Nom : ***Prénom :*** ***Classe :***

Correction de l'interrogation n°2

(Calculatrice interdite)

Exercice 1 (Questions de cours) (/ 2)

Compléter :

1. $\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$ et $\lim_{x \to -\infty} x^4 = +\infty$.
2. f est convexe sur I si et seulement si, pour tout $x \in I$, $f''(x) \geq 0$.

Exercice 2 (/ 2)

Dériver la fonction $f : x \mapsto \sqrt{e^x}$ sur $\mathbb{R}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on écrit $f(x) = \sqrt{e^x} = \sqrt{u(x)}$ avec $u(x) = e^x$.

On a alors que u est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour $x \in \mathbb{R}$, on a $u(x) = e^x$.

Donc pour $x \in \mathbb{R}$, on a $f'(x) = \dfrac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} = \dfrac{e^x}{2\sqrt{e^x}} = \dfrac{\sqrt{e^x}}{2}$.

Exercice 3 (/ 3)

Voici le tableau de variation de la fonction dérivée f' d'une fonction f dérivable sur $[-5, 8]$.

x	-5		-1		3		8
f'	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1

Cocher si les assertions suivantes sont vraies ou fausses (on cochera faux dès lors que l'on ne peut pas affirmer une assertion) :

	Vrai	Faux
A/ f est croissante sur $[3, 8]$.	☐	☒
B/ f est positive sur $[-5, -1]$.	☐	☒
C/ f est concave sur $[-1, 3]$.	☒	☐

Exercice 4 (/ 3)

On définit la fonction $f \ : \ x \mapsto \dfrac{2x^3+6x^2-9x+1}{x^2+x-2}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-2,1\}$.

Le but de cet exercice est de calculer $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$.

1. Expliquer pourquoi il n'est pas possible de calculer cette limite directement.

$2x^3+6x^2-9x+1 \underset{x \to 1}{\longrightarrow} 2+6-9+1=0$ et $x^2+x-2 \underset{x \to 1}{\longrightarrow} 1+1-2=0$.

On ne peut pas calculer directement la limite puisqu'un quotient dont le numérateur et le dénominateur convergent vers 0 conduit à une forme indéterminée.

2. On admet que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$2x^3+6x^2-9x+1=(x-1)(2x^2+8x-1) \qquad \text{et} \qquad 2x^2+x-2=(x-1)(x+2)$$

En déduire la valeur de $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$.

D'après les informations de l'énoncé, pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2,1\}$, on a :

$$f(x) = \frac{(x-1)(2x^2+8x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{2x^2+8x-1}{x+2}$$

Or $2x^2+8x-1 \underset{x \to 1}{\longrightarrow} 2+8-1=9$ et $x+2 \underset{x \to 1}{\longrightarrow} 1+2=3$.

Donc $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \dfrac{9}{3} = 3$.