

Lei ou princípio da verossimilhança

- Duas hipóteses, A e B
- Resultado x podem ocorrer segundo estas duas hipóteses e uma variável aleatória X
- $P(A) = x > P(B) = x$
- Razão de verossimilhança:

mede a **força de evidência** a favor de uma hipótese

→ Mas não considera variância das estimativas dos modelos a novos conjuntos de dados!

Seleção de modelos

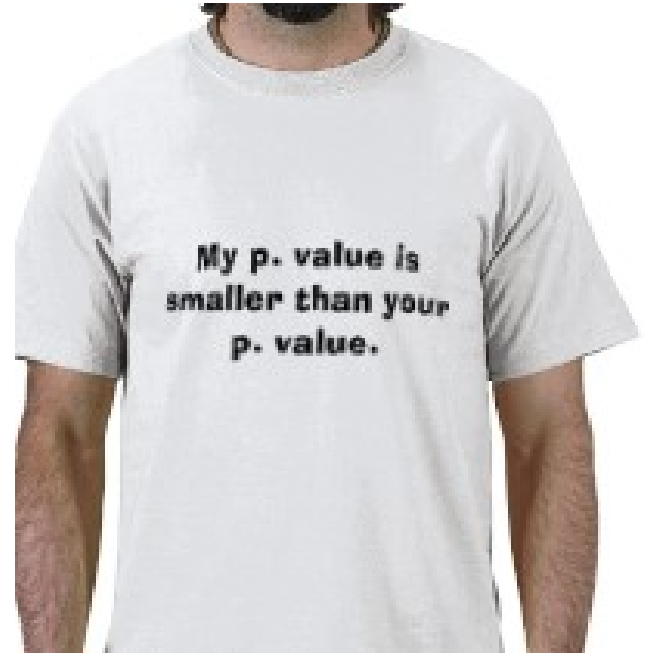


Seleção de modelos

- Como trabalhar e comparar hipóteses múltiplas ? (= diferentes modelos)
- Como medir a evidência a favor de uma hipótese em comparação com outra(s)?

→ Nova abordagem, filosofia científica!

De onde vem a abordagem tradicional da estatística?



“O” método científico, ou, o método hipotético-dedutivo

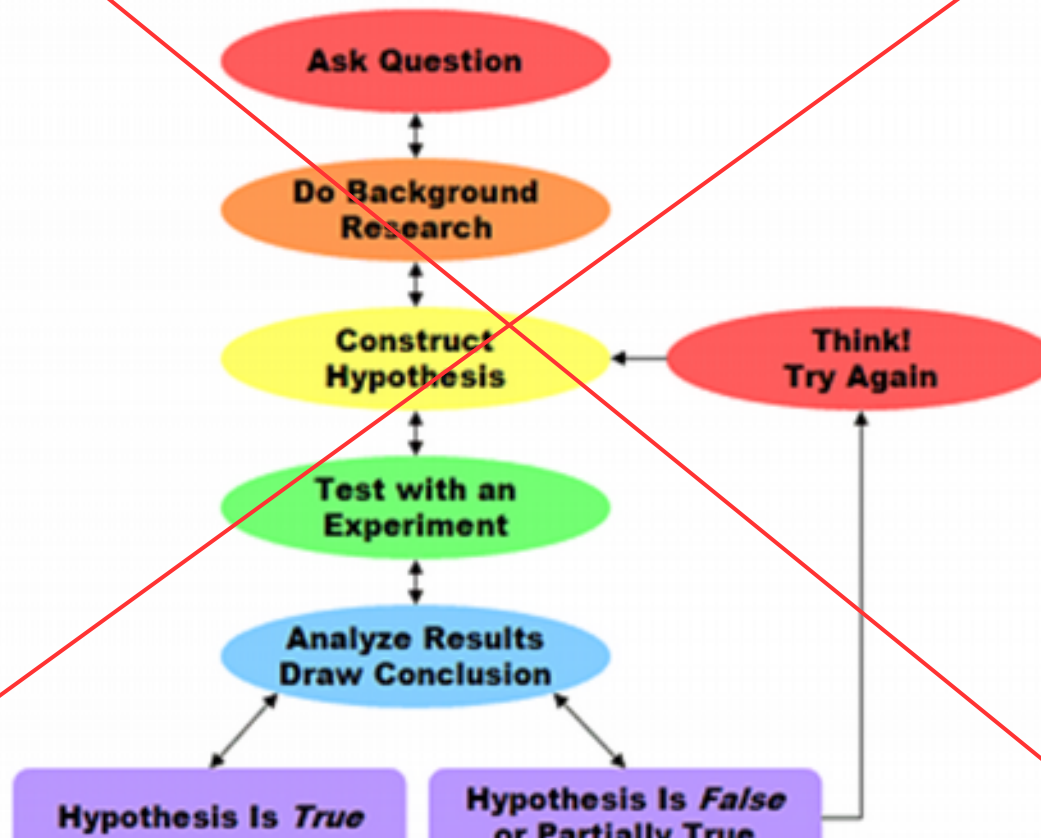
Métodos científicos: combinações de raciocínio indutivo e dedutivo

- O que é um método científico?

