STANISLAS Colles

# Colle n° 13

 $\mathbf{PSI}$ 

Suites & Séries de fonctions

2021-2022

10/01/2022 - 15/01/2022



**Reprise** du programme précédent : Suites & Séries de fonctions (rappelé ci-dessous).

## I. Modes de convergence

#### I.1 Convergence simple

Définition, Préservation de la monotonie.

Contre-exemples de non préservation de la continuité, de la dérivabilité, de l'intégrabilité, de passage à la limite dans l'intégrale.

### I.2 Convergence uniforme

Définition, Caractérisation avec les normes infinies, Majoration de la norme infinie.

Convergence uniforme sur tout segment.

#### I.3 Convergence normale d'une série

Convergence uniforme d'une série de fonctions, Lien avec le Théorème des séries alternées, Convergence normale.

Convergence normale sur tout segment.

### II. Convergence uniforme & Régularité

#### II.1 Continuité

Continuité de la limite, Intérêt de la convergence uniforme sur tout segment, Théorème de la double limite.

Application aux séries de fonctions.

### II.2 Convergence uniforme & Intégration

Passage à la limite de l'intégrale sur un segment, Cas des séries de fonctions.

### II.3 Convergence uniforme & Dérivation

Généralisation aux fonctions de classe  $\mathscr{C}^k$ , Intérêt de la convergence uniforme sur tout segment.

Application aux séries de fonctions.

Programme à venir (17/01/2022 - 22/01/2022): Séries entières.