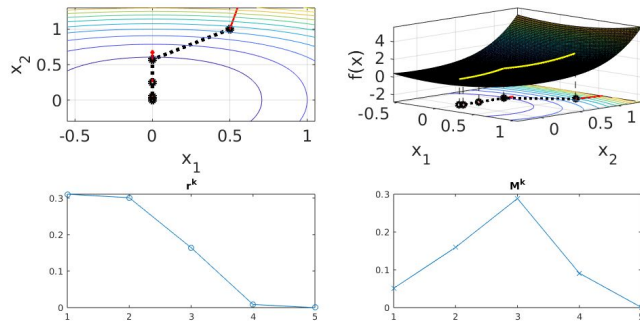


a = 2 // Newton's Method



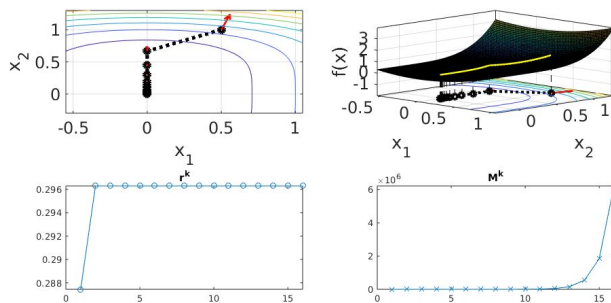
```

epsu= 1.5e-08, kmax= 100
isd= 4
x1 = [ +5.0e-01 , +1.0e+00 ]
k   g'*d   al iWla(1) del./tau   kappa   ||g||   f   r   M
1 -3.1e+00 +1.0e+00 0 +2.0e+00 +0.0e+00 +7.0e+00 +6.1e+00 +2.2e+00 +3.1e-01 +5.1e-02
2 -6.0e-01 +1.0e+00 0 +2.0e+00 +0.0e+00 +3.0e+00 +1.9e+00 +4.3e-01 +3.0e-01 +1.6e-01
3 -1.2e-01 +1.0e+00 0 +2.0e+00 +0.0e+00 +1.4e+00 +5.7e-01 +6.8e-02 +1.6e-01 +2.9e-01
4 -4.3e-03 +1.0e+00 0 +2.0e+00 +0.0e+00 +1.0e+00 +9.3e-02 +2.2e-03 +8.5e-03 +9.1e-02
5 -3.1e-07 +1.0e+00 0 +2.0e+00 +0.0e+00 +1.0e+00 +7.9e-04 +1.6e-07 +6.3e-07 +7.9e-04
6 +2.0e+00 +2.0e+00 +5.0e-10 +6.1e-20
k   g'*d   al iWla(1) del./tau   kappa   ||g||   f   r   M
x* = [ +0.0e+00 , +2.5e-10 ]

```

Per $a=2$, només hi ha un punt estacionari, que és $x=(0,0)$, és el punt trobat per l'algoritme. Utilitzant el mètode de Newton, si la matriu hessiana és prou gran hi haurà convergència quadràtica. En aquest cas queda confirmat la convergència quadràtica perquè R_k convergeix a 0 i M_k també.