Scientific Method



Scientific Method



Métodos científicos: combinações de raciocínio indutivo e dedutivo

- O que é um método científico?
 - Um método que compare e decida entre hipóteses (não teorias!) baseando-se em observações e previsões baseadas nas hipóteses.
 - Não há apenas um único método de fazer isso.

- Dedução: parte do geral para o específico.
 - Em ciência, parte afirmações ou teorias gerais para formular hipóteses específicas para uma situação



- Indução: parte do específico para o geral
- Forma mais simples: acúmulo de observações de casos específicos permite gerar uma hipótese geral para explicar os dados
- Inducionismo de Francis Bacon (1561-1626)

- Dedução:

1. Todas as aranhas papa-moscas e saltadoras pertencem à família Salticidae.
2. Coletei uma aranha saltadora.
3. Esta aranha é da família Salticidae.

- Indução:

1. Todas estas 25 aranhas são da família Salticidae.
2. Todas estas 25 aranhas são papa-moscas e saltadoras.
3. Todas as aranhas papa-moscas e saltadoras pertencem à família Salticidae.

- Alguns filósofos definem dedução como inferência certa, e indução como inferência provável. Concordam?

- Alguns filósofos definem dedução como inferência certa, e indução como inferência provável. Concordam?
 - A dedução para ser inferência certa assume que a afirmação é totalmente confirmada e sem exceções, o que em geral não é verdade.
 - Se a inferência é feita a partir de uma afirmação ou teoria bem estabelecida, a dedução será mais restrita, em geral a um sistema ou organismo específico de estudo.
 - A indução pode gerar novas afirmações ou teorias mais amplas.

Os métodos estatísticos são indutivos ou dedutivos?

Os métodos estatísticos são indutivos ou dedutivos?

- Podem ser ambos, mas quando há um teste de hipótese baseado em hipótese nula e alternativa, é o tradicional “hipotético-dedutivo”
- Quando estimamos parâmetros de um modelo a partir dos dados, estamos fazendo indução.

