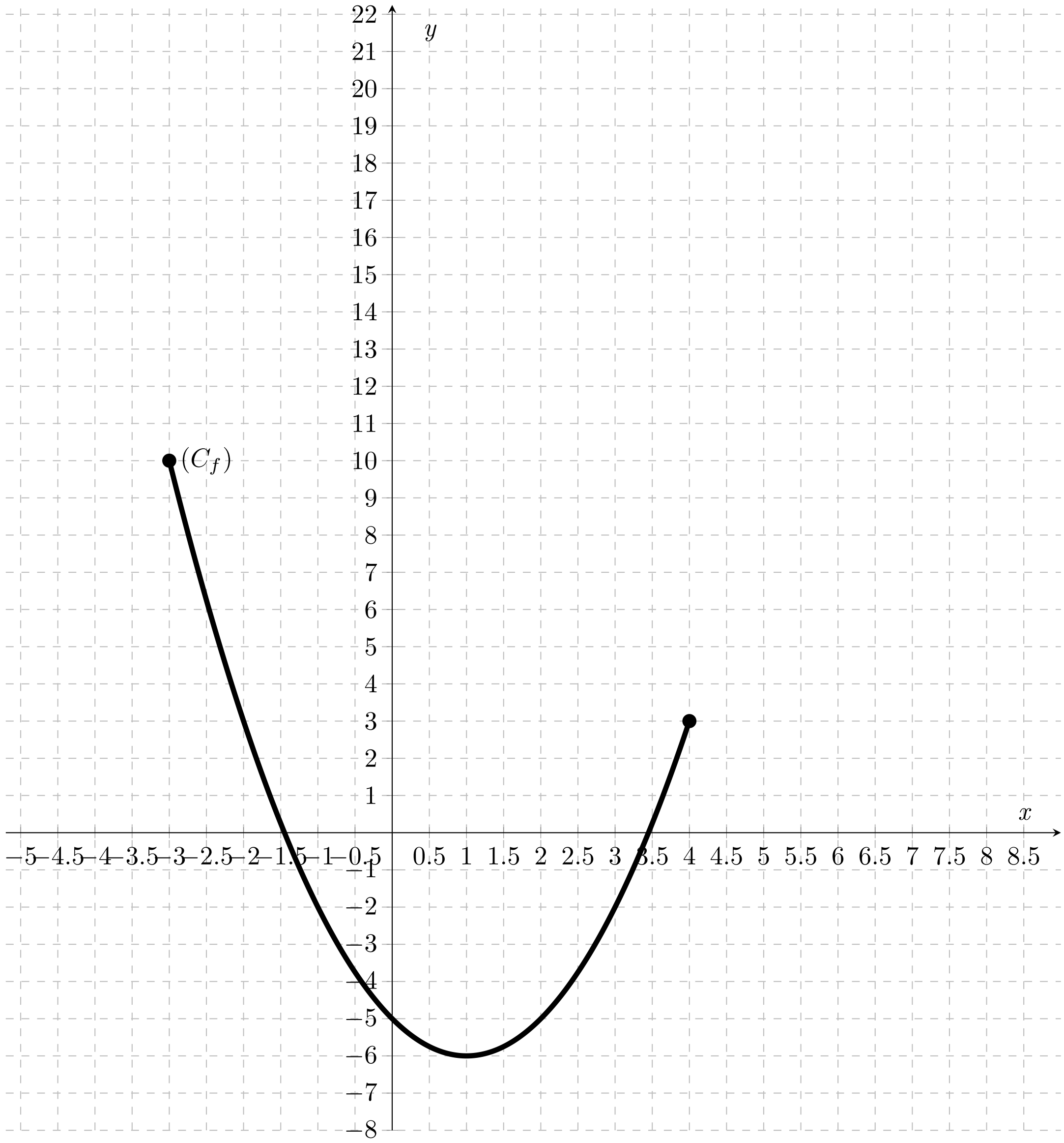
EXERCICE 1 (Tous les résultats doivent être justifiés)



On considère (C_f) la courbe représentative d'une fonction f dans un repère.

Partie A

1) Déterminer son ensemble de définition D . L'ensemble de définition est $D = [-3\,;\,4]$.

2) Déterminer le maximum et le minimum sur D . Le maximum de f sur D est 10
Le minimum de f sur D est -6.

3) **a.** Quelle est l'image de 0 ? L'image de 0 est $f(0) = -5$.

b. Quels sont les antécédents de 2 ? Les antécédents de 2 sont (valeurs approchées) -1.8 et 3.7

4) Résoudre graphiquement les équations

a. $f(x) = 1$ $f(x) = 1$ pour $x \approx 3.6$ et $x \approx -1.6$

b. $f(x) = 0$. $f(x) = 0$ pour $x \approx -1.5$ et $x \approx 3.5$

5) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq -3$. Par lecture graphique on trouve $S = [-3\,;\,-0.7] \cup [2.7\,;\,4]$

6) Dresser la tableau de variation sur D .

x	-3	1	4
$f(x)$	10 ↘	-6	↗ 3

Partie B

On sait maintenant, en plus, que f est définie par $f(x) = x^2 - 2x - 5$.

1) Déterminer les images de -1, 0 et $\sqrt{2}$. On a :

$$\begin{array}{rcl} f(-1) & = & (-1)^2 - 2 \times (-1) - 5 = -2 \\ f(0) & = & 0^2 - 2 \times 0 - 5 = -5 \\ f(\sqrt{2}) & = & (\sqrt{2})^2 - 2 \times \sqrt{2} - 5 \\ & = & 2 - 2 \times \sqrt{2} - 5 \\ & = & -3 - 2\sqrt{2} \end{array}$$

2 Montrer que $f(x) = (x-1)^2 - 6$.

$$\begin{array}{rcl} (x-1)^2 - 6 & = & x^2 - 2x \times 1 + 1^2 - 6 \\ & = & x^2 - 2x - 5 \\ & = & f(x) \end{array}$$

2) Déterminer les éventuels antécédents de 0 ; 5 et -5. On donnera les solutions exactes. Il faut résoudre $f(x) = 0$:

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & 0 \\ (x-1)^2 - 6 & = & 0 \\ (x-1)^2 - (\sqrt{6})^2 & = & 0 \\ (x - 1 - \sqrt{6})(x - 1 + \sqrt{6}) & = & 0 \end{array}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $1 + \sqrt{6} \in D$ et $1 - \sqrt{6} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1 + \sqrt{6}\,;\, 1 - \sqrt{6}\}$

Il faut résoudre $f(x) = 5$:

$$\begin{array}{rcl} f(x) & = & 5 \\ (x-1)^2 - 6 & = & 5 \\ (x-1)^2 - 11 & = & 0 \\ (x-1)^2 - (\sqrt{11})^2 & = & 0 \\ (x - 1 - \sqrt{11})(x - 1 + \sqrt{11}) & = & 0 \end{array}$$

Donc (propriété équation-produit), comme $1 + \sqrt{11} \notin D$ et $1 - \sqrt{11} \in D$, on a l'ensemble des solutions $S = \{1 - \sqrt{11}\}$