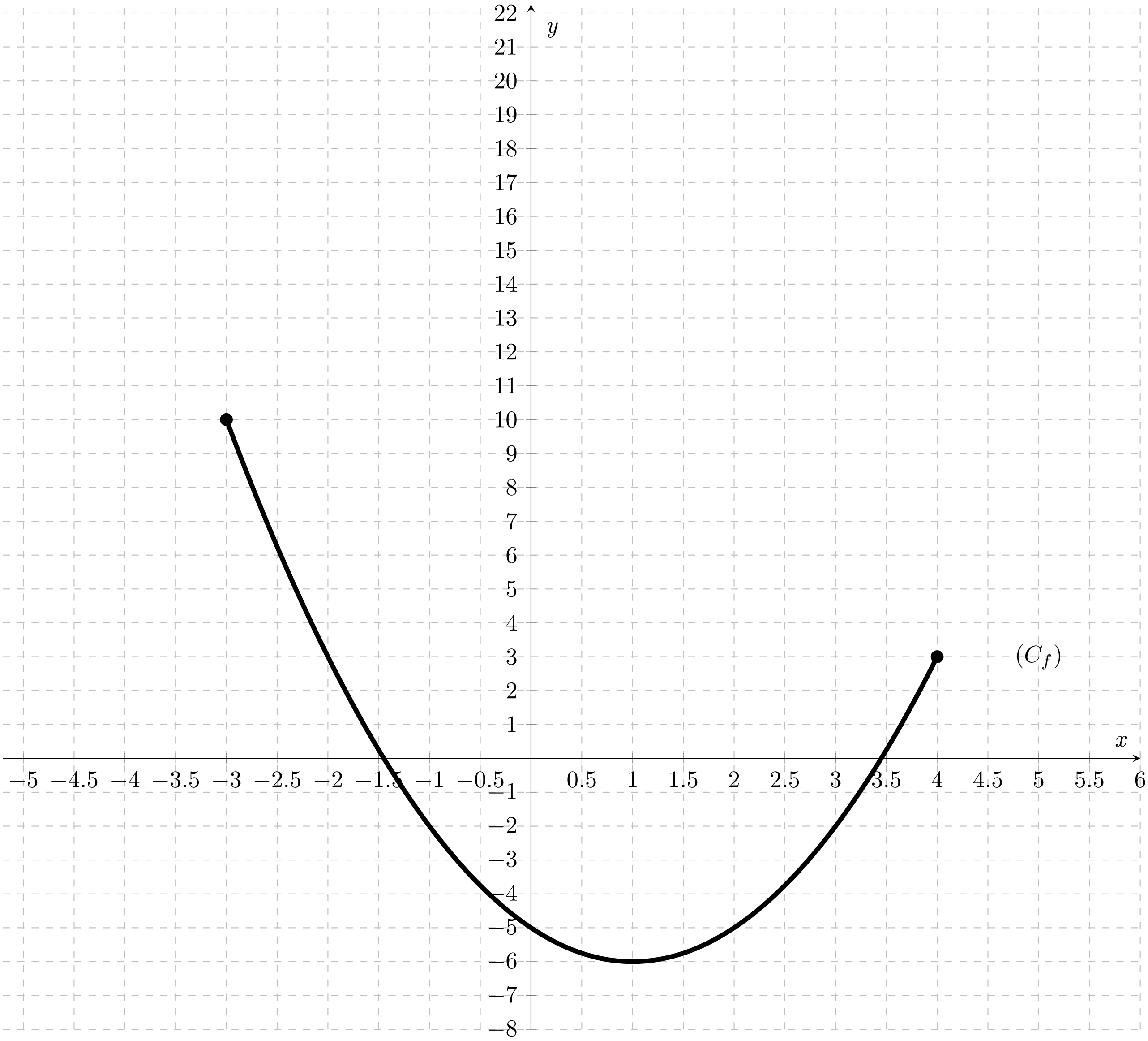
EXERCICE 1 (Tous les résultats doivent être justifiés)



On considère (C_f) la courbe représentative d'une fonction f dans un repère.

Partie A

1) *Déterminer son ensemble de définition* D .

SOLUTION :

L'ensemble de définition est $D = [-3\,;\,4.]$. [**0.25 point(s)**]

2) *Déterminer le maximum et le minimum sur* D .

