Évaluation n°1

(Calculatrice autorisée)

Cette évaluation est composée de 3 exercices indépendants.

Exercice 1 (Questions de cours)

1. Soient $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ deux vecteurs de l'espace non colinéaires.
   Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur de l'espace. Que signifie « $\overrightarrow{u}$ est coplanaire à $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ » ?
2. Soit $q \in]-1, 1[$. Donner la limite de q^n lorsque n tend vers $+\infty$.

Exercice 2

L'espace est muni d'un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$. On considère $A(5,3,1)$, $B(1,2,0)$, $C(1,1,-1)$ et $D(3,0,-2)$.

1. Donner les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$.
2. Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifier.
3. Vérifier que $\overrightarrow{AB} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.
   Que peut-on en déduire sur les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$?
4. Montrer que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.
5. Sans calcul supplémentaire, justifier que (AB) et (CD) sont sécantes.

Exercice 3

Dans cet exercice, on considère la suite (T_n) définie par $\begin{cases} T_0 = 180 \\ T_{n+1} = 0,955T_n + 0,9 \end{cases}$

1. **a.** Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $T_n \geqslant 20$.

   b. Vérifier que pour tout entier naturel n, $T_{n+1} - T_n = -0,045\,(T_n - 20)$.
   En déduire le sens de variation de la suite (T_n).

   c. Conclure de ce qui précède que la suite (T_n) est convergente. Justifier.
2. Pour tout entier naturel n, on pose : $u_n = T_n - 20$.

   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

   b. En déduire que pour tout entier naturel n, $T_n = 20 + 160 \times 0,955^n$.

   c. Calculer la limite de la suite (T_n).