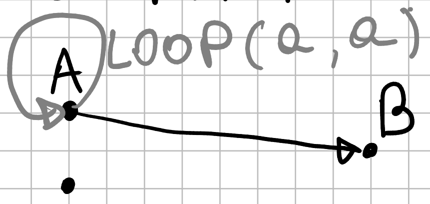
20/12/2021

GRAFI



usato per rappresentare le relazioni su V

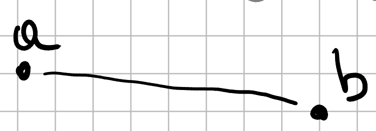
DEF: (ORIENTATO) $(a,b) \neq (b,a)$

Un grafo è una coppia (V,E) dove V è un insieme i cui oggetti si chiamano VERTICI ed E è un sottoinsieme $V \times V$ i cui elementi si chiamano LATI (coppie ORDINATE)

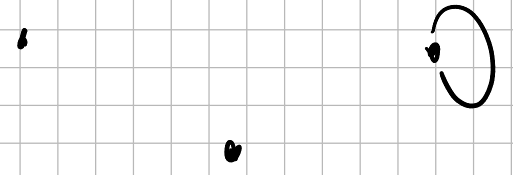
DEF: (non orientato) privi di LOOP

È una coppia (V,E) dove V è un insieme i cui oggetti si chiamano VERTICI ed E è un sottoinsieme di sottoinsiemi di V di cardinalità ~~1~~ o 2 (cancello privi di loop)

un lato non è più (a,b) coppia ordinata ma un insieme $\{a,b\}$



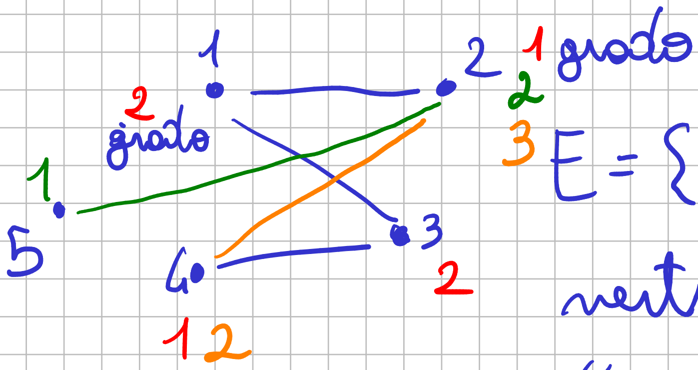
serve per rappresentare relazioni unicamente SIMM.



GRAFI non orientato e PRIVO di loop

Grado di UN VERTICE = # lati che insistono il vertice STESSO

NUMERO / CONTENGONO



LATI

$E = \{\{1,3\},\{1,2\},\{4,3\}\}$

vertici isolati sono detti //

$$\sum_{v \in V} DEG(V) = 6 \Rightarrow DEG(V) = 2\overset{\text{LATI}}{|E|}$$

$DEG(V) = 8$

$DEG(V) = 10$

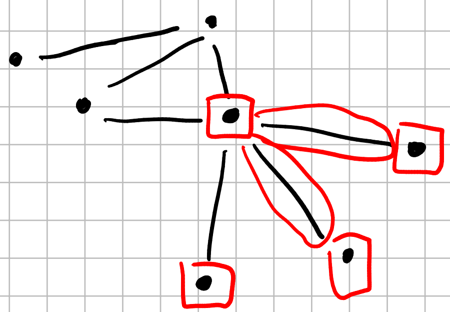
$$\left.\begin{array}{l} 3 \to 2 \\ 5 \to 1 \\ 2 \to \end{array}\right] \Rightarrow 3 \times 2 + 5 \times 1 + 2 \cdot 0 = \text{NUMERO DISPARI}$$

il grafo non ESISTE

DEF:

Un SOTTOGRAFO G' di $G=(V,E)$ è un grafo $G'(V',E')$ TALE CHE $V' \subseteq V$ ed $E' \subseteq E$

posso prendere solo da grafo di partenza non creare di nuovi



DISTANZA TRA due VERTICI

$\boxed{\text{cammino}}$ da un vertice ad un altro

DEF: $P_1, P_2, \dots P_n$ è un cammino (da P_1 a P_n)