SOLUTION :

Le maximum de f sur D est 10 [**0.25 point(s)**] Le minimum de f sur D est -6. [**0.25 point(s)**]

3) a. *Quelle est l'image de* 0 *?*

SOLUTION :

L'image de 0 est $f(0) = -5$. [**0.25 point(s)**]

b. *Quels sont les antécédents de* 2 *?*

SOLUTION :

Les antécédents de 2 sont (valeurs approchées) -1.8 et 3.7 [**0.25 point(s)**]

4) *Résoudre graphiquement les équations*

a. $f(x) = 1$

SOLUTION :
$f(x) = 1$ pour $x \approx 3.6$ et $x \approx -1.6$ [**0.25 point(s)**]

b. $f(x) = 0$.

SOLUTION :
$f(x) = 0$ pour$x \approx -1.5$ et $x \approx 3.5$ [**0.25 point(s)**]

5) *Résoudre graphiquement l'inéquation* $f(x) \geq -3$.

SOLUTION :
Par lecture graphique on trouve $S = [-3\,;\,-0.7] \cup [2.7\,;\,4]$ [**0.25 point(s)**]

6) *Dresser la tableau de variation sur* D *.*

SOLUTION :

$$\begin{array}{|c|ccccc|}
\hline
x & -3 & & 1 & & 4. \\
\hline
 & 10 & & & & 3 \\
f(x) & & \searrow & & \nearrow & \\
 & & & -6 & & \\
\hline
\end{array}$$

[**0.5 point(s)**]

Partie B

On sait maintenant, en plus, que f est définie par $f(x) = x^2 - 2x - 5$.

1) *Déterminer les images de* 0, -1 *et* $\sqrt{2}$.

SOLUTION :
On a :

$$\begin{aligned}
f(0) &= 0^2 - 2 \times 0 - 5 = -5 \\
f(-1) &= (-1)^2 - 2 \times (-1) - 5 = -2 \\
f(\sqrt{2}) &= (\sqrt{2})^2 - 2 \times \sqrt{2} - 5 = 2 - 2 \times \sqrt{2} - 5 = -3 - 2\sqrt{2}
\end{aligned}$$

[**0.75 point(s)**]

2) *Montrer que* $f(x) = (x-1)^2 - 6$.

SOLUTION :

$$\begin{aligned}
(x-1)^2 - 6 &= x^2 - 2x \times 1 + 1^2 - 6 \\
&= x^2 - 2x - 5 \\
&= f(x)
\end{aligned}$$

[**0.5 point(s)**]

3) *Déterminer les éventuels antécédents de* 0 *et* 5 *. On donnera les solutions exactes.*

SOLUTION :
Il faut résoudre $f(x) = 0$:

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & 0 \\ (x-1)^2-6 & = & 0 \\ (x-1)^2-(\sqrt{6})^2 & = & 0 \\ (x-1-\sqrt{6})(x-1+\sqrt{6}) & = & 0 \end{array}$$

