Quatrième Chapitre 3

— 3 —

Divisibilité et nombres premiers

I. Divisibilité

Méthode : (Critères de divisibilité)

- Un nombre est divisible par 2 si il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Exemple: 459 est divisible par 3 car 4+5+9=18 qui est divisible par 3 $(6\times 3=18)$.

• Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exemple: 2349 est divisible par $9 \operatorname{car} 2 + 3 + 4 + 9 = 18$ qui est divisible par $9 (2 \times 9 = 18)$.

II. Nombres premiers

Définition 1

Un nombre premier est un nombre entier qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

// Exemple :

\triangle Remarque :

D'après la définition, le nombre 1 n'est pas premier.

Il n'existe, à ce jour, aucune formule pouvant donner des nombres premiers. En général, prouver qu'un nombre est premier est un tâche difficile, souvent réalisée numériquement.

Année 2023/2024 Page 1

Quatrième Chapitre 3

Exemple: (Crible d'Eratosthène)

Cette méthode permet de trouver facilement les nombres premiers compris entre 1 et 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	20
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Légende	:																					
									•		•			•		•	•	•	•			•
						•		•	•		•		•					•				•
			•			•					•		•			•	•		•		•	
			•			•					•		•			•	•		•		•	
						•		•			•		•	•				•				•
Liste des nombres premiers :																						
								•	•		•		•			•	•	•	•		•	

III. Décomposition en produit de facteurs premiers

Propriété 1

Tout nombre entier peut se décomposer en produit d'un ou plusieurs facteurs premiers. De plus, cette décomposition est unique.

Exemple :

La décomposition en produit de facteurs premiers de $540~\mathrm{est}$:

$$540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$$

Année 2023/2024 Page 2