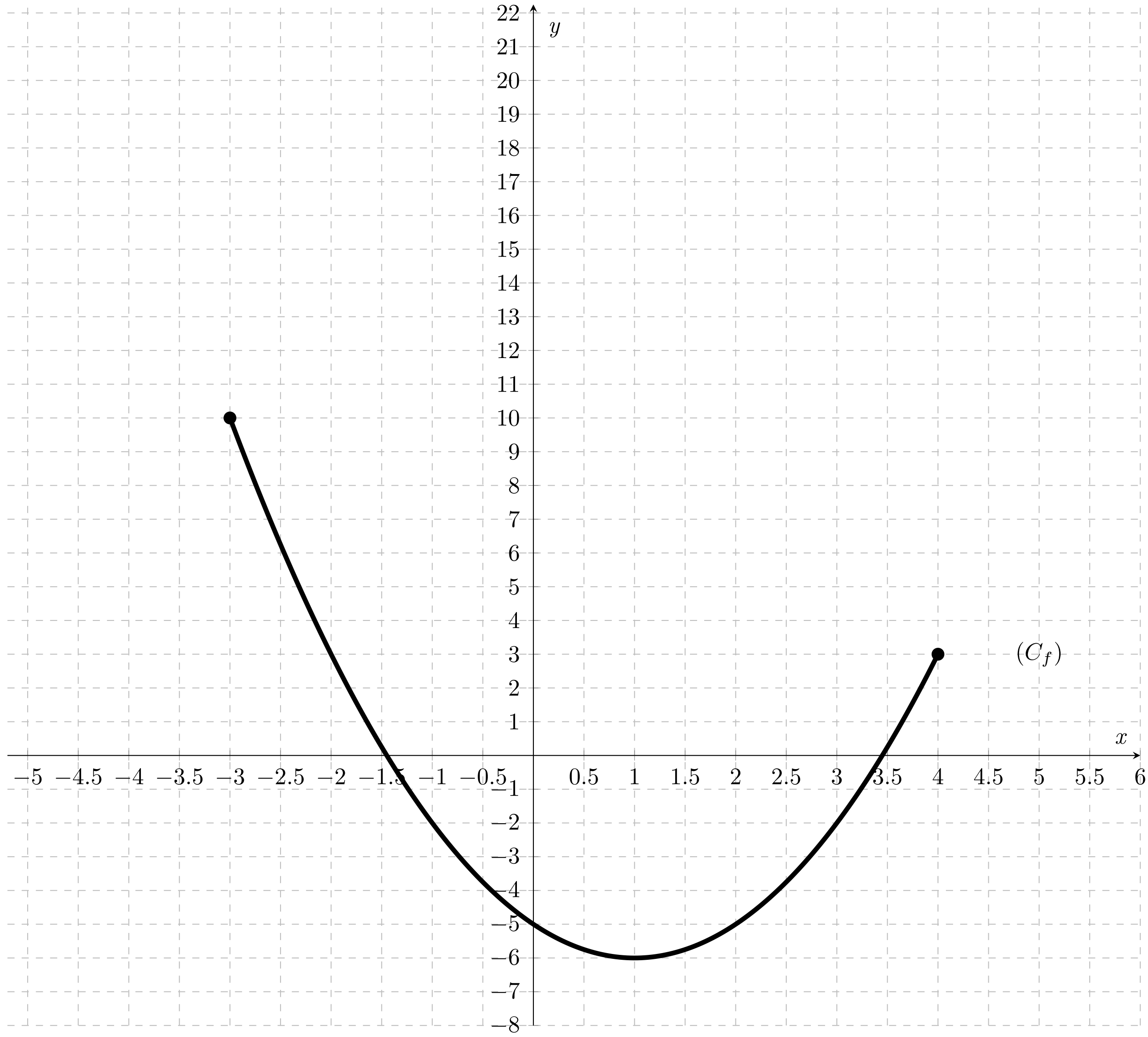
EXERCICE 1 (Tous les résultats doivent être justifiés)



On considère (C_f) la courbe représentative d'une fonction f dans un repère.