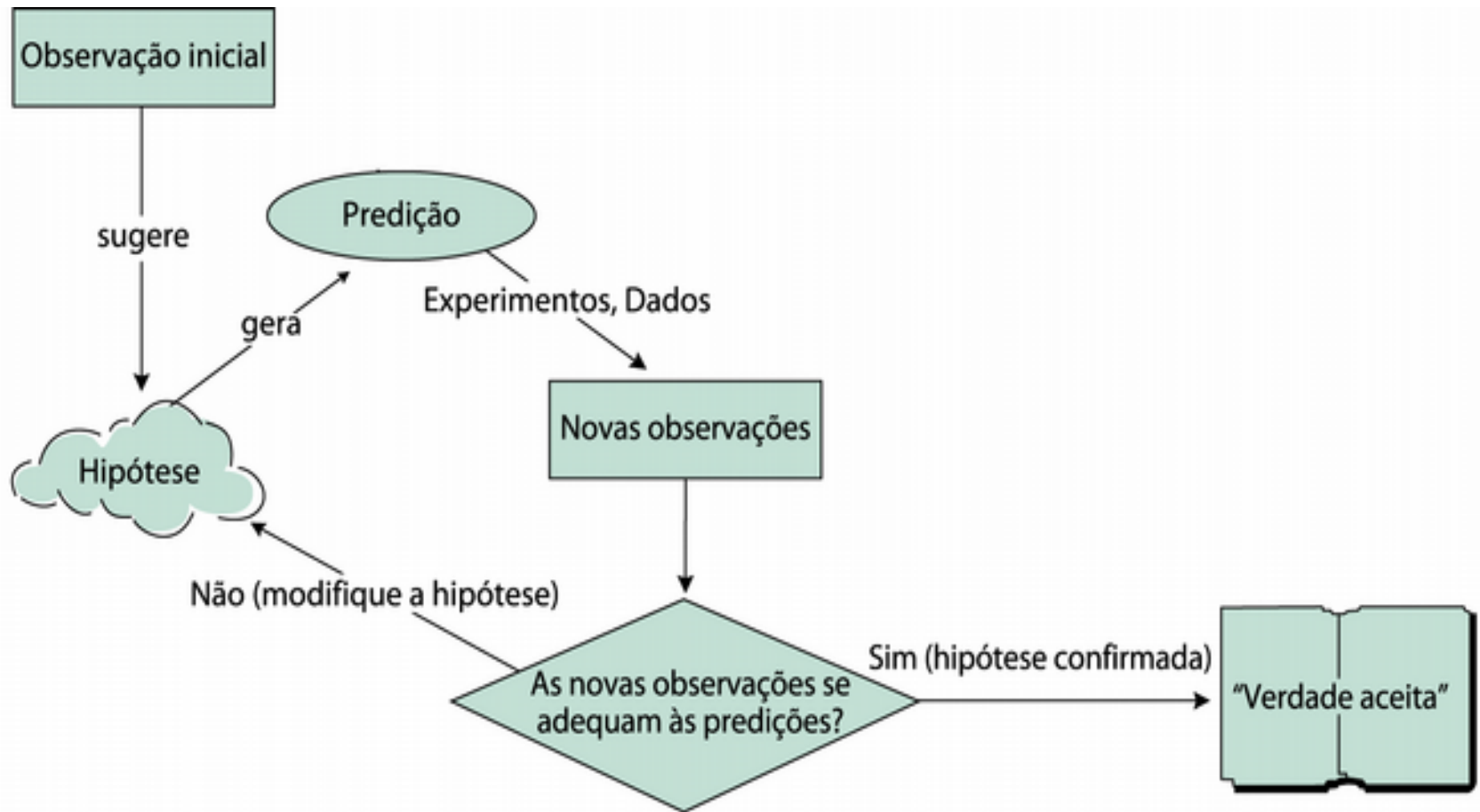


Figura 4.1 O método indutivo. O ciclo de hipótese, predição e observação é repetidamente reiniciado. A confirmação de uma hipótese representa o ponto final teórico do processo. Compare o método indutivo ao hipotético-dedutivo (Figura 4.4), em que múltiplas hipóteses de trabalho são propostas e a ênfase é dada ao falseamento, ao invés da verificação.

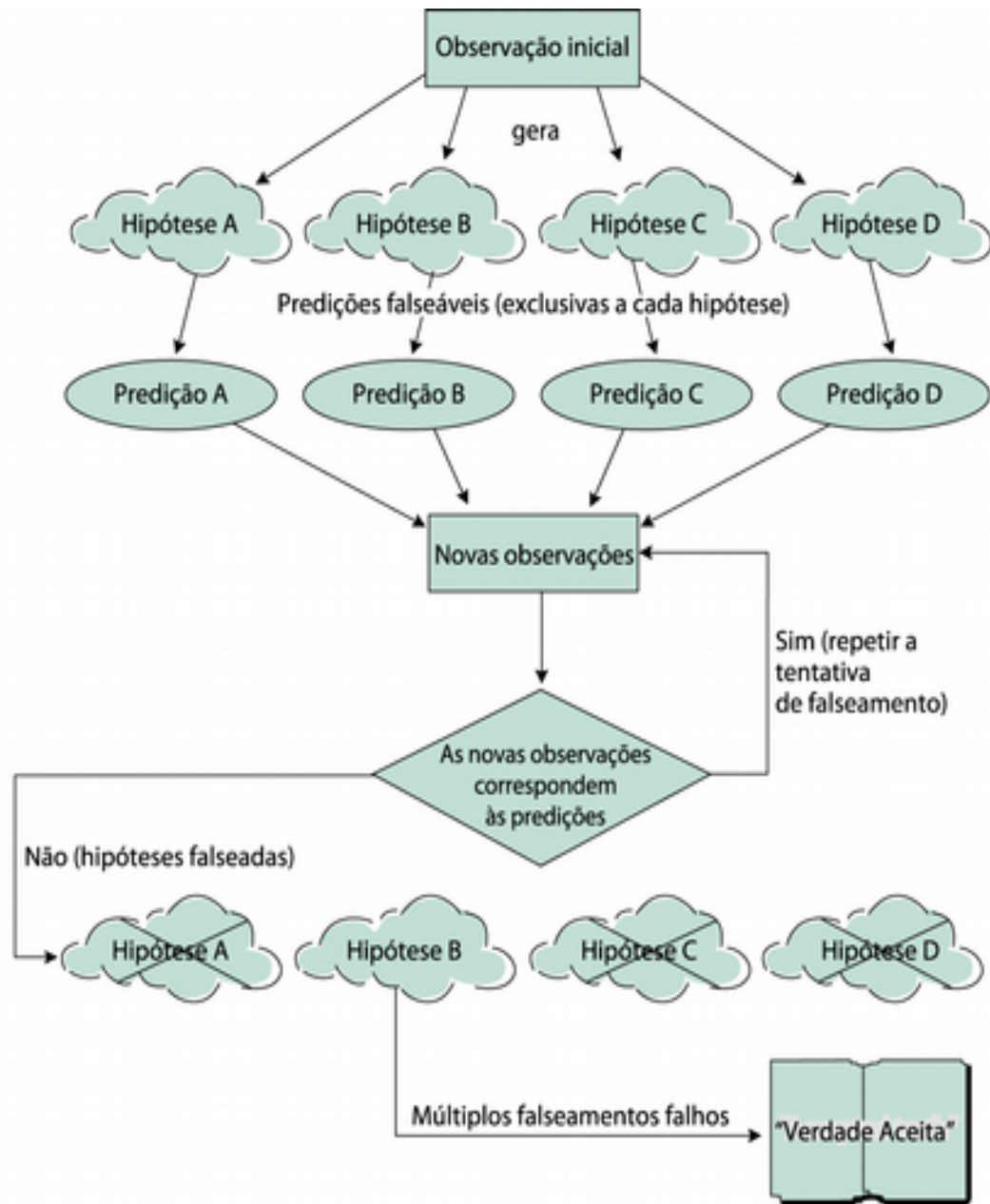
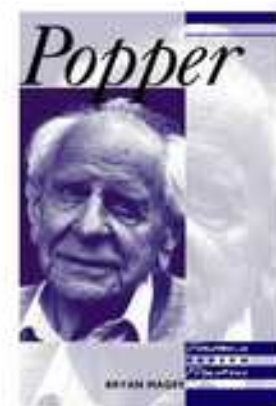


Figura 4.4 O método hipotético-dedutivo. Hipóteses múltiplas de trabalho são propostas e suas predições são testadas com o objetivo de falsear as incorretas. A explicação correta é aquela que se mantém depois de repetidos testes que falham em falseá-la.



