



Exercice 1. On note \exp et \ln les fonctions exponentielle et logarithme népérien et $e = \exp(1)$.

1. Soit a et z deux réels. Donnez l'unique couple (a, z) solution du système d'équations non linéaires suivant :

$$\begin{cases} e &= 1 + az \\ -e &= a(z - 1) \end{cases}$$

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{(x^2-1)\ln(1+|x|)}{1+|x|}$ où a prend la valeur calculée à la question **1**.

2. Déterminer si la fonction f est continue en 0.

3. Calculer (si elles existent) les dérivées de f à gauche et à droite en 0. Que peut-on en conclure ?

4. Pour cette question uniquement, on se place sur \mathbb{R}_+ .

a) Montrer que f est dérivable deux fois et calculer sa dérivée f' .

b) Montrer que $f'(z) = 0$.

c) Montrer que f'' est positive.

5. On se place à nouveau dans \mathbb{R} .

a) Tracer le tableau de variations de f .

b) Donner l'allure de la courbe représentant f sur $[-2; 2]$, on précisera en particulier les éventuelles demi-tangentes en 0.

c) Cette courbe admet-elle une (des) asymptote(s) horizontale(s) ? oblique(s) ?