Algoritmos e Lógica de Programação

80 horas // 4 h/semana

Expressões matemáticas e lógicas. Tipo de dados

Aula 03

Prof. Piva

Expressões matemáticas...

- As expressões matemáticas (e lógicas) como conhecemos e utilizamos, não podem ser implementadas no computador no formato que conhecemos.
- Elas devem sofrer um processo conhecido como **linearização**. Além disso, existe um conjunto de operações matemáticas que deve ser implementado para possibilitar que instruções gráficas, como raiz quadrada, possam ser devidamente utilizadas. A maioria dessas operações será implementada como funções.

Linearização

- Uma expressão matemática convencional:

$$x = \frac{3y}{5y + 7} + 2y$$

- A mesma expressão linearizada:

$$x \leftarrow ((3 * y) / (5 * y + 7)) + (2 * y)$$

Operadores matemáticos...

TABELA 3.1: Principais operadores matemáticos em linguagem algorítmica

Operações	Operador	Exemplo
Adição	+	a + b (a mais b)
Subtração	-	a – b (a menos b)
Multiplicação	*	a * b (a vezes b)
Divisão	/	a / b (a dividido por b)

Linearização...

Vamos ver mais um exemplo para fixar:

$$y = \frac{x + 3b}{2x + c}$$

Essa mesma expressão linearizada, ficaria da seguinte forma:

```
y ← ( x + 3 * b ) / ( 2 * x + c )
```

Mais operadores matemáticos...

TABELA 3.2: Operadores e funções para operações matemáticas mais complexas em linguagem algorítmica

Operações	Operador	Exemplo
Exponenciação	^	a ^ b (a elevado a b)
Divisão Inteira	\	a \ b (valor inteiro resultante da divisão de a por b)
Módulo (resto da divisão)	%	a % b (resto da divisão de a por b)
Inversão de Sinal	-	a / b (-(-a) resulta em a)
Operações	**Funções**	**Explicação**
Raiz quadrada	Raizq(x)	Raiz quadrada de x.
Exponenciação	Exp(x,y)	x elevado a y.
Valor absoluto (sem sinal)	Abs(x)	Valor absoluto de x.
Arco Co-seno	ArcCos(x)	Retorna o ângulo (em radianos) cujo cosseno é representado por x.

Mais linearização....

(1)

$$y = \frac{a^2 + \sqrt{3b}}{5x^3}$$

(2)

$$x = y + \sqrt{\frac{2b}{a+b}}$$

Linearizando a primeira expressão, ela ficaria da seguinte forma:

y ← (quad(a) + raizq(3 * b)) / (5 * exp(b, 3))

Linearizando a segunda expressão, ela ficaria da seguinte forma:

X ← y + raizq((2 * b) / (a + b))

Operadores relacionais...

TABELA 3.3: Operadores relacionais em linguagem algorítmica

Operações	Operador	Exemplo
Igual	=	a = b (a é igual a b?)
diferente	<>	a <> b (a é diferente de b?)
Maior que	>	a > b (a é maior que b?)
Menor que	<	a < b (a é menor que b?)
Maior ou igual que	>=	a >= b (a é maior ou igual a b?)
Menor ou igual que	<=	a <= b (a é menor ou igual a b?)

Operadores lógicos...

TABELA 3.4: Operadores lógicos em linguagem algorítmica

Operadores	Significado
nao	Operador unário de negação. Tem a maior precedência entre os operadores lógicos. nao VERDADEIRO = FALSO, e nao FALSO = VERDADEIRO.
ou	Operador que resulta VERDADEIRO quando um dos seus operandos lógicos for verdadeiro.
e	Operador que resulta VERDADEIRO somente se seus dois operandos lógicos forem verdadeiros.
xou	Operador que resulta VERDADEIRO se seus dois operandos lógicos forem diferentes, e FALSO se forem iguais.

Operadores lógicos...

