



Exercice 1. Déterminer la limite des intégrales suivantes (vous insisterez sur l'hypothèse de domination).

1. $\int_0^{+\infty} \frac{x^n}{1+x^{n+2}} dx.$

3. $\int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-n} dx.$

2. $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(nx)}{nx+x^2} dx.$

4. $\int_0^{+\infty} (\cos(x/n))^{n^2} \mathbb{1}_{[0,n]} dx.$

Exercice 2. Étudier le domaine de définition et la régularité des fonctions suivantes.

1. $x \mapsto \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{1+tx} dt.$

3. $x \mapsto \int_0^{+\infty} \frac{\sin(xt)}{e^t-1} dt.$

2. $x \mapsto \int_0^{\pi/2} \sin^x(t) dt.$

4. $x \mapsto \int_0^1 \frac{\ln(t)}{t+x} dt.$