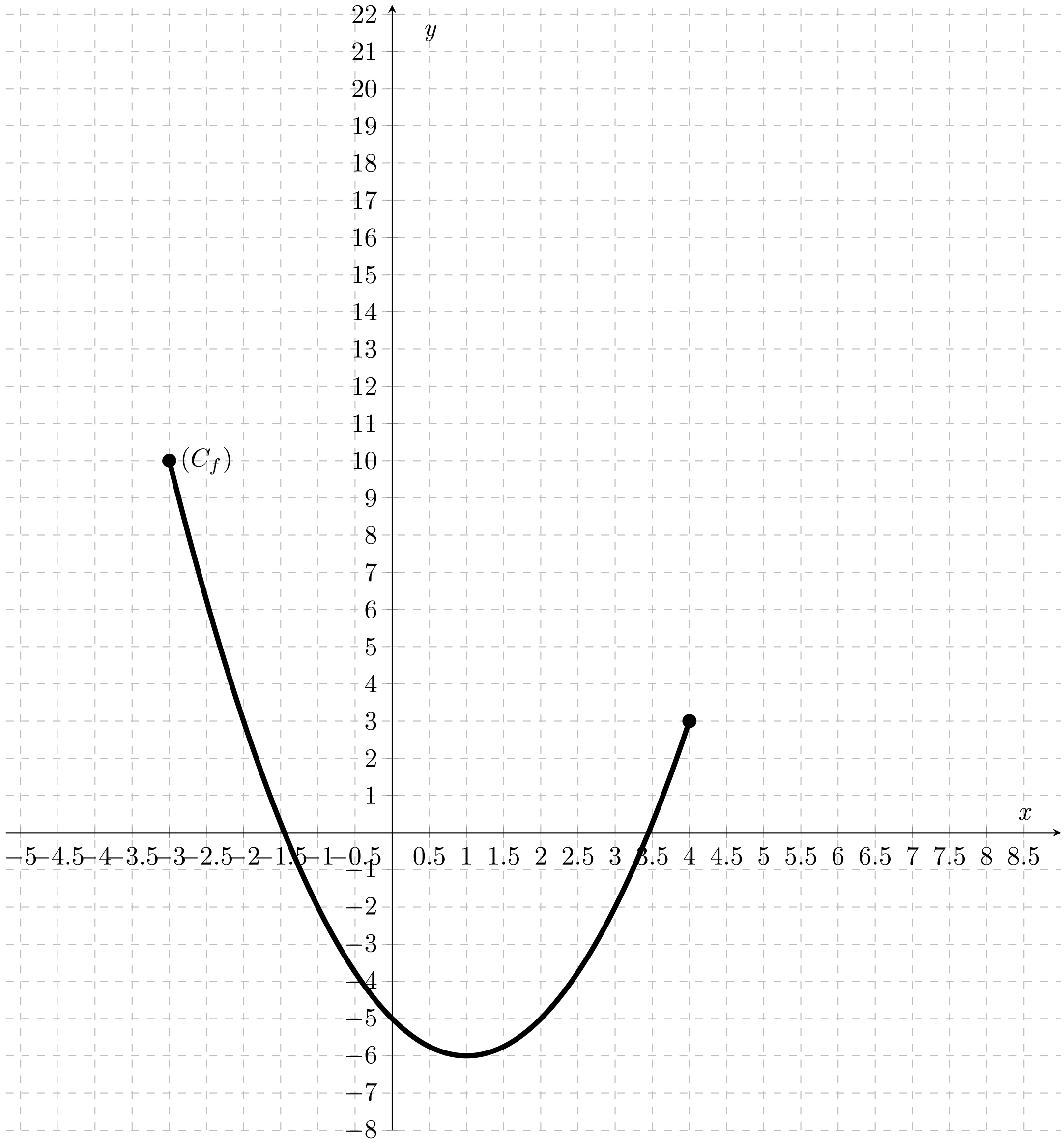
EXERCICE 1 (Tous les résultats doivent être justifiés)



On considère (C_f) la courbe représentative d'une fonction $f$dans un repère.

Partie A

1) Déterminer son ensemble de définition D .

L'ensemble de définition est $D = [-3\,;\,4]$.

2) Déterminer le maximum et le minimum sur D .

Le maximum de f sur D est 10
Le minimum de f sur D est -6.

3) **a.** Quelle est l'image de 0 ?

L'image de 0 est $f(0) = -5$.

b. Quels sont les antécédents de 2 ?

Les antécédents de 2 sont (valeurs approchées) -1.8 et 3.7

4) Résoudre graphiquement les équations

a. $f(x) = 1$ et

$f(x) = 1$ pour $x \approx 3.6$ et $x \approx -1.6$

b. $f(x) = 0$.

$f(x) = 0$ pour $x \approx -1.5$ et $x \approx 3.5$

5) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq -3$.

Par lecture graphique on trouve $S = [-3\,;\,-0.7] \cup [2.7\,;\,4]$

6) Dresser la tableau de variation sur D .

$$\begin{array}{|c|ccccc|}
\hline
x & -3 & & 1 & & 4 \\
\hline
 & 10 & & & & 3 \\
f(x) & & \searrow & & \nearrow & \\
 & & & -6 & & \\
\hline
\end{array}$$

Partie B

On sait maintenant, en plus, que f est définie par $f(x) = x^2 - 2x - 5$.

1) Déterminer les images de -1, 0 et $\sqrt{2}$.

On a :

$$\begin{array}{rcl}
f(-1) & = & (-1)^2 - 2 \times (-1) - 5 = -2 \\
f(0) & = & 0^2 - 2 \times 0 - 5 = -5 \\
f(\sqrt{2}) & = & (\sqrt{2})^2 - 2 \times \sqrt{2} - 5 \\
 & = & 2 - 2 \times \sqrt{2} - 5 \\
 & = & -3 - 2\sqrt{2}
\end{array}$$

2 Montrer que $f(x) = (x-1)^2 - 6$.

$$\begin{array}{rcl}
(x-1)^2 - 6 & = & x^2 - 2x \times 1 + 1^2 - 6 \\
 & = & x^2 - 2x - 5 \\
 & = & f(x)
\end{array}$$

2) Déterminer les éventuels antécédents de 0 ; 5 et -5. On donnera les solutions exactes.

Il faut résoudre $f(x) = 0$:

$$\begin{array}{rcl}
f(x) & = & 0 \\
(x-1)^2 - 6 & = & 0 \\
(x-1)^2 - (\sqrt{6})^2 & = & 0 \\
(x - 1 - \sqrt{6})(x - 1 + \sqrt{6}) & = & 0
\end{array}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $1 + \sqrt{6} \in D$ et $1 - \sqrt{6} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1 + \sqrt{6}\,;\,1 - \sqrt{6}\}$

Il faut résoudre $f(x) = 5$:

$$\begin{array}{rcl}
f(x) & = & 5 \\
(x-1)^2 - 6 & = & 5 \\
(x-1)^2 - 11 & = & 0 \\
(x-1)^2 - (\sqrt{11})^2 & = & 0 \\
(x - 1 - \sqrt{11})(x - 1 + \sqrt{11}) & = & 0
\end{array}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $1 + \sqrt{11} \notin D$ et $1 - \sqrt{11} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1 - \sqrt{11}\}$