Partie A

1) *Déterminer son ensemble de définition D .*

SOLUTION :

L'ensemble de définition est $D = [-3\,;\,4.]$. **[0.25 point(s)]**

2) *Déterminer le maximum et le minimum sur D .*

SOLUTION :

Le maximum de f sur D est 10 **[0.25 point(s)]** Le minimum de f sur D est -6. **[0.25 point(s)]**

3) a. *Quelle est l'image de* 0 *?*

SOLUTION :

L'image de 0 est $f(0) = -5$. **[0.25 point(s)]**

b. *Quels sont les antécédents de* 2 *?*

SOLUTION :

Les antécédents de 2 sont (valeurs approchées) -1.8 et 3.7 **[0.25 point(s)]**

4) *Résoudre graphiquement les équations*

a. $f(x) = 1$

SOLUTION :
$f(x) = 1$ pour $x \approx 3.6$ et $x \approx -1.6$ [**0.25 point(s)**]

b. $f(x) = 0$.

SOLUTION :
$f(x) = 0$ pour$x \approx -1.5$ et $x \approx 3.5$ [**0.25 point(s)**]

5) *Résoudre graphiquement l'inéquation* $f(x) \geq -3$.

SOLUTION :
Par lecture graphique on trouve $S = [-3\,; -0.7] \cup [2.7\,; 4]$ [**0.25 point(s)**]

6) *Dresser la tableau de variation sur* D .

SOLUTION :

$$\begin{array}{|c|ccccc|}
\hline
x & -3 & & 1 & & 4. \\
\hline
 & 10 & & & & 3 \\
f(x) & & \searrow & & \nearrow & \\
 & & & -6 & & \\
\hline
\end{array}$$

[**0.5 point(s)**]

Partie B

On sait maintenant, en plus, que f est définie par $f(x) = x^2 - 2x - 5$.

1) *Déterminer les images de* 0, -1 *et* $\sqrt{2}$.

SOLUTION :
On a :

$$\begin{aligned}
f(0) &= 0^2 - 2 \times 0 - 5 = -5 \\
f(-1) &= (-1)^2 - 2 \times (-1) - 5 = -2 \\
f(\sqrt{2}) &= (\sqrt{2})^2 - 2 \times \sqrt{2} - 5 = 2 - 2 \times \sqrt{2} - 5 = -3 - 2\sqrt{2}
\end{aligned}$$

[**0.75 point(s)**]

2) *Montrer que* $f(x) = (x-1)^2 - 6$.

SOLUTION :

$$\begin{aligned}
(x-1)^2 - 6 &= x^2 - 2x \times 1 + 1^2 - 6 \\
&= x^2 - 2x - 5 \\
&= f(x)
\end{aligned}$$

[**0.5 point(s)**]

3) *Déterminer les éventuels antécédents de* 0 *et* 5 . *On donnera les solutions exactes.*

SOLUTION :
Il faut résoudre $f(x) = 0$:

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & 0 \\ (x-1)^2-6 & = & 0 \\ (x-1)^2-(\sqrt{6})^2 & = & 0 \\ (x-1-\sqrt{6})(x-1+\sqrt{6}) & = & 0 \end{array}$$

