— 4 —

Opérations en écriture fractionnaire

I. Reconnaître des fractions égales

Définition 1

Si a et b sont deux nombres relatifs et que b est non nul, alors le quotient de a par b est le nombre relatif qui, multiplié par b, donne a. On le note $\dfrac{a}{b}$.
Si a et b sont entiers, alors on dit que $\dfrac{a}{b}$ est une fraction.
Les nombres pouvant être écrits comme une fraction sont appelés nombres rationnels.

⚠ **Remarque :**
Le nombre $\dfrac{1}{3}$ est un nombre rationnel mais pas un nombre décimal, puisqu'il possède une infinité de chiffres après la virgule.

Règle 1

Si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur d'un quotient par un même nombre non nul alors on obtient un quotient égal.
En écriture fractionnaire, cela donne que pour tous nombres a, b et k où b et k sont non nuls :

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b} \qquad \text{et} \qquad \frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$$

Exemple :
Simplifier les fractions suivantes : $\dfrac{42}{-240}$ et $\dfrac{0,04}{0,08}$.

....

....

Exemple :

Déterminer le nombre manquant dans l'égalité : $\dfrac{-2,3}{5} = \dfrac{\dots}{15}$

Remarque :

On rappelle qu'il est souvent nécessaire de réduire les fractions au même dénominateur pour les manipuler. C'est le cas lorsqu'on veut les comparer ou encore les additionner.

Exemple :

Comparer les nombres suivants : $\frac{5}{4}$ et $\frac{9}{7}$.

....

....

Propriété 1 : Égalité des produits en croix

On considère a, b, c et d des nombres relatifs avec b et d non nuls. Si $a \times d = c \times b$, alors les quotients $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont égaux.
Réciproquement : si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $a \times d = c \times b$.

Exemple :

Dire, parmi les nombres suivants, lesquels sont égaux : $\dfrac{2}{3}$; $\dfrac{8}{-6}$; $\dfrac{-16}{-24}$; $\dfrac{-12}{9}$

....

....

....

II. Addition et soustraction de fractions

Règle 2

Pour additionner (ou soustraire) des nombres relatifs en écriture fractionnaire ayant le même dénominateur, on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et on garde le dénominateur commun.
Pour tous nombres a, b et c où b est non nul :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

Méthode :

On veut calculer l'addition suivante : $A = \dfrac{-5}{7} + \dfrac{5}{2}$.

$A = \dfrac{-5}{7} + \dfrac{5}{2}$	On repère que les dénominateurs sont différents
$A = \dfrac{-10}{14} + \dfrac{35}{14}$	On réduit les deux fractions au même dénominateur.
$A = \dfrac{-10+35}{14}$	On applique la règle précédente.
$A = \dfrac{25}{14}$	On calcule et on vérifie que la fraction est bien simplifiée.

Exemple :

Calculer $A = -1 + \dfrac{-11}{4} - \dfrac{2}{12}$.

....

....

....

III. Multiplication

Règle 3

Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.
Autrement dit, pour tous nombres a, b, c et d où b, c et d non nuls :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemple :

Calculer $B = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{3}{-7}$, $C = -3 \times \dfrac{12}{5}$ et $D = -\dfrac{35}{33} \times \dfrac{-39}{-80}$.

....

....

IV. Division de deux quotients

1. Inverse d'un nombre non nul

Définition 2

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

Propriété 2

Si x est un nombre relatif non nul, alors son inverse existe. Il s'agit du nombre $\frac{1}{x}$.
Tout nombre en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$, où $a \neq 0$ et $b \neq 0$, admet un inverse. Il s'agit du nombre $\frac{b}{a}$.

Remarque :
- Un nombre et son inverse ont toujours le même signe.
- Zéro est le seul nombre qui n'admet pas d'inverse.

Exemple :
Donner l'inverse des nombres 10 et $\dfrac{19}{-4}$.

. . . .

. . . .

2. Diviser des quotients

Règle 4

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.
Autrement dit, pour tous nombres a, b, c et d avec b, c et d non nuls :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemple :
Calculer $E = \dfrac{-14}{3} \div \dfrac{7}{-9}$ en simplifiant le résultat.

. . . .

. . . .

Exemple :
Calculer $F = \dfrac{\frac{16}{15}}{\frac{28}{-75}}$ en simplifiant le résultat.

. . . .

. . . .