

Férmions de Majorana

Autor : Mardônio França

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Santos de Almeida

1

1. Introdução

2. Férmions de Majorana

3. Equação de Dirac

4. Neutrinos

5. Computação Quântica

6. Modos de Majorana 1/2

7. Modos de Majorana 2/2

8. Conclusão

Resumo

Iremos apresentar de forma breve neste trabalho os **Férmions de Majorana** que representam entidades cujas **partículas** são iguais às suas **antipartículas** e foram propostas inicialmente pelo físico italiano **Ettore Majorana**. Em seguida, apresentaremos o seu desenvolvimento a partir da **equação relativística para o elétron** proposta por **Dirac**. Para finalizar, discutiremos aplicações em **neutrinos** e **fio quânticos** sendo analisados sob o aspectos de tais partículas.

2

1. Introdução
- 2. Férmions de Majorana**
3. Equação de Dirac
4. Neutrinos
5. Computação Quântica
6. Modos de Majorana 1/2
7. Modos de Majorana 2/2
8. Conclusão

Motivação

- Centenário da Mecânica Quântica
- Era da Vida Digital
- Computação Clássica x Computação Quântica

Problema

- Como fazer máquinas quânticas ?

Possibilidades de Solução

- Partículas de Majorana na construção de Fios Quânticos

3

1. Introdução
2. Férmions de Majorana
- 3. Equação de Dirac**
4. Neutrinos
5. Computação Quântica
6. Modos de Majorana 1/2
7. Modos de Majorana 2/2
8. Conclusão

Problema

Dirac buscava encontrar uma equação relativística covariante para a equação de onda de Schrodinger

Solução | 1/4

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi, \quad (1)$$

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4, \quad (2)$$

Dirac propôs o seguinte Hamiltoniano:

$$H = \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m, \quad (3)$$

Solução | 2/4

$$\hat{p} = -i\nabla. \quad (4)$$

$$H^2 = (\vec{\alpha} \cdot (-i\nabla) + \beta m)(\vec{\alpha} \cdot (-i\nabla) + \beta m). \quad (5)$$

$$(\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m)(\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m)\Psi = [p^2 + m^2]\Psi. \quad (6)$$

Solução | 3/4

$$\alpha_i^2 p_i^2 + (\alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i) p_i p_j + (\alpha_i \beta + \beta \alpha_i) p_i m + (\beta^2 m^2) \Psi = [p^2 + m^2] \Psi. \quad (7)$$

Solução | 4/4

Relacionando a equação (7) com a equação (6), temos as seguintes condições:

$$[\alpha_i, \beta] \neq 0 \quad \text{e} \quad \alpha_i^2 = \beta^2 = 1, \quad (8)$$

portanto, as condições acima nos dão 10 condições para os termos α e β . Os operadores α_i e β são definidos como:

$$\begin{aligned} \alpha_i \alpha_j &= 2\delta_{ij}, \\ \alpha_i \beta + \beta \alpha_i &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\beta^2 = 1. \quad (10)$$

Densidade de Corrente de Probabilidade | 1/3

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[\frac{\hbar c}{i} \left(\hat{a}_1 \frac{\partial}{x_1} + \hat{a}_2 \frac{\partial}{x_2} + \hat{a}_3 \frac{\partial}{x_3} \right) + \hat{\beta} m_0 c^2 \right] \psi = \hat{H} \psi, \quad (11)$$

com

$$\psi^\dagger = (\psi_1^*, \psi_2^*, \psi_3^*, \psi_4^*) \quad (12)$$

e multiplicando (11) pela esquerda por (12), obtemos

$$i\hbar \psi^\dagger \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left[\frac{\hbar c}{i} \left(\sum_{k=1}^3 \frac{\partial \psi^\dagger}{\partial x^k} \hat{a}_k^\dagger \frac{\partial}{\partial x^k} \psi \right) + m_0 c^2 \psi^\dagger \hat{\beta} \psi \right]. \quad (13)$$

