória de tamanho  $n$ , descreva a função de verossimilhança e a função log-verossimilhança.

5. No modelo Tobit, os efeitos parciais (incondicionais) são dados pela seguinte equação:

$$\frac{\partial E(y|x_1, \dots, x_p)}{\partial x_j} = \beta_j \Phi((\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_p x_p)/\sigma).$$

Considerando uma amostra aleatória de tamanho  $n$ , descreva como são calculados o efeito parcial na média (PEA) e o efeito parcial médio (APE).

6. Considere que desejamos testar hipóteses acerca de um grupo de variáveis:

$$\begin{aligned}H_0 &: \beta_{p-q+1} = \beta_{p-q+2} = \dots = \beta_p = 0 \\H_1 &: H_0 \text{ não é verdadeira.}\end{aligned}$$

Neste caso, vimos que o teste da razão de verossimilhança pode ser aplicado.

- (i) Descreva a estatística de razão de verossimilhança.
- (ii) Descreva com suas palavras a ideia utilizada para o desenvolvimento da estatística de teste.