Algoritmos e Lógica de Programação

80 horas // 4 h/semana

Expressões matemáticas e lógicas. Tipo de dados

Aula 03

Prof. Piva

Expressões matemáticas...

- As expressões matemáticas (e lógicas) como conhecemos e utilizamos, não podem ser implementadas no computador no formato que conhecemos.
- Elas devem sofrer um processo conhecido como linearização. Além disso, existe um conjunto de operações matemáticas que deve ser implementado para possibilitar que instruções gráficas, como raiz quadrada, possam ser devidamente utilizadas. A maioria dessas operações será implementada como funções.

Linearização

Uma expressão matemática convencional:

$$x = \frac{3y}{5y + 7} + 2y$$

A mesma expressão linearizada:

$$x \leftarrow ((3*y)/(5*y+7))+(2*y)$$

Operadores matemáticos...

TABELA 3.1: Principais operadores matemáticos em linguagem algorítmica

Operações	Operador	Exemplo
Adição	+	a + b (a mais b)
Subtração	-	a – b (a menos b)
Multiplicação	*	a * b (a vezes b)
Divisão	/	a / b (a dividido por b)

Linearização...

Vamos ver mais um exemplo para fixar:

$$y = \frac{x + 3b}{2x + c}$$

Essa mesma expressão linearizada, ficaria da seguinte forma:

$$y \leftarrow (x + 3 * b) / (2 * x + c)$$

Mais operadores matemáticos...

TABELA 3.2: Operadores e funções para operações matemáticas mais complexas em linguagem algorítmica

Operações	Operador	Exemplo
Exponenciação	^	a ^ b (a elevado a b)
Divisão Inteira	\	a \ b (valor inteiro resultante da divisão de a por b)
Módulo (resto da divisão)	%	a % b (resto da divisão de a por b)
Inversão de Sinal	-	a / b (-(-a) resulta em a)
Operações	Funções	Explicação
Raiz quadrada	Raizq(x)	Raiz quadrada de x.
Exponenciação	Exp(x,y)	x elevado a y.
Valor absoluto (sem sinal)	Abs(x)	Valor absoluto de x.
Arco Co-seno	ArcCos(x)	Retorna o ângulo (em radianos) cujo cosseno é

Mais linearização....

(1)
$$y = \frac{a^2 + \sqrt{3b}}{5x^3} \qquad (2)$$

$$x = y + \sqrt{\frac{2b}{a+b}}$$

Linearizando a primeira expressão, ela ficaria da seguinte forma:

$$y \leftarrow (quad(a) + raizq(3 * b)) / (5 * exp(b, 3))$$

Linearizando a segunda expressão, ela ficaria da seguinte forma:

$$X \leftarrow y + \text{raizq}((2 * b) / (a + b))$$

Operadores relacionais...

TABELA 3.3: Operadores relacionais em linguagem algorítmica

Operações	Operador	Exemplo
Igual	=	a = b (a é igual a b?)
diferente	<>	a ‹› b (a é diferente de b?)
Maior que	>	a > b (a é maior que b?)
Menor que	<	a < b (a é menor que b?)
Maior ou igual que	>=	a >= b (a é maior ou igual a b?)
Menor ou igual que	<=	a <= b (a é menor ou igual a b?)

Operadores lógicos...

TABELA 3.4: Operadores lógicos em linguagem algorítmica

Operadores	Significado	
nao	Operador unário de negação. Tem a maior precedência entre os operadores lógicos.	
	nao VERDADEIRO = FALSO, e nao FALSO = VERDADEIRO.	
ou	Operador que resulta VERDADEIRO quando um dos seus operandos lógicos for verdadeiro.	
е	Operador que resulta VERDADEIRO somente se seus dois operandos lógicos forem verdadeiros.	
xou	Operador que resulta VERDADEIRO se seus dois operandos lógicos forem diferentes, e FALSO se forem iguais.	

Operadores lógicos...

TABELA 3.6: Tabela Verdade do operador "E"

A	В	S = A e B
Falso	Falso	Falso
Falso	Verdadeiro	Falso
Verdadeiro	Falso	Falso
Verdadeiro	Verdadeiro	Verdadeiro

TABELA 3.7: Tabela Verdade do operador "OU"

A	В	S = A ou B
Falso	Falso	Falso
Falso	Verdadeiro	Verdadeiro
Verdadeiro	Falso	Verdadeiro
Verdadeiro	Verdadeiro	Verdadeiro

Prioridades – Operadores Lógicos

não e ou

Prioridades – Todos os Operadores...

