$\equiv_n$ su $\mathbb{Z}$ $x,y \in \mathbb{Z}$ $x \equiv_n y \Leftrightarrow n \mid x-y$

$n \in \mathbb{N}$ $n \geq 2$ $n = 3$

$[0] = \{0, +3, 6, 9 \ldots -3, -6\}$

$[1] = \{1, 4, 7 \ldots -2, -5\}$

$[2] = \{2, 5, 8 \ldots -1, -4\}$

$[3] = [0]$

$20 = 6 \cdot 3 + 2$ $20 \equiv_3 2$

$[20] = [2]$

$$\begin{array}{c|c} 3 & 20 \\ \hline [2] & 6 \end{array}$$

$-5 = -2 \cdot 3 + 1$ $-5 \equiv_3 1$

$0, 1, 2$

$$\begin{array}{c|c} 3 & -5 \\ \hline [1] & -2 \end{array}$$

classi di eq

se $n = 1$

$n = 0$

tutti i numeri sono divisibili per 1

$n = 1$ $x \equiv_1 y \Leftrightarrow 1 \mid x - y$

$\forall x,y \in \mathbb{Z}$ $x \equiv_1 y$

INS QUO

$\mathbb{Z}/_{\equiv_1} = \{ \underbrace{\mathbb{Z}}_{\text{classe di eq}} \}$

$n = 0$ $x \equiv_0 y$ $0 \mid x - y \Leftrightarrow x = y$

clas eq

$[x] = \{x\}$

ins quo

$\mathbb{Z}/_{\equiv_0} = \{ \{x\} \mid x \in \mathbb{Z} \} \neq \mathbb{Z}$

$\{1,2,3\} \neq \{\{1\},\{2\},\{3\}\}$

$\mathbb{Z}/_{\equiv_n} = \{[0], [1], \ldots, [n-1]\}$ $[0] = [n]$

$\mathbb{Z}/_{\equiv_n} = \mathbb{Z}_n = \{\bar{0}, \bar{1}, \ldots, \overline{n-1}\} = \{[0], [1], \ldots, [n-1]\}$

$[i] = \{ i + kn \mid k \in \mathbb{Z} \}$

$n \mid i + kn - i = kn$ se $j \in [i] \Leftrightarrow n \mid j - i \Rightarrow \exists k \in \mathbb{Z}$

$j - i = kn$

$\Rightarrow j = kn \cdot i$

INDUZIONE e RICORSIONE

DEF: una successione di elementi di un insieme A è una FUNZIONE da $\mathbb{N}$ in A

$$f : \mathbb{N} \to A$$
$$n \to \boxed{f(n)} \in A$$

$f(n) = f_n \Rightarrow (f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ simbolo che si riferisce ad una SUCCESSIONE

ES

$$a : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$$
$$n \mapsto 2n$$

successione su $\mathbb{Z}$, ovvero una successione di numeri INTERI

$(2n)_{n\in\mathbb{N}}$ $\quad \overset{a_1}{2}, \overset{a_2}{4}, \overset{a_3}{6}, \dots \; a_n = 2n$

DEF:

★ data una SUC. $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

★ indico con $s_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$ somma parziale n-esima

$(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ SUCCESSIONE somme PARZIALI

$1 \mapsto s_1 = a_1$

$2 \mapsto s_2 = a_1 + a_2$

$3 \mapsto s_3 = a_1 + a_2 + a_3$

DEF: data una successione $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ $a_n \in \mathbb{R}$ la serie associata ad essa è la successione $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ delle somme parziali associate a $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$

a_n
$1 \mapsto 2$
$2 \mapsto 4$
$3 \mapsto 6$

s_n
$1 \mapsto 2$
$2 \mapsto 2+4=6$
$3 \mapsto 2+4+6=12$

PROPIETÀ SOMMATORIA

$$\sum_{i=2}^{4} \frac{1}{i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$= \sum_{j=2}^{4} \frac{1}{j}$$

$$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right) \pm \left(\sum_{i=1}^{n} b_i\right) = \sum_{i=1}^{n} (a_i \pm b_i)$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_n = \overset{i=1}{a_n} + \overset{i=2}{a_n} + \overset{i=3}{a_n} = n \cdot a_n$$

$$\lambda \left(\sum_{i=1}^{n} a_i\right) = \sum_{i=1}^{n} (\lambda \cdot a_i)$$

$$\sum_{i=2}^{10} 2i + \sum_{i=3}^{11} \frac{1}{i}$$

$$2 \cdot 2 + \sum_{i=3}^{10} 2i + \sum_{i=3}^{10} \frac{1}{i} + \frac{1}{11} \Rightarrow 4 + \frac{1}{11} + \sum_{i=3}^{10} \left(2i + \frac{1}{i}\right)$$

$$\sum_{i=m}^{n} a_i = \sum_{i=m}^{r} a_i + \sum_{i=r+1}^{n} a_i$$

$$m \le r \le n$$

$$\sum_{i=1}^{n} i = 1+2+3+\dots+n$$

$$\sum_{i=1}^{n} 4 = \underbrace{4+4+4+\dots}_{n \text{ volte}} = 4n$$

$$\sum_{i=1}^{n} 4i = 4 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + \dots + 4n$$