a = 0 // Newton's Method



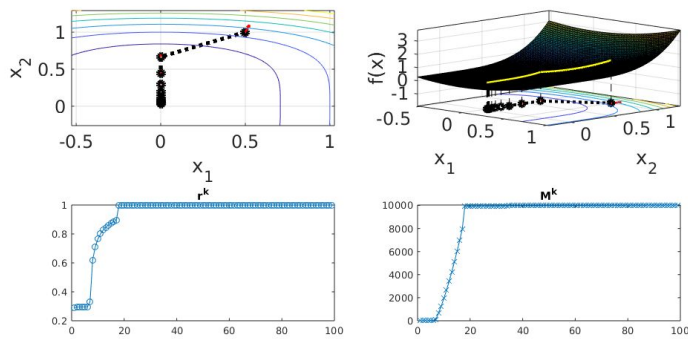
```

5 -2.0e-03 +1.0e+00 0 +4.7e-01 +0.0e+00 +4.3e+00 +3.1e-02 +1.5e-03 +3.0e-01 +9.6e+00
6 -4.0e-04 +1.0e+00 0 +2.1e-01 +0.0e+00 +9.6e+00 +9.1e-03 +3.0e-04 +3.0e-01 +3.2e+01
7 -7.9e-05 +1.0e+00 0 +9.2e-02 +0.0e+00 +2.2e+01 +2.7e-03 +5.9e-05 +3.0e-01 +1.1e+02
8 -1.6e-05 +1.0e+00 0 +4.1e-02 +0.0e+00 +4.9e+01 +8.0e-04 +1.2e-05 +3.0e-01 +3.7e+02
9 -3.1e-06 +1.0e+00 0 +1.8e-02 +0.0e+00 +1.1e+02 +2.4e-04 +2.3e-06 +3.0e-01 +1.2e+03
10 -6.1e-07 +1.0e+00 0 +8.1e-03 +0.0e+00 +2.5e+02 +7.0e-05 +4.6e-07 +3.0e-01 +4.2e+03
11 -1.2e-07 +1.0e+00 0 +3.6e-03 +0.0e+00 +5.5e+02 +2.1e-05 +9.0e-08 +3.0e-01 +1.4e+04
12 -2.4e-08 +1.0e+00 0 +1.6e-03 +0.0e+00 +1.2e+03 +6.2e-06 +1.8e-08 +3.0e-01 +4.8e+04
13 -4.7e-09 +1.0e+00 0 +7.1e-04 +0.0e+00 +2.8e+03 +1.8e-06 +3.5e-09 +3.0e-01 +1.6e+05
14 -9.3e-10 +1.0e+00 0 +3.2e-04 +0.0e+00 +6.3e+03 +5.4e-07 +7.0e-10 +3.0e-01 +5.5e+05
15 -1.8e-10 +1.0e+00 0 +1.4e-04 +0.0e+00 +1.4e+04 +1.6e-07 +1.4e-10 +3.0e-01 +1.8e+06
16 -3.6e-11 +1.0e+00 0 +6.3e-05 +0.0e+00 +3.2e+04 +4.8e-08 +2.7e-11 +3.0e-01 +6.2e+06
17 +2.8e-05 +1.4e-08 +5.4e-12
k   g'*d   al iWla(1) del./tau   kappa   ||g||   f   r   M
x* = [ +0.0e+00 , +1.5e-03 ]

```

Aquí també només hi ha un punt estacionari, $x=(0,0)$, que ha estat trobat correctament per l'algoritme. La hessiana no és prou gran i la convergència és lineal. R_k convergeix a un valor diferent de 0 i M_k no convergeix.