Parênteses mais internos
Funções matemáticas
Operadores aritméticos
Operadores relacionais
Operadores lógicos

- 1) Indique o resultado das seguintes expressões:
 - a) 2 > 3
 - b) (6 < 8) OR (3 > 7)
 - c) (((10 DIV 2) MOD 6) > 5) XOR (3 < (2 MOD 2))
 - d) NOT (2 < 3)

2) Escreva o comando de atribuição e resolva a expressão das seguintes expressões matemáticas (implemente o comando de atribuição em todas as linguagens vistas: VisuAlg, Pascal, C, Java e PHP).

a)
$$X = \frac{A + \frac{B}{C}}{D - \frac{E}{F}}$$
 onde A= 2, B= 6, C = 3, D=4, E=8, F=4

b)
$$Y = \frac{2X^2 - 3X^{(X+1)}}{2} + \frac{\sqrt{X+1}}{X}$$
 onde $X = 2$

3) Construa o algoritmo que calcule as seguintes expressões:

b)
$$[(2*3)^2 - 1]^4$$

c)
$$(2 + [2*3 - (4/20)^2])/(10*{[(7*3) - 2]^3})$$

4) Escreva os comandos de atribuição (em todas as linguagens vistas) para as seguintes expressões matemáticas linearização.

a)
$$X = \frac{\sqrt{2B - 4A + 2F^{-3}}}{3 - 2A}$$

b)
$$Y = 2H - \left[\frac{45}{3X} - 4H(3-H) \right]^{2H}$$

TIPO DE DADOS

Tipo de dados...

- Pensando em termos de dados utilizados nos programas, ou seja, valores, letras, nomes que servirão de "entrada" ou "matéria-prima" para realizarmos as tarefas/ações planejadas em nosso algoritmo/programa, deveremos levar em consideração o tamanho e as características de cada um.
- Dependendo de seu valor ou variedade desse dado, uma quantidade maior ou menor de memoria devera ser alocada para guarda-lo.
- A essa quantidade de memoria reservada previamente, e devidamente rotulada com um nome, chamamos de variável.

Tipos Básicos...

- Inteiro
 - **■** 654, -4567, 89, 3700, 0, -1
- Real
 - **876.90** , 1.5 , 36548987.99876
- Caracter
 - 0..9 / A..Z / a..z
 - Caracteres especiais: #,/, %, *,? ...
- Lógico
 - Verdadeiro ou Falso

Variáveis... Regras para nomes de identificadores

- a) devem começar com um caractere alfabético;
- b) podem ser seguidas por mais caracteres alfabéticos e/ou numéricos;
- c) e permitido o uso do caractere especial 'sublinha' (_);
- d) não e permitido o uso de outros caracteres especiais.

Exemplos de identificadores

Não permitidos	1ABC, EF*GH, DT ANIVER
Permitidos	X, NOME, A12, SAL1
Aconselháveis	nome, salarioLiquido, variavel1

Variáveis... Regras para nomes de identificadores

■ Padrões de Projetos:

Pelos padrões de projeto (*design patterns*), as variáveis devem ser escritas em letras minúsculas. Caso exista a necessidade de expressá-las em 2 ou mais palavras, estas, a partir da 2ª devem ter sua primeira letra escrita em maiúscula. Exemplos: dataDeNascimento ou salarioBruto.

Valores	VISUALG
127	
"Z"	
Falso	
0.556789075	
-456	
"Algoritmo"	

(MANZANO; OLIVEIRA, 2000 - pág. 35) Indique com um X quais dos dados abaixo são do tipo Inteiro.

```
( ) 1000
 ) "0"
( ) "-900"
( ).Verdadeiro.
( )-456
()34
( ) "Casa 8"
( ).Falso.
  ) -1.56
```

(MANZANO; OLIVEIRA, 2000 - pág. 35) Indique com um X quais dos dados abaixo são do tipo Real.

```
( )-6.78
```

- () "0.87"
- () "-9.12"
- ().Verdadeiro.
- ()-456
- ()-99.8
- () "Cinco"
- () 45.8976
- ().Falso.
- ()-1.56

) 1.56

(MANZANO; OLIVEIRA, 2000 - pág. 35) Indique com um X quais dos dados abaixo são do tipo Literal (Caractere). () 678 () "0.87" () "-9.12" () "Verdadeiro" ()-456()-99.8() "Cinco" () 45.8976 ().Falso.

(MANZANO; OLIVEIRA, 2000 - pág. 36) Indique com um X quais dos dados abaixo são do tipo Lógico.

