Stanislas Compléments Dominer les fonctions

PSI

2020-2021

Exercice 1. Déterminer la limite des intégrales suivantes (vous insisterez

sur l'hypothèse de domination).
1.
$$\int_0^{+\infty} \frac{x^n}{1+x^{n+2}} dx$$
.

$$3. \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-n} \, \mathrm{d}x.$$

$$2. \int_0^{+\infty} \frac{\sin(nx)}{nx + x^2} \, \mathrm{d}x.$$

3.
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-n} dx$$
.
4. $\int_{0}^{+\infty} (\cos(x/n))^{n^2} \mathbb{1}_{[0,n]} dx$.

Exercice 2. Étudier le domaine de définition et la régularité des fonctions

suivantes.
1.
$$x \mapsto \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{1 + tx} dt$$
.

3.
$$x \mapsto \int_0^{+\infty} \frac{\sin(xt)}{e^t - 1} dt$$
.
4. $x \mapsto \int_0^1 \frac{\ln(t)}{t + x} dt$.

$$2. x \mapsto \int_0^{\pi/2} \sin^x(t) dt.$$

$$\mathbf{4.} \ x \mapsto \int_0^1 \frac{\ln(t)}{t+x} \, \mathrm{d}t$$