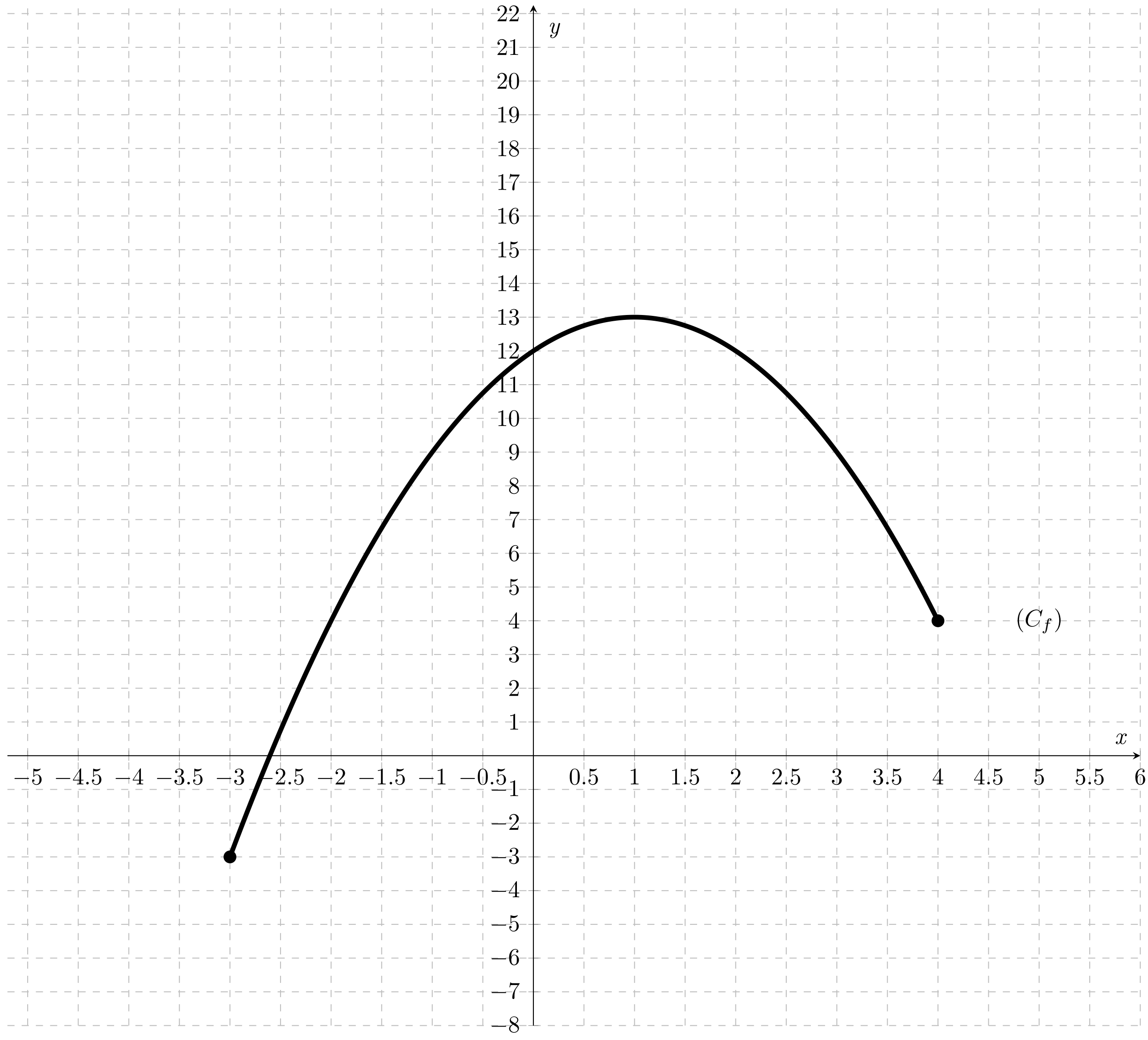
Donc (propriété équation-produit), comme $1+\sqrt{6} \in D$ et $1-\sqrt{6} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1+\sqrt{6}\,;\, 1-\sqrt{6}\}$**[0.5 point(s)]**

Il faut résoudre $f(x) = 5$:

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & 5 \\ (x-1)^2-6 & = & 5 \\ (x-1)^2-11 & = & 0 \\ (x-1)^2-(\sqrt{11})^2 & = & 0 \\ (x-1-\sqrt{11})(x-1+\sqrt{11}) & = & 0 \end{array}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $1+\sqrt{11} \notin D$ et $1-\sqrt{11} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1-\sqrt{11}\}$**[0.75 point(s)]**

EXERCICE 2 (Tous les résultats doivent être justifiés)



On considère (C_f) la courbe représentative d'une fonction f dans un repère.

Partie A

1) *Déterminer son ensemble de définition D .*

SOLUTION :
L'ensemble de définition est $D = [-3\,; 4]$. **[0.25 point(s)]**

2) *Déterminer le maximum et le minimum sur D .*

SOLUTION :
Le maximum de f sur D est 13 **[0.25 point(s)]** Le minimum de f sur D est -3. **[0.25 point(s)]**

3) **a.** *Quelle est l'image de 0 ?*

SOLUTION :
L'image de 0 est $f(0) = 12$. **[0.25 point(s)]**

b. *Quels sont les antécédents de 7 ?*

SOLUTION :
Les antécédents de 7 sont (valeurs approchées) 3.45 et -1.45 **[0.25 point(s)]**

4) *Résoudre graphiquement les équations*

a. $f(x) = -1$

SOLUTION :
$f(x) = -1$ pour $x \approx 4.74$ et $x \approx -2.74$. **[0.25 point(s)]**

b. $f(x) = 0$.