Densidade de Corrente de Probabilidade | 2/3

$$-i\hbar \frac{\partial \psi^\dagger}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar c}{i} \left(\sum_{k=1}^3 \frac{\partial \psi^\dagger}{\partial x^k} \hat{a}_k^\dagger \right) + m_0 c^2 \psi^\dagger \hat{\beta}^\dagger \right]. \quad (14)$$

$$\hat{a}_i^\dagger = \hat{a}_i \quad (15)$$

e

$$\hat{b}^\dagger = \hat{b}, \quad (16)$$

Densidade de Corrente de Probabilidade | 3/3

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}(\psi^\dagger \psi) = \frac{\hbar c}{i} \sum_{k=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_k}(\psi^\dagger a_k \psi). \quad (17)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot j = 0 \quad (18)$$

portanto, comparando as 2 eq anteriores, temos que

$$\rho = \psi^\dagger \psi = \sum_{i=0}^4 \psi^* \psi \quad (19)$$

e

$$j^k = c \psi^* a_k \psi, \quad (20)$$

Mar de Dirac 1/3

“ Imagine que no mundo como o conhecemos os estados de energia negativa estão todos preenchidos, daí se evocarmos o princípio de exclusão de Pauli, os elétrons que estão ocupando os estados positivos não podem decair para os negativos. Esses estados negativos ocupados formam então o que se convencionou chamar de mar de Dirac.

Suponha que esse 'mar' de estados negativos seja excitado por um fóton com energia suficiente para promover um elétron para um dado estado de energia positiva. Ao ser promovido, esse elétron deixa um estado desocupado para trás, ou um buraco como é usualmente dito. Esse buraco se comporta exatamente como um elétron de energia positiva mas com carga positiva”

Mar de Dirac 2/3

Dirac admitiu que sua teoria estava prevendo um novo tipo de partícula, que mais tarde ficou conhecida como pósitron, já que possuía as mesmas propriedades do elétron mas com carga positiva.

Mar de Dirac 3/3

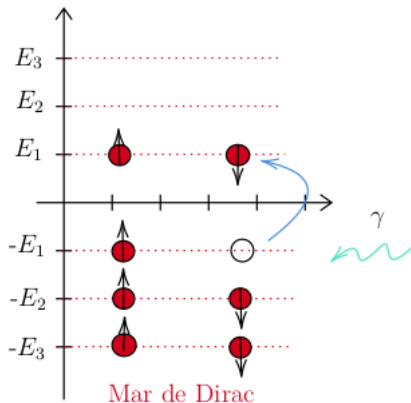
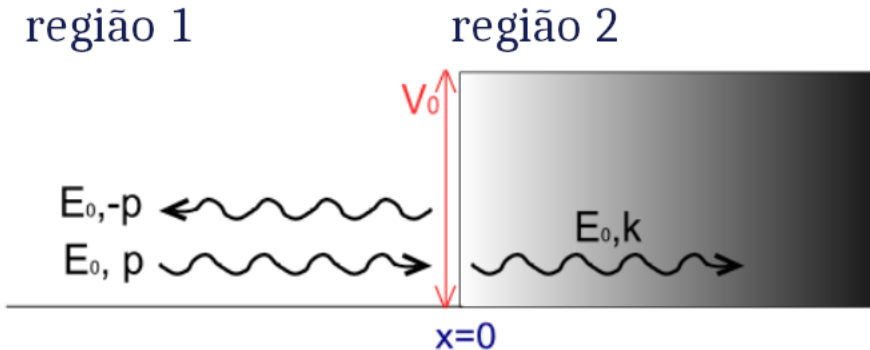


Figure: Qdo um fóton excita o MarDirac, um e^- é promovido deixando um buraco para trás, que se comporta como uma p^+ .

