

## Implicitně zadané funkce

Zadání:

- Ukažte, že rovnice v okolí daného bodu určuje implicitně zadanou funkci.
- Spočtěte potřebné derivace a tečny.

1) Ukažte, že rovnice

$$e^{(xy^2-1)} + \log\left(\frac{x}{y}\right) = 1$$

určuje v jistém okolí bodu  $[1,1]$  implicitně zadanou funkci  $y = f(x)$ . Spočtěte  $f'(1)$  a  $f''(1)$  a napište rovnici tečny ke grafu funkce  $f$  v bodě 1.

2) Ukažte, že rovnice

$$\sin(\cos(x+y)) + \cos(\sin(x-y)) = 1$$

Určuje v jistém okolí bodu  $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  implicitně zadanou funkci  $y = f(x)$ . Spočtěte  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  a  $f''\left(\frac{\pi}{4}\right)$  a napište rovnici tečny ke grafu funkce  $f$  v bodě  $\frac{\pi}{4}$ .

3) Ukažte, že rovnice

$$\cos(y + xe^x) + \sin(y - xe^x) = -1$$

Určuje v jistém okolí bodu  $[0, \pi]$  implicitně zadanou funkci  $y = f(x)$ . Spočtěte  $f'(0)$  a  $f''(0)$  a napište rovnici tečny ke grafu funkce  $f$  v bodě 0.

4) Ukažte, že rovnice

$$\sin(x^2yz) = \log(x^2 + y^2 \sin(z))$$

určuje v jistém okolí bodu  $[1,2,0]$  implicitně zadanou funkci  $z = z(x, y)$  splňující  $z(1,2) = 0$ . Napište rovnici tečné roviny k této funkci v bodě  $[1,2]$ .

5) Ukažte, že rovnice

$$xyz + 1 = \cos(x + y + z) + y$$

určuje v jistém okolí bodu  $[0,0,0]$  implicitně zadanou funkci  $y = y(x, z)$ . Spočtěte  $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(0,0)$ .

6) Ukažte, že rovnice

$$\cos(\log(xz) + ye^z) = ze^{xy}$$

určuje v jistém okolí bodu  $[1,0,1]$  implicitně zadanou funkci  $y = y(x, z)$  splňující  $y(1,1) = 0$ . Napište rovnici tečné roviny k funkci  $y(x, z)$  v bodě  $[1,1]$ .

7) Ukažte, že rovnice

$$x^3 + y^3 = \log\left(\frac{x^2 + y^2}{2}\right)$$

určuje v jistém okolí bodu  $[1, -1]$  implicitně zadanou funkci  $y = y(x)$ . Spočtěte první a druhou derivaci této funkce v bodě 1.

8) Ukažte, že rovnice

$$x^y + y^x = 2y$$

## Implicitně zadané funkce

určuje v jistém okolí bodu  $[1,1]$  implicitně zadanou funkci  $y = y(x)$ . Spočtete první a druhou derivaci této funkce v bodě 1.

Řešení (derivace v daném bodě):

1)  $y'_x = -2$ ;  $y''_x = -12$ ; tečna:  $2x + y - 3 = 0$

2)  $y'_x = -1$ ;  $y''_x = -4$ ; tečna:  $2x + 2y - \pi = 0$

3)  $y'_x = 1$ ;  $y''_x = 6$ ; tečna:  $-x + y - \pi - 1 = 0$

4) tečná rovina:  $x + z - 1 = 0$

5)  $y''_x = 1$ ;

6) tečná rovina:  $y + z - 1 = 0$

7)  $y'_x = -\frac{1}{2}$

8)  $y'_x = 1$ ;  $y''_x = 4$