

Matematikk S2 – Prøve i Integrasjon

Tid: 90 minutter

Ingen hjelpemidler tillatt

Oppgave 1 – Grunnleggende integrasjon

For å hjelpe deg i gang, her er noen grunnleggende integraler:

a) Finn det ubestemte integralet:

$$\int 3x^2 dx$$

Tips: Husk at $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ for $n \neq -1$, der C er konstanten for integrasjon.

b) Finn det ubestemte integralet:

$$\int (2x^5 + 5 - \sqrt{x} + e^x) dx$$

Tips: Integrer hvert ledd separat.

Oppgave 2 – Bestemt integral

a) Beregn det bestemte integralet:

$$\int_0^2 (4x - 1) dx$$

Tips: Finn det ubestemte integralet først, og bruk deretter de øvre og nedre grensene.

b) Beregn:

$$\int_1^e \frac{1}{x} dx$$

$\int_1^e x dx$

Oppgave 3 – Areal mellom graf og x-akse

Funksjonen $f(x) = 2x - 4$ er gitt.

a) Finn nullpunktet til $f(x)$.

Tips: Sett $f(x) = 0$ og løs for x .

b) Bestem arealet mellom grafen til $f(x)$ og x-aksen fra $x = 0$ til $x = 4$.

Tips: Tegn grafen for å se hvor funksjonen ligger over eller under x-aksen. Del opp integralet hvis nødvendig og forklar valgene dine.

Oppgave 4 – Areal mellom to grafer

Gitt funksjonene $f(x) = x + 2$ og $g(x) = x^2$.

Beregn arealet mellom grafene til $f(x)$ og $g(x)$ i intervallet $-1 \leq x \leq 2$.

Oppgave 5 – Samlet mengde

En vannkran lekker slik at vann renner ut med en hastighet gitt ved funksjonen $v(t) = 0,5t$, der $v(t)$ er i liter per time og t er tiden i timer.

a) Hvor mye vann har lekket ut etter 4 timer?

b) Hvor lang tid tar det før totalt 10 liter har lekket ut?

Oppgave 6 – Tolking av Python-kode og trappesummer

En elev skriver følgende Python-kode:

```
def f(x):  
    return x**3 - 4*x  
  
a = -2  
b = 2  
n = 100  
dx = (b - a) / n  
total = 0  
for i in range(n):  
    x = -a + i * dx  
    total += f(x) * dx  
  
print(total)
```

- a) Forklar med egne ord hva denne koden gjør.
- b) Beregn verdien som skrives ut av programmet.
- c) Bestem arealet mellom grafen og x-aksen i intervallet eleven bruker