Espinores de Majorana

Um estudo inicial

Gabriel Santiago
Mardônio França

Orientação : Dr. Carlos Alberto Almeida

física ufc

Mecânica Quântica Relativística

conceito

Na física, a mecânica quântica relativista é uma formulação covariante de Poincaré da mecânica quântica.

Esta teoria é aplicável a partículas massivas que se propagam em todas as velocidades até as comparáveis à velocidade da luz c e podem acomodar partículas sem massa.

A teoria tem aplicação em física de alta energia, física de partículas e física de aceleradores, bem como física atômica, química e física da matéria condensada.

Equação de Dirac

Na mecânica quântica, equação de Dirac é uma equação de onda relativística proposta por Paul Dirac em 1928 que descreve com sucesso partículas elementares de spin-½, como o elétron, segue abaixo em unidades naturais (onde $\hbar = c = 1$) e utilizando a notação de barra de Feynman

$$(i\partial\!\!\!/ - m)\psi = 0$$

Einstein's words, "the most logically perfect presentation of quantum mechanics"

The Quantum Theory of the Electron.

By P. A. M. Dirac, St. John's College, Cambridge.

(Communicated by R. H. Fowler, F.R.S.—Received January 2, 1928.)

The new quantum mechanics, when applied to the problem of the structure of the atom with point-charge electrons, does not give results in agreement with experiment. The discrepancies consist of "duplexity" phenomena, the observed number of stationary states for an electron in an atom being twice the number given by the theory. To meet the difficulty, Goudsmit and Uhlenbeck have introduced the idea of an electron with a spin angular momentum of half a quantum and a magnetic moment of one Bohr magneton. This model for the electron has been fitted into the new mechanics by Pauli,* and Darwin,† working with an equivalent theory, has shown that it gives results in agreement with experiment for hydrogen-like spectra to the first order of accuracy.

The question remains as to why Nature should have chosen this particular model for the electron instead of being satisfied with the point-charge. One would like to find some incompleteness in the previous methods of applying quantum mechanics to the point-charge electron such that, when removed, the whole of the duplexity phenomena follow without arbitrary assumptions. In the present paper it is shown that this is the case, the incompleteness of the previous theories lying in their disagreement with relativity, or, alternatetively, with the general transformation theory of quantum mechanics. It appears that the simplest Hamiltonian for a point-charge electron satisfying the requirements of both relativity and the general transformation theory leads to an explanation of all duplexity phenomena without further assumption. All the same there is a great deal of truth in the spinning electron model, at least as a first approximation. The most important failure of the model seems to be that the magnitude of the resultant orbital angular momentum of an electron moving in an orbit in a central field of force is not a constant, as the model leads one to expect.

Férmions de Majorana

Na física de partículas, por definição, um férmion de Majorana é uma quase-partícula que é também a sua própria antipartícula. O férmion de Majorana foi inicialmente proposto pelo físico italiano Ettore Majorana.

Nenhum férmion de Majorana foi descoberto livre na natureza como uma partícula elementar no entanto, os cientistas examinaram a superfície perto das “ilhas” ferromagnéticas de sulfeto de európio e viram o sinal disparar energia quase zero na superfície superior do ouro. Segundo os cientistas, os sinais devem ser gerados por pares de férmions de Majorana. Acreditar-se que o neutralino possa ser um férmion de Majorana.

Os férmions de Majorana tiveram sua origem na física de partículas, a partir do trabalho do físico italiano Ettore Majorana que propôs em 1937 (4) uma solução real para a equação de Dirac. O fato das partículas serem descritas por uma solução real implica que essas são suas próprias antipartículas

