

Přednáška 7: Teorie firmy II (optimalizace zisku a nákladů)

JEB003 Ekonomie I

Výkazy firmy v tržní ekonomice

Základní výkazy:

Rozvaha (balance sheet)

ukazuje stav aktiv a pasiv k nějakému datu

- Aktiva: co firma vlastní (např. budovy, stroje)
- Pasiva: z čeho to koupila (zejména vlastní jmění, dluh)

Výsledovka (income statement)

je výkaz příjmů a výdajů za určité období

Doplňkové výkazy:

Výkaz o toku peněžní hotovosti (cash-flow)

propočítá dostatečnosti či nedostatečnosti peněžních zdrojů v budoucnu

Účetní a ekonomický zisk

Zisk π je rozdíl výnosů a nákladů.

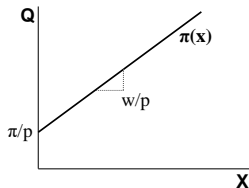
- **Účetní zisk** vypočteme odečtením *explicitních* nákladů (reálně vynaložených) od výnosů, zjistíme z výkazu zisku a ztrát
- **Ekonomický zisk** vypočteme odečtením veškerých nákladů (*explicitní* reálně vynaložené i *implicitní* náklady příležitosti) od výnosů

Předpoklady modelu zůstávají: dokonalá konkurence, firma neovlivní ceny vstupů a výstupů, uvažujeme ekonomický zisk. Zisk v modelu definujeme jako:

$$\pi = p \cdot q - w \cdot x$$

kde q je objem výstupu, x je objem vstupu, p je cena výstupu, w je cena vstupu; tj. $p \cdot q$ jsou výnosy a $w \cdot x$ jsou náklady. Firma volí produkci, při které maximalizuje zisk π .

Izozisková přímka



Izokvanta zisku představuje kombinaci vstupů a výstupů, pro které je úroveň zisku stejná.

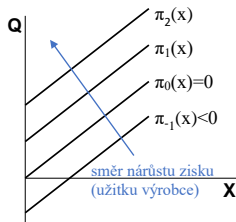
Pro jediný variabilní vstup x s kupní cenou w a jediný možný výstup q s prodejní cenou p definujeme izokvantu zisku jako:

$$\pi = p \cdot q - w \cdot x$$

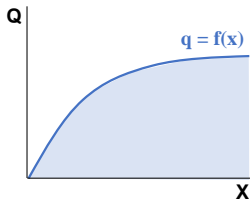
Z toho:

$$q = \frac{\pi}{p} + \frac{w}{p} \cdot x$$

Sklon izokvanty zisku je tedy kladný a roven poměru cen w/p .



Produkční funkce (opakování)

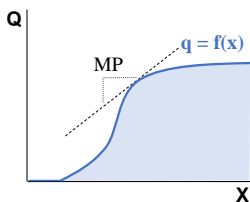


Produkční funkce je maximální technologicky realizovatelný objem výroby q při disponibilním objemu vstupu x . Definujeme jako $q = f(x)$, kde

x je objem vstupu (výrobní faktory)

q je objem výstupu

Produkční množina definuje technologicky realizovatelné výrobní situace.



Mezní produkt MP je nárůst produkceschopnosti odpovídající zvýšení vstupu o (malou) jednotku, MP tedy reprezentuje sklon tečny produkční funkce.

Maximalizace zisku

Optimum nastává když je sklon izokvanty zisku roven sklonu tečny k produkční funkci (v bodě):

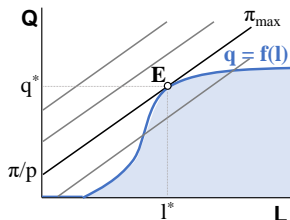
$$\frac{w}{p} = MP$$

Matemacky (pro optimální $x^* > 0$):

$$\max_{q \leq f(x)} p \cdot q - w \cdot x$$

$$\frac{\partial \pi(x)}{\partial x} = p \cdot \frac{\partial f(x)}{\partial x} - w \stackrel{!}{=} 0$$

$$p \cdot MP = w$$



Firma maximalizuje zisk, když se hodnota mezního produktu všech variabilních vstupů rovná jejím cenám (nebo-li mezní výnos $MR = p \cdot MP$ je roven meznímu nákladu $MC = w$).

Maximalizace zisku

V krátkém období s alespoň jedním fixním vstupem (kapitál K) a jedním variabilním vstupem (práce L) pro izokvantu zisku platí:

$$\pi = p \cdot q - r \cdot \bar{k} - w \cdot l$$

Z toho:

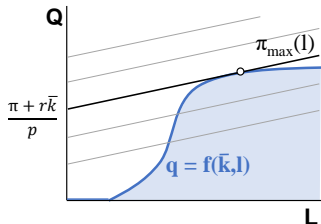
$$q = \frac{\pi + r \cdot \bar{k}}{p} + \frac{w}{p} \cdot l$$

Sklon izokvanty zisku je tedy kladný a roven poměru cen w/p . V optimu:

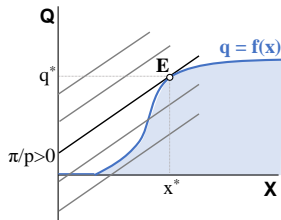
$$\max_{q \leq f(\bar{k}, l)} p \cdot q - r \cdot \bar{k} - w \cdot l$$

$$\frac{\partial \pi(l)}{\partial l} = p \cdot \frac{\partial f(\bar{k}, l)}{\partial l} - w \stackrel{!}{=} 0$$

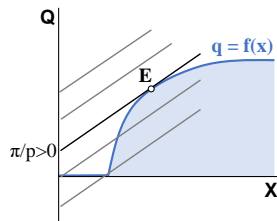
$$p \cdot MP_L = w$$



Maximalizace zisku: hledání optima (1/3)

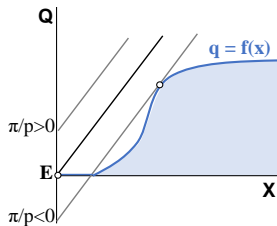


Technologie umožňující tvorbu zisku pro konvexně konkávní produkční funkci s fixními náklady (za dané cenové hladiny).

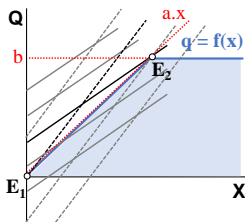


Technologie umožňující tvorbu zisku pro ryze konkávní produkční funkci s fixními náklady (za dané cenové hladiny).

Maximalizace zisku: hledání optima (2/3)



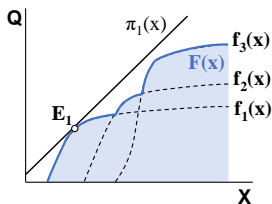
Technologie neumožňující tvorbu zisku (za dané cenové hladiny): v $E \equiv 0$ je optimální nevyrábět.



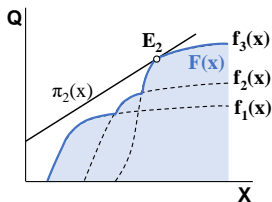
Případ lineární technologie $q = \min(a \cdot x, b)$:

- je-li $w/p > a$, optimum je E_1 ,
- je-li $w/p < a$, optimum je E_2 ,
- je-li $w/p = a$, jsou výrobní situace na úsečce $E_1 E_2$ indiferentní a optimální.

Maximalizace zisku: hledání optima (3/3)

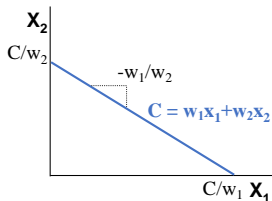


Protože $\pi_1 = p_1 \cdot q - w \cdot x$, optimální je technologie f_1 , tj. optimální je technologii neměnit.



Pokud je cena výstupu vyšší ($p_2 > p_1$), vzhledem k $\pi_2 = p_2 \cdot q - w \cdot x$ je optimální inovovaná technologie f_3 .

Nákladová funkce: izokosty



V dlouhém období máme všechny vstupy variabilní.

Nákladová funkce C reprezentuje minimální náklady potřebné k produkci výstupu q pro dané ceny vstupů (w_1, w_2).

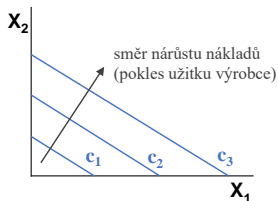
Izokvanta nákladů (izokosta) je množina kombinací stejně nákladových vstupů (práce a kapitálu) při daných cenách. Definujeme

$$C = w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2$$

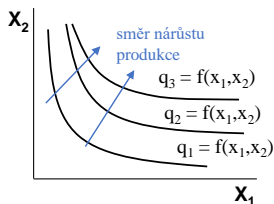
Z toho:

$$x_2 = \frac{C}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} \cdot x_1$$

Sklon nákladového omezení je záporný a roven $-w_1/w_2$.



Produkční funkce: izokvanty produkce (opakování)



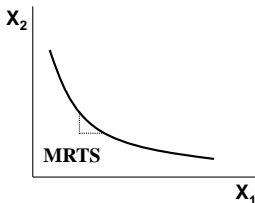
Izokvanta produkční funkce definuje kombinace vstupů, které budou schopny produkovat stejné množství výstupu, takže výrobce je indiferentní vůči zvolené kombinaci vstupů na izokvantě.

Mezní míra technologické substituce (MRTS) vyjadřuje míru, ve které firma může nahrazovat jeden vstup druhým, aniž by se změnila velikost výstupu. Pro změny faktorů Δx_1 a Δx_2 platí:

$$\Delta TP_1 + \Delta TP_2 = 0$$

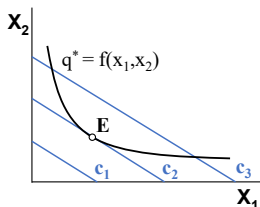
$$MP_1 \cdot \Delta x_1 + MP_2 \cdot \Delta x_2 = 0$$

$$MRTS_{12} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{MP_1}{MP_2}$$



Sklon tečny k izokvantě produkční funkce je $\Delta x_2 / \Delta x_1$ nebo-li $-MP_1 / MP_2$.