- () -678 () "0.87"
- () "-9.12"
- ().Verdadeiro.
- ()-456
- () .V.
- () "Cinco"
- ().Falso.
- () .F.
- ()-1.56

(MANZANO; OLIVEIRA, 2000 - pág. 36): Assinale com X os nomes válidos para uma variável.) ENDERECO) 21 BRASIL () FONE\$COM () NOMEUSUÁRIO () NOME USUÁRIO) NOME*USUÁRIO) END*A-6) CIDADE3) #CABEC

(FORBELLONE; EBERSPÄCHER, 2000 - pág. 18) Assinale os identificadores válidos:

- a) ()(X)
- b) () U2
- c) () AH!
- d) () "ALUNO"
- e) ()#55
- f) () KM/L
- g) () UYT
- h) () ASDRUBAL

- i) () AB*C
- j)() 0&0
- I) () P{0}
- m) () B52
- n) () Rua
- o) () CEP
- p) () dia/mês

(FORBELLONE; EBERSPÄCHER, 2000 - pág. 18) Supondo que as variáveis NB, NA, Nmat, SX sejam utilizadas para armazenar a nota do aluno, o nome do aluno, o número da matrícula e o sexo, declare-as corretamente, associando o tipo primitivo adequado ao dado que será armazenado.

(FORBELLONE; EBERSPÄCHER, 2000 - pág. 18) Encontre os erros da seguinte declaração de variáveis:

inteiro: Endereço, NFilhos;

caracter: Idade, X;

real: XPTO, C, Peso, R\$;

lógico: Lâmpada, C;

(FORBELLONE; EBERSPÄCHER, 2000 - pág. 25) Determine os resultados obtidos na avaliação das expressões lógicas seguintes, sabendo que A, B, C contêm, respectivamente, 2, 7, 3,5, e que existe uma variável lógica L cujo valor é falsidade (F).

- a) B = A * C e (L ou V)
- **b)** B > A **ou** B = pot(A, A)
- c) L e B div A >= C ou não A <= C
- d) não L ou V e rad(A + B) >= C
- e) B / A = C ou B / A <> C
- f) L ou pot (B, A) \leq C * 10 + A * B

VAMOS PARA A PRÁTICA ?!!!



Python: Tipos Básicos

Python como calculadora

- O Interpretador python pode ser usado como calculadora
- Por exemplo, as quatro operações aritméticas são denotadas pelos símbolos
 - + adição
 - subtração
 - * multiplicação
 - / divisão

Python como calculadora

```
>>> 10
10
>>> # Um comentário é precedido do caractere "#"
... # Comentários são ignorados pelo interpretador
... 10+5
15
>>> 10-15 # Comentários podem aparecer também após código
-5
>>> 10*3
30
>>> 10/3
3
>>> 10/-3 # Divisão inteira retorna o piso
-4
>>> 10%3 # Resto de divisão inteira simbolizado por %
1
```

Tipos de dados

- São categorias de valores que são processados de forma semelhante
- Por exemplo, números inteiros são processados de forma diferente dos números de ponto flutuante (decimais) e dos números complexos
- Tipos primitivos: são aqueles já embutidos no núcleo da linguagem
 - Simples: números (int, long, float, complex) e cadeias de caracteres (strings)
 - Compostos: listas, dicionários, tuplas e conjuntos
- Tipos definidos pelo usuário: são correspondentes a classes (orientação objeto)

Variáveis

- São nomes dados a áreas de memória
 - Nomes podem ser compostos de algarismos, letras ou _
 - O primeiro caractere não pode ser um algarismo
 - Palavras reservadas (if, while, etc) são proibidas
- Servem para:
 - Guardar valores intermediários
 - Construir estruturas de dados
- Uma variável é modificada usando o comando de atribuição:

É possível também atribuir a várias variáveis simultaneamente:

$$var1, var2, ..., varN = expr1, expr2, ..., exprN$$

Variáveis

```
>>> a=1
>>> a
>>> a=2*a
>>> a
2
>>> a,b=3*a,a
>>> a,b
(6,2)
>>> a,b=b,a
>>> a,b
(2,6)
```

Variáveis

- Variáveis são criadas dinamicamente e destruídas quando não mais necessárias, por exemplo, quando saem fora de escopo (veremos isso mais tarde)
- O tipo de uma variável muda conforme o valor atribuído, i.e., int, float, string, etc.
 - Não confundir com linguagens sem tipo

Ex.:

```
>>> a ="1"
>>> b = 1
>>> a+b
Traceback (most recent call last):
File "<stdin>", line 1, in ?
TypeError: cannot concatenate 'str' and 'int' objects
```

