
Módulo 1 - Trabalho de Implementação

Integração numérica trapezoidal

Código fonte

O código se encontra nesse repositório, em `integra.c`.

O problema escolhido

O problema selecionado foi a integração numérica através de trapézios.

O programa recebe como entrada:

- o número de trapézios para serem somados e, dessa forma, aproximarem a área da integral;
- o número de threads que realizarão as somas;
- o id da função a ser integrada;
- o limite inferior de integração;
- o limite superior de integração.

Foi escolhida a divisão em blocos para a distribuição de tarefas entre as threads.

Foi observado que se o limite superior for menor que limite inferior, a base será negativa, o que garante que o valor da integral estará correto.

Casos de teste

Foram escolhidas 3 funções teste para a execução do código:

- x^2
- $x^3 - 4x^2 + 3x - 12$
- $\text{sen}(x)$

Para o teste, foram comparados dois resultados:

- No resultado esperado, foi usada a diferença entre as primitivas das respectivas funções avaliadas nos limites superior e inferior;
- No resultado calculado pela função, foi calculado pelo programa a área de cada trapézio
 - uma thread fica responsável por uma parcela de trapézios, sendo essa parcela o tamanho de cada bloco
 - por fim, a função `main` realiza a soma de todas as áreas, aproximando o valor da integral

Corretude

1000 TRAPÉZIOS			
f(1) / sequencial	f(1) / 2 threads	f(1) / 4 threads	f(1) / 6 threads
-0.000121500008	-0.000121500006	-0.000121500003	-0.000121500002
100000 TRAPÉZIOS			
f(1) / sequencial	f(1) / 2 threads	f(1) / 4 threads	f(1) / 6 threads
-0.000000012826	-0.00000001249	-0.000000012322	-0.000000012267
10000000 TRAPÉZIOS			
f(1) / sequencial	f(1) / 2 threads	f(1) / 4 threads	f(1) / 6 threads
0.000000064508	0.000000032662	0.000000016568	0.000000011159

10000 TRAPÉZIOS			
f(1) / sequencial	f(1) / 2 threads	f(1) / 4 threads	f(1) / 6 threads
-0.000001214911	-0.000001214936	-0.000001214968	-0.000001214978
1000000 TRAPÉZIOS			
f(1) / sequencial	f(1) / 2 threads	f(1) / 4 threads	f(1) / 6 threads
-0.000000009658	-0.00000000708	-0.000000003755	-0.0000000027
100000000 TRAPÉZIOS			
f(1) / sequencial	f(1) / 2 threads	f(1) / 4 threads	f(1) / 6 threads
-0.000000772934	-0.000000615436	-0.000000325433	-0.000000233207

1000 TRAPÉZIOS			
f(2) / sequencial	f(2) / 2 threads	f(2) / 4 threads	f(2) / 6 threads
-0.001518750071	-0.00151875006	-0.001518750027	-0.001518750018
100000 TRAPÉZIOS			
f(2) / sequencial	f(2) / 2 threads	f(2) / 4 threads	f(2) / 6 threads
-0.0000000157352	-0.0000000154628	-0.0000000153168	-0.0000000152713
10000000 TRAPÉZIOS			
f(2) / sequencial	f(2) / 2 threads	f(2) / 4 threads	f(2) / 6 threads
0.0000000524599	0.0000000265328	0.0000000124839	0.0000000080632

10000 TRAPÉZIOS			
f(2) / sequencial	f(2) / 2 threads	f(2) / 4 threads	f(2) / 6 threads
-0.000015186724	-0.000015186933	-0.000015187238	-0.000015187323
1000000 TRAPÉZIOS			
f(2) / sequencial	f(2) / 2 threads	f(2) / 4 threads	f(2) / 6 threads
-0.000000087266	-0.000000066349	-0.000000032157	-0.000000022054
100000000 TRAPÉZIOS			
f(2) / sequencial	f(2) / 2 threads	f(2) / 4 threads	f(2) / 6 threads
-0.000007191231	-0.000005908458	-0.00000280849	-0.000001887564

