STANISLAS Colles

Colle n° 17

PSI

18

2021-2022

Réduction des endomorphismes

07/02/2022 - 12/02/2022

Diagonalisation.

I. Valeurs propres, Vecteurs propres

I.1 Spectre

Droite stable, Valeur / Vecteur propre, Spectre.

Diagonalisation & Base de vep.

En dim. finie, inversibilité de $\lambda \operatorname{Id}_E - f$.

I.2 Polynôme caractéristique

Polynôme caractéristique (unitaire), degré, coefficient constant, coefficient d'ordre n-1.

Polynôme caractéristique & Spectre.

Ordre de multiplicité.

Endomorphisme induit & Divisibilité des polynômes caractéristiques.

I.3 Sous-espaces propres

Dimension & Ordre de multiplicité.

vap deux à deux distinctes & Sommes directes.

II. Caractérisation des endomorphismes diagonalisables

II.1 Caractérisation

Diagonalisabilité & Somme directe des sous-espaces propres

& Sommes des dimensions des sous-espaces propres

& Polynôme caractéristique.

Condition suffisante sur polynôme caractéristique scindé à racines simples.

II.2 Diagonalisation & Polynômes annulateurs

Polynôme annulateur & Valeurs propres.

Théorème de Cayley-Hamilton

Diagonalisation & Polynôme annulateur scindé à racines simples.

III. Trigonalisation

Trigonalisable.

Caractérisation avec le polynôme caractéristique. Cas de \mathbb{C} .

Programme à venir (14/02/2022 - 19/02/2022) : Réduction des endomorphismes