Nom :

Question de cours :

- Rappeler la valeur des limites suivantes : $\lim_{x\to+\infty} e^x$ et $\lim_{x\to-\infty} x^2$.
- Soient f et g deux fonctions réelles et $a \in \mathbb{R}$ tels que les limites $\lim_{x\to a} f(x)$ et $\lim_{x\to a} g(x)$ existent et sont finies. Que vaut $\lim_{x\to a} f(x)g(x)$?

Exercice :

Pour les fonctions f définies ci-dessous et les réels $a \in \mathbb{R} \sqcup \{\pm\infty\}$, donner les valeurs des limites $\lim_{x\to a} f(x)$ lorsque celles-ci existent :

1. $f(x) = x\ln(x)$ et $a = +\infty$
2. $f(x) = 2x^2 - 8$ et $a = -2$
3. $f(x) = x^5 - 2\ln(x)$ et $a = 0$
4. $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$ et $a = -\infty$
5. $f(x) = \dfrac{-3x+2}{x^2-1}$ et $a = +\infty$
6. $f(x) = \dfrac{-x^4+3x+1}{x^4-1}$ et $a = -\infty$

Exercice :

Pour les fonctions suivantes, étudier les limites à gauche et à droite au point $a \in \mathbb{R}$ puis comparer ces valeur avec $f(a)$. De plus, on tracera la courbe représentative de chacune d'elles.

1.$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 3 \text{ si } x = 1 \\ x^2 + 2 \text{ sinon} \end{cases}$ et $a = 1$

2.$\forall x \in \mathbb{R}, \quad g(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x = 0 \\ \ln(|x|) \text{ sinon} \end{cases}$ et $a = 0$

Exercice :

Donner un exemple de fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ telle que $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$, $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$ et $f(0) = 0$.

Commentaire :

Nom :

Question de cours :

- Rappeler la valeur des limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x$.
- Soient f et g deux fonctions réelles et $a \in \mathbb{R}$ tels que les limites $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ existent et sont finies. On suppose de plus que $\lim\limits_{x\to a} g(x) \neq 0$, que vaut $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}$?

Exercice :

Pour les fonctions f définies ci-dessous et les réels $a \in \mathbb{R} \sqcup \{\pm\infty\}$, donner les valeurs des limites $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ lorsque celles-ci existent :

1. $f(x) = \dfrac{1}{e^x}$ et $a = -\infty$
2. $f(x) = \ln(x) - \dfrac{1}{x}$ et $a = 0$
3. $f(x) = \sqrt{e^x - 2}$ et $a = +\infty$
4. $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$ et $a = 1$
5. $f(x) = \ln(x-1) + \ln(x+1)$ et $a = \sqrt{2}$
6. $f(x) = \dfrac{2x^2 - x + 1}{-x^3 + x - 2}$ et $a = -\infty$

Exercice :

Pour les fonctions suivantes, étudier les limites à gauche et à droite au point $a \in \mathbb{R}$ puis comparer ces valeur avec $f(a)$. De plus, on tracera la courbe représentative de chacune d'elles.

1.$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x \leq 0 \\ \ln(1+x) \text{ sinon} \end{cases}$ et $a = 0$

2.$\forall x \in \mathbb{R}, \quad g(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x = 2 \\ -x+4 \text{ si } x < 2 \\ 2x - 2 \text{ sinon} \end{cases}$ et $a = 2$

Exercice :

Donner un exemple de fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ telle que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$ et $f(0) = 2$.

Commentaire :

Nom :

Question de cours :

- Rappeler la valeur des limites suivantes : $\lim_{x\to 0} \ln(x)$ et $\lim_{x\to -\infty} x^3$.
- Soient f et g deux fonctions réelles et $a \in \mathbb{R}$ tels que les limites $\lim_{x\to a} f(x)$ et $\lim_{x\to a} g(x)$ existent et sont finies. Que vaut $\lim_{x\to a}(f+g)(x)$?

Exercice :

Pour les fonctions f définies ci-dessous et les réels $a \in \mathbb{R} \sqcup \{\pm\infty\}$, donner les valeurs des limites $\lim_{x\to a} f(x)$ lorsque celles-ci existent :

1. $f(x) = \ln(1-x) + \frac{1}{x}$ et $a = 1$
2. $f(x) = \frac{1}{\ln(x)}$ et $a = +\infty$
3. $f(x) = x^2 + x - 1 + \frac{1}{x}$ et $a = 1$
4. $f(x) = \frac{e^{3x}}{e^{2x}}$ et $a = -\infty$
5. $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2-4}$ et $a = 2$
6. $f(x) = \frac{x^2-1}{2x^2+4x}$ et $a = +\infty$

Exercice :

Pour les fonctions suivantes, étudier les limites à gauche et à droite au point $a \in \mathbb{R}$ puis comparer ces valeur avec $f(a)$. De plus, on tracera la courbe représentative de chacune d'elles.

1.$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x = 1 \\ \dfrac{1}{x-1} \text{ sinon} \end{cases}$ et $a = 1$

2.$\forall x \in \mathbb{R}, \quad g(x) = \begin{cases} 1 \text{ si } x = 0 \\ e^{|x|} \text{ sinon} \end{cases}$ et $a = 0$

Exercice :

Donner un exemple de fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ telle que $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$, $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -1$ et $f(0) = 0$.

Commentaire :