

Nom :

Question de cours :

- Rappeler la formule des probabilités totales.

Exercice :

On se donne un univers $\Omega = \{a, b, c, d\}$ et une fonction $\mathbb{P} : \mathcal{P}(\Omega) \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$$\mathbb{P}(\{a\}) = \frac{2}{3}x, \quad \mathbb{P}(\{b\}) = 4x^2, \quad \mathbb{P}(\{c\}) = \frac{1}{3}x, \quad \mathbb{P}(\{d\}) = 2x^2$$

Déterminer la (ou les) valeur(s) de $x \in \mathbb{R}$ faisant de \mathbb{P} une probabilité.

Exercice :

On considère une urne remplie de 4 boules noires et 6 boules rouges. Dans notre expérience, tous les tirages seront fait avec remise.

1. On considère l'évènement A_k : "On tire une boule rouge pour la première fois au k -ième tirage" pour $k \geq 1$. Donner la probabilité $\mathbb{P}(A_k)$ pour $k \geq 1$
2. On effectue n tirages pour $n \geq 1$, et on considère l'évènement B_k : "On a obtenu k boules noires au bout des n tirages" pour $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$. Donner la probabilité pour $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$

Exercice :

On étudie l'activité d'un volcan actif au cours de plusieurs années. On dispose des données statistiques suivantes :

- Si le volcan entre en éruption l'année n , alors on a une probabilité de $\frac{2}{3}$ qu'il reste endormi l'année $n + 1$,
- Si le volcan n'entre pas en éruption l'année n , alors on a une probabilité de $\frac{1}{3}$ qu'il reste endormi l'année $n + 1$.

On suppose que le volcan est entré en éruption l'année 0 et on note p_n la probabilité de l'évènement E_n : "Le volcan entre en éruption l'année n ".

1. Montrer que pour $n \in \mathbb{N}$, on vérifie : $p_{n+1} = -\frac{1}{3}p_n + \frac{2}{3}$.
2. En déduire la valeur de p_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.
3. Peut-on s'attendre à ce que le volcan s'endorme définitivement ?

Commentaire :

Nom :

Question de cours :

- Rappeler la formule de Bayes.

Exercice :

1. On considère une urne remplie de 4 boules rouges et 6 boules noires indistinguables au toucher. On tire une boule, qu'elle est la probabilité que celle ci soient noire.
2. On suppose que la probabilité de la naissance d'une fille ou d'un garçon est la même. On considère une famille de 5 enfants, quelle est la probabilité que exactement 2 soient des filles ?
3. On considère une classe à laquelle on propose trois activités sportives au choix : escalade, football et tennis. En prenant un élève au hasard, on a une probabilité $p_f = \frac{1}{2}$ que l'élève ait choisit football et une probabilité $p_t = \frac{1}{3}$ qu'il ait choisit tennis. Qu'elle est la probabilité p_e qu'il ait choisit escalade ?

Exercice :

Une urne contient une boule rouge et une boule noire. On effectue n tirages avec remise et on considère les évènements suivants :

A_n : "Au cours des n tirages, on obtient des boules des deux couleurs"

B_n : "Au cours des n tirages, on obtient au plus une boule rouge"

1. Calculer $\mathbb{P}(A_n)$ et $\mathbb{P}(B_n)$ pour tout $n \geq 2$.
2. Étudier l'indépendance des évènements A_n et B_n pour $n = 2$.
- 3) Étudier l'indépendance des évènements A_n et B_n pour $n = 3$

Exercice :

On considère une classe de 30 élèves. Étudier la probabilité que deux personnes possède la même date d'anniversaire en termes de Jour/Mois. (On ignorera l'existence des années bissextiles)

Commentaire :

Nom :

Question de cours :

- Rappeler la définition de la probabilité conditionnelle.

Exercice :

On considère un jeu de 52 cartes classique, une main est composée de 5 cartes.

1. Déterminer le nombre total de mains possibles.
2. Quelle est la probabilité d'avoir un as dans sa main ? Un trèfle ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir un carré (4 cartes de même valeur).
4. Quelle est la probabilité d'obtenir un brelan d'as.

Exercice :

Un test est destiné à déceler la présence d'une maladie touchant 0.5% de la population :

- Si le patient est malade, le test révèle la maladie dans 95% des cas.
- Si le patient n'est pas malade, le test donne un "faux positif" dans 7% des cas.

Le test est dit efficace si lorsque l'on choisit une personne au hasard dans la population et que le test révèle la présence de la maladie, cette personne a une probabilité supérieure à 0,95 d'être effectivement malade. Le test présenté ici est-il efficace ?

Exercice :

On dispose de deux dés A et B . Le dé A possède 4 faces rouges et 2 blanches. Le dé B possède 2 faces rouges et 4 blanches. On lance une pièce de monnaie truquée telle que la probabilité d'obtenir pile est de $\frac{1}{3}$.

- Si on obtient pile, on joue uniquement avec le dé A .
- Si on obtient face, on joue uniquement avec le dé B .

1. Calculer la probabilité d'obtenir rouge du premier coup.
2. On a obtenu rouge aux deux premiers lancers, calculer la probabilité d'obtenir rouge au troisième lancer.
3. On a obtenu rouge aux n premiers lancers avec $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer la probabilité p_n d'avoir utilisé le dé A .

Commentaire :