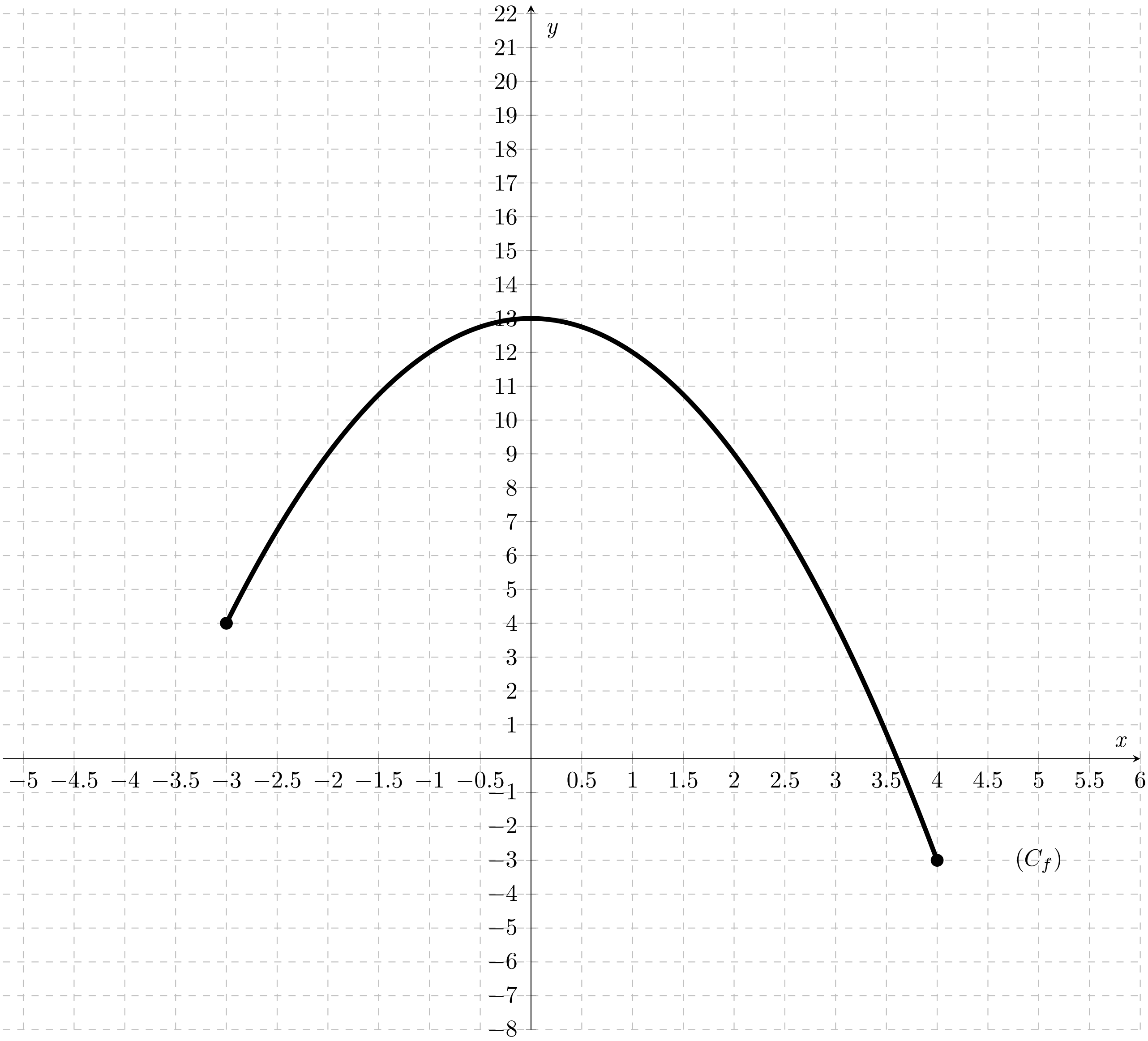
Donc (propriété équation-produit), comme $1+\sqrt{6} \in D$ et $1-\sqrt{6} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1+\sqrt{6}\,;\,1-\sqrt{6}\}$**[0.5 point(s)]**

Il faut résoudre $f(x) = 5$:

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & 5 \\ (x-1)^2-6 & = & 5 \\ (x-1)^2-11 & = & 0 \\ (x-1)^2-(\sqrt{11})^2 & = & 0 \\ (x-1-\sqrt{11})(x-1+\sqrt{11}) & = & 0 \end{array}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $1+\sqrt{11} \notin D$ et $1-\sqrt{11} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1-\sqrt{11}\}$**[0.75 point(s)]**

EXERCICE 2 (Tous les résultats doivent être justifiés)



On considère (C_f) la courbe représentative d'une fonction f dans un repère.

Partie A

1) *Déterminer son ensemble de définition D .*

SOLUTION :
L'ensemble de définition est $D = [-3\,;\,4]$. [**0.25 point(s)**]

2) *Déterminer le maximum et le minimum sur D .*

SOLUTION :
Le maximum de f sur D est 13 [**0.25 point(s)**] Le minimum de f sur D est -3. [**0.25 point(s)**]

3) **a.** *Quelle est l'image de* 0 *?*

SOLUTION :
L'image de 0 est $f(0) = 13$. [**0.25 point(s)**]

b. *Quels sont les antécédents de* 7 *?*

SOLUTION :
Les antécédents de 7 sont (valeurs approchées) 2.45 et -2.45 [**0.25 point(s)**]

4) *Résoudre graphiquement les équations*

a. $f(x) = -1$

SOLUTION :
$f(x) = -1$ pour $x \approx 3.74$ et $x \approx -3.74$. [**0.25 point(s)**]

b. $f(x) = 0.$

SOLUTION :
$f(x) = -5$ pour $x \approx 4.24$ et $x \approx -4.24$. [**0.25 point(s)**]

5) *Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 6$.*

SOLUTION :
Par lecture graphique on trouve $S = [-2.65\,;\,2.65]$ [**0.25 point(s)**]

6) *Dresser la tableau de variation sur D .*

SOLUTION :

x	-3		0		4
$f(x)$	4	$\nearrow$	13	$\searrow$	-3

[**0.5 point(s)**]

Partie B

On sait maintenant, en plus, que f est définie par $f(x) = 13 - x^2$.