O método hipotético-dedutivo de Karl Popper



- Ênfase na dedução como método científico se inicia partir de Isaac Newton e outros cientistas do séc. XVII
- Atinge seu maior status atual com os trabalhos do filósofo Karl Popper e do “círculo de Vienna” em torno de 1935, formulando o método hipotético-dedutivo.
- Talvez a maior inovação de Popper tenha sido a formulação de hipóteses múltiplas como passo inicial da investigação científica.
- Estas hipóteses seriam todas elaboradas para explicar observações iniciais, sendo testáveis e gerando previsões distintas umas das outras.
- Haveria então tentativas de falsificá-las através de experimentos que permitiriam testar suas previsões.
- Mas para cada hipótese, um teste específico, uma hipótese nula

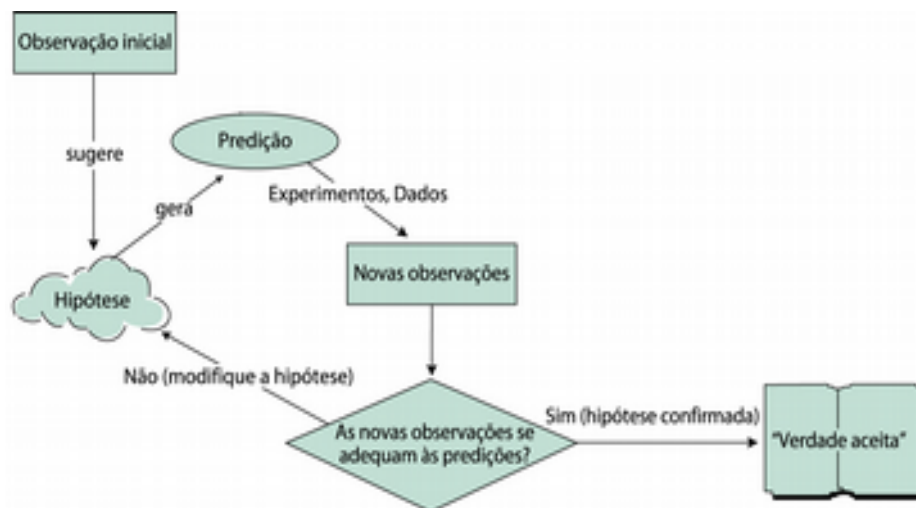


Figura 4.1 O método indutivo. O ciclo de hipótese, predição e observação é repetidamente reiniciado. A confirmação de uma hipótese representa o ponto final teórico do processo. Compare o método indutivo ao hipotético-dedutivo (Figura 4.4), em que múltiplas hipóteses de trabalho são propostas e a ênfase é dada ao falseamento, ao invés da verificação.

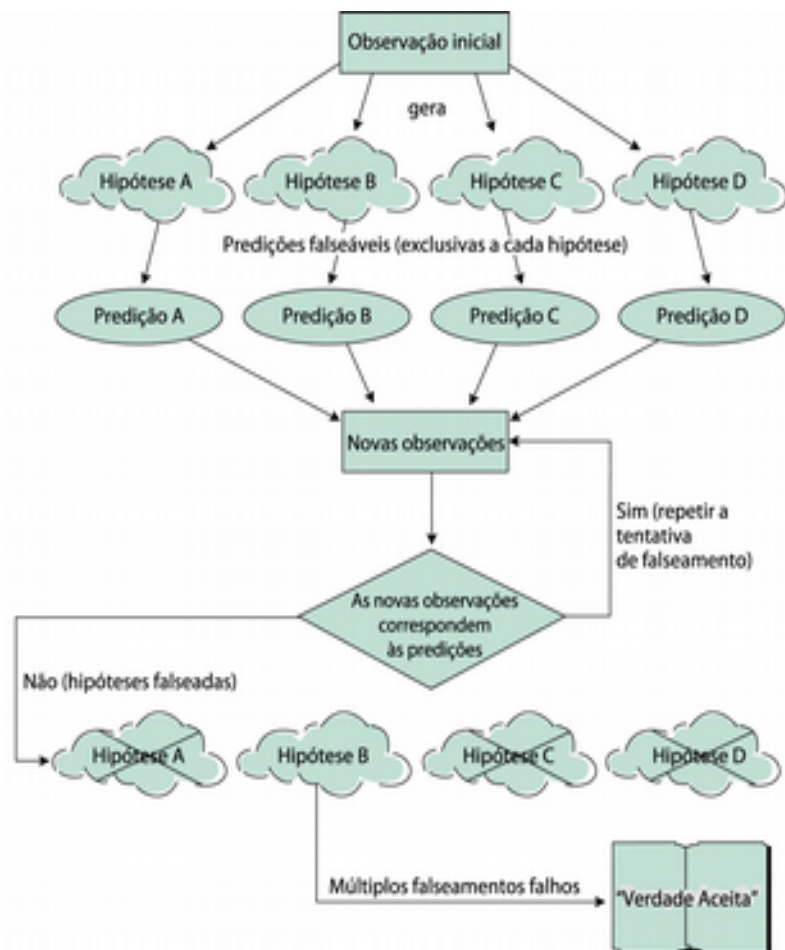


Figura 4.4 O método hipotético-dedutivo. Hipóteses múltiplas de trabalho são propostas e suas predições são testadas com o objetivo de falsear as incorretas. A explicação correta é aquela que se mantém depois de repetidos testes que falham em falseá-la.