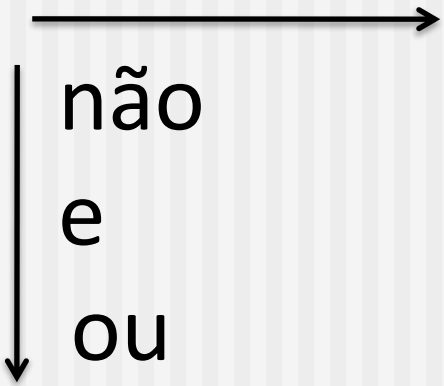
TABELA 3.6: Tabela Verdade do operador "E"

A	B	S = A e B
Falso	Falso	**Falso**
Falso	Verdadeiro	**Falso**
Verdadeiro	Falso	**Falso**
Verdadeiro	Verdadeiro	**Verdadeiro**

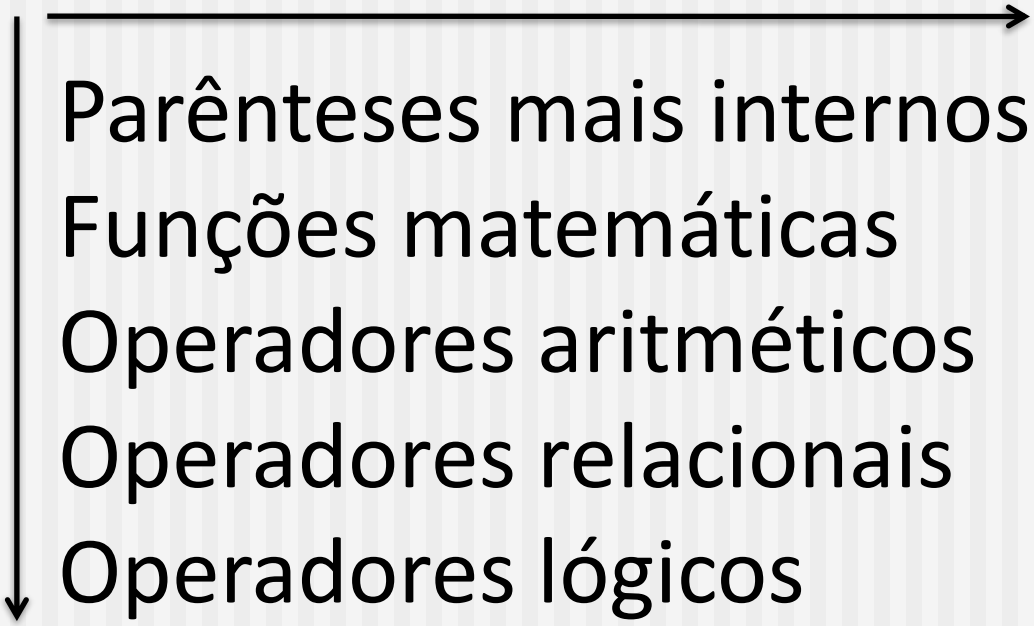
TABELA 3.7: Tabela Verdade do operador "OU"

A	B	S = A ou B
Falso	Falso	**Falso**
Falso	Verdadeiro	**Verdadeiro**
Verdadeiro	Falso	**Verdadeiro**
Verdadeiro	Verdadeiro	**Verdadeiro**

Prioridades – Operadores Lógicos



Prioridades – Todos os Operadores...



Agora é com você...

1) Indique o resultado das seguintes expressões:

a) $2 > 3$

b) $(6 < 8)$ OR $(3 > 7)$

c) $(((\ 10$ DIV $2\ )$ MOD $6\ ) > 5\ )$ XOR $(\ 3 < (\ 2$ MOD $2\ )\ )$

d) NOT $(2 < 3)$

Agora é com você...

2) Escreva o comando de atribuição e resolva a expressão das seguintes expressões matemáticas (implemente o comando de atribuição em todas as linguagens vistas: VisuAlg, Pascal, C, Java e PHP).

a) $X = \dfrac{A + \dfrac{B}{C}}{D - \dfrac{E}{F}}$ onde A= 2, B= 6, C = 3, D=4, E=8, F=4

b) $Y = \dfrac{\dfrac{2X^2 - 3X^{(X+1)}}{2} + \dfrac{\sqrt{X+1}}{X}}{2^X}$ onde X = 2

Agora é com você...

3) Construa o algoritmo que calcule as seguintes expressões:

a) $2 + 3 * \{ 23 - 12 + [\{ (123 / 34) + 10 \} / 2 - 1 * (45 - 12)] / 3 \}$

b) $[(2 * 3) \wedge 2 - 1] \wedge 4$

c) $(2 + [2 * 3 - (4 / 20) \wedge 2]) / (10 * \{ [(7 * 3) - 2] \wedge 3 \})$

Agora é com você...

4) Escreva os comandos de atribuição (em todas as linguagens vistas) para as seguintes expressões matemáticas linearização.

a) $X = \dfrac{\sqrt{2B - 4A} + 2F^{-3}}{3 - 2A}$

b) $Y = 2H - \left[\dfrac{45}{3X} - 4H(3 - H)\right]^{2H}$

TIPO DE DADOS

Tipo de dados...