a = 0 // MNM-SD



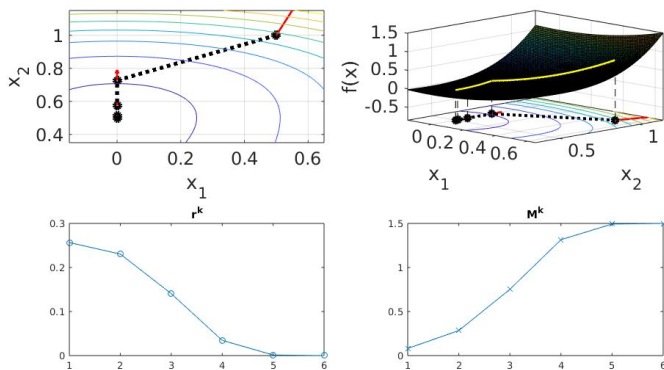
```

88 -1.0e-07 +9.8e-04 1 +1.0e-02 +1.0e-01 +2.0e+01 +1.0e-04 +7.3e-07 +1.0e+00 +1.0e+04
89 -1.0e-07 +9.8e-04 1 +1.0e-02 +1.0e-01 +2.0e+01 +1.0e-04 +7.3e-07 +1.0e+00 +1.0e+04
90 -1.0e-07 +9.8e-04 1 +1.0e-02 +1.0e-01 +2.0e+01 +1.0e-04 +7.3e-07 +1.0e+00 +1.0e+04
91 -1.0e-07 +9.8e-04 1 +1.0e-02 +1.0e-01 +2.0e+01 +1.0e-04 +7.3e-07 +1.0e+00 +1.0e+04
92 -9.9e-08 +9.8e-04 1 +1.0e-02 +1.0e-01 +2.0e+01 +1.0e-04 +7.3e-07 +1.0e+00 +1.0e+04
93 -9.9e-08 +9.8e-04 1 +1.0e-02 +1.0e-01 +2.0e+01 +1.0e-04 +7.3e-07 +1.0e+00 +1.0e+04
94 -9.9e-08 +9.8e-04 1 +1.0e-02 +1.0e-01 +2.0e+01 +1.0e-04 +7.3e-07 +1.0e+00 +1.0e+04
95 -9.9e-08 +9.8e-04 1 +1.0e-02 +1.0e-01 +2.0e+01 +1.0e-04 +7.3e-07 +1.0e+00 +1.0e+04
96 -9.9e-08 +9.8e-04 1 +1.0e-02 +1.0e-01 +2.0e+01 +1.0e-04 +7.3e-07 +1.0e+00 +1.0e+04
97 -9.9e-08 +9.8e-04 1 +1.0e-02 +1.0e-01 +2.0e+01 +1.0e-04 +7.3e-07 +1.0e+00 +1.0e+04
98 -9.9e-08 +9.8e-04 1 +1.0e-02 +1.0e-01 +2.0e+01 +1.0e-04 +7.3e-07 +1.0e+00 +1.0e+04
99 -9.9e-08 +9.8e-04 1 +1.0e-02 +1.0e-01 +2.0e+01 +1.0e-04 +7.3e-07 +1.0e+00 +1.0e+04
100 +1.0e-02 +1.0e-04 +7.3e-07
k g'*d al iWla(1) del./tau kappa ||g|| f r M
x* = [ +0.0e+00 , +2.9e-02 ]

```

Teòricament la convergència d'aquest mètode hauria de ser quadràtic, però és lineal, ja que R_k tendeix a un valor diferent de 0. Això passa perquè la hessiana al punt òptim és singular, i per tant no es compleix el TE3.4(ordre de convergència quadràtic de MNM), la matriu E_k no és igual a 0 per una k prou gran.

a = -1 // Newton's Method // x0 = (0.5, 1)