Quais as limitações dos métodos indutivo e hipotético-dedutivo?

- É preciso haver uma hipótese “correta” entre as alternativas, isto é, uma não-falsificável. No método indutivo pode-se começar com hipóteses incorretas, que serão alteradas com novas observações.
- As hipóteses têm efeitos distintos. Não é possível testar hipóteses como efeitos redundantes em algum grau. Com a indução é possível incorporar efeitos múltiplos numa hipótese complexa.

- O teste de hipóteses a partir da tentativa de falsificação de hipóteses nulas é a implementação do método hipotético-dedutivo de Popper.
- De forma geral, a hipótese nula é uma hipótese estatística, que tentamos refutar, ou melhor, falsificar. Idealmente, deve haver apenas uma hipótese alternativa, que seria então aceita.
- Se houver mais de uma hipótese, estas devem fazer previsões distintas sobre os resultados, permitindo falsificar todas menos a “verdadeira”.

- É isto o que acontece?
 - Em geral, são necessários novos experimentos, com delineamentos distintos, para distinguir cada uma (cada experimento com uma hipótese nula).
- O que implica dizer que um valor de P é significativo?
 - que a probabilidade dos resultados ocorrerem dada a hipótese nula é menor que o valor arbitrado (em geral 0,05).
 - Que a hipótese nula foi falsificada pelos resultados.
 - Se houver mais de uma hipótese alternativa terá que haver algum critério para decidir entre elas (frequentemente não é possível sem novos experimentos)

- E um valor de P não significativo?
 - A probabilidade dos resultados ocorrerem dada a hipótese nula é maior que o valor arbitrado, em geral 0,05.
 - A hipótese nula é verdadeira?
 - Erros Tipo I (α) e II (β)

Verossimilhança Máxima

- Se a probabilidade de um evento x depende de parâmetros p de um modelo, escrevemos

$$P(x | p)$$

- mas quando falamos de verossimilhança

$$L(p | x)$$

(a verossimilhança dos parâmetros considerando o evento x)

- **Probabilidade**

Sabendo os parâmetros -> Previsão de resultado

- **Verossimilhança**

Observação de resultado -> Estimativa de parâmetros

Verossimilhança Máxima

- Pode ser estendida para comparar hipóteses
- Princípio da verossimilhança (controverso)
(*Likelihood principle*):
“Toda a **informação** de uma amostra está contida em sua função de verossimilhança”
- Lei de verossimilhança (*Likelihood law*):
“A razão entre verossimilhanças seria uma medida da **evidência** de uma hipótese em relação a outra”

Lei ou princípio da verossimilhança

- Duas hipóteses, A e B
- Resultado x podem ocorrer segundo estas duas hipóteses e uma variável aleatória X
- $P(A) = x > P(B) = x$
- Razão de verossimilhança:

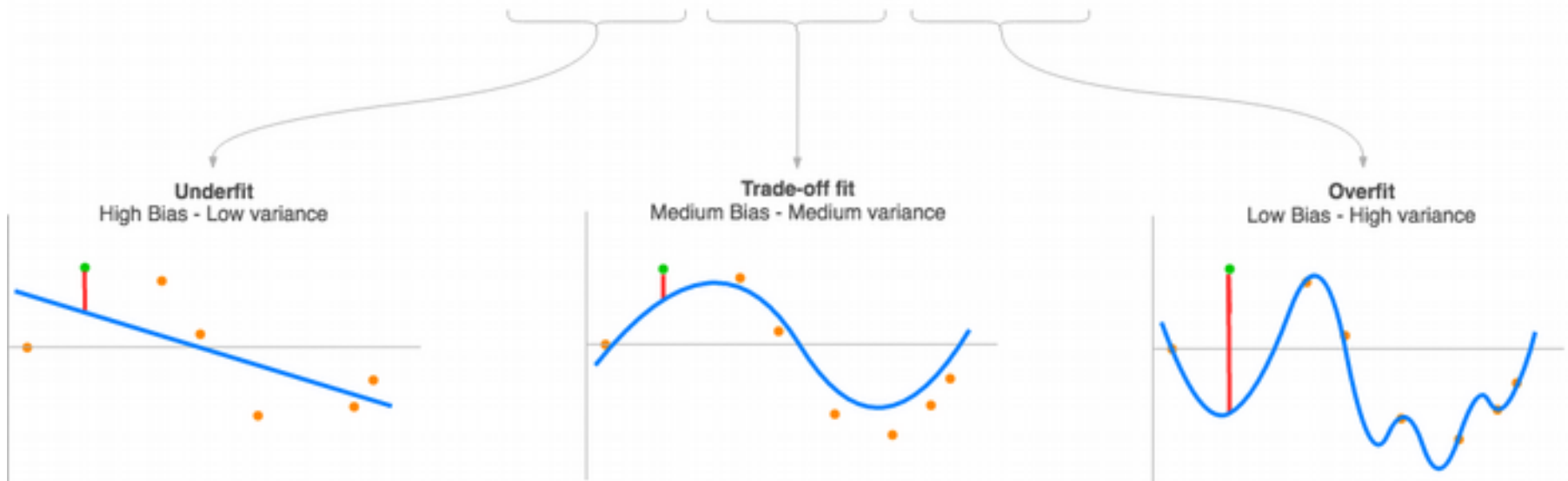
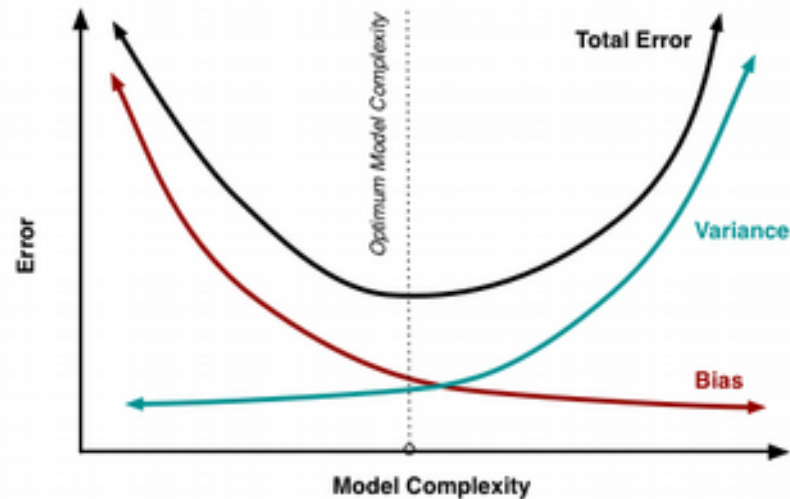
mede a **força de evidência** a favor de uma hipótese

→ Mas não considera variância das estimativas dos modelos a novos conjuntos de dados!

Modelo ideal é um compromisso entre erros de 'vies' (*bias*) e variância

Viés: obs. –
esperado

Variância: variação
entre estimativas
do modelo a
diferentes
conjuntos de dados



Qual medida de melhor compromisso entre viés e variância?



Hirotugu Akaike recorreu à Teoria da Informação para encontrar a solução:

→ Critério de Informação de Akaike, ou AIC (1973)

$$AIC = -2 \log(\text{Pr}(\text{data}|\hat{p})) + 2K$$

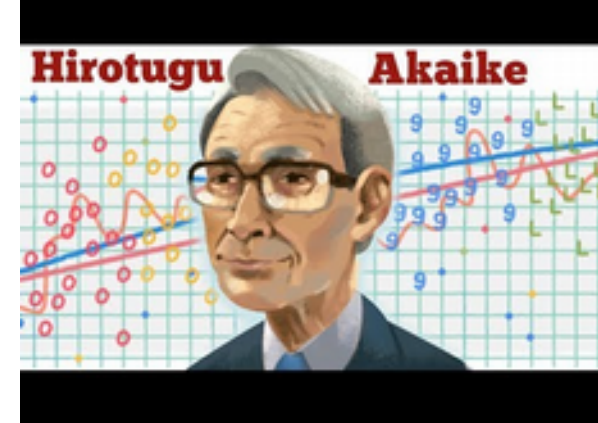
Compromisso entre

Redução
de viés

Aumento da
variância

AIC

(Akaike Information Criteria)



Conteúdo de informação de um elemento, unidade, categoria ou modelo: redução de incerteza que permite.

Qual modelo teria mais informação, mas redução de incerteza? Aquele que mais se aproxima da 'verdade'

O modelo que mais se aproxima da 'verdade' é que tem menor perda de informação!

A verdade é relativa

- Akaike definiu um critério de informação, AIC, “Akaike Information Criterion”

$$AIC = -2 \log(\text{Pr}(\text{data}|\hat{p})) + 2K$$

- AIC estima a distância relativa de um modelo por $-\log$ (verossimilhança máxima)
 - Valores menores indicam modelos mais próximos à realidade, ou ...
- AIC mede a perda relativa perda de informação em relação a realidade: quanto menor, melhor!