- Pensando em termos de dados utilizados nos programas, ou seja, valores, letras, nomes que servirão de “entrada” ou “matéria-prima” para realizarmos as tarefas/ações planejadas em nosso algoritmo/programa, deveremos levar em consideração o tamanho e as características de cada um.
- Dependendo de seu valor ou variedade desse dado, uma quantidade maior ou menor de memoria devera ser alocada para guarda-lo.
- A essa quantidade de memoria reservada previamente, e devidamente rotulada com um nome, chamamos de **variável.**

Tipos Básicos...

- Inteiro
  - 654, -4567, 89, 3700, 0, -1
- Real
  - 876.90 , 1.5 , 36548987.99876
- Caracter
  - 0..9 / A..Z / a..z
  - Caracteres especiais: #, /, %, *, ? ...
- Lógico
  - Verdadeiro ou Falso

Variáveis...
Regras para nomes de identificadores

a) devem começar com um caractere alfabético;

b) podem ser seguidas por mais caracteres alfabéticos e/ou numéricos;

c) e permitido o uso do caractere especial 'sublinha' (_);

d) não e permitido o uso de outros caracteres especiais.

Exemplos de identificadores

Não permitidos	1ABC, EF*GH, DT ANIVER
Permitidos	X, NOME, A12, SAL1
Aconselháveis	nome, salarioLiquido, variavel1

Variáveis...
Regras para nomes de identificadores

- Padrões de Projetos:

Pelos padrões de projeto (***design patterns***), as variáveis devem ser escritas em letras minúsculas. Caso exista a necessidade de expressá-las em 2 ou mais palavras, estas, a partir da 2ª devem ter sua primeira letra escrita em maiúscula. Exemplos: dataDeNascimento ou salarioBruto.

Agora é com você...

Valores	VISUALG
127	
“Z”	
Falso	
0.556789075	
-456	
“Algoritmo”	

EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1

(MANZANO; OLIVEIRA, 2000 - pág. 35) Indique com um X quais dos dados abaixo são do tipo **Inteiro**.

( ) 1000
( ) “0”
( ) “-900”
( ) .Verdadeiro.
( ) -456
( ) 34
( ) “Casa 8”
( ) 0
( ) .Falso.
( ) -1.56

EXERCÍCIO 2

(MANZANO; OLIVEIRA, 2000 - pág. 35) Indique com um X quais dos dados abaixo são do tipo **Real**.

( ) -6.78
( ) “0.87”
( ) “-9.12”
( ) .Verdadeiro.
( ) -456
( ) -99.8
( ) “Cinco”
( ) 45.8976
( ) .Falso.
( ) -1.56

Fonte: Slides da Aula 3 do Prof. Dr. José Nelson Falavinha Junior

EXERCÍCIO 3

(MANZANO; OLIVEIRA, 2000 - pág. 35) Indique com um X quais dos dados abaixo são do tipo **Literal (Caractere)**.

( ) 678
( ) “0.87”
( ) “-9.12”
( ) “Verdadeiro”
( ) -456
( ) -99.8
( ) “Cinco”
( ) 45.8976
( ) .Falso.
( ) 1.56

EXERCÍCIO 4

(MANZANO; OLIVEIRA, 2000 - pág. 36) Indique com um X quais dos dados abaixo são do tipo **Lógico**.

( ) -678
( ) “0.87”
( ) “-9.12”
( ) .Verdadeiro.
( ) –456
( ) .V.
( ) “Cinco”
( ) .Falso.
( ) .F.
( ) -1.56

Fonte: Slides da Aula 3 do Prof. Dr. José Nelson Falavinha Junior

EXERCÍCIO 5

(MANZANO; OLIVEIRA, 2000 - pág. 36) : Assinale com X os nomes válidos para uma variável.

( ) ENDERECO
( ) 21 BRASIL
( ) FONE$COM
( ) NOMEUSUÁRIO
( ) NOME USUÁRIO
( ) NOME*USUÁRIO
( ) END*A-6
( ) CIDADE3
( ) #CABEC

EXERCÍCIO 6

(FORBELLONE; EBERSPÄCHER, 2000 - pág. 18) Assinale os identificadores válidos:

a) ( ) (X)
b) ( ) U2
c) ( ) AH!
d) ( ) “ALUNO”
e) ( ) #55
f) ( ) KM/L
g) ( ) UYT
h) ( ) ASDRUBAL
i) ( ) AB*C
j) ( ) O&O
l) ( ) P{0}
m) ( ) B52
n) ( ) Rua
o) ( ) CEP
p) ( ) dia/mês

EXERCÍCIO 7

(FORBELLONE; EBERSPÄCHER, 2000 - pág. 18) Supondo que as variáveis NB, NA, Nmat, SX sejam utilizadas para armazenar a nota do aluno, o nome do aluno, o número da matrícula e o sexo, declare-as corretamente, associando o tipo primitivo adequado ao dado que será armazenado.