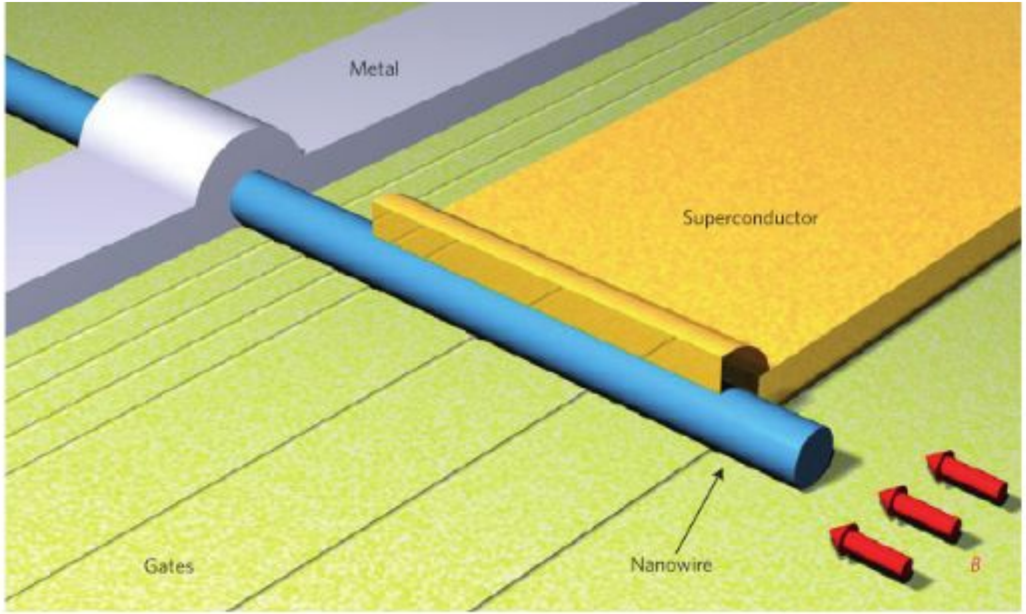
Férmions de Majorana

Híbrido de partícula e antipartícula Análogo da antimatéria

Nos materiais condutores de eletricidade, existe um análogo da antimatéria: os elétrons (negativos) e as lacunas (positivas), um desaparecendo ao se encontrar com o outro. Ou seja, assim como partículas e antipartículas não podem coexistir, elétrons e lacunas também não. Os físicos então idealizaram um experimento no qual elétrons e lacunas podem ser preservados sem se fundirem. Para isso eles combinaram materiais supercondutores com isolantes topológicos, um tipo de material que conduz eletricidade apenas em sua superfície. Quando são unidos, os dois materiais criam um padrão de campos elétricos em sua interface que pode evitar que os elétrons caiam nas lacunas, eventualmente permitindo a formação dos férmions de Majorana. E foi isso o que fizeram Vincent Mourik e seus colegas das universidades de Delft e Eindhoven.

O grupo acredita ter localizado os férmions de Majorana dentro dos nanofios de um tipo muito estranho de transístor, construído por eles com supercondutores e isolantes topológicos. Quando o transístor supercondutor foi colocado sob um campo magnético, os cientistas observaram um pico de sinal de tunelamento, em energia zero. O sinal resistiu a variações do campo magnético e da tensão aplicada ao transístor. O sinal de pico desapareceu quando foram eliminados os "ingredientes" propostos teoricamente como necessários para a formação dos férmions de Majorana - como o campo magnético, ou quando eles trocaram a porção supercondutora do transístor por um fio normal. Férmions de Majorana não são partículas, ou pequenas quantidades de matéria, no sentido que são considerados os elétrons ou os neutrinos: eles são quasepartículas, como os plásmons de superfície - mas que se comportam de forma muito parecida com uma partícula "autêntica", o que permite sua detecção.

Férmions de Majorana



Um típico *setup* experimental para a detecção de modos de Majorana em fios quânticos. O fio é posto sobre um substrato contento os *gates* metálicos e coberto por eletrodos metálicos normal (cinza) e supercondutor (amarelo) . As setas vermelhas indicam o campo magnético externo aplicado.

Problema

1 Objetivo

Deveremos mostrar que existem 4 matrizes 4×4, denominadas Γ_μ, que obedecem as seguintes relações:

$$\begin{cases} Re(\Gamma_\mu)_{\alpha\beta} = 0 \\ \Gamma_\mu\Gamma_\nu + \Gamma_\nu\Gamma_\mu = 2g_{\mu\nu} \\ (i\hbar\Gamma_\mu\partial^\mu - m_0 c)\psi = 0 \end{cases}$$

Ou seja, deveremos provar que tais matrizes obedecem a equação de Dirac, uma relação de anticomutação e que essas matrizes são puramente imaginárias.

Problema

2 Desenvolvimento

Como desejamos que esse novo conjunto de matrizes obedeça à Equação de Dirac, nada mais natural que buscarmos definir esse novo conjunto em termos das matrizes gama (matrizes de Dirac). Outro ponto fundamental para desejarmos definir dessa maneira é de que essas matrizes obedecem a uma relação de anticomutação. Faremos essa definição assim como se segue:

$$\begin{cases} \Gamma_0 = \gamma_0\gamma_2 \\ \Gamma_1 = i\gamma_0\gamma_1 \\ \Gamma_2 = i\gamma_0 \\ \Gamma_3 = i\gamma_0\gamma_3 \end{cases}$$

