

Enunciados

Lista 3

26 de novembro de 2025

Problema 1

Considere um sistema bivariado estrutural (SVAR) descrito pelas equações abaixo, onde w_{1t} e w_{2t} são erros não correlacionados (ortogonais):

$$\begin{aligned}y_{1t} &= \beta_{12}y_{2t} + \gamma_{11}y_{1t-1} + w_{1t} \\y_{2t} &= \beta_{21}y_{1t} + \gamma_{22}y_{2t-1} + w_{2t}\end{aligned}$$

- a) Escreva este sistema na notação matricial $Uy_t = Q_1y_{t-1} + \tilde{w}_t$, identificando claramente as matrizes U e Q_1 .
- b) Demonstre como obter a **Forma Reduzida** deste VAR ($y_t = A_1y_{t-1} + u_t$) a partir da forma estrutural. Qual é a relação algébrica entre os resíduos da forma reduzida (u_t) e os choques estruturais (w_t)?
- c) Explique por que, sem restrições adicionais (como $\beta_{12} = 0$), não é possível recuperar os parâmetros estruturais apenas estimando a forma reduzida (o problema de identificação).

Problema 2

Seja um modelo VAR(1) bivariado $y_t = A_1y_{t-1} + w_t$, com a matriz de coeficientes dada por:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,1 \\ 0,4 & 0,5 \end{bmatrix}$$

Verifique se este processo é estacionário.

Problema 3

Dado um processo VAR estacionário, ele pode ser invertido para uma representação de Média Móvel Vetorial (VMA) infinita:

$$y_t = \sum_{l=0}^{\infty} \Psi_l w_{t-l}$$

- a) Como os coeficientes das matrizes Ψ_l são interpretados no contexto da Análise de Impulso-Resposta?
- b) Se os erros da forma reduzida forem contemporaneamente correlacionados, por que a interpretação de um choque em w_{it} mantendo os outros constantes ("ceteris paribus") é problemática?

Problema 4

O Teorema da Representação de Granger permite reescrever um VAR(p) como um Modelo de Correção de Erros Vetorial (VECM):

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} A_i^* \Delta y_{t-i} + w_t$$

Explique o significado econômico e estatístico das seguintes situações relativas ao posto (*rank*) da matriz Π :

- a) $\text{rank}(\Pi) = 0$.
- b) $\text{rank}(\Pi) = k$ (onde k é o número de variáveis do sistema).
- c) $0 < \text{rank}(\Pi) = r < k$. Neste caso, como interpretamos a decomposição $\Pi = \alpha\beta'$ (ou $\gamma\tilde{\kappa}'$)?

Problema 5

Considere o seguinte modelo VAR(1) estimado para duas variáveis, Inflação (y_1) e Taxa de Juros (y_2):

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8 & 0,0 \\ -0,5 & 0,6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{1t} \\ w_{2t} \end{bmatrix}$$

Baseando-se nos coeficientes da matriz, determine se:

- a) A Taxa de Juros Granger-causa a Inflação? Justifique.
- b) A Inflação Granger-causa a Taxa de Juros? Justifique.

Problema 6

Utilize um conjunto de dados macroeconômicos (ex: dados do pacote `vars` no R como o dataset `Canada`, ou séries reais de PIB e Desemprego).

- a) **Seleção de Ordem:** Estime modelos VAR com diferentes defasagens (de $p = 1$ até $p = 8$). Utilize os critérios de informação AIC, BIC e HQIC para escolher a ordem ideal p . Compare se os critérios sugerem a mesma ordem e justifique sua escolha final.
- b) **Diagnóstico:** Após estimar o modelo com o p escolhido, verifique se os resíduos se comportam como um Ruído Branco multivariado (teste de correlação serial multivariada).
- c) **Causalidade:** Realize o teste de Causalidade de Granger para as variáveis do sistema. Há relações bidirecionais?

Problema 7

Considere duas séries financeiras ou macroeconômicas que possuem tendência estocástica (são $I(1)$), por exemplo, Taxas de Juros de Longo Prazo e Curto Prazo, ou Preços à vista e Futuro de um ativo.

- a) **Teste de Johansen:** Aplique o procedimento de Johansen (testes do Traço e do Autovalor Máximo) para determinar o número de vetores de cointegração (r).
- b) **Ajuste do VECM:** Se cointegração for encontrada ($r > 0$), ajuste um modelo VECM.
- c) **Interpretação:** Identifique o vetor de cointegração estimado (a relação de longo prazo) e analise os coeficientes de ajuste (velocidade com que o sistema retorna ao equilíbrio após um choque).