

# Enunciados

## Lista 3

26 de novembro de 2025

### Problema 1

Considere um sistema bivariado estrutural (SVAR) descrito pelas equações abaixo, onde  $w_{1t}$  e  $w_{2t}$  são erros não correlacionados (ortogonais):

$$y_{1t} = \beta_{12}y_{2t} + \gamma_{11}y_{1t-1} + w_{1t}$$

$$y_{2t} = \beta_{21}y_{1t} + \gamma_{22}y_{2t-1} + w_{2t}$$

- a) Escreva este sistema na notação matricial  $Uy_t = Q_1y_{t-1} + \tilde{w}_t$ , identificando claramente as matrizes  $U$  e  $Q_1$ .
- b) Demonstre como obter a **Forma Reduzida** deste VAR ( $y_t = A_1y_{t-1} + u_t$ ) a partir da forma estrutural. Qual é a relação algébrica entre os resíduos da forma reduzida ( $u_t$ ) e os choques estruturais ( $w_t$ )?
- c) Explique por que, sem restrições adicionais (como  $\beta_{12} = 0$ ), não é possível recuperar os parâmetros estruturais apenas estimando a forma reduzida (o problema de identificação).

### Problema 2

Seja um modelo VAR(1) bivariado  $y_t = A_1y_{t-1} + w_t$ , com a matriz de coeficientes dada por:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,1 \\ 0,4 & 0,5 \end{bmatrix}$$

Verifique se este processo é estacionário.

## Problema 3

Dado um processo VAR estacionário, ele pode ser invertido para uma representação de Média Móvel Vetorial (VMA) infinita:

$$y_t = \sum_{l=0}^{\infty} \Psi_l w_{t-l}$$

- a) Como os coeficientes das matrizes  $\Psi_l$  são interpretados no contexto da Análise de Impulso-Resposta?
- b) Se os erros da forma reduzida forem contemporaneamente correlacionados, por que a interpretação de um choque em  $w_{it}$  mantendo os outros constantes ("ceteris paribus") é problemática?

## Problema 4

O Teorema da Representação de Granger permite reescrever um VAR(p) como um Modelo de Correção de Erros Vetorial (VECM):

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} A_i^* \Delta y_{t-i} + w_t$$

Explique o significado econômico e estatístico das seguintes situações relativas ao posto (*rank*) da matriz  $\Pi$ :

- a)  $\text{rank}(\Pi) = 0$ .
- b)  $\text{rank}(\Pi) = k$  (onde  $k$  é o número de variáveis do sistema).
- c)  $0 < \text{rank}(\Pi) = r < k$ . Neste caso, como interpretamos a decomposição  $\Pi = \alpha\beta'$  (ou  $\gamma\tilde{\kappa}'$ )?

## Problema 5

Considere o seguinte modelo VAR(1) estimado para duas variáveis, Inflação ( $y_1$ ) e Taxa de Juros ( $y_2$ ):

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8 & 0,0 \\ -0,5 & 0,6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1t} \\ w_{2t} \end{bmatrix}$$

Baseando-se nos coeficientes da matriz, determine se:

- a) A Taxa de Juros Granger-cause a Inflação? Justifique.
- b) A Inflação Granger-cause a Taxa de Juros? Justifique.

## Problema 6

Utilize um conjunto de dados macroeconômicos (ex: dados do pacote `vars` no R como o dataset `Canada`, ou séries reais de PIB e Desemprego).

- a) **Seleção de Ordem:** Estime modelos VAR com diferentes defasagens (de  $p = 1$  até  $p = 8$ ). Utilize os critérios de informação AIC, BIC e HQIC para escolher a ordem ideal  $p$ . Compare se os critérios sugerem a mesma ordem e justifique sua escolha final.
- b) **Diagnóstico:** Após estimar o modelo com o  $p$  escolhido, verifique se os resíduos se comportam como um Ruído Branco multivariado (teste de correlação serial multivariada).
- c) **Causalidade:** Realize o teste de Causalidade de Granger para as variáveis do sistema. Há relações bidirecionais?

## Problema 7

Considere duas séries financeiras ou macroeconômicas que possuem tendência estocástica (são  $I(1)$ ), por exemplo, Taxas de Juros de Longo Prazo e Curto Prazo, ou Preços à vista e Futuro de um ativo.

- a) **Teste de Johansen:** Aplique o procedimento de Johansen (testes do Traço e do Autovalor Máximo) para determinar o número de vetores de cointegração ( $r$ ).
- b) **Ajuste do VECM:** Se cointegração for encontrada ( $r > 0$ ), ajuste um modelo VECM.
- c) **Interpretação:** Identifique o vetor de cointegração estimado (a relação de longo prazo) e analise os coeficientes de ajuste (velocidade com que o sistema retorna ao equilíbrio após um choque).