STANISLAS Colles

Colle n° 7

PSI 2021-2022

Intégration sur un intervalle quelconque

15/11/2021 - 20/11/2021

Reprise du programme précédent (rappelé ci-dessous).

I. Intégration sur un segment

I.1 Intégrale des fonctions continues par morceaux

Subdivision, Continuité par morceaux. Inégalité de Cauchy-Schwarz. Théorème de Riemann.

I.2 Intégrale des fonctions continues... et plus!

Théorème fondamental du calcul différentiel. Intégration par parties. Changement de variable.

II. Intégrales généralisées

II.1 Définition

Convergence, Intégrales de référence.

II.2 Propriétés

Cas du segment, Linéarité, Relation de Chasles.

II.3 Fonctions à valeurs réelles

Fonctions à valeurs positives.

III. Absolue convergence, Fonctions intégrables

III.1 Définition

Convergence absolue, Fonction intégrable.

III.2 Théorèmes de comparaison

III.3 Méthodes de calculs

Primitive.
Intégration par parties.
Changement de variable.

III.4 Espaces fonctionnels

 $\mathcal{L}^1, \mathcal{L}^2$.

Structure d'espace vectoriel. Structure préhilbertienne sur $\mathcal{L}^2 \cap \mathcal{C}$.

Programme à venir (22/11/2021 - 27/11/2021): Probabilités.