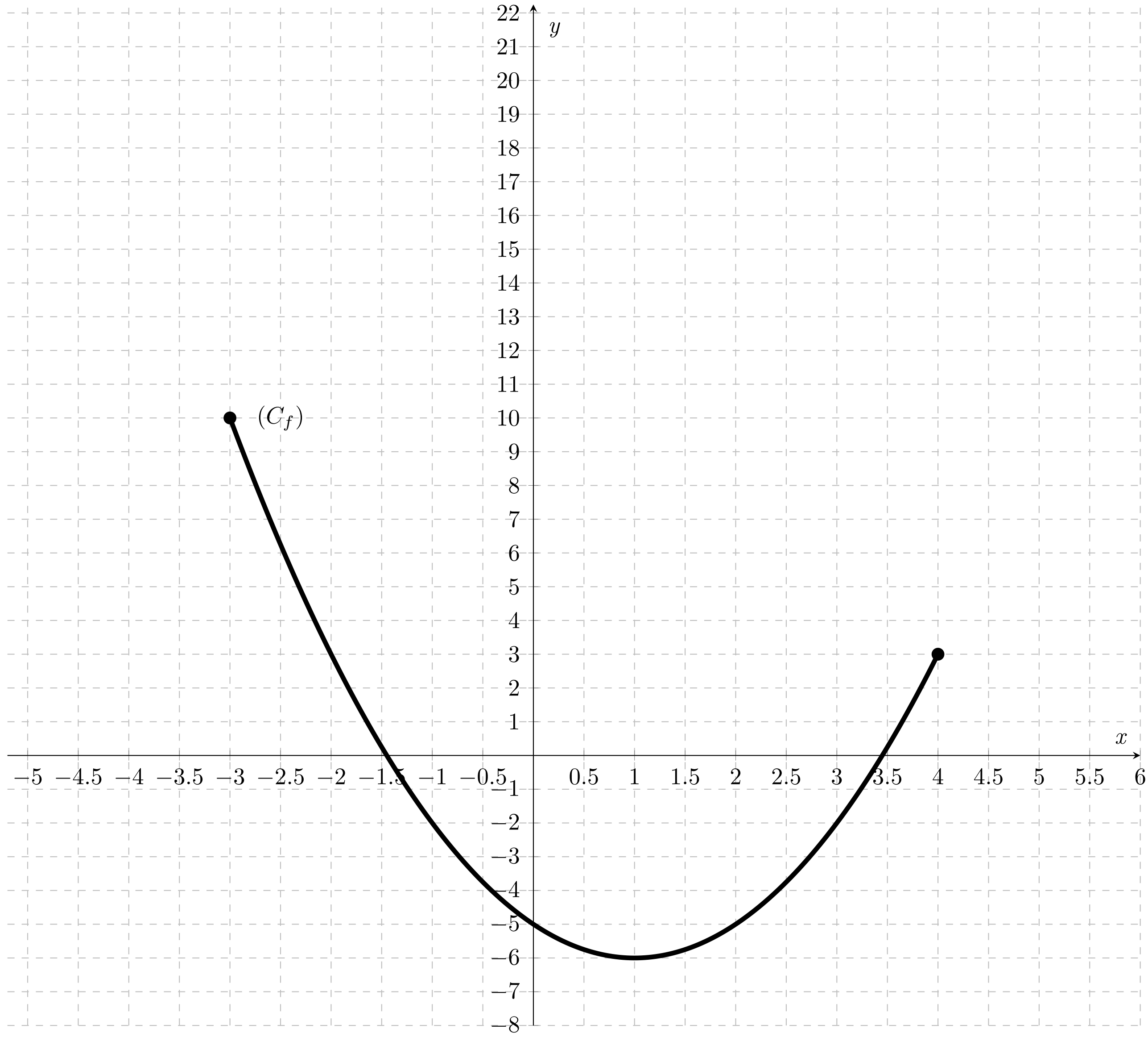
EXERCICE 1 (Tous les résultats doivent être justifiés)



On considère (C_f) la courbe représentative d'une fonction f dans un repère.

Partie A

1) *Déterminer son ensemble de définition D .*

SOLUTION :

L'ensemble de définition est $D = [\boxed{-3}\boxed{\textbf{xA}} ; \boxed{4}\boxed{\textbf{xB}}]$. **[poids = 5 %]**

2) *Déterminer le maximum et le minimum sur D .*

SOLUTION :

Le maximum de f sur D est $\boxed{10}\boxed{\textbf{ymaxpAq2}}$ **[poids = 5 %]** Le minimum de f sur D est $\boxed{-6}\boxed{\textbf{yminpAq2}}$. **[poids = 5 %]**

3) a. *Quelle est l'image de 0 ?*

SOLUTION :

L'image de 0 est $f(0) = \boxed{-5}\boxed{\textbf{ypAq3a}}$. **[poids = 5 %]**

b. *Quels sont les antécédents de 2 ?*

SOLUTION :
Les antécédents de $\boxed{2}$ **ypAq3b2ant** sont (valeurs approchées) $\boxed{-1.8}$ **xpAq3bsol1** et $\boxed{3.7}$ **xpAq3bsol2**
[poids = 5 %]

4) *Résoudre graphiquement les équations*

a. $f(x) = 1$

SOLUTION :
$f(x) = \boxed{1}$ **ypAq4a1ant** $\boxed{\text{pour } x \approx 3.6 \text{ et } x \approx -1.6}$ **ques4aSol** **[poids = 5 %]**

b. $f(x) = 0$.

