

**Nom :**

**Question de cours :**

- Soient  $a \in \mathbb{R}$  et  $n \in \mathbb{N}$ , donner  $\sum_{k=0}^n a$ .
- Soient  $q \neq 1$  et  $n \in \mathbb{N}$ , donner  $\sum_{k=0}^n q^k$ .

**Exercice :**

1) Écrire les sommes suivantes à l'aide du symbole  $\sum$  :

a)  $S_1 = 1 + 3 + 5 + \dots + 15$        $S_2 = -1 + 1 - 1 + 1 - 1$        $S_3 = \sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{6} + \dots + \sqrt{16}$

2) Calculer les sommes suivantes :

a)  $\sum_{k=1}^n 2^k$       b)  $\sum_{k=2}^n (3k + 1)$       c)  $\sum_{k=0}^n 2^k 3^{2-k}$

**Exercice :**

Vérifier que pour  $k \geq 0$ , on a :  $\frac{1}{(k+1)(k+3)} = \frac{1}{2} \frac{1}{k+1} - \frac{1}{2} \frac{1}{k+3}$ . En déduire la valeur de  $\sum_{k=0}^n \frac{1}{(k+1)(k+3)}$  pour tout  $n \geq 2$ .

**Exercice :**

Pour les série suivantes, dire si elles convergent et donner leurs sommes dans le cas échéant :

a)  $\sum_{k \geq 1} \left(\frac{1}{2}\right)^k$       b)  $\sum_{k \geq 0} \left(1 + \frac{1}{k}\right)$       c)  $\sum_{k \geq 1} \ln \left(1 + \frac{1}{k}\right)$

**Commentaire :**

**Nom :**

**Question de cours :**

- Rappeler ce qu'est la linéarité de la somme.
- Calculer  $\sum_{k=0}^2 (10k + 2)$ .

**Exercice :**

1) Écrire les sommes suivantes à l'aide du symbole  $\sum$  :

a)  $S_1 = 2 + 4 + 6 + \dots + 20$        $S_2 = 1 + 4 + 9 + \dots + 36$        $S_3 = -1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10}$

2) Calculer les sommes suivantes :

a)  $\sum_{k=2}^n (2k + 1)$       b)  $\sum_{k=2}^n (2k + 3^k)$       c)  $\sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k}$

**Exercice :**

1) Vérifier que pour  $k \geq 2$ , on a :  $\frac{1}{k(k-1)} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}$ . En déduire la valeur de  $\sum_{k=2}^n \frac{1}{k(k-1)}$  pour tout  $n \geq 2$ .

2) Montrer par récurrence que pour tout  $n \geq 0$ , on a :  $\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

**Exercice :**

Pour les série suivantes, dire si elles convergent et donner leurs sommes dans le cas échéant :

a)  $\sum_{k \geq 0} \left(\frac{k+1}{k}\right)$       b)  $\sum_{k \geq 0} \left(\frac{1}{2}\right)^{2k}$       c)  $\sum_{k \geq 1} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$

**Commentaire :**

**Nom :**

**Question de cours :**

- Donner  $\sum_{k=1}^5 (-1)^k$ .
- Soit  $n \in \mathbb{N}$ , donner  $\sum_{k=0}^n k$ .

**Exercice :**

1) Écrire les sommes suivantes à l'aide du symbole  $\sum$  :

a)  $S_1 = 3 + 6 + 9 + \dots + 21$        $S_2 = -1 + 4 - 9 + \dots + 36$        $S_3 = \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} + \dots + \frac{1}{12!}$

2) Calculer les sommes suivantes :

a)  $\sum_{k=1}^n (3^k + 3)$       b)  $\sum_{k=2}^n (4k + 2)$       c)  $\sum_{k=0}^n 3^{2k} 2^{n-k}$

**Exercice :**

1) Soit  $n \geq 1$ , démontrer que  $(n+1)! \geq \sum_{k=0}^n k!$ .

2) Soit  $n \geq 1$ , calculer  $\sum_{k=0}^n 2k + \sum_{k=0}^n (2k+1)$ .

**Exercice :**

Pour les séries suivantes, dire si elles convergent et donner leurs sommes dans le cas échéant :

a)  $\sum_{k \geq 0} \left(\frac{3}{2}\right)^k$       b)  $\sum_{k \geq 1} \left(\frac{1}{\sqrt{k+1}} - \frac{1}{\sqrt{k}}\right)$       c)  $\sum_{k \geq 0} e^{-k}$

**Commentaire :**