SOLUTION :
$f(x) = -5$ pour $x \approx 5.24$ et $x \approx -3.24$. **[0.25 point(s)]**

5) *Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 6$.*

SOLUTION :
Par lecture graphique on trouve $S = [-1.65\,; 3.65]$ **[0.25 point(s)]**

6) *Dresser la tableau de variation sur D .*

SOLUTION :

x	-3		1		4
$f(x)$	-3	$\nearrow$	13	$\searrow$	4

[0.5 point(s)]

Partie B

On sait maintenant, en plus, que f est définie par $f(x) = -x^2 + 2x + 12$.

1) *Déterminer les images de 0, -1 et $\sqrt{2}$.*

SOLUTION :
On a :

$$\begin{array}{rcl} f(0) & = & 12 \\ f(-1) & = & 2\,(-1) - (-1)^2 + 12 = 9 \\ f(\sqrt{2}) & = & -\left(\sqrt{2}\right)^2 + 2\sqrt{2} + 12 = 2\sqrt{2} + 10 \end{array}$$

[0.75 point(s)]

2) *Montrer que* $f(x) = 13 - (x-1)^2$.

SOLUTION :

$$\begin{aligned} 13-(x-1)^2 &= -x^2+2x+12 \\ &= -x^2+2x+12 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

[0.5 point(s)]

3) *Déterminer les éventuels antécédents de* 5 *et* -2 *. On donnera les solutions exactes.*

SOLUTION :

Il faut résoudre $f(x) = 5$:

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & 5 \\ 8-(x-1)^2 & = & 0 \\ -\left(x-1+2\sqrt{2}\right)\left(x-2\sqrt{2}-1\right) & = & 0 \end{array}$$

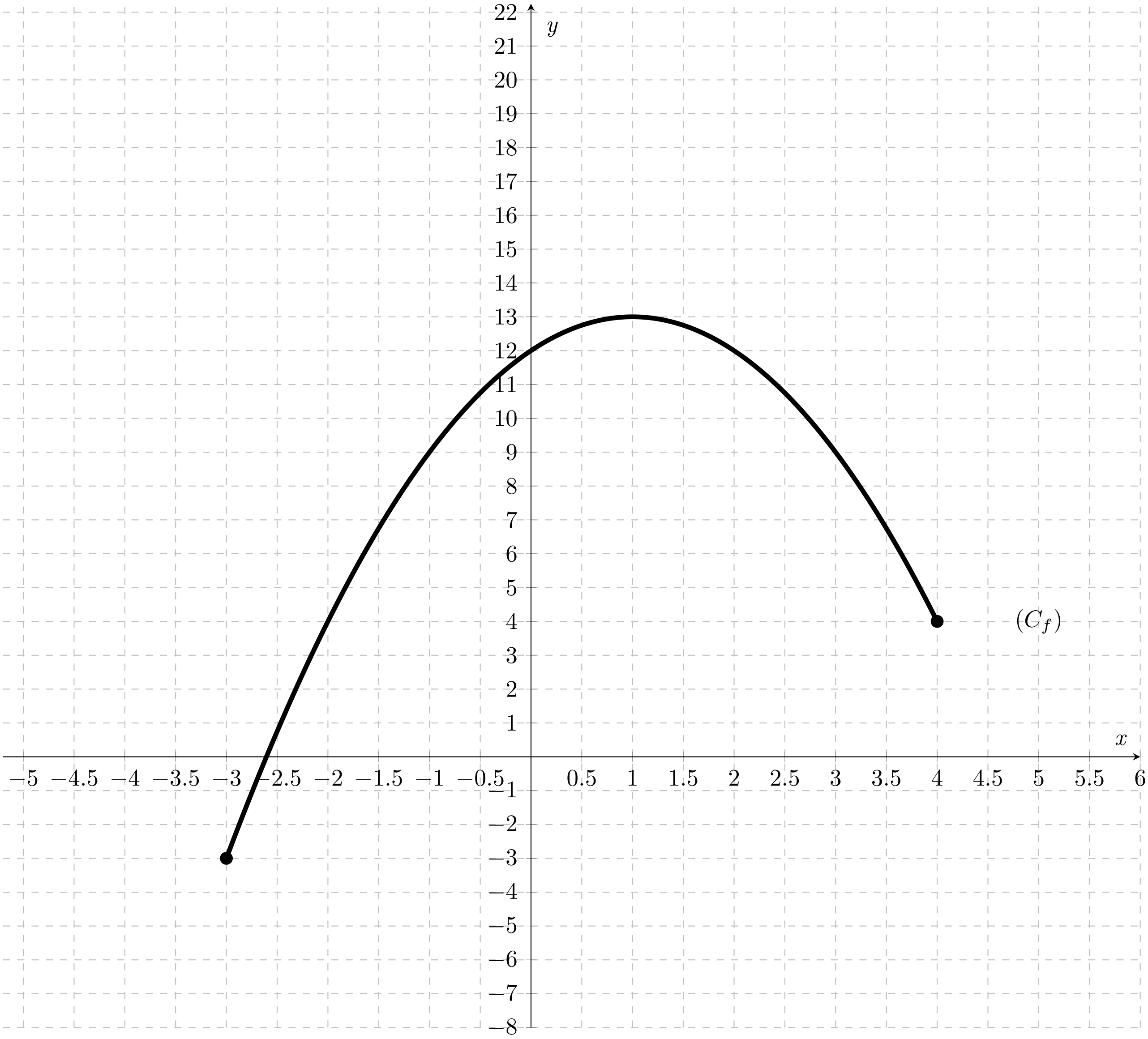
Donc (propriété équation-produit), comme $1-2\sqrt{2} \in D$ et $1+2\sqrt{2} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1-2\sqrt{2}\,;\,1+2\sqrt{2}\}$**[0.5 point(s)]**