EXERCÍCIO 8

(FORBELLONE; EBERSPÄCHER, 2000 - pág. 18) Encontre os erros da seguinte declaração de variáveis:

inteiro: Endereço, NFilhos;
caracter: Idade, X;
real: XPTO, C, Peso, R$;
lógico: Lâmpada, C;

EXERCÍCIO 9

(FORBELLONE; EBERSPÄCHER, 2000 - pág. 25) Determine os resultados obtidos na avaliação das expressões lógicas seguintes, sabendo que A, B, C contêm, respectivamente, 2, 7, 3,5, e que existe uma variável lógica L cujo valor é falsidade (F).

a) B = A * C **e** (L **ou** V)

b) B > A **ou** B = pot(A, A)

c) L **e** B div A >= C **ou não** A <= C

d) não L **ou** V **e** rad(A + B) >= C

e) B / A = C **ou** B / A <> C

f) L **ou** pot (B, A) <= C * 10 + A * B

VAMOS PARA A PRÁTICA ?!!!

Python:
Tipos Básicos

Python como calculadora

- O Interpretador python pode ser usado como calculadora
- Por exemplo, as quatro operações aritméticas são denotadas pelos símbolos
  - + adição
  - - subtração
  - * multiplicação
  - / divisão

Python como calculadora

```
>>> 10
10
>>> # Um comentário é precedido do caractere "#"
... # Comentários são ignorados pelo interpretador
... 10+5
15
>>> 10-15 # Comentários podem aparecer também após código
-5
>>> 10*3
30
>>> 10/3
3
>>> 10/-3 # Divisão inteira retorna o piso
-4
>>> 10%3 # Resto de divisão inteira simbolizado por %
1
```

Tipos de dados

- São categorias de valores que são processados de forma semelhante
- Por exemplo, números inteiros são processados de forma diferente dos números de ponto flutuante (decimais) e dos números complexos
- Tipos primitivos: são aqueles já embutidos no núcleo da linguagem
  - Simples: números (int, long, float, complex) e cadeias de caracteres (strings)
  - Compostos: listas, dicionários, tuplas e conjuntos
- Tipos definidos pelo usuário: são correspondentes a classes (orientação objeto)

Variáveis

- São nomes dados a áreas de memória
  - Nomes podem ser compostos de algarismos, letras ou _
  - O primeiro caractere não pode ser um algarismo
  - Palavras reservadas (if, while, etc) são proibidas
- Servem para:
  - Guardar valores intermediários
  - Construir estruturas de dados
- Uma variável é modificada usando o comando de atribuição:

  Var = expressão
- É possível também atribuir a várias variáveis simultaneamente:

  var1,var2,...,varN = expr1,expr2,...,exprN

Variáveis

```
>>> a=1
>>> a
1
>>> a=2*a
>>> a
2
>>> a,b=3*a,a
>>> a,b
(6,2)
>>> a,b=b,a
>>> a,b
(2,6)
```

Variáveis

- Variáveis são criadas dinamicamente e destruídas quando não mais necessárias, por exemplo, quando saem fora de escopo (veremos isso mais tarde)
- O *tipo* de uma variável muda conforme o valor atribuído, i.e., int, float, string, etc.
  - Não confundir com linguagens *sem tipo*
  - Ex.:

```
>>> a ="1"
>>> b = 1
>>> a+b
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in ?
TypeError: cannot concatenate 'str' and 'int' objects
```

Números

- Há vários tipos numéricos que se pode usar em python
  - **Int**: números inteiros de *precisão fixa*
    - 1 , 2 , 15 , -19
  - **Long**: números inteiros de *precisão arbitrária*
    - 1L , 10000L , -9999999L
  - **Floats**: números racionais de precisão *variável*
    - 1.0 , 10.5 , -19000.00005 , 15e-5
  - **Complex**: números complexos
    - 1+1j , 20j , 1000+100J

Números inteiros

- Os **int**s têm precisão fixa ocupando tipicamente uma palavra de memória
  - Em PC's são tipicamente representados com 32 bits