se $\{P_i, P_{i+1}\} \in E \ \forall i = 1, \dots, n-1$

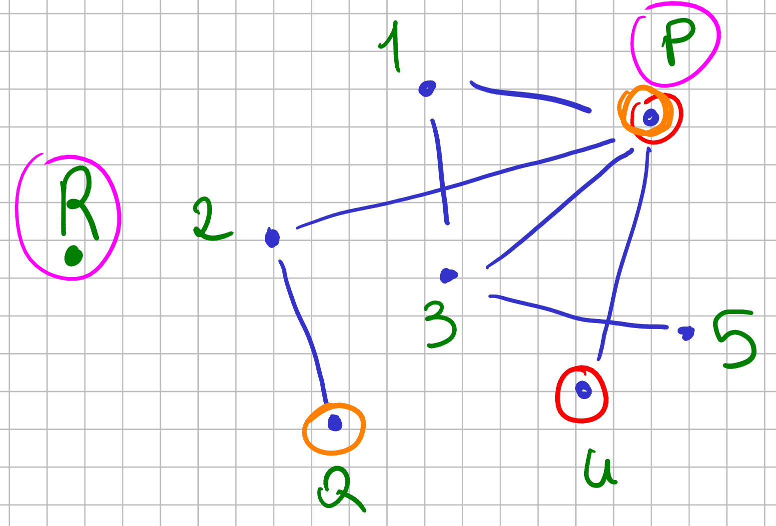
LUNGHEZZA di $P_1 \dots P_n$ è $n-1$

DEF: $P, Q \in G = (V, E)$

$$dist(P,Q) = \underset{\substack{P,\dots,Q \\ \text{CAMMINO}}}{\text{minimo}} \ \ell(P,\dots,Q)$$

se esiste almeno un cammino tra P e Q

altrimenti $d(P,Q) = \infty$



DIST è 1

DIST è 2

$P\,2\,Q \rightarrow 2$

DIST è ∞

COMPONENTE connessa di un GRAFO

$G = (V, E)$

$\boxed{P \sim Q} \iff d(P,Q) < \infty$

(distanza FINITA)