1000 TRAPÉZIOS			
f(3) / sequencial	f(3) / 2 threads	f(3) / 4 threads	f(3) / 6 threads
0.000009310786	0.000009310786	0.000009310786	0.000009310786
100000 TRAPÉZIOS			
f(3) / sequencial	f(3) / 2 threads	f(3) / 4 threads	f(3) / 6 threads
0.000000000938	0.000000000938	0.000000000932	0.000000000932
10000000 TRAPÉZIOS			
f(3) / sequencial	f(3) / 2 threads	f(3) / 4 threads	f(3) / 6 threads
-0.000000000611	-0.000000000684	-0.000000000008	-0.000000000116

10000 TRAPÉZIOS			
f(3) / sequencial	f(3) / 2 threads	f(3) / 4 threads	f(3) / 6 threads
0.000000093107	0.000000093106	0.000000093108	0.000000093108
1000000 TRAPÉZIOS			
f(3) / sequencial	f(3) / 2 threads	f(3) / 4 threads	f(3) / 6 threads
0.000000000128	0.000000000134	0.000000000003	-0.000000000008
100000000 TRAPÉZIOS			
f(3) / sequencial	f(3) / 2 threads	f(3) / 4 threads	f(3) / 6 threads
0.000000009847	0.000000010213	-0.000000001376	-0.000000002104

Nas funções 1, 2 e 3, o erro tende a diminuir conforme o número de trapézios aumenta.

Isso se deve a maior quantidade de seções da área sob o gráfico (trapézios), que serão posteriormente somadas, resultando em mais aproximações que o programa consegue realizar.

Ganho de desempenho

Foram feitos os testes sob 3 condições distintas:

- com cada uma das funções citadas;
- com 10^3 , 10^4 , 10^5 , 10^6 , 10^7 e 10^8 trapézios;
- sequencial, com 2 threads, com 4 threads e com 6 threads.

Nas tabelas a seguir, registrei a aceleração de cada uma das funções, com cada uma das quantidades de trapézios, em relação a 2, 4 e 6 threads. Indo função por função:

$$x^2$$

Com 10^3 e 10^4 trapézios, não há ganho de desempenho da execução sequencial para a execução concorrente. Isso ocorre devido ao overhead de iniciar as threads, o que dominou o tempo de execução em relação à execução sequencial.

Com 10^5 , 10^6 , 10^7 e 10^8 , é possível ver o ganho de desempenho.

1000 TRAPÉZIOS						
f(1) / sequencial	f(1) / 2 threads	f(1) / 4 threads	f(1) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.000015	0.000269	0.000346	0.000357			
0.000008	0.000304	0.000391	0.000393			
0.000015	0.000297	0.000363	0.000454			
0.000015	0.000291	0.000374	0.000383			
0.000015	0.000295	0.00041	0.00037			
0.000008	0.000269	0.000346	0.000357	0.029740	0.02312138728	0.02240896359
100000 TRAPÉZIOS						
f(1) / sequencial	f(1) / 2 threads	f(1) / 4 threads	f(1) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.001426	0.00102	0.000685	0.000521			
0.001122	0.000987	0.000612	0.000615			
0.001115	0.000995	0.000636	0.000689			
0.001772	0.000989	0.00062	0.00064			
0.001429	0.001006	0.000654	0.000598			
0.001115	0.000997	0.000612	0.000521	1.129686	1.821895425	2.140115163
1000000 TRAPÉZIOS						
f(1) / sequencial	f(1) / 2 threads	f(1) / 4 threads	f(1) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.099186	0.06097	0.03895	0.025503			
0.100134	0.063011	0.03928	0.026425			
0.101868	0.065333	0.038036	0.026233			
0.096987	0.05994	0.038914	0.027862			
0.103022	0.061668	0.038823	0.026595			
0.096987	0.05994	0.038036	0.025503	1.618068	2.549873804	3.802964357