    (de $-2^{31}-1$ a 2^{32})
- Os números inteiros de precisão arbitrária (**long**s) são armazenados em tantas palavras quanto necessário
  - Constantes do tipo long têm o sufixo L ou l
  - Longs são manipulados bem mais lentamente que ints
  - Quando necessário, cálculos usando ints são convertidos para longs

Números inteiros

```
>>> a=2**30 # Potenciação
>>> a
1073741824
>>> b=a*1000
>>> b
1073741824000L
>>> b/1000
1073741824L
```

Números inteiros

- Constantes podem ser escritas com notação idêntica à usada em C
  - Hexadecimal: preceder dígitos de 0x
  - Octal: preceder dígitos de 0
  - Ex.:

```
>>> 022
18
>>> 0x10
16
>>> 0x1f
31
```

Números de ponto flutuante

- São implementados como os **double**'s da linguagem C – tipicamente usam 2 palavras
- Constantes têm que possuir um ponto decimal ou serem escritas em notação científica com a letra “e” (ou “E”) precedendo a potência de 10
- Ex:

```
>>> 10 # inteiro
10
>>> 10.0 # ponto flutuante
10.0
>>> 99e3
99000.0
>>> 99e-3
0.09900000000000005
```

Números complexos

- Representados com dois números de ponto flutuante: um para a parte real e outro para a parte imaginária
- Constantes são escritas como uma soma sendo que a parte imaginária tem o sufixo j ou J
- Ex.:

```
>>> 1+2j
(1+2j)
>>> 1+2j*3
(1+6j)
>>> (1+2j)*3
(3+6j)
>>> (1+2j)*3j
(-6+3j)
```

Strings

- São cadeias de caracteres
- Constituem outro tipo fundamental do python
- Constantes ***string*** são escritas usando aspas simples ou duplas
  - Ex.: "a" ou 'a'
- O operador “+” pode ser usado para concatenar strings
  - Ex.: "a"+"b" é o mesmo que "ab"
- O operador “*” pode ser usado para repetir strings
  - Ex.: "a"*10 é o mesmo que "aaaaaaaaaa"

Strings

- Python usa a tabela de caracteres default do S.O.
  - Ex.: ASCII, UTF-8
- Caracteres não imprimíveis podem ser expressos usando notação "barra-invertida" (\)
  - \n é o mesmo que *new line*
  - \r é o mesmo que *carriage return*
  - \t é o mesmo que *tab*
  - \b é o mesmo que *backspace*
  - \\ é o mesmo que \
  - \x41 é o mesmo que o caractere cujo código hexadecimal é 41 ("A" maiúsculo)

Strings

```
>>> "ab\rd"
'ab\rd'
>>> print ("ab\rd") # print exibe chars não imprimíveis
db
>>> print ("abc\td")
abc     d
>>> print ("abc\nd")
abc
d
>>> print ("abc\\nd")
abc\nd
>>> print ("ab\bc")
ac
>>> print ("\x41\xA1")
Aí
```

Strings

- A notação *barra-invertida* (\) pode ser desabilitada desde que a constante string seja precedida por um r (erre minúsculo)
  - São chamadas strings *raw* (cruas)
  - Ex.:

```
>>> print ("abc\ncd\tef")
abc
cd      ef
>>> print (r"abc\ncd\tef")
abc\ncd\tef
```

Strings

- Constantes string podem ser escritas com várias linhas desde que as aspas não sejam fechadas e que cada linha termine com uma barra invertida
- Ex.:

```
>>> print ("abcd\n\)
... efgh\n\
... ijk"
abcd
efgh
ijk
>>> print ("abcd\)
... efgh\
... ijk"
abcdefghijk
>>>
```

Strings

- Também é possível escrever constantes string em várias linhas incluindo as quebras de linha usando três aspas como delimitadores
- Ex.:

```
>>> print ("""
Um tigre
dois tigres
três tigres""“)

Um tigre
dois tigres
três tigres
>>> print ('''abcd
efgh'“)
abcd
efgh
```

Strings – Índices

- Endereçam caracteres individuais de uma string
  - Notação: *string*[*índice*]
  - O primeiro caractere tem índice 0
  - O último caractere tem índice -1
  - Ex.:

```
>>> a = "abcde"
>>> a[0]
'a'
>>> a[-1]
'e'
```

Strings – Fatias (slices)