Paradoxo de Klein 1/2



Paradoxo de Klein 2/2

A interpretação para esse paradoxo é que as forças extremamente fortes devido a barreira de potencial causam a produção espontânea de pares elétron-positron

4

1. Introdução
2. Férmions de Majorana
3. Equação de Dirac
4. **Neutrinos**
5. Computação Quântica
6. Modos de Majorana 1/2
7. Modos de Majorana 2/2
8. Conclusão

Resumo

Férmions de Majorana são possíveis candidatos a representarem os neutrinos.

5

1. Introdução
2. Férmions de Majorana
3. Equação de Dirac
4. Neutrinos
- 5. Computação Quântica**
6. Modos de Majorana 1/2
7. Modos de Majorana 2/2
8. Conclusão

A computação quântica está sendo implementada utilizando várias tecnologias afim de viabilizar a produção dos bits quânticos entre elas: spin nuclear, íons aprisionados por campos eletromagnéticos, tecnologias fotônicas, supercondutores e semicondutores.

6

1. Introdução
2. Férmions de Majorana
3. Equação de Dirac
4. Neutrinos
5. Computação Quântica
- 6. Modos de Majorana 1/2**
7. Modos de Majorana 2/2
8. Conclusão

Modos de Majorana é utilizados para designar os estados ligados com energia zero em matéria condensada

7

1. Introdução
2. Férmions de Majorana
3. Equação de Dirac
4. Neutrinos
5. Computação Quântica
6. Modos de Majorana 1/2
- 7. Modos de Majorana 2/2**
8. Conclusão

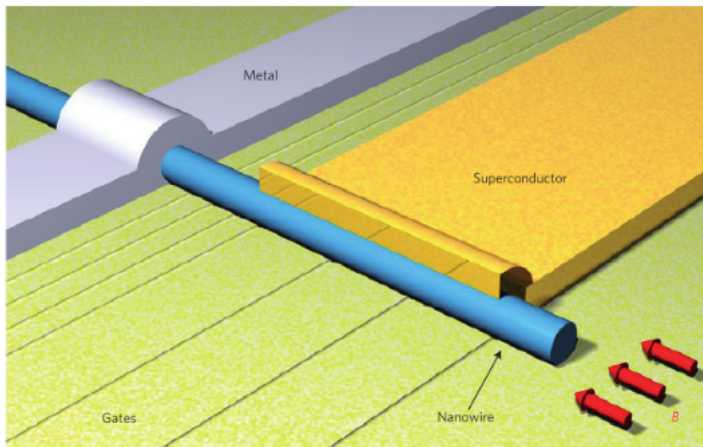


Figure: Um típico setup experimental para a detecção de modos de Majorana em fios quânticos. O fio é colocado sobre um substrato contendo gates metálicos e coberto por eletrodos metálicos normal (cinza) e supercondutor (amarelo). As setas vermelhas indicam o campo magnético externo aplicado.

8

1. Introdução
2. Férmions de Majorana
3. Equação de Dirac
4. Neutrinos
5. Computação Quântica
6. Modos de Majorana 1/2
7. Modos de Majorana 2/2
8. Conclusão

Resumo

Esperamos como perspectivas futuras de trabalho desenvolver estudos aplicados a importância e descrição dos férmions de Majorana para os neutrinos assim como para os fios quânticos, entre outros.

Bibliography

- [1] Walter Greiner, D.A. Bromley *The T_EXbook*. Springer
- [2] Sakurai, J. J *Modern Quantum Mechanics*.
- [3] Freire, P. T. C. *Primeiros Passos na Mecânica Quântica*
- [4] Lima, F C E and Moreira, A R P and Machado, L E S and Almeida, C A S *Statistical properties of linear Majorana fermions* Intern. J. Quant. Chem. 120, e26645 2020
- [5] Bernd Thaller *The Dirac Equation* Berlin Heidelberg New York - Spring - Verlag - ISBN 3 -540-54883-1 - 1992