10000 TRAPÉZIOS						
f(1) / sequencial	f(1) / 2 threads	f(1) / 4 threads	f(1) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.000143	0.000347	0.000353	0.000402			
0.000153	0.00029	0.000434	0.000436			
0.000150	0.00035	0.000322	0.000399			
0.000143	0.000359	0.000348	0.000417			
0.000143	0.000363	0.000359	0.000475			
0.000143	0.00029	0.000322	0.000399	0.493103	0.4440993789	0.35839599
1000000 TRAPÉZIOS						
f(1) / sequencial	f(1) / 2 threads	f(1) / 4 threads	f(1) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.007478	0.007323	0.004041	0.003052			
0.015174	0.007303	0.003966	0.003103			
0.015976	0.007749	0.003901	0.002802			
0.014222	0.007722	0.004077	0.00409			
0.014214	0.008191	0.004023	0.002865			
0.007478	0.007303	0.003901	0.002802	1.023963	1.916944373	2.668807994
10000000 TRAPÉZIOS						
f(1) / sequencial	f(1) / 2 threads	f(1) / 4 threads	f(1) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.773607	0.396974	0.215204	0.152335			
0.772834	0.401854	0.218896	0.155632			
0.756103	0.395704	0.21555	0.152493			
0.768868	0.412906	0.217202	0.15379			
0.772818	0.403307	0.218068	0.151834			
0.756103	0.395704	0.215204	0.151834	1.910779	3.513424472	4.979800308

Figure 1: Função $1 - x^2$

$$x^3 - 4x^2 + 3x - 12$$

Assim como na primeira função, com 10^3 e 10^4 trapézios não há ganho de desempenho, provavelmente pelo mesmo motivo.

Já com 10^5 trapézios, o ganho de desempenho entre 2 e 4 threads é expressivo, porém entre 4 e 6 não há ganho.

Com 10^6 , 10^7 e 10^8 é possível ver o ganho de desempenho.

1000 TRAPÉZIOS						
f(2) / sequencial	f(2) / 2 threads	f(2) / 4 threads	f(2) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.0000180	0.000297	0.000394	0.000362			
0.0000210	0.000297	0.000402	0.000434			
0.0000190	0.000293	0.000355	0.000399			
0.0000180	0.000296	0.000406	0.00043			
0.0000210	0.000278	0.000362	0.000426			
0.000018	0.000278	0.000355	0.000362	0.064748	0.05070422535	0.04972375691
100000 TRAPÉZIOS						
f(2) / sequencial	f(2) / 2 threads	f(2) / 4 threads	f(2) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.0013080	0.001194	0.000753	0.000685			
0.0019530	0.00114	0.000776	0.000697			
0.0016630	0.001178	0.000874	0.000657			
0.0016580	0.001174	0.000759	0.000657			
0.0016660	0.001129	0.000659	0.00071			
0.001308	0.001129	0.000659	0.000657	1.158547	1.984825493	1.99086758
10000000 TRAPÉZIOS						
f(2) / sequencial	f(2) / 2 threads	f(2) / 4 threads	f(2) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.1103200	0.068816	0.045828	0.029953			
0.0986880	0.06771	0.046726	0.031545			
0.1136700	0.069666	0.049036	0.030238			
0.1133050	0.068646	0.045336	0.031365			
0.1113870	0.071259	0.046609	0.03008			
0.098688	0.06771	0.045336	0.029953	1.457510	2.176813129	3.294761793

10000 TRAPÉZIOS						
f(2) / sequencial	f(2) / 2 threads	f(2) / 4 threads	f(2) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.0001670	0.000352	0.000351	0.000419			
0.0001670	0.000337	0.000355	0.000402			
0.0001670	0.000363	0.000323	0.000426			
0.0001670	0.000372	0.00047	0.000384			
0.0001670	0.000379	0.000291	0.000524			
0.000167	0.000337	0.000291	0.000384	0.495549	0.5738831615	0.4348958333
1000000 TRAPÉZIOS						
f(2) / sequencial	f(2) / 2 threads	f(2) / 4 threads	f(2) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.0176210	0.01012	0.004685	0.005102			
0.0165910	0.010221	0.004955	0.003596			
0.0166100	0.008772	0.004601	0.003811			
0.0184530	0.008776	0.004619	0.003247			
0.0177540	0.009276	0.00462	0.003258			
0.016591	0.008772	0.004601	0.003247	1.891359	3.605955227	5.109639667
100000000 TRAPÉZIOS						
f(2) / sequencial	f(2) / 2 threads	f(2) / 4 threads	f(2) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.8968520	0.475485	0.255326	0.178658			
0.8940410	0.474659	0.255328	0.177636			
0.8990890	0.481607	0.255294	0.180312			
0.9012040	0.478767	0.253197	0.179157			
0.9023630	0.476843	0.254295	0.225064			
0.894041	0.474659	0.253197	0.177636	1.883544	3.531009451	5.032994438

