BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Lycée Camille Saint-Saëns
Mardi 4 mars 2025

MATHÉMATIQUES - SUJET 1

Durée de l'épreuve : 4 heures

Ce sujet comporte 3 pages numérotées de 1 à 3 et une annexe.
Il est composé de quatre exercices indépendants

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
Tout autre document ou appareil électronique est interdit.

La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies

Tournez la page S.V.P

Exercice 1

On considère le cube $ABCDEFGH$ donné en **annexe**. On donne trois points I, J et K vérifiant :

$$\overrightarrow{EI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EH} \quad ; \quad \overrightarrow{EJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{EF} \quad ; \quad \overrightarrow{BK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BF}.$$

On se place dans le repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1. Donner sans justification les coordonnées des points I, J et K.
2. $\overrightarrow{AG}$ est-il normal au plan (IJK) ? Justifier la réponse.
3. Montrer qu'une équation cartésienne du plan (IJK) est $4x + 4y + 4z - 5 = 0$.
4. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (BC).
5. En déduire les coordonnées du point L, point d'intersection de la droite (BC) et du plan (IJK).
6. Soit $M(\frac{1}{4}, 1, 0)$. Montrer que les points I, J, L et M sont coplanaires.

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \ln\left(1 + \mathrm{e}^{-x}\right) + \frac{1}{4}x.$$

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$; on note f' sa dérivée et f'' sa dérivée seconde.

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ du plan.

Partie A

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x - 3}{4\left(\mathrm{e}^x + 1\right)}$.
3. En déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$ en y faisant figurer sa limite en $+\infty$.
4. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur $[0, +\infty[$ et déterminer un encadrement de α à l'unité.

Partie B

On admet que pour tout réel x, on a

$$f''(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x + 1)^2}.$$

On note Δ la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

Dans le graphique donné en **annexe**, on a représenté la courbe $\mathcal{C}$, la tangente Δ et le quadrilatère $MNPQ$ où M et N sont les deux points de la courbe $\mathcal{C}$ d'abscisses respectives α et $-\alpha$, et Q et P sont les deux points de la droite Δ d'abscisses respectives α et $-\alpha$.

1. Étudier le signe de $f''(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
2. En déduire que la portion de la courbe $\mathcal{C}$ sur l'intervalle $[-\alpha\ ;\ \alpha]$ est à l'intérieur du quadrilatère $MNPQ$.

Exercice 3

Au basket-ball, il existe deux sortes de tir :

- le tir à deux points qui est réalisé près du panier et qui rapporte 2 points s'il est réussi ;
- le tir à trois points qui est réalisé loin du panier et qui rapporte 3 points s'il est réussi.

Stéphanie s'entraîne au tir. On dispose des données suivantes :

- 25 % de ses tirs sont des tirs à deux points. Parmi eux, 60 % sont réussis ;
- le reste de ses tirs sont des tirs à trois points. Parmi eux, 35 % sont réussis.

Enfin, on considère les évènements suivants

$$D : \text{« Il s'agit d'un tir à deux points »} \quad \text{et} \quad R : \text{« Le tir est réussi »}.$$

Partie A

Stéphanie réalise un tir.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
2. Calculer la probabilité $\mathbb{P}\left(\overline{D} \cap R\right)$.
3. Démontrer que la probabilité que Stéphanie réussisse un tir est égale à $0,4125$.
4. Stéphanie réussit un tir. Calculer, au millième près, la probabilité qu'il s'agisse d'un tir à trois points.

Partie B

Stéphanie réalise à présent une série de 10 tirs à trois points, les tirs étant supposés indépendants. On rappelle que la probabilité qu'elle réussisse un tir à trois points est égale à 0,35.
On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de tirs réussis.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

2. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

3. Déterminer, au millième près, la probabilité que Stéphanie réussisse au moins 6 tirs à trois points.

Exercice 4

Pour chacune des affirmations ci-dessous, indiquer sur la copie si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point. L'absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. Durant un cours d'EPS, les membres d'une équipe doivent porter un maillot.
Les maillots sont numérotés de 1 à 11. Une équipe est constituée de 6 joueurs et chaque joueur doit porter un maillot numéroté.
Affirmation : il y a 120 façons différentes de distribuer les maillots pour une équipe de 6 joueurs.

2. Un sac contient un unique exemplaire des huit lettres suivantes : A B C D E F G H.
On considère les mots de 3 lettres que l'on peut former en piochant parmi les lettres contenues dans le sac, qu'ils aient un sens ou non.
Affirmation : il y a 336 mots possibles

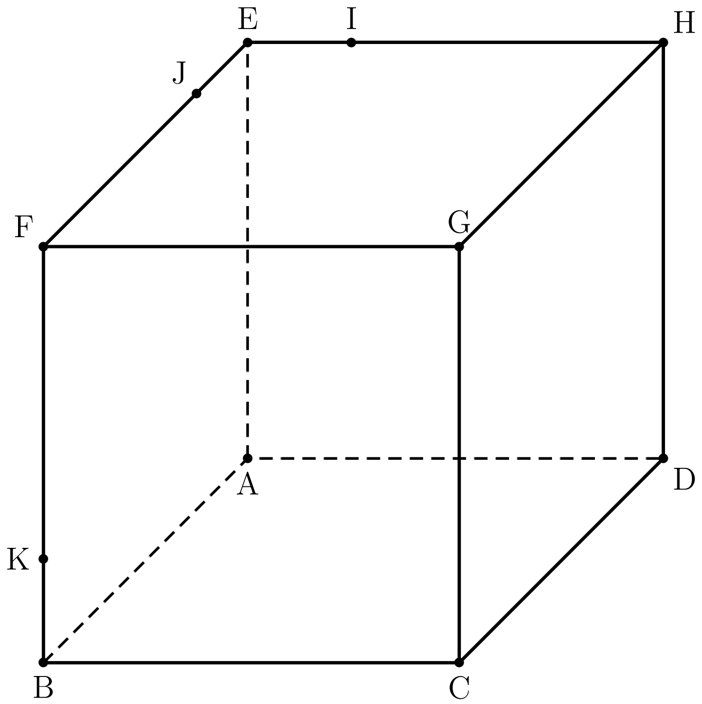
3. La belote se joue avec un jeu de 32 cartes. Chaque carte possède une valeur (As, 7 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi) et une couleur (pique, trèfle, cœur, carreau).
Au départ, chaque joueur possède une main de cinq cartes. On appelle carré une main comportant exactement 4 cartes de la même valeur.
Affirmation : il y a 224 façons différentes d'obtenir un carré.

4. Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$.
Affirmation : la suite (u_n) n'admet pas de limite.

5. Soit f la fonction définie tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{-3x^2+2x-1}{1+2x^2}$.
Affirmation : La courbe représentative de f admet une asymptote horizontale en $-\infty$ d'équation $y = -\dfrac{1}{2}$.

ANNEXE

Exercice 1



Exercice 2