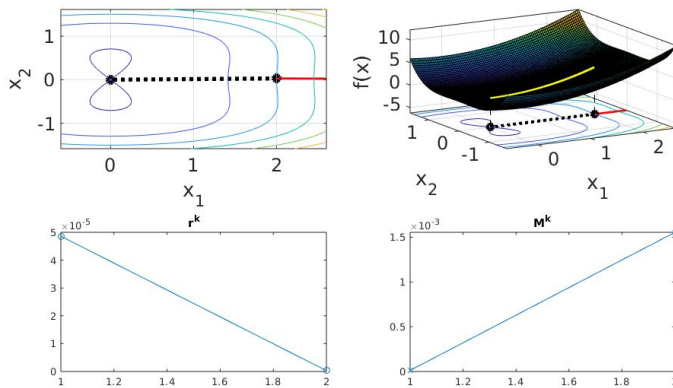
```

isds= 4
x1 = [ +5.0e-01 , +1.0e+00 ]
k g'*d al iWla(1) del./tau kappa ||g|| f r M
1 -1.3e+00 +1.0e+00 0 +2.0e+00 +0.0e+00 +5.5e+00 +3.2e+00 +7.5e-01 +2.6e-01 +8.1e-02
2 -1.2e-01 +1.0e+00 0 +2.0e+00 +0.0e+00 +2.7e+00 +8.1e-01 +1.5e-02 +2.3e-01 +2.8e-01
3 -1.2e-02 +1.0e+00 0 +2.0e+00 +0.0e+00 +1.5e+00 +1.9e-01 -5.6e-02 +1.4e-01 +7.5e-01
4 -3.2e-04 +1.0e+00 0 +2.0e+00 +0.0e+00 +1.1e+00 +2.6e-02 -6.2e-02 +3.5e-02 +1.3e+00
5 -4.1e-07 +1.0e+00 0 +2.0e+00 +0.0e+00 +1.0e+00 +9.1e-04 -6.2e-02 +1.4e-03 +1.5e+00
6 -7.6e-13 +1.0e+00 0 +2.0e+00 +0.0e+00 +1.0e+00 +1.2e-06 -6.2e-02 +1.9e-06 +1.5e+00
7 +2.0e+00
k g'*d al iWla(1) del./tau kappa ||g|| f r M
x* = [ +0.0e+00 , +5.0e-01 ]

```

Per $a = -1$, hi ha dos punts de sella, utilitzant aquest punt d'origen trobem la solució $x=(0,0)$, la convergència és quadràtica, R_k tendeix a 0 i M_k convergeix.

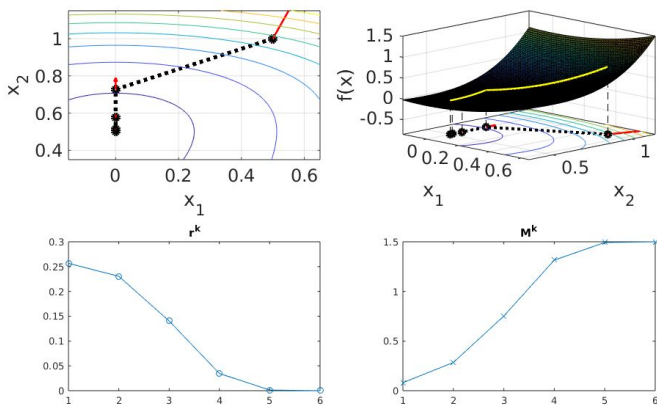
$a = -1$ // Newton's Method // $x_0 = (2, 0.1\sqrt{a/12})$



```
f = @(x)x(1)^2+x(2)^4+(a/2)*x(2)^2
epsG= 1.5e-08, kmax= 100
isd= 4
x1 = [ +2.0e+00 , +2.9e-02 ]
k   g'*d   al iwla(1) del./tau   kappa   ||g||   f   r   M
1   -8.0e+00 +1.0e+00   0   -9.9e-01 +0.0e+00 +0.0e+00 +4.0e+00 +4.0e+00 +4.9e-05 +1.2e-05
2   +3.8e-08 +1.0e+00   0   -1.0e+00 +0.0e+00 +0.0e+00 +1.9e-04 -1.9e-08 +3.0e-07 +1.6e-03
3   -1.0e+00
k   g'*d   al iwla(1) del./tau   kappa   ||g||   f   r   M
x* = [ +0.0e+00 , +5.9e-11 ]
```

Utilitzant aquest altre punt origen trobem l'altre punt estacionari, que és un punt de sella. Aquí també hi ha convergència quadràtica.