Il faut résoudre $f(x) = -2$:

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & -2 \\ 15-(x-1)^2 & = & 0 \\ -\left(x-1+\sqrt{15}\right)\left(x-\sqrt{15}-1\right) & = & 0 \end{array}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $1-\sqrt{15} \in D$ et $1+\sqrt{15} \notin D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1-\sqrt{15}\}$**[0.75 point(s)]**

EXERCICE 3 (Tous les résultats doivent être justifiés)



On considère (C_f) la courbe représentative d'une fonction f dans un repère.

Partie A

1) *Déterminer son ensemble de définition* D .

SOLUTION :

L'ensemble de définition est $D = [-3\,; 4]$. **[0.25 point(s)]**

2) *Déterminer le maximum et le minimum sur* D .

SOLUTION :

Le maximum de f sur D est 13 **[0.25 point(s)]** Le minimum de f sur D est -3. **[0.25 point(s)]**

3) a. *Quelle est l'image de* 0 *?*

SOLUTION :

L'image de 0 est $f(0) = 12$. **[0.25 point(s)]**

b. *Quels sont les antécédents de* 7 *?*

SOLUTION :

Les antécédents de 7 sont (valeurs approchées) 3.45 et -1.45 **[0.25 point(s)]**

4) *Résoudre graphiquement les équations*

a. $f(x) = -1$

SOLUTION :
$f(x) = -1$ pour $x \approx 4.74$ et $x \approx -2.74$. [**0.25 point(s)**]

b. $f(x) = 0$.

SOLUTION :
$f(x) = -5$ pour $x \approx 5.24$ et $x \approx -3.24$. [**0.25 point(s)**]

5) *Résoudre graphiquement l'inéquation* $f(x) \geq 6$.

SOLUTION :
Par lecture graphique on trouve $S = [-1.65\,; 3.65]$ [**0.25 point(s)**]

6) *Dresser la tableau de variation sur D .*

SOLUTION :

x	-3		1		4
$f(x)$			13		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	-3				4

[**0.5 point(s)**]

Partie B

On sait maintenant, en plus, que f est définie par $f(x) = -x^2 + 2x + 12$.

1) *Déterminer les images de* 0, -1 *et* $\sqrt{2}$.

SOLUTION :
On a :

$$\begin{array}{rcl} f(0) & = & 12 \\ f(-1) & = & 2\,(-1) - (-1)^2 + 12 = 9 \\ f(\sqrt{2}) & = & -\left(\sqrt{2}\right)^2 + 2\sqrt{2} + 12 = 2\sqrt{2} + 10 \end{array}$$

[**0.75 point(s)**]

2) *Montrer que* $f(x) = 13 - (x-1)^2$.