QUESTA è una rel di equivalenza

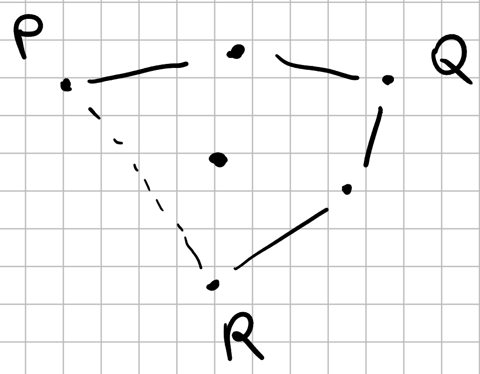
SIMM $\rightarrow d(P,Q) = d(Q,P)$

RIF $\rightarrow d(P,P) = \boxed{0 < \infty}$

TRANS $\rightarrow \underline{d(P,R) \leq d(P,Q) + d(Q,R) < \infty}$

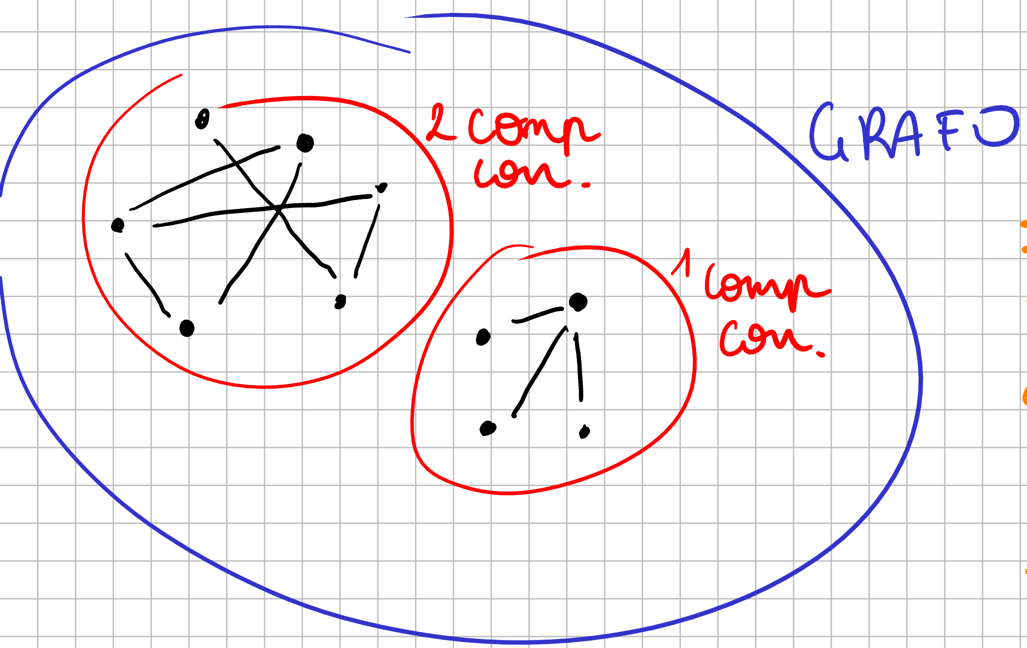
$P, \dots, Q \iff Q, \dots, R$

$P, \dots, R$



comp con. di un grafo è

$[P]_{\sim} = \{ Q \in V : d(P,Q) < \infty \}$

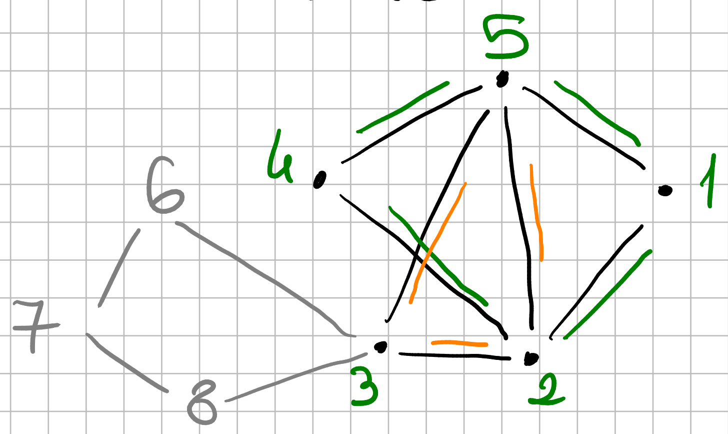


SE il grafo HA un unico COMP. conn allora il grafo si dice <u>CONNESSO</u>

DEF: Un circuito è un cammino $P_1, \dots, P_n$ con $P_1 = P_n$

DEF: Un circuito si dice EULERIANO se tutti i lati del grafo compaiono una e una sola volta nel CIRCUITO

DEF: Un GRAFO EULERIANO è un grafo che ammette circuito EULERIANO



1 2 4 5 1 (non è un circ euleriano)

5 3 2 5

1 2 4 5 3 3 2 5 1

3 6 7 8 3

1 2 4 5 3 6 7 8 3 2 5 1

TH: sia G un grafo connesso (un solo pezzo) e privo di vertici ISOLATI allora sono equivalenti

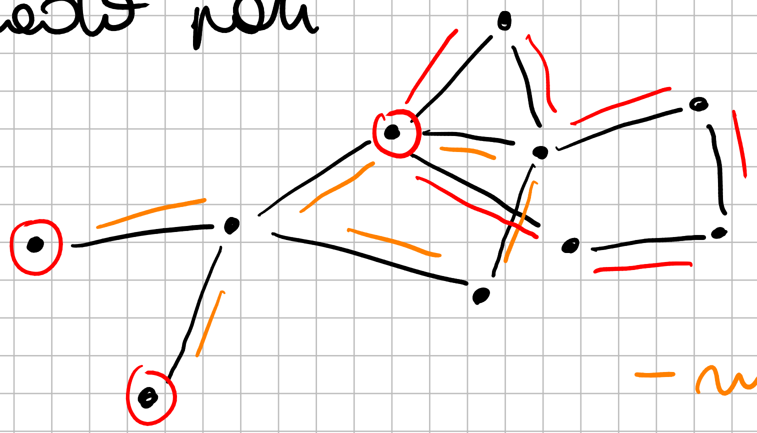
1) G è EULERIANO

2) TUTTI i vertici hanno grado pari

DEF: Un cammino euleriano è un cammino che contiene tutti i lati del grafo una e una sola volta

1') G ammette un cammino euleriano

2') TUTTI i vertici tranne 2 hanno grado pari

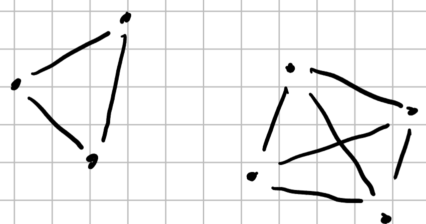


- non è un cammino euleriano. Uso lo stesso metodo di prima

GRAFO COMPLETO su n VERTICI

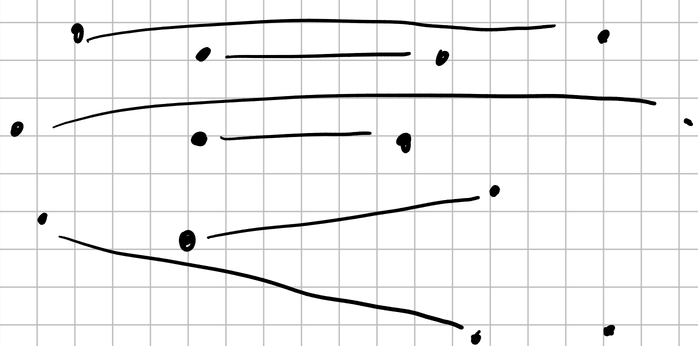
K_n $\quad G=(V,E)$

$|V|=n \quad E=\{\{a,b\} : a,b\in V,\ a\neq b\}$



$\binom{n}{2}=|E|$

GRAFO BIPARTITO



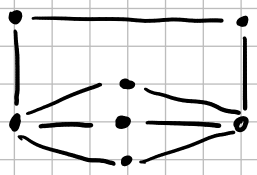
$V=V_1\cup V_2$

per ogni LATO $\{a,b\}$

è tale che

$a\in V_1 \quad b\in V_2$

ES



è un grafo EULERIANO? SI

VERTICI di grado PARI

c'è un circuito EULERIANO?

GRAFO COMPLEMENTARE + GRAFO di prima = GRAFO COMPLETO

$G = (V, E)$

$\overline{G} = (V, \overline{E})$

$\overline{E} = \{\{a, b\} : a \neq b \ , \ a, b \in V \quad \{a, b\} \notin E\}$