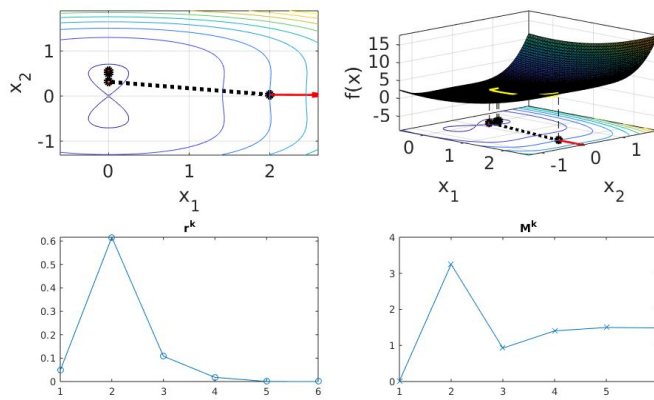
$a = -1$ // MNM-SD // $x_0 = (0.5, 1)$



```
k   g'*d   al iwla(1) del./tau   kappa   ||g||   f   r   M
1   -1.3e+00 +1.0e+00   4   +2.0e+00 +1.0e-01 +5.5e+00 +3.2e+00 +7.5e-01 +2.6e-01 +8.1e-02
2   -1.2e-01 +1.0e+00   4   +2.0e+00 +1.0e-01 +2.7e+00 +8.1e-01 +1.5e-02 +2.3e-01 +2.8e-01
3   -1.2e-02 +1.0e+00   4   +2.0e+00 +1.0e-01 +1.5e+00 +1.9e-01 -5.6e-02 +1.4e-01 +7.5e-01
4   -3.2e-04 +1.0e+00   4   +2.0e+00 +1.0e-01 +1.1e+00 +2.6e-02 -6.2e-02 +3.5e-02 +1.3e+00
5   -4.1e-07 +1.0e+00   4   +2.0e+00 +1.0e-01 +1.0e+00 +9.1e-04 -6.2e-02 +1.4e-03 +1.5e+00
6   -7.6e-13 +1.0e+00   4   +2.0e+00 +1.0e-01 +1.0e+00 +1.2e-06 -6.2e-02 +1.9e-06 +1.5e+00
7   +2.0e+00
k   g'*d   al iwla(1) del./tau   kappa   ||g||   f   r   M
x* = [ +0.0e+00 , +5.0e-01 ]
```

Utilitzant MNM-SD i el primer punt d'origen trobem la solució òptima, com en el primer cas anterior. Aquí la convergència també és quadràtica.

$a = -1$ // MNM-SD // $x_0 = (2, 0.1 \cdot \sqrt{a/12})$



```
x1 = [ +2.0e+00 , +2.9e-02 ]
k      g'*d      al iWla(1) del./tau      kappa      ||g||      f      r      M
1 -8.0e+00 +1.0e+00 4 -9.9e-01 +1.0e-01 +2.0e+01 +4.0e+00 +4.0e+00 +4.7e-02 +1.2e-02
2 -1.8e-01 +2.5e-01 3 +2.0e-01 +1.0e-01 +9.9e+00 +1.9e-01 -4.0e-02 +6.2e-01 +3.2e+00
3 -5.2e-03 +1.0e+00 4 +2.0e+00 +1.0e-01 +1.3e+00 +1.2e-01 -6.0e-02 +1.1e-01 +9.2e-01
4 -7.7e-05 +1.0e+00 4 +2.0e+00 +1.0e-01 +1.0e+00 +1.3e-02 -6.2e-02 +1.8e-02 +1.4e+00
5 -2.5e-08 +1.0e+00 4 +2.0e+00 +1.0e-01 +1.0e+00 +2.2e-04 -6.2e-02 +3.4e-04 +1.5e+00
6 -2.8e-15 +1.0e+00 4 +2.0e+00 +1.0e-01 +1.0e+00 +7.5e-08 -6.2e-02 +1.1e-07 +1.5e+00
7      +2.0e+00      +8.4e-15 -6.2e-02
k      g'*d      al iWla(1) del./tau      kappa      ||g||      f      r      M
x* = [ +0.0e+00 , +5.0e-01 ]
```

Amb el segon punt d'origen i el mètode MNM-SD, aconseguim no quedar-nos encallats en el punt de sella i trobar el punt òptim. La convergència aquí també és quadràtica.