1) *Déterminer les images de 0, -1 et $\sqrt{2}$.*

SOLUTION :
On a :

$$\begin{aligned} f(0) &= 13 \\ f(-1) &= 13 - (-1)^2 = 12 \\ f(\sqrt{2}) &= 13 - \left(\sqrt{2}\right)^2 = 11 \end{aligned}$$

[**0.75 point(s)**]

2) *Montrer que* $f(x) = (x-1)^2 - 6$.

SOLUTION :

$$\begin{aligned} 13 - x^2 &= 13 - \left(\left(x^2 + 0x\right) + 0\right) \\ &= 13 - x^2 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

[0.5 point(s)]

3) *Déterminer les éventuels antécédents de* 5 *et* -2 *. On donnera les solutions exactes.*

SOLUTION :

Il faut résoudre $f(x) = 5$:

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & 5 \\ 8 - x^2 & = & 0 \\ -\left(x - 2\sqrt{2}\right)\left(x + 2\sqrt{2}\right) & = & 0 \end{array}$$

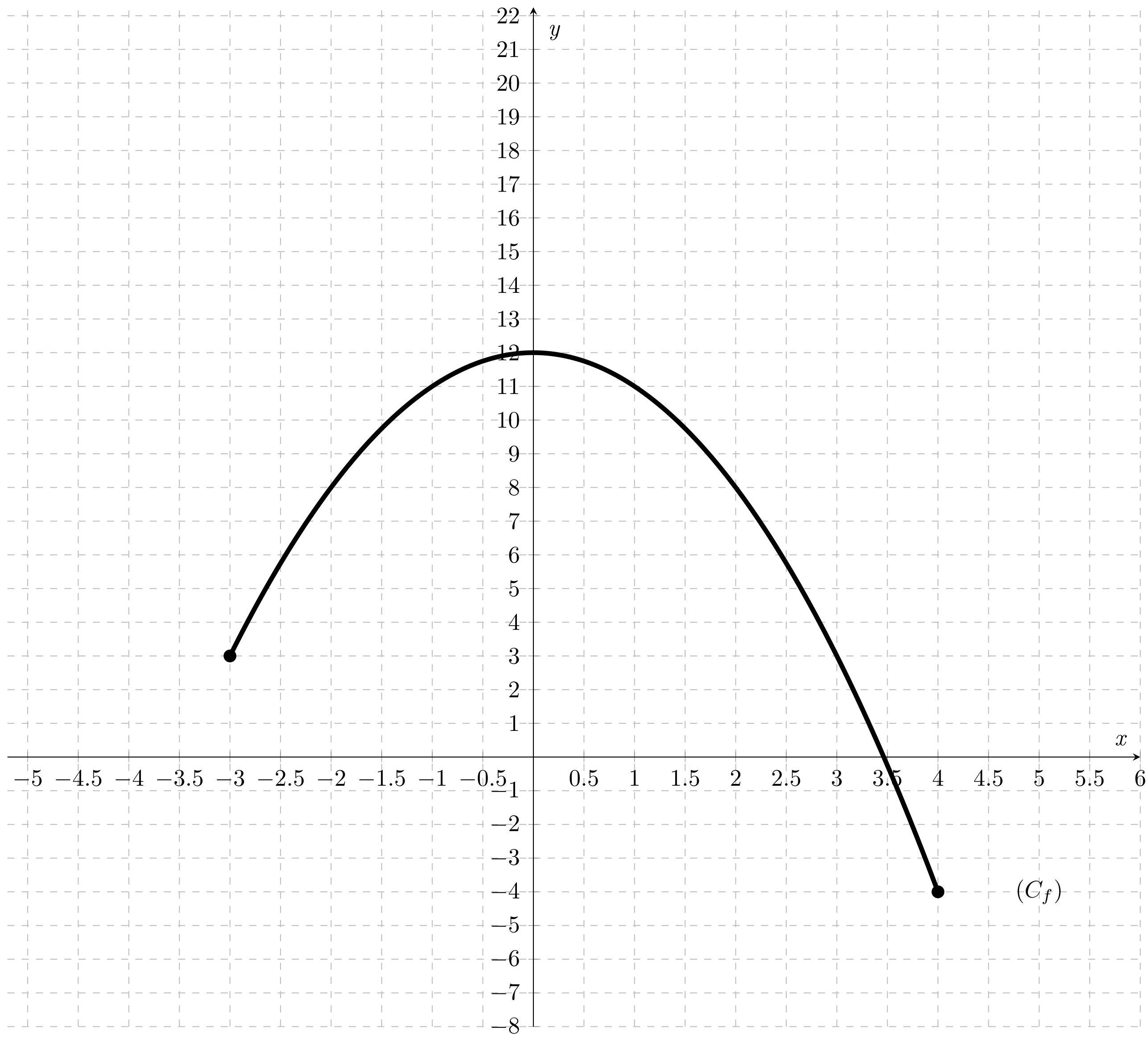
Donc (propriété équation-produit), comme $-2\sqrt{2} \in D$ et $2\sqrt{2} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{-2\sqrt{2}\,;\, 2\sqrt{2}\}$**[0.5 point(s)]**