Números

- Há vários tipos numéricos que se pode usar em python
 - Int: números inteiros de *precisão fixa*
 - **1** , 2 , 15 , -19
 - Long: números inteiros de precisão arbitrária
 - 1L, 10000L, -9999999L
 - Floats: números racionais de precisão variável
 - 1.0, 10.5, -19000.00005, 15e-5
 - Complex: números complexos
 - 1+1j, 20j, 1000+100J

Números inteiros

- Os ints têm precisão fixa ocupando tipicamente uma palavra de memória
 - Em PC's são tipicamente representados com 32 bits (de -2³¹-1 a 2³²)
- Os números inteiros de precisão arbitrária (longs) são armazenados em tantas palavras quanto necessário
 - Constantes do tipo long têm o sufixo L ou l
 - Longs são manipulados bem mais lentamente que ints
 - Quando necessário, cálculos usando ints são convertidos para longs

Números inteiros

```
>>> a=2**30 # Potenciação
```

>>> a

1073741824

>>> b=a*1000

>>> b

1073741824000L

>>> b/1000

1073741824L

Números inteiros

- Constantes podem ser escritas com notação idêntica à usada em C
 - Hexadecimal: preceder dígitos de 0x
 - Octal: preceder dígitos de 0
 - **Ex.:**

```
>>> 022
18
>>> 0x10
16
>>> 0x1f
31
```

Números de ponto flutuante

- São implementados como os double's da linguagem C tipicamente usam 2 palavras
- Constantes têm que possuir um ponto decimal ou serem escritas em notação científica com a letra "e" (ou "E") precedendo a potência de 10

Ex:

```
>>> 10 # inteiro
10
>>> 10.0 # ponto flutuante
10.0
>>> 99e3
99000.0
>>> 99e-3
0.0990000000000005
```

Números complexos

- Representados com dois números de ponto flutuante: um para a parte real e outro para a parte imaginária
- Constantes são escritas como uma soma sendo que a parte imaginária tem o sufixo j ou J

Ex.:

```
>>> 1+2j
(1+2j)
>>> 1+2j*3
(1+6j)
>>> (1+2j)*3
(3+6j)
>>> (1+2j)*3j
(-6+3j)
```

- São cadeias de caracteres
- Constituem outro tipo fundamental do python
- Constantes string são escritas usando aspas simples ou duplas
 - Ex.: "a" ou 'a'
- O operador "+" pode ser usado para concatenar strings
 - Ex.: "a"+"b" é o mesmo que "ab"
- O operador "*" pode ser usado para repetir strings
 - Ex.: "a"*10 é o mesmo que "aaaaaaaaa"

- Python usa a tabela de caracteres default do S.O.
 - Ex.: ASCII, UTF-8
- Caracteres não imprimíveis podem ser expressos usando notação "barra-invertida" (\)
 - \n é o mesmo que *new line*
 - \r é o mesmo que *carriage return*
 - \t é o mesmo que tab
 - \b é o mesmo que *backspace*
 - \\ é o mesmo que \
 - x41 é o mesmo que o caractere cujo código hexadecimal é 41 ("A" maiúsculo)

```
>>> "ab\rd"
'ab\rd'
>>> print ("ab\rd") # print exibe chars não imprimíveis
db
>>> print ("abc\td")
abc d
>>> print ("abc\nd")
abc
d
>>> print ("abc\\nd")
abc\nd
>>> print ("ab\bc")
ac
>>> print ("\x41\xA1")
Αí
```

- A notação barra-invertida (\) pode ser desabilitada desde que a constante string seja precedida por um r (erre minúsculo)
 - São chamadas strings raw (cruas)
 - **Ex.**:

```
>>> print ("abc\ncd\tef")
abc
cd ef
>>> print (r"abc\ncd\tef")
abc\ncd\tef
```

 Constantes string podem ser escritas com várias linhas desde que as aspas não sejam fechadas e que cada linha termine com uma barra invertida

Ex.:

```
>>> print ("abcd\n\)
... efgh\n\
... ijk"
abcd
efgh
ijk
>>> print ("abcd\)
... efgh\
... ijk"
abcdefghijk
>>>
```

 Também é possível escrever constantes string em várias linhas incluindo as quebras de linha usando três aspas como delimitadores

Ex.:

```
>>> print ("""
Um tigre
dois tigres
três tigres""")
Um tigre
dois tigres
três tigres
>>> print ('"abcd
efgh'")
abcd
efgh
```

Strings – Índices

- Endereçam caracteres individuais de uma string
 - Notação: string[índice]
 - O primeiro caractere tem índice 0
 - O último caractere tem índice -1
 - **Ex.**:

```
>>> a = "abcde"
>>> a[0]
'a'
>>> a[-1]
'e'
```

