Nom :

Question de cours :

- Décrire la loi uniforme sur $[\![1, n]\!]$ où $n \in \mathbb{N}^*$. Donner ensuite son espérance et sa variance.
- Soient $a, b \in \mathbb{R}$ et X une variable aléatoire. Donner $\mathbb{E}[aX+b]$ et $\mathbb{V}(aX+b)$.

Exercice :

1) On considère une urne remplie de 4 boules rouges et 6 boules noires indistinguables au toucher. On tire, successivement et avec remise, 4 boules dans l'urne et on note X le nombre de boules rouges. Donner la loi suivie par X et en déduire son espérance et sa variance.

2) On arrête une montre à un instant aléatoire et on note X la position (entière) de l'aiguille des secondes. Donner la loi de X, son espérance et sa variance.

Exercice :

On considère les variables aléatoires X et Y indépendantes dont les lois sont données par les tableaux suivants :

x	-1	0	2
$\mathbb{P}(X=x)$	$\frac{1}{5}$		$\frac{3}{10}$

y	0	1	2
$\mathbb{P}(Y=y)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	

1) Compléter les tableaux de lois.

2) Donner l'espérance et la variance de X et Y.

3) Donner la loi de $Z = X + Y$.

4) Donner l'espérance et la variance de Z.

5) Tracer le graphe de la fonction de répartition de Z.

Exercice :

On lance successivement deux dés à 4 faces, on note X la plus petite valeur obtenue et Y la plus grande.

1) Donner la loi conjointe de (X, Y)

2) Donner les lois de X et Y. Ces lois sont-elle indépendantes ?

3) Calculer $\mathbb{E}[X], \mathbb{E}[Y]$ et la covariance entre X et Y.

Commentaire :

Nom :

Question de cours :

- Décrire la loi de Bernoulli de paramètre $p \in [0,1]$. Donner ensuite son espérance et sa variance.
- Rappeler la définition de la fonction de répartition d'une variable aléatoire X.

Exercice :

1) On suppose que la probabilité de la naissance d'une fille ou d'un garçon est la même. On considère une famille de 5 enfants et on note X le nombre de filles. Donner la loi de X, son espérance et sa variance.
2) On considère une urne remplie de 10 boules numérotées de 1 à 10 indistinguables au toucher. On tire une boule dans l'urne et on note X le numéro inscrit sur la boule. Donner la loi suivie par X et en déduire son espérance et sa variance.

Exercice :

On considère une pièce donnant Pile avec une probabilité de $\frac{1}{3}$ et Face avec une probabilité de $\frac{2}{3}$. Pour une lancer, le joueur gagne 2€ si on obtient Pile et perd 1€ si on obtient Face. On lance la pièce 30 fois et on note X_i le gain du i-ème lancer. On pose $S = \sum_{i=1}^{30}$ et $P = \prod_{i=1}^{30}$.
1) En ne considérant qu'un unique lancer, le jeu est-il à l'avantage du joueur ? A priori, le jeu peut-il passer à son avantage en 30 lancer ?
2) Calculer $\mathbb{E}[S]$ et $\mathbb{E}[P]$.
3) Calculer $\mathbb{E}[P]$.

Exercice :

On considère deux variables aléatoires dont la loi conjointe est donnée par le tableau suivant :

$\mathbb{P}(Y=y)$ $\mathbb{P}(X=x)$	-1	1	2
0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	0

1) Compléter le tableau ci-dessus.
2) Donner les lois marginales du couple (X,Y) et en déduire $\mathbb{E}[X]$ et $\mathbb{E}[Y]$.
3) Calculer $\mathbb{P}_{[X=0]}(Y=-1)$.
4) Calculer la covariance de X et Y puis $\mathbb{V}(X)$ et $\mathbb{V}(Y)$.
5) Donner $\mathbb{E}[X+Y]$ et $\mathbb{V}(X+Y)$.

Commentaire :

Nom :

Question de cours :

- Décrire la loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$ où $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0,1]$. Donner ensuite son espérance et sa variance.
- Rappeler la formule de Koenig-Huygens donnant la variance d'une variable aléatoire.

Exercice :

1) Un enclos contient 15 lamas, 15 dromadaires et 15 chameaux. On sort un animal au hasard de cet enclos et on note X le nombre de bosses de celui-ci. Quelle est la loi usuelle suivie par X ? Donner son espérance et sa variance.
2) On contrôle la qualité des produits dans une usine de lampes : 2% d'entre-elles sont défectueuses. On choisit une lampe au hasard et on note $X = 0$ si l'ampoule est défectueuse et $X = 1$ si elle fonctionne. Donner la loi de X, espérance et sa variance.

Exercice :

On considère une variable aléatoire X dont la loi est donnée par le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2
$\mathbb{P}(X = x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

1) En quoi X est bien une variable aléatoire ?
2) Donner la loi de $Y = X^2$.
3) Donner l'espérance et la variance de X et Y.
4) Tracer le graphe de la fonction de répartition de X et Y.

Exercice :

On considère deux urnes contenant des boules numérotées de 1 à 4. L'urne A contient deux boules notées 1, quatre boules notées 2, une boule notée 3 et une boule notée 4. L'urne B quatre boules notées 1, deux boules notées 2, deux boules notées 3 et ne contient aucune boule notée 4. L'expérience consiste à lancer une pièce équilibrée : si on tombe sur pile, alors on pioche une boule dans l'urne B et si on tombe sur face, dans l'urne B. On note X le résultat de la pièce ($X = 0$ si pile et $X = 1$ si face) et Y le numéro de la boule piochée.
1) Écrire un tableau à double entrée décrivant le couple de variable aléatoire (X, Y).
2) Donner les lois marginales de (X, Y). En déduire $\mathbb{E}[Y]$.
3) Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?
4) Donner la loi de $Z = XY$ et en déduire la covariance de (X, Y).

Commentaire :