AICc

- A demonstração de que AIC é uma medida relativa da distância à realidade vale somente para grandes quantidades de dados
- Quando existem muitos parâmetros a serem estimados em relação à quantidade de evidência (dados), AIC tem um viés
- Correção de “2a. Ordem”: AICc

$$AIC_c = AIC + \frac{2K(K + 1)}{n - K - 1}$$

- n = número de observações (dados)
- Conforme n aumente, AICc \rightarrow AIC

Seleção de modelos na prática



- (1) Defina o conjunto de modelos a serem comparados
- (2) Obtenha estimativas de ajuste de cada um aos dados através de verossimilhança máxima
- (3) Calcule o AIC ou AICc de cada um
- (4) Calcule o ajuste relativo: $\Delta_i = AIC_i - AIC_{\min}$

Pesos de Akaike

- É possível converter valores do ajuste relativo (Δ_i) em estimativas de verossimilhança do modelo considerando os dados:

$$\Pr(g_i|\text{data}) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}\Delta_i\right)$$

- $\Pr(g_i|\text{data})$ é a probabilidade que o modelo i é o melhor no conjunto de modelos comparado
- AIC presume que todos os modelos são “errados”, não são a realidade
- Estas verossimilhanças relativas são mais fáceis de interpretar, mas não há um limiar de “significância” baseado na teoria da informação e de seleção de modelos

Pesos de Akaike: w_i

- Pesos de Akaike são bastante úteis:

$$w_i = \frac{\exp(-\frac{1}{2}\Delta_i)}{\sum_j \exp(-\frac{1}{2}\Delta_j)}$$

- w_i varia de 0 a 1 e estima o peso de evidência a favor de um modelo i , considerando o conjunto de modelos comparado
- Pesos de Akaike podem ser usados para previsões baseadas na média dos modelos

Scaling body mass and use of space in three species of marsupials in the Atlantic Forest of Brazil

MARCUS VINÍCIUS VIEIRA^{1*} AND ANDRÉ DE ALMEIDA CUNHA²

¹*Laboratório de Vertebrados, Departamento de Ecologia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, CP 68020, Rio de Janeiro RJ, CEP 21941-590, (Email: mvvieira@biologia.ufrj.br, mvvieira@gmail.com), and ²Pós-Graduação em Ecologia, Conservação e Manejo da Vida Silvestre, ICB, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brazil*

As a measurement of area, and assuming a circular shape
DHR would be proportional to the square of its linear distance

Hence proportional to the square of day range

$$DHR \approx DR^2$$

If Day range $\approx M^{0.25}$ (Carbone *et al.* 2005), then

$$DHR \approx \left(M^{0.25}\right)^2 \approx M^{0.5}$$

Los marsupiales



Didelphis aurita (ca. 1800 g)



Philander frenatus
(ca. 400 g)



Metachirus nudicaudatus (ca.
450 g)

Prof. Marcus Vinícius Vieira – Instituto de Biologia UFRJ

Métodos

- Gradeados de trampas y animales liberados con carretel de rastreo



Vieira & Cunha (2008)

Table 1. Performance of models predicting daily home range (DHR) and its intensity of use (IU) of individuals of three species of didelphid marsupials.

| | Model | Variables | d.f. | K | AICc | Δ_i | w_i |
|-----|-------|--------------------------------------|------|---|---------|------------|-------|
| DHR | 1 | Thread + Body mass | 2 | 4 | 185.229 | 0.000 | 0.501 |
| | 2 | Thread + Body mass + Species | 4 | 5 | 186.544 | 1.315 | 0.260 |
| | 3 | Thread + Species | 3 | 4 | 188.290 | 3.061 | 0.109 |
| | 4 | Thread + Body mass + Species + 2*3 | 6 | 6 | 190.686 | 5.457 | 0.033 |
| | 5 | Thread + Body mass + Species + 1*3 | 6 | 6 | 190.858 | 5.629 | 0.030 |
| | 6 | Thread + Body mass + Species + 1*2*3 | 6 | 6 | 190.899 | 5.670 | 0.029 |
| | 7 | Thread | 1 | 3 | 192.517 | 7.288 | 0.013 |
| IU | 1 | Thread + Body mass | 2 | 4 | 82.643 | 0.000 | 0.501 |
| | 2 | Thread + Body mass + Species | 4 | 5 | 83.958 | 1.315 | 0.260 |
| | 3 | Thread + Species | 3 | 4 | 85.704 | 3.061 | 0.109 |
| | 4 | Thread + Body mass + Species + 2*3 | 6 | 6 | 88.100 | 5.457 | 0.033 |
| | 5 | Thread + Body mass + Species + 1*3 | 6 | 6 | 88.272 | 5.629 | 0.030 |
| | 6 | Thread + Body mass + Species + 1*2*3 | 6 | 6 | 88.313 | 5.670 | 0.029 |
| | 7 | Thread | 1 | 3 | 89.931 | 7.288 | 0.013 |

K is number of parameters of the model, AICc is the Akaike Information Criteria corrected for small samples, Δ_i is the difference in AICc between the given model and the best model, and w_i is the Akaike weight, the relative likelihood of a model given the data and the set of models analyzed. Asterisks indicate interactions between variables, coded by numbers (Thread = 1, Body mass = 2, Species = 3).