SOLUTION :

$$\begin{array}{rcl} 13 - (x-1)^2 & = & -x^2 + 2x + 12 \\ & = & -x^2 + 2x + 12 \\ & = & f(x) \end{array}$$

[**0.5 point(s)**]

3) *Déterminer les éventuels antécédents de* 5 *et* -2 *. On donnera les solutions exactes.*

SOLUTION :

Il faut résoudre $f(x) = 5$:

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & 5 \\ 8-(x-1)^2 & = & 0 \\ -\left(x-1+2\sqrt{2}\right)\left(x-2\sqrt{2}-1\right) & = & 0 \end{array}$$

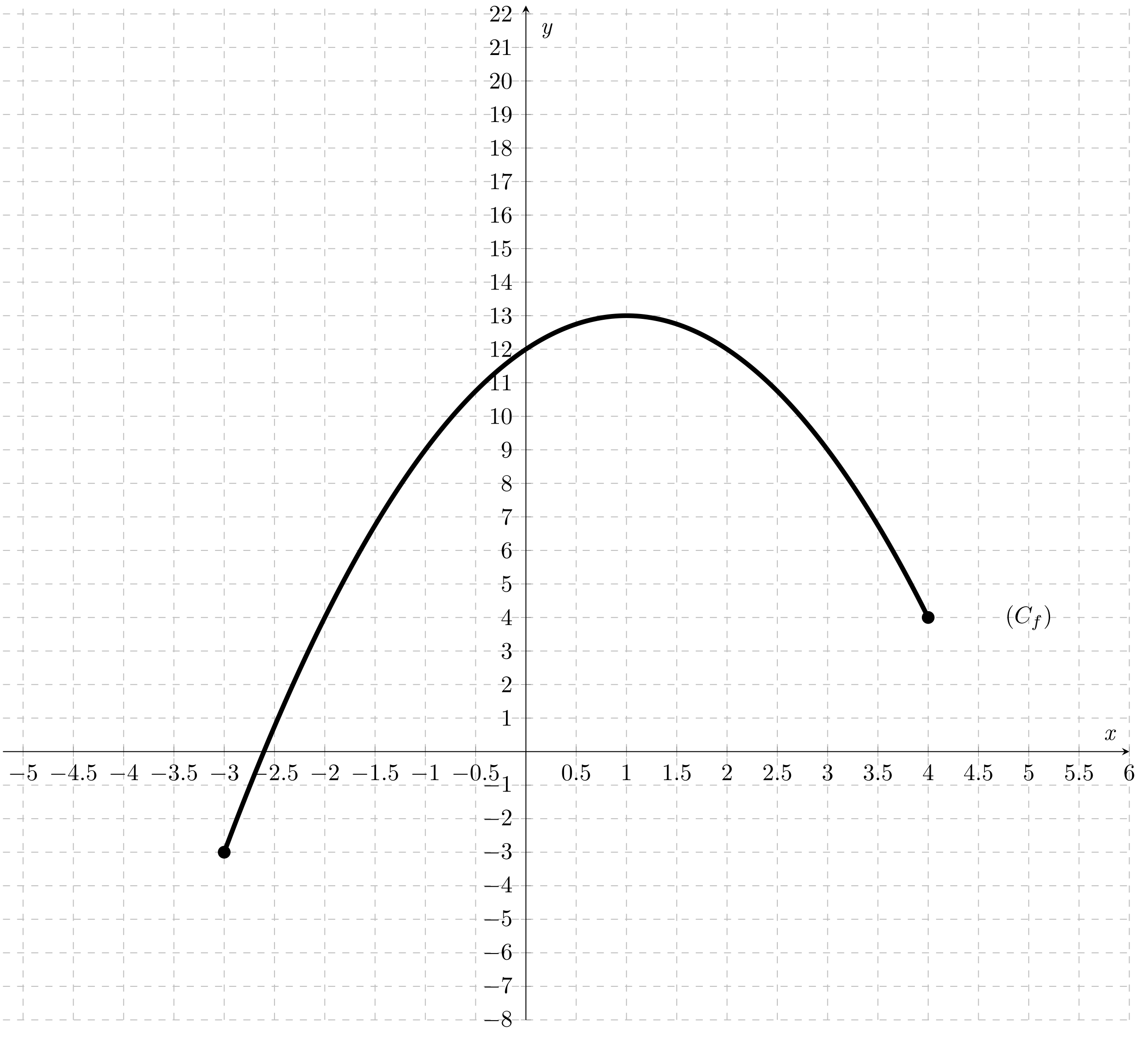
Donc (propriété équation-produit), comme $1-2\sqrt{2} \in D$ et $1+2\sqrt{2} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1-2\sqrt{2}\,;\,1+2\sqrt{2}\}$**[0.5 point(s)]**