Il faut résoudre $f(x) = -2$:

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & -2 \\ 15 - x^2 & = & 0 \\ -\left(x - \sqrt{15}\right)\left(x + \sqrt{15}\right) & = & 0 \end{array}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $-\sqrt{15} \notin D$ et $\sqrt{15} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{\sqrt{15}\}$**[0.75 point(s)]**

EXERCICE 3 (Tous les résultats doivent être justifiés)



On considère (C_f) la courbe représentative d'une fonction f dans un repère.

Partie A

1) *Déterminer son ensemble de définition D .*

SOLUTION :

L'ensemble de définition est $D = [-3\,; 4]$. **[0.25 point(s)]**

2) *Déterminer le maximum et le minimum sur D .*

SOLUTION :

Le maximum de f sur D est 12 **[0.25 point(s)]** Le minimum de f sur D est -4. **[0.25 point(s)]**

3) a. *Quelle est l'image de* 0 *?*

SOLUTION :

L'image de 0 est $f(0) = 12$. **[0.25 point(s)]**

b. *Quels sont les antécédents de* 6 *?*

SOLUTION :

Les antécédents de 6 sont (valeurs approchées) 2.45 et -2.45 **[0.25 point(s)]**

4) *Résoudre graphiquement les équations*

a. $f(x) = -2$

SOLUTION :
$f(x) = -2$ pour $x \approx 3.74$ et $x \approx -3.74$. [**0.25 point(s)**]

b. $f(x) = 0$.

SOLUTION :
$f(x) = -5$ pour $x \approx 4.12$ et $x \approx -4.12$. [**0.25 point(s)**]

5) *Résoudre graphiquement l'inéquation* $f(x) \geq 5$.

SOLUTION :
Par lecture graphique on trouve $S = [-2.65\,;\,2.65]$ [**0.25 point(s)**]

6) *Dresser la tableau de variation sur* D .

SOLUTION :

x	-3		0		4
$f(x)$	3	$\nearrow$	12	$\searrow$	-4

[**0.5 point(s)**]

Partie B

On sait maintenant, en plus, que f est définie par $f(x) = 12 - x^2$.

1) *Déterminer les images de* 0, -1 *et* $\sqrt{2}$.

SOLUTION :
On a :

$$\begin{aligned} f(0) &= 12 \\ f(-1) &= 12 - (-1)^2 = 11 \\ f(\sqrt{2}) &= 12 - \left(\sqrt{2}\right)^2 = 10 \end{aligned}$$

[**0.75 point(s)**]

2) *Montrer que* $f(x) = (x-1)^2 - 6$.

SOLUTION :

$$\begin{aligned} 12 - x^2 &= 12 - \left(\left(x^2 + 0x\right) + 0\right) \\ &= 12 - x^2 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

[**0.5 point(s)**]

3) *Déterminer les éventuels antécédents de* 4 *et* -3 . *On donnera les solutions exactes.*

SOLUTION :

Il faut résoudre $f(x) = 4$:

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & 4 \\ 8 - x^2 & = & 0 \\ -\left(x - 2\sqrt{2}\right)\left(x + 2\sqrt{2}\right) & = & 0 \end{array}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $-2\sqrt{2} \in D$ et $2\sqrt{2} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{-2\sqrt{2}\,;\, 2\sqrt{2}\}$**[0.5 point(s)]**

Il faut résoudre $f(x) = -3$:

$$\begin{array}{lcl} f(x) & = & -3 \\ 15 - x^2 & = & 0 \\ -\left(x - \sqrt{15}\right)\left(x + \sqrt{15}\right) & = & 0 \end{array}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $-\sqrt{15} \notin D$ et $\sqrt{15} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{\sqrt{15}\}$**[0.75 point(s)]**