SOLUTION :
$f(x) = \boxed{0}$ **ypAq4a0ant** $\boxed{\text{pour}}$ **quespA4bSol** $x \approx -1.5$ et $x \approx 3.5$ **[poids = 5 %]**

5) *Résoudre graphiquement l'inéquation* $f(x) \geq \boxed{-3}$ **ypAq5**.

SOLUTION :
Par lecture graphique on trouve $S = \boxed{[-3\,;\,-0.7] \cup [2.7\,;\,4]}$ **ques5solS** **[poids = 5 %]**

6) *Dresser la tableau de variation sur D .*

SOLUTION :

x	$\boxed{-3}$ **xA**		$\boxed{1}$ **x0**		$\boxed{4}$ **xB**
$f(x)$	$\boxed{10}$ **yA**	$\boxed{\searrow}$ **varGpAq6**	$\boxed{-6}$ **y0**	$\boxed{\nearrow}$ **varDpAq6**	$\boxed{3}$ **yB**

[poids = 10 %]

Partie B

On sait maintenant, en plus, que f est définie par $f(x) = \boxed{x^2 - 2x - 5}$ **fdev**.

1) *Déterminer les images de* 0, -1 *et* $\sqrt{2}$.

SOLUTION :
On a :

$$f(0) = \boxed{0^2 - 2\times 0 - 5 = -5}\ \textbf{f0pBq1}$$
$$f(-1) = \boxed{(-1)^2 - 2\times(-1) - 5 = -2}\ \textbf{fm1pBq1}$$
$$f(\sqrt{2}) = \boxed{(\sqrt{2})^2 - 2\times\sqrt{2} - 5 = 2 - 2\times\sqrt{2} - 5 = -3 - 2\sqrt{2}}\ \textbf{fm1pBq1}$$

[poids = 15 %]

2) *Montrer que* $f(x) = (x-1)^2 - 6$.

SOLUTION :

$$\begin{array}{rcl} \boxed{(x-1)^2 - 6}\boxed{\textbf{fcan}} & = & \boxed{x^2 - 2x \times 1 + 1^2 - 6}\boxed{\textbf{formecanpBq2et1}} \\ & = & \boxed{x^2 - 2x - 5}\boxed{\textbf{formecanpBq2et2}} \\ & = & f(x) \end{array}$$

[poids = 10 %]

3) *Déterminer les éventuels antécédents de* $\boxed{0}$ $\boxed{\textbf{ypBq3deuxant}}$ *et* $\boxed{5}$ $\boxed{\textbf{ypBq3unant}}$. *On donnera les solutions exactes.*

SOLUTION :

Il faut résoudre $f(x) = \boxed{0}$ $\boxed{\textbf{ypBq3deuxant}}$:

$$\boxed{\begin{array}{lcl} f(x) & = & 0 \\ (x-1)^2 - 6 & = & 0 \\ (x-1)^2 - (\sqrt{6})^2 & = & 0 \\ (x-1-\sqrt{6})(x-1+\sqrt{6}) & = & 0 \end{array}}\boxed{\textbf{quespBq3sol2ant}}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $\boxed{1+\sqrt{6} \in D}$ $\boxed{\textbf{x1deuxant}}$ et $\boxed{1-\sqrt{6} \in D}$ $\boxed{\textbf{x2deuxant}}$, on a l'ensemble des solutions $S = \boxed{\{1+\sqrt{6}\,;\,1-\sqrt{6}\}}$ $\boxed{\textbf{ensSdeuxant}}$ **[poids = 10 %]**

Il faut résoudre $f(x) = \boxed{5}$ $\boxed{\textbf{ypBq3unant}}$:

$$\boxed{\begin{array}{lcl} f(x) & = & 5 \\ (x-1)^2 - 6 & = & 5 \\ (x-1)^2 - 11 & = & 0 \\ (x-1)^2 - (\sqrt{11})^2 & = & 0 \\ (x-1-\sqrt{11})(x-1+\sqrt{11}) & = & 0 \end{array}}\boxed{\textbf{quespBq3sol1ant}}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $\boxed{1+\sqrt{11} \notin D}$ $\boxed{\textbf{x1unant}}$ et $\boxed{1-\sqrt{11} \in D}$ $\boxed{\textbf{x2unant}}$, on a l'ensemble des solutions $S = \boxed{\{1-\sqrt{11}\}}$ $\boxed{\textbf{ensSunant}}$ **[poids = 15 %]**