




Combinatoire et dénombrement

Cardinal d'ensembles et n -uplets


 **Exercice 1** On considère l'ensemble $A = \{5; 9; 13\}$. Déterminer l'ensemble B , disjoint de A , tel que $A \cup B = \{1; 2; 5; 8; 9; 13; 14\}$.


 **Exercice 2** On considère deux ensembles A et B .


1. Si $\text{Card}(A) = 18$, $\text{Card}(B) = 23$, A et B étant disjoints, que vaut $\text{Card}(A \cup B)$?
2. Si $\text{Card}(A) = 12$, $\text{Card}(B) = 47$ et $\text{Card}(A \cup B) = 58$, A et B sont-ils disjoints?
3. Si $\text{Card}(A) = 14$ et $\text{Card}(A \cup B) = 27$, quel est le nombre minimal d'éléments dans B ?

 **Exercice 3** À leur entrée en L1, les étudiants choisissent une langue (anglais ou allemand) et une option (informatique, chimie ou astronomie). Dans un groupe d'étudiants, 12 étudiants sont inscrits en astronomie, 15 en chimie, 16 étudient l'allemand. Par ailleurs, 8 inscrits en astronomie et 3 inscrits en informatique étudient l'anglais, 6 inscrits en chimie étudient l'allemand.

Indiquer la répartition des étudiants par discipline, ainsi que le nombre total d'étudiants dans le groupe.

 **Exercice 4** Pour tout entier naturel n , on note A_n l'ensemble des solutions de l'équation $x^2 - n = 0$. Déterminer $\text{Card}(A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n)$.


 **Exercice 5** Soient $A = \{5; 7\}$ et $B = \{7; 9; 10\}$. Donner l'ensemble des éléments de $A \times B$, de $B \times A$, de A^3 et de B^2 .

 **Exercice 6** Parmi tous les nombres de 1 à 1000, combien s'écrivent avec le chiffre 9?


Arrangement et permutations

 **Exercice 7** On considère l'ensemble $A = \{1; 3; 7; 11\}$. Donner tous les 2-arrangements de A . Combien y en a-t-il?

 **Exercice 8** On considère l'ensemble $A = \{c; o; s\}$. Donner toutes les permutations de A . Combien y en a-t-il?

 **Exercice 9** Une course de 8 athlètes a lieu.


1. Combien y a-t-il de podiums possibles?
2. Combien y a-t-il de classements complets possibles?
3. Anne a participé à la course et a terminé sur le podium. Sachant cette information, combien de classements complets sont possibles?

 **Exercice 10** Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Sur une étagère, on range au hasard les n tomes d'une encyclopédie.

1. Combien y'a-t-il de façon de les ranger?
2. Combien y'a-t-il de façon de les ranger tout en ayant les tomes 1 et 2 côte à côte?


 **Exercice 11**


1. Donner le nombre d'anagramme du mot TSPE.
2. Donner le nombre d'anagramme du mot ELEVES.


 **Exercice 12** On dispose des lettres de SAINTEX. On souhaite construire de nouveaux mots à l'aide de ces lettres, sans s'intéresser au sens de ces mots. On peut par exemple former les mots EXTIA ou SINETAX.


1. Combien de mots de 4 lettres peut-on former si toutes les lettres peuvent être utilisées autant de fois que l'on veut?
2. Combien de mots de 4 lettres peut-on former si chaque lettre ne peut être utilisée qu'une seule fois?
3. Combien de mots de 6 lettres ne commençant pas par la lettre X peut-on former, chaque lettre pouvant être utilisée autant de fois que l'on veut?
4. Combien de mots de 4 lettres comportant la lettre I existe-t-il, chaque lettre ne pouvant être utilisée qu'une seule fois?


Combinaisons d'un ensemble fini

 **Exercice 13** Soit $A = \{1; 2; 3; 4\}$. donner toutes les parties de A à 2 éléments et en déduire la valeur de $\binom{4}{2}$.


 **Exercice 14** Donner les valeurs de $\binom{6}{3}$, $\binom{10}{7}$, $\binom{14}{11}$, $\binom{9}{4}$, $\binom{9}{5}$ et $\binom{8}{3}$.

 **Exercice 15** Calculer les coefficients binomiaux : $\binom{31}{2}$, $\binom{279}{279}$, $\binom{1457}{0}$, $\binom{4321}{4320}$, $\binom{101}{99}$.

 **Exercice 16** Dans une grille de loto, il faut choisir cinq nombres de 1 à 49 ainsi qu'un nombre chance allant de 1 à 10. De combien de manières différentes peut-on remplir sa grille de loto ?

 **Exercice 17** Pour préparer le prochain devoir de mathématiques, le professeur donne une liste de dix exercices et vous recommande d'en travailler cinq.

1. Combien de combinaisons d'exercice pouvez-vous construire ?
2. Le professeur insiste sur le fait que l'exercice 8 est à le travailler absolument. Combien de combinaisons pouvez-vous construire ?

 **Exercice 18** Une urne contient 15 boules numérotées de 1 à 15. Les boules numérotées de 1 à 5 sont blanche et les autres sont noires.

1. On tire simultanément 5 boules dans l'urne. Combien y'a-t-il de tirages possibles ?
2. Combien de tirages donnent 2 boules blanches et 3 boules noires ?
3. On tire maintenant successivement et sans remise 5 boules dans l'urne. Combien y'a-t-il de tirage possibles ?

 **Exercice 19** On considère un jeu de 52 cartes classique, une main est composée de 5 cartes.

1. Déterminer le nombre total de mains.
2. Déterminer le nombre de mains qui contiennent un carré (4 cartes de même valeur).
3. Déterminer le nombre de mains contenant un trèfle.
4. Déterminer le nombre de mains contenant un brelan d'as.
5. Déterminer le nombre de mains contenant un full (un brelan et une paire de valeurs différentes).