Strings – Fatias (slices)

- Notação para separar trechos de uma string
 - Notação: string[índice1:índice2]
 - Retorna os caracteres desde o de índice1 (inclusive) até o de índice2 (exclusive)
 - Se o primeiro índice é omitido, é assumido 0
 - Se o último índice é omitido, é assumido o fim da string

Strings – Fatias (slices)

```
>>> a
'abcde'
>>> a[0:2]
'ab'
>>> a [2:]
'cde'
>>> a[:]
'abcde'
>>> a[-1:]
'e'
>>> a[:-1]
'abcd'
```

- Também chamadas expressões lógicas
- Resultam em verdadeiro (True) ou falso (False)
- São usadas em comandos condicionais e de repetição
- Servem para analisar o estado de uma computação e permitir escolher o próximo passo
- Operadores mais usados
 - Relacionais: > , < , ==, !=, >=, <=</p>
 - Booleanos: and, or, not
- Avaliação feita em "Curto-circuito"
 - Expressão avaliada da esquerda para a direita
 - Se o resultado (verdadeiro ou falso) puder ser determinado sem avaliar o restante, este é retornado imediatamente

```
>>> 1==1
True
>>> 1==2
False
>>> 1==1 or 1==2
True
>>> 1==1 and 1==2
False
>>> 1<2 and 2<3
True
>>> not 1<2
False
>>> not 1<2 or 2<3
True
>>> not (1<2 or 2<3)
False
>>> "alo" and 1
>>> "alo" or 1
'alo'
```

- As constantes True e False são apenas símbolos convenientes
- Qualquer valor não nulo é visto como verdadeiro enquanto que 0 (ou False) é visto como falso
- O operador or retorna o primeiro operando se for vista como verdadeiro, caso contrário retorna o segundo
- O operador and retorna o primeiro operando se for vista como falso, caso contrário retorna o segundo
- Operadores relacionais são avaliados antes de not, que é avaliado antes de and, que é avaliado antes de or

```
>>> 0 or 100
100
>>> False or 100
100
>>> "abc" or 1
'abc'
>>> 1 and 2
>>> 0 and 3
>>> False and 3
False
>>> 1 and 2 or 3
>>> 0 or 2 and 3
3
>>> 1 and not 0
True
```

Funções Embutidas

- Além dos operadores, é possível usar funções para computar valores
- As funções podem ser definidas:
 - Pelo programador (veremos + tarde)
 - Em módulos da biblioteca padrão
 - Por default: são as funções embutidas (built-in)
 - Na verdade, fazem parte do módulo __builtins__, que é sempre importado em toda aplicação

Ex.:

- abs(x) retorna o valor absoluto do número x
- chr(x) retorna uma string com um único caractere cujo código
 ASCII é x
- ord(s) retorna o código ASCII do caractere s

Funções Embutidas

```
>>> abs (10)
10
>>> abs (-19)
19
>>> chr (95)
>>> chr (99)
'c'
>>> ord ('a')
97
```

Importando módulos

- Muitas funções importantes são disponibilizadas em módulos da biblioteca padrão
 - Ex.: o módulo math tem funções transcendentais como sin, cos, exp e outras
- Um módulo pode conter não só funções mas também variáveis ou classes
 - Por exemplo, o módulo math define a constante pi
- Para usar os elementos de um módulo, pode-se usar o comando import
 - Formatos:
 - import modulo
 - from modulo import nome,...,nome
 - from modulo import *

Importando módulos

Por exemplo:

- from math import *
 # importa todos os elementos do módulo math
- from math import sin# importa apenas a função sin
- import math # importa o módulo math como um todo # (todos os elementos têm que ser citados # precedidos por math.)

Importando módulos

```
>>> import math
>>> a = sin(30)
Traceback (most recent call last):
 File "<stdin>", line 1, in?
NameError: name 'sin' is not defined
>>> a = math.sin(30)
>>> from math import sin
>>> a = sin(30)
>>> print (a)
-0.988031624093
>>> a = sin(radians(30))
Traceback (most recent call last):
 File "<stdin>", line 1, in?
NameError: name 'radians' is not defined
>>> from math import *
>>> a = sin(radians(30))
>>> a
0.499999999999994
```

Explorando Módulos

```
>>> import math
>>> help(math.cos)
Help on built-in function cos in module math:

cos(...)
   cos(x)

Return the cosine of x (measured in radians).
(END)
```

Pressiona-se "q" para retornar ao interpretador.