Il faut résoudre $f(x) = -2$:

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & -2 \\ 15-(x-1)^2 & = & 0 \\ -\left(x-1+\sqrt{15}\right)\left(x-\sqrt{15}-1\right) & = & 0 \end{array}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $1-\sqrt{15} \in D$ et $1+\sqrt{15} \notin D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1-\sqrt{15}\}$**[0.75 point(s)]**

EXERCICE 4 (Tous les résultats doivent être justifiés)



On considère (C_f) la courbe représentative d'une fonction f dans un repère.

Partie A

1) *Déterminer son ensemble de définition D .*

SOLUTION :
L'ensemble de définition est $D = [-3\,;\,4]$. **[0.25 point(s)]**

2) *Déterminer le maximum et le minimum sur D .*

SOLUTION :
Le maximum de f sur D est 13 **[0.25 point(s)]** Le minimum de f sur D est -3. **[0.25 point(s)]**

3) **a.** *Quelle est l'image de* 0 *?*

SOLUTION :
L'image de 0 est $f(0) = 12$. **[0.25 point(s)]**

b. *Quels sont les antécédents de* 7 *?*

SOLUTION :
Les antécédents de 7 sont (valeurs approchées) 3.45 et -1.45 **[0.25 point(s)]**

4) *Résoudre graphiquement les équations*

a. $f(x) = -1$

SOLUTION :
$f(x) = -1$ pour $x \approx 4.74$ et $x \approx -2.74$. **[0.25 point(s)]**

b. $f(x) = 0$.

SOLUTION :
$f(x) = -5$ pour $x \approx 5.24$ et $x \approx -3.24$. **[0.25 point(s)]**

5) *Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 6$.*

SOLUTION :
Par lecture graphique on trouve $S = [-1.65\,;\,3.65]$ **[0.25 point(s)]**

6) *Dresser la tableau de variation sur D .*

SOLUTION :

x	-3		1		4
$f(x)$			13		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	-3				4

[0.5 point(s)]

Partie B

On sait maintenant, en plus, que f est définie par $f(x) = -x^2 + 2x + 12$.

1) *Déterminer les images de* 0, -1 *et* $\sqrt{2}$.

SOLUTION :

On a :

$$\begin{array}{rcl} f(0) & = & 12 \\ f(-1) & = & 2\,(-1) - (-1)^2 + 12 = 9 \\ f(\sqrt{2}) & = & -\left(\sqrt{2}\right)^2 + 2\sqrt{2} + 12 = 2\sqrt{2} + 10 \end{array}$$

[0.75 point(s)]

2) *Montrer que* $f(x) = 13 - (x-1)^2$.

SOLUTION :

$$\begin{array}{rcl} 13 - (x-1)^2 & = & -x^2 + 2x + 12 \\ & = & -x^2 + 2x + 12 \\ & = & f(x) \end{array}$$

[0.5 point(s)]

3) *Déterminer les éventuels antécédents de* 5 *et* -2 *. On donnera les solutions exactes.*

SOLUTION :

Il faut résoudre $f(x) = 5$:

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & 5 \\ 8 - (x-1)^2 & = & 0 \\ -\left(x - 1 + 2\sqrt{2}\right)\left(x - 2\sqrt{2} - 1\right) & = & 0 \end{array}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $1 - 2\sqrt{2} \in D$ et $1 + 2\sqrt{2} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1 - 2\sqrt{2}\,; 1 + 2\sqrt{2}\}$**[0.5 point(s)]**

Il faut résoudre $f(x) = -2$:

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & -2 \\ 15 - (x-1)^2 & = & 0 \\ -\left(x - 1 + \sqrt{15}\right)\left(x - \sqrt{15} - 1\right) & = & 0 \end{array}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $1 - \sqrt{15} \in D$ et $1 + \sqrt{15} \notin D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1 - \sqrt{15}\}$**[0.75 point(s)]**