Problema

2.1 Provando a Primeira Relação

Agora, analisaremos se esse novo conjunto de matrizes obedece à primeira relação imposta pelo problema. Para isso observaremos as matrizes conjugadas àquelas que propomos:

$$\begin{cases} \Gamma_0^* = \gamma_0^*\gamma_2^* = -\gamma_0\gamma_2 = -\Gamma_0 \\ \Gamma_1^* = -i\gamma_0^*\gamma_1^* = -i\gamma_0\gamma_1 = -\Gamma_1 \\ \Gamma_2^* = -i\gamma_0^* = -i\gamma_0 = -\Gamma_2 \\ \Gamma_3^* = -i\gamma_0^*\gamma_3^* = -i\gamma_0\gamma_3 = -\Gamma_3 \end{cases}$$

Problema

2.1 Provando a Primeira Relação

Agora, analisaremos se esse novo conjunto de matrizes obedece à primeira relação imposta pelo problema. Para isso observaremos as matrizes conjugadas àquelas que propomos:

$$\begin{cases} \Gamma_0^* = \gamma_0^*\gamma_2^* = -\gamma_0\gamma_2 = -\Gamma_0 \\ \Gamma_1^* = -i\gamma_0^*\gamma_1^* = -i\gamma_0\gamma_1 = -\Gamma_1 \\ \Gamma_2^* = -i\gamma_0^* = -i\gamma_0 = -\Gamma_2 \\ \Gamma_3^* = -i\gamma_0^*\gamma_3^* = -i\gamma_0\gamma_3 = -\Gamma_3 \end{cases}$$

Problema

Fica evidente a partir da relação acima que esse conjunto de matrizes é puramente imaginário, logo a parcela real associada à seus elementos é nula.

Problema

2.2 Provando a Segunda Relação

Aqui, deveremos observar caso a caso da relação. Porém, vale ressaltar que a matriz é simétrica e os elementos fora da diagonal principal são nulos. Primeiramente analisaremos os elementos fora da diagonal principal. Para $i = 1, 3$

$$\Gamma_2\Gamma_i = i\begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{pmatrix} i\begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} = -i\begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} i\begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{pmatrix} = -\Gamma_i\Gamma_2$$

Para $i = 0$

$$\Gamma_2\Gamma_0 = i\begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix} i\begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{pmatrix} = -\Gamma_0\Gamma_2$$

Problema

Agora, observaremos os termos fora da diagonal principal em que $i, j = 1, 3$ e $i \neq j$. Logo:

$$\Gamma_i \Gamma_j = i \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_j & 0 \end{pmatrix} i \begin{pmatrix} 0 & \sigma_j \\ \sigma_j & 0 \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} 0 & \sigma_j \\ \sigma_j & 0 \end{pmatrix} i \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} = -\Gamma_j \Gamma_i$$

Portanto, fica evidente que essas matrizes anticomutam. Agora, analisaremos os termos da diagonal principal:

$$\Gamma_0 \Gamma_0 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & (\sigma_2)^2 \\ (\sigma_2)^2 & 0 \end{pmatrix} = \mathbf{1}$$

$$\Gamma_1 \Gamma_1 = i \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \\ \sigma_1 & 0 \end{pmatrix} i \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \\ \sigma_1 & 0 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 & (\sigma_1)^2 \\ (\sigma_1)^2 & 0 \end{pmatrix} = -\mathbf{1}$$

$$\Gamma_2 \Gamma_2 = i \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{pmatrix} i \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{pmatrix} = -\mathbf{1}$$

$$\Gamma_3 \Gamma_3 = i \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix} i \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 & (\sigma_3)^2 \\ (\sigma_3)^2 & 0 \end{pmatrix} = -\mathbf{1}$$

Problema

Portanto, analisando o exposto acima, fica evidente que a relação abaixo é assegurada:

$$\Gamma_\mu \Gamma_\nu + \Gamma_\nu \Gamma_\mu = 2g_{\mu\nu} \tag{1}$$

Majorana

Ettore Majorana (Militello in Val di Catania, 5 de agosto de 1906 — 1938) foi um físico italiano que fez trabalhos promissores com os neutrinos e desapareceu misteriosamente em 1938 em uma viagem de navio entre Nápoles e Gênova.

LO SCIENZIATO MAJORANA NON FU RAPITO

Questa è la sensazionale rivelazione del prof. Emilio Segrè, che fu il più valido collaboratore di Enrico Fermi. Per oltre vent'anni tra le ipotesi sulla scomparsa del fisico Ettore Majorana, quella del rapimento da parte di una misteriosa Potenza aveva riscosso il maggior credito

Thank you !

onde andará Ettore

onde andará Ettore

onde andará Ettore