Correction du DHC n°5

Exercice 1

$$A = \frac{-5}{6} + \frac{7}{9} - \frac{13}{18} = \frac{-15}{18} + \frac{14}{18} - \frac{13}{18} = \frac{-15+14-13}{18} = \frac{-14}{18} = -\frac{2\times 7}{2\times 3\times 3} = -\frac{7}{9}$$
$$B = \frac{23}{45} + \frac{-2}{5} - \frac{13}{30} + \frac{8}{10} = \frac{46}{90} + \frac{-36}{5} - \frac{39}{90} + \frac{72}{90} = \frac{46+(-36)-39+72}{90} = \frac{43}{90}$$

Exercice 2

$$A = \frac{3}{5} \div \frac{2}{-3} = \frac{3}{5} \times \frac{-3}{2} = \frac{-9}{10}$$
$$B = \frac{-12}{5} \div \frac{-6}{7} = \frac{-12}{5} \times \frac{7}{-6} = \frac{12\times 7}{5\times 6} = \frac{2\times 2\times 3\times 7}{2\times 3\times 5} = \frac{14}{5}$$
$$C = \frac{\frac{-27}{8}}{\frac{9}{-16}} = \frac{-27}{8} \times \frac{-16}{9} = \frac{27\times 16}{8\times 9} = \frac{3\times 3\times 3\times 2\times 2\times 2\times 2}{2\times 2\times 2\times 3\times 3} = \frac{6}{1} = 6$$
$$D = \frac{\frac{49}{-12}}{\frac{14}{9}} = \frac{49}{-12} \times \frac{9}{14} = -\frac{49\times 9}{12\times 14} = -\frac{7\times 7\times 3\times 3}{2\times 2\times 3\times 2\times 7} = -\frac{21}{8}$$

Problème :

a. BC représente neuf vingt-troisièmes du périmètre de ABC, donc neuf vingt-troisièmes de $\frac{23}{6}$ cm. Puisque $\frac{9}{23} \times \frac{23}{6} = \frac{3\times 3\times 23}{23\times 2\times 3} = \frac{3}{2}$, alors on trouve que BC $= \frac{3}{2}$ cm.

b. On sait que le périmètre vaut $P = \frac{23}{6}$ cm, mais aussi que $P = \text{AB} + \text{BC} + \text{AC}$. Puisque l'on connaît AB et BC, on est capable de déterminer AC :

$$\frac{2}{3}\text{ cm} + \frac{3}{2}\text{ cm} + \text{AC} = \frac{23}{6}\text{ cm} \quad \text{donc AC} = \frac{23}{6}\text{ cm} - \frac{2}{3}\text{ cm} - \frac{3}{2}\text{ cm.}$$

On calcule alors :

$$\frac{23}{6} - \frac{2}{3} - \frac{3}{2} = \frac{23}{6} - \frac{4}{6} - \frac{9}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

Donc AC $= \frac{5}{3}$ cm.

c. Grâce aux écritures fractionnaires utilisées plus tôt, on sait que [AC] est le côté le plus long dans le triangle ABC, donc si celui-ci était rectangle, il le serait en B. On veut alors vérifier si : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

$$
\begin{aligned}
AC^2 &= \frac{5}{3} \times \frac{5}{3}\ \text{cm}^2 = \frac{25}{9}\ \text{cm}^2 = \frac{100}{36}\ \text{cm}^2 \\
\text{et} \quad AB^2 + BC^2 &= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\ \text{cm}^2 + \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}\ \text{cm}^2 \\
\text{d'où} \quad AB^2 + BC^2 &= \frac{4}{9}\ \text{cm}^2 + \frac{9}{4}\ \text{cm}^2 = \frac{16}{36}\ \text{cm}^2 + \frac{81}{36}\ \text{cm}^2 \\
\text{donc} \quad AB^2 + BC^2 &= \frac{97}{36}\ \text{cm}^2
\end{aligned}
$$

Si le triangle était rectangle, on aurait $AC^2 = AB^2 + BC^2$ d'après le théorème de Pythagore. Or, puisque $\frac{100}{36} \neq \frac{97}{100}$, alors $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$ et donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

d. Puisque ABC n'est pas rectangle, alors le parallélogramme ABCD n'est pas un rectangle.