Cálculo de AIC na prática

- Modelos lineares generalizados (Generalized linear models):

$$AIC = -2\ln(\text{verossimilhança}) + 2K$$

$$-2\ln(\text{verossimilhança}) = \text{desviança}$$

$$AICc = -2\ln(\text{verossimilhança}) + 2K(K+1) / (n - K - 1)$$

K = número de parâmetros

$$AICc = AIC * (K + 1) / (n - K - 1)$$

- Regressão por quadrados mínimos comum (Ordinary least squares regression)

$$AIC = n * \ln(RSS/n) + 2K$$

onde n = número de observações (dados)

RSS = residual sum of squares = Soma dos Quadrados dos Resíduos

Referências

- Burnham, K.P., & D. R. Anderson. 2002. Model selection and multimodel inference: A practical information-theoretic approach, 2nd ed (Caps. 1 e 2). Springer-Verlag, Heidelberg.
- McElreath, R. Statistical thinking in evolutionary ecology (<http://xcelab.net/rm/?p=198>).
- Vieira & Cunha (2008). Austral Ecology 33:872-879

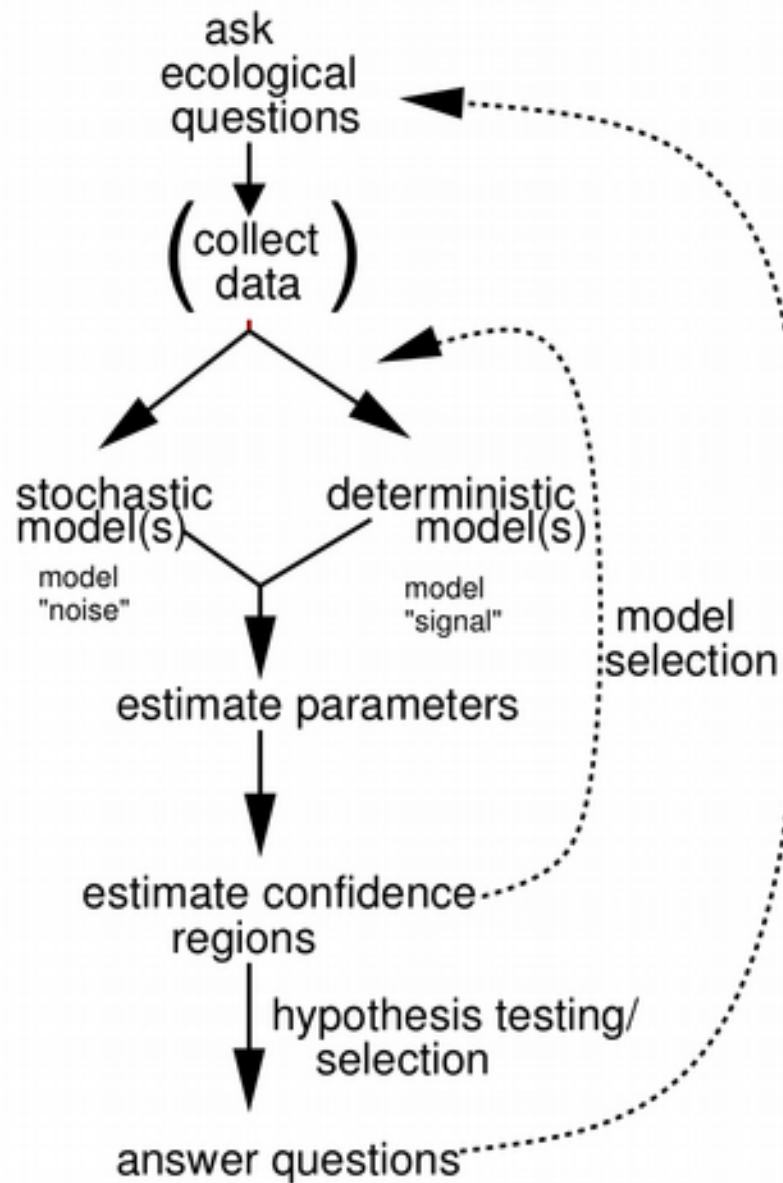
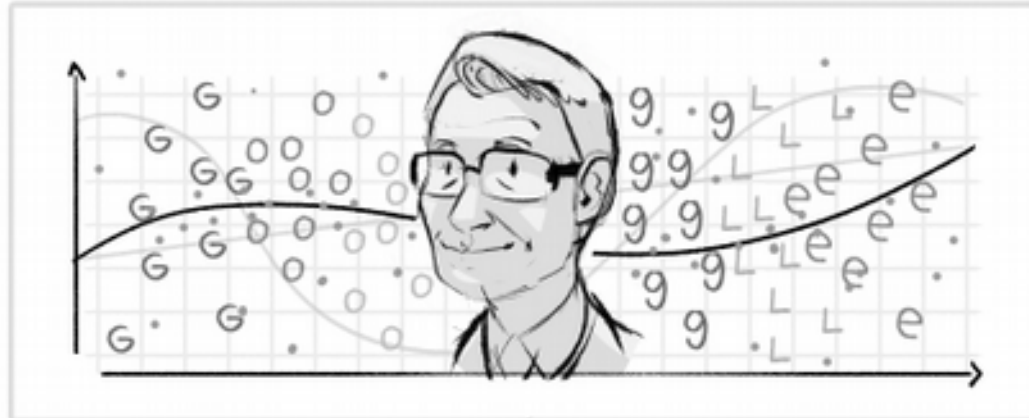


Figure 1.5 Flow of the modeling process.

①



②



③