- Notação para separar trechos de uma string
  - Notação: *string*[*índice1*:*índice2*]
  - Retorna os caracteres desde o de índice1 (inclusive) até o de índice2 (exclusive)
  - Se o primeiro índice é omitido, é assumido 0
  - Se o último índice é omitido, é assumido o fim da string

Strings – Fatias (slices)

```
>>> a
'abcde'
>>> a[0:2]
'ab'
>>> a [2:]
'cde'
>>> a[:]
'abcde'
>>> a[-1:]
'e'
>>> a[:-1]
'abcd'
```

Expressões booleanas

- Também chamadas expressões lógicas
- Resultam em verdadeiro (True) ou falso (False)
- São usadas em comandos condicionais e de repetição
- Servem para analisar o estado de uma computação e permitir escolher o próximo passo
- Operadores mais usados
  - Relacionais: > , < , ==, !=, >=, <=
  - Booleanos: and, or, not
- Avaliação feita em “Curto-circuito”
  - Expressão avaliada da esquerda para a direita
  - Se o resultado (verdadeiro ou falso) puder ser determinado sem avaliar o restante, este é retornado imediatamente

Expressões booleanas

```
>>> 1==1
True
>>> 1==2
False
>>> 1==1 or 1==2
True
>>> 1==1 and 1==2
False
>>> 1<2 and 2<3
True
>>> not 1<2
False
>>> not 1<2 or 2<3
True
>>> not (1<2 or 2<3)
False
>>> "alo" and 1
1
>>> "alo" or 1
'alo'
```

Expressões booleanas

- As constantes **True** e **False** são apenas símbolos convenientes
- Qualquer valor não nulo é visto como verdadeiro enquanto que **0** (ou **False**) é visto como falso
- O operador **or** retorna o primeiro operando se for vista como *verdadeiro*, caso contrário retorna o segundo
- O operador **and** retorna o primeiro operando se for vista como *falso*, caso contrário retorna o segundo
- Operadores relacionais são avaliados antes de **not**, que é avaliado antes de **and**, que é avaliado antes de **or**

Expressões booleanas

```
>>> 0 or 100
100
>>> False or 100
100
>>> "abc" or 1
'abc'
>>> 1 and 2
2
>>> 0 and 3
0
>>> False and 3
False
>>> 1 and 2 or 3
2
>>> 0 or 2 and 3
3
>>> 1 and not 0
True
```

Funções Embutidas

- Além dos operadores, é possível usar funções para computar valores
- As funções podem ser definidas:
  - Pelo programador (veremos + tarde)
  - Em módulos da biblioteca padrão
  - Por *default:* são as funções *embutidas* (*built-in*)
    - Na verdade, fazem parte do módulo __builtins__, que é sempre importado em toda aplicação
- Ex.:
  - abs(*x*) retorna o valor absoluto do número *x*
  - chr(*x*) retorna uma string com um único caractere cujo código ASCII é *x*
  - ord(*s*) retorna o código ASCII do caractere *s*

Funções Embutidas

```
>>> abs (10)
10
>>> abs (-19)
19
>>> chr (95)
'_'
>>> chr (99)
'c'
>>> ord ('a’)
97
```

Importando módulos

- Muitas funções importantes são disponibilizadas em módulos da biblioteca padrão
  - Ex.: o módulo **math** tem funções transcendentais como **sin**, **cos**, **exp** e outras
- Um módulo pode conter não só funções mas também variáveis ou classes
  - Por exemplo, o módulo **math** define a constante **pi**
- Para usar os elementos de um módulo, pode-se usar o comando **import**
  - Formatos:
    - **import** *modulo*
    - **from** modulo **import** *nome,...,nome*
    - **from** modulo **import** ***

Importando módulos

- Por exemplo:
  - from math import *
    # importa todos os elementos do módulo math
  - from math import sin
    # importa apenas a função sin
  - import math
    # importa o módulo math como um todo
    # (todos os elementos têm que ser citados
    # precedidos por **math.**)

Importando módulos

```
>>> import math
>>> a = sin(30)
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in ?
NameError: name 'sin' is not defined
>>> a = math.sin(30)
>>> from math import sin
>>> a = sin(30)
>>> print (a)
-0.988031624093
>>> a = sin(radians(30))
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in ?
NameError: name 'radians' is not defined
>>> from math import *
>>> a = sin(radians(30))
>>> a
0.49999999999999994
```

Explorando Módulos

```
>>> import math
>>> help(math.cos)
Help on built-in function cos in module math:

cos(...)
    cos(x)

    Return the cosine of x (measured in radians).
(END)
```

- Pressiona-se “q” para retornar ao interpretador.