Øving 1 - Måleusikkerhet

Oppgave 1:

a) $\hat{\mu} = m_x = 20{,}485$

$\hat{\sigma} = 0{,}106 \qquad \sigma^2 = 0{,}0113$

95% Konfidentintervall: $[\bar{x} - 1{,}96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1{,}96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$

$z_p = 1{,}96$, hvis μ og σ er virkelig $\Rightarrow x \in [20{,}44 , 20{,}53]$

ved estimert:

$t_p = 2{,}086 \qquad x_{n+1} \in m_x \pm t_p \, s_x / \sqrt{n}$

$s_x = 0{,}109 \qquad x_{n+1} \in [20{,}43 , 20{,}54]$

b) Et estimat for standardavvik er gitt av målepunkter

$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu_x)^2}$ der μ_x er den virkelige middelverdien

Hvis vi ikke kjenner den virkelige middelverdien bruker vi m_x med:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - m_x)^2} = 0{,}109$$

c) Med 95% sannsynlighet ligger neste målepunkt innenfor konf. intervallet $[20{,}25 , 20{,}72]$

fra $T \in m_T \pm t_p S_T \sqrt{1 + \frac{1}{n}}$

Oppgave 2

a) Vi estimere forventningsverdi og std-avvik

$\hat{\mu} = m_x = 20,33$

$\hat{\sigma} = S_x = 0,098$

$\mu_x \in m_x \pm t_p \frac{S_x}{\sqrt{n}}$ (t_p → 2,1) $\Rightarrow \mu_x \in 20,33 \pm 0,046$

$\mu_x \in [20,284 , 20,376]$

b) De er overlappende, så vi ser ingen signifikant forskjell

c) Kun 10 første målingene:

$\hat{\mu} = 20,38$

$S_x = 0,0788$

$\mu_x \in 20,38 \pm 2,3 \cdot \frac{0,0788}{\sqrt{10}} = 20,38 \pm 0,057$

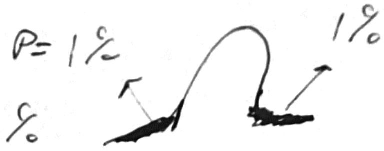
$= [20,323 , 20,437]$

De overlapper her svært lite (0,003), og kan dermed ikke konkludere at de er signifikant like.

Oppgave 3

a) $R = 1k\Omega \pm 1\%$

$\mu_x \in [990, 1010]$



med en uniform fordeling på ± 1%

99% Kofidensintervall

$$\sigma^2 = \frac{(1010-990)^2}{12} = 33{,}33 \Rightarrow \sigma = \sqrt{33{,}33} = \underline{5{,}77}$$

b)

Relative std. avvik: $\sigma_R = \frac{5{,}77}{1000} \cdot 100\%$

$\approx 0.6\%$

c)

TWO $N(\mu, \sigma) \Rightarrow N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1 + \sigma_2)$

$\Rightarrow$ relativ standardavvik

Sannsynlighetsfordelingen blir nå lik den i a, men med et større std. avvik

$\rightarrow$ Irwin-hall fordeling

Hvis vi antar at disse to variablene er uavhengige av hverandre

D) Det relative std. avviket blir da

Antar $R = 500\Omega \pm 1\%$ $\mu_x \in [495, 505]$

$\sigma^2 = \frac{(505-495)^2}{12} = 8{,}3$ $\sigma = 2{,}88$

$\sigma_{x+y} = 2{,}88 + 2{,}88 = 5{,}77$

$\sigma_R = \frac{5{,}77}{1000} = 0{,}6\%$