Minimalizace nákladů



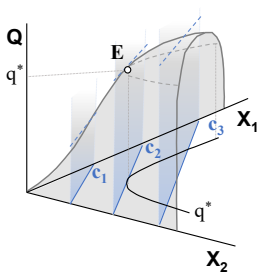
Firma chce vyrobit množství výstupu q^* s
nejnižšími náklady C a cenami vstupů (jako
mzdová sazba w pro práci L a úrok r pro
kapitál K). Tedy

$$\min_{q=q^*} w_1 \cdot x_1 + w_2 \cdot x_2.$$

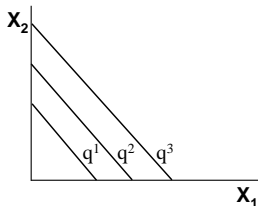
V optimu se sklon izokvanty produkční funkce
rovná sklonu izokosty:

$$\frac{MP_1}{MP_2} = \frac{w_1}{w_2},$$

tj. v optimu je každý reálný mezní produkt
(MP/w) z další vynaložené koruny stejný.



Minimalizace nákladů: lineární produkční funkce



Lineární produkční funkce:

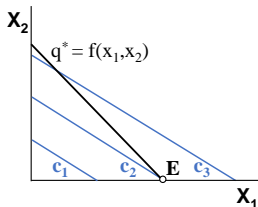
$$f(x_1, x_2) = a \cdot x_1 + b \cdot x_2$$

x_j je objem j-tého vstupu

q_k je objem výstupu pro k-tou izokvantu:

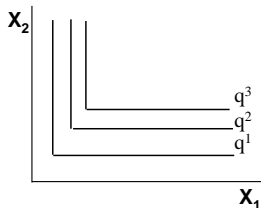
$$q_3 > q_2 > q_1$$

Izokvanty lineární produkční funkce představují dokonalou substituovatelnost vstupů.



Optimum výrobce s lineární produkční funkcí. V optimu (není-li sklon izokvanty produkce shodný se sklonem izokost) je využíván výhradně efektivnější vstup.

Minimalizace nákladů: Leontiefská produkční funkce



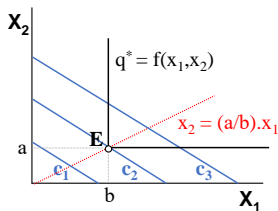
Leontiefská produkční funkce
(vstupy se zvyšují proporcionálně):
 $f(x_1, x_2) = \min(a \cdot x_1, b \cdot x_2)$

x_j je objem j-tého vstupu

b/a je pevně daný poměr vstupů

q_k je objem výstupu pro k-tou izokvantu:

$$q_3 > q_2 > q_1$$



Izokvanty Leontiefské produkční funkce
představují nulovou substituovatelnost vstupů
(dokonalé komplementy).

V optimu platí předepsaný poměr vstupů
 $x_1 : x_2 = b : a$.

Reciprocita maximalizace zisku a minimalizace nákladů

Maximalizace zisku a minimalizace nákladů není totéž (nejde o dualitu). Platí tzv. **reciprocita** minimalizace nákladů a maximalizace zisku. Když předepíšeme výrobcí, který minimalizuje náklady, aby vyráběl objem výstupu odpovídající optimu výrobce maximalizujícího zisk, potom jsou obě řešení stejná. Optimálním řešením

$$\max_{q \leq f(x_1, \dots, x_n)} p \cdot q - w_1 \cdot x_1 - \dots - w_n \cdot x_n$$

je výrobní situace $(q_{\max\pi}^*, \vec{x}_{\max\pi}^*)$. Optimálním řešením

$$\min_{q = q_{\min C}^*} w_1 \cdot x_1 + \dots + w_n \cdot x_n$$

je výrobní situace $(q_{\min C}^*, \vec{x}_{\min C}^*)$.

Věta o reciprocitě

Pokud $q_{\max\pi}^* = q_{\min C}^*$, potom jsou řešení obou úloh stejná, tj.
 $(q_{\max\pi}^*, \vec{x}_{\max\pi}^*) = (q_{\min C}^*, \vec{x}_{\min C}^*)$.

Slovníček

rozvaha > **balance sheet**

aktiva > **assets**

pasiva (závazky a vlastní kapitál) > **liabilities (liabilities and equity)**

výsledovka (výkaz zisku a ztrát) >

income statement (profit&loss statement)

výkaz o peněžních tocích > **cash-flow statement**

účetní a ekonomický zisk > **accounting and economic profit**

tržby/příjmy a náklady > **sales/revenues and costs**

reálná a nominální mzda > **real and nominal wage**

izozisková přímka > **isoprofit line**

maximalizace zisku > **profit maximization**

izokvanta nákladů (izokosta) > **isocost line**

minimalizace nákladů > **cost minimization**

dualita a reciprocita > **duality and reciprocity**