Nom: Prénom: Classe:

Correction de l'interrogation n°2

(Calculatrice interdite)

Exercice 1 (Questions de cours) (/ 2)

Compléter:

- 1. $\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$ et $\lim_{x \to -\infty} x^4 = +\infty$.
- 2. f est convexe sur I si et seulement si, pour tout $x \in I$, $f''(x) \ge 0$.

Exercice 2 (/ 2)

Dériver la fonction $f : x \mapsto \sqrt{e^x}$ sur \mathbb{R} .

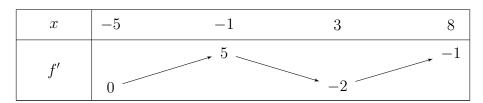
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on écrit $f(x) = \sqrt{e^x} = \sqrt{u(x)}$ avec $u(x) = e^x$.

On a alors que u est dérivable sur \mathbb{R} et pour $x \in \mathbb{R}$, on a $u(x) = e^x$.

Donc pour
$$x \in \mathbb{R}$$
, on a $f'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x}} = \frac{\sqrt{e^x}}{2}$.

Exercice 3 (/ 3)

Voici le tableau de variation de la fonction dérivée f' d'une fonction f dérivable sur [-5, 8].



Cocher si les assertions suivantes sont vraies ou fausses (on cochera faux dès lors que l'on ne peut pas affirmer une assertion) :

	Vrai	Faux
\mathbf{A}/f est croissante sur $[3,8]$.		\boxtimes
\mathbf{B}/f est positive sur $[-5, -1]$.		\boxtimes
\mathbb{C}/f est concave sur $[-1,3]$.		

Exercice 4 (/ 3)

On définit la fonction
$$f: x \mapsto \frac{2x^3 + 6x^2 - 9x + 1}{x^2 + x - 2}$$
 sur $\mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$.

Le but de cet exercice est de calculer $\lim_{x\to 1} f(x)$.

1. Expliquer pourquoi il n'est pas possible de calculer cette limite directement.

$$2x^3 + 6x^2 - 9x + 1 \xrightarrow[x \to 1]{} 2 + 6 - 9 + 1 = 0 \text{ et } x^2 + x - 2 \xrightarrow[x \to 1]{} 1 + 1 - 2 = 0.$$

On ne peut pas calculer directement la limite puisqu'un quotient dont le numérateur et le dénominateur convergent vers 0 conduit à une forme indéterminée.

2. On admet que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$2x^3 + 6x^2 - 9x + 1 = (x - 1)(2x^2 + 8x - 1)$$
 et $2x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$

En déduire la valeur de $\lim_{x\to 1} f(x)$.

D'après les informations de l'énoncé, pour $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$, on a :

$$f(x) = \frac{(x-1)(2x^2 + 8x - 1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{2x^2 + 8x - 1}{x+2}$$

Or
$$2x^2 + 8x - 1 \xrightarrow[x \to 1]{} 2 + 8 - 1 = 9$$
 et $x + 2 \xrightarrow[x \to 1]{} 1 + 2 = 3$.
Donc $\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{9}{3} = 3$.