Figure 2: Função $2 - x^3 - 4x^2 + 3x - 12$

$sen(x)$

Já na terceira função, apenas não há ganho de desempenho no primeiro caso, com 10^3 trapézios.

Com 10^4 há ganho de desempenho, porém uma ligeira perda entre 4 e 6 threads.

Com 10^5 , 10^6 , 10^7 e 10^8 é possível ver o ganho de desempenho.

1000 TRAPÉZIOS						
f(3) / sequencial	f(3) / 2 threads	f(3) / 4 threads	f(3) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.000071	0.000329	0.000368	0.000386			
0.000070	0.000313	0.000364	0.000402			
0.000071	0.000344	0.000377	0.000389			
0.000070	0.00032	0.000415	0.000428			
0.000070	0.000324	0.000344	0.000439			
0.00007	0.000313	0.000344	0.000386	0.223642	0.2034883721	0.1813471503
100000 TRAPÉZIOS						
f(3) / sequencial	f(3) / 2 threads	f(3) / 4 threads	f(3) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.0057030	0.003143	0.001826	0.001399			
0.0056990	0.003169	0.001715	0.001371			
0.0057130	0.00316	0.001716	0.001309			
0.0057150	0.003155	0.001845	0.001563			
0.0057020	0.003146	0.001723	0.001538			
0.005699	0.003143	0.001715	0.001309	1.813236	3.32303207	4.353705118
10000000 TRAPÉZIOS						
f(3) / sequencial	f(3) / 2 threads	f(3) / 4 threads	f(3) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.3233350	0.175627	0.100806	0.075777			
0.3228580	0.175706	0.100258	0.078528			
0.3156200	0.175537	0.109548	0.076433			
0.3231530	0.176837	0.100957	0.0772			
0.3234640	0.195876	0.100701	0.079622			
0.31562	0.175537	0.100258	0.075777	1.798025	3.148077959	4.165116064

10000 TRAPÉZIOS						
f(3) / sequencial	f(3) / 2 threads	f(3) / 4 threads	f(3) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.0005890	0.000601	0.00045	0.000555			
0.0005840	0.000575	0.000453	0.000476			
0.0005810	0.000522	0.000469	0.000479			
0.0005920	0.000587	0.00046	0.00048			
0.0005850	0.000586	0.000461	0.000486			
0.000581	0.000522	0.00045	0.000476	1.113027	1.291111111	1.220588235
1000000 TRAPÉZIOS						
f(3) / sequencial	f(3) / 2 threads	f(3) / 4 threads	f(3) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
0.0557340	0.030884	0.015424	0.010668			
0.0355180	0.028774	0.015229	0.010967			
0.0565100	0.028705	0.016024	0.011578			
0.0527350	0.030991	0.015391	0.011577			
0.0555960	0.031684	0.017186	0.011762			
0.035518	0.028705	0.015229	0.010668	1.237345	2.332260818	3.329396325
100000000 TRAPÉZIOS						
f(3) / sequencial	f(3) / 2 threads	f(3) / 4 threads	f(3) / 6 threads	Aceleração 2 T	Aceleração 4 T	Aceleração 6 T
3.0341350	1.545643	0.806594	0.541131			
3.0312100	1.525621	0.801332	0.539335			
3.0066270	1.527645	0.801548	0.542516			
3.0213550	1.52499	0.801274	0.541174			
3.0256540	1.522933	0.800032	0.54369			
3.006627	1.522933	0.800032	0.539335	1.974235	3.758133425	5.574692909

Figure 3: Função $3 - sen(x)$