

Vysoké učení technické v Brně

Fakulta informačních technologií

Elektrotechnika pro informační technologie

2022/2023

Semestrální projekt

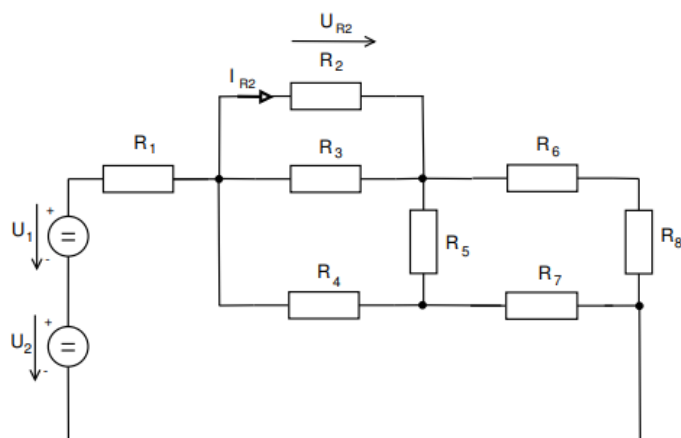
Obsah

Příklad 1.....	3
Příklad 2.....	7
Příklad 3.....	9
Příklad 4.....	11
Příklad 5.....	14
Tabulka výsledků	16

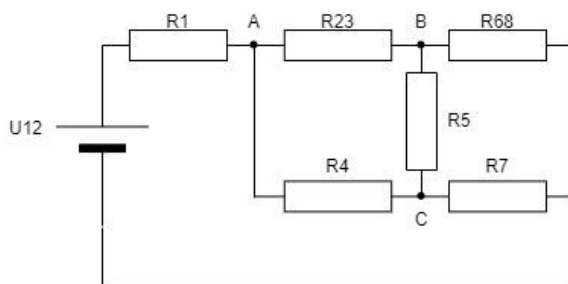
Příklad 1

Stanovte napětí U_{R2} a proud I_{R2} Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	$U_1[V]$	$U_2[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$	$R_7[\Omega]$	$R_8[\Omega]$
B	95	115	650	730	340	330	410	830	340	220



1. spojíme sériové napětí U_1 a U_2 a odpor R_6 a R_8 a paralelní odpor R_2 a R_3 :

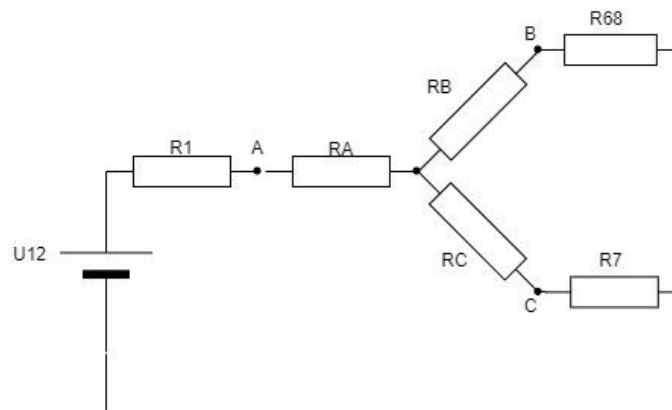


$$U_{12} = U_1 + U_2 = 210V$$

$$R_{68} = R_6 + R_8 = 1050\Omega$$

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 231,9626\Omega$$

2. Použijeme metodu trojúhelník -> hvězda

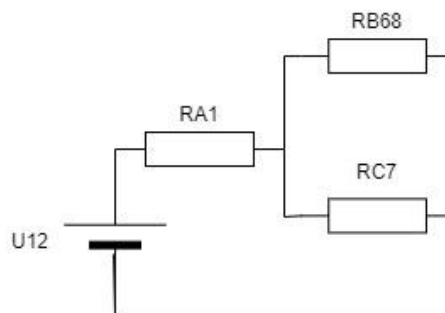


$$R_A = \frac{R_{23}R_4}{R_{23} + R_4 + R_5} = \frac{231,9626 \cdot 330}{231,9626 + 330 + 410} = 78,756\Omega$$

$$R_B = \frac{R_{23}R_5}{R_{23} + R_4 + R_5} = \frac{231,9626 \cdot 410}{231,9626 + 330 + 410} = 97,848\Omega$$

$$R_C = \frac{R_4R_5}{R_{23} + R_4 + R_5} = \frac{410 \cdot 330}{231,9626 + 330 + 410} = 139,203\Omega$$

3. Spojíme R_1 a R_A , R_B a R_{68} , R_C a R_7 :

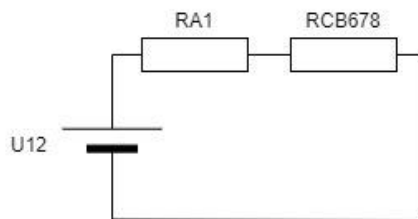


$$R_{A1} = R_A + R_1 = 78,756 + 650 = 728,756\Omega$$

$$R_{B68} = R_B + R_{68} = 97,848 + 1050 = 1147,848\Omega$$

$$R_{C7} = R_C + R_7 = 139,203 + 340 = 479,203\Omega$$

4. Spojíme paralelní odpor R_{B68} a R_{C7}



$$R_{BC678} = \frac{R_{B68}R_{C7}}{R_{B68} + R_{C7}} = \frac{1147,848 \cdot 479,203}{1147,848 + 479,203} = 338,067\Omega$$

5. Dopočítáme R_{EKV} a celkový proud

$$R_{EKV} = R_{A1} + R_{BC678} = 338,067 + 728,756 = 1066,823\Omega$$

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = 0,1968A$$

6. Zpětným skládáním obvodu dopočítáme napětí a proud na rezistoru R2:

(1)

$$U_{RA1} = 0.1968 \cdot 728,756 = 143,419V$$

$$U_{RBC678} = 0.1968 \cdot 338,067 = 66,532V$$

$$U_{RA} = 0.1968 \cdot 78,756 = 15,499V$$

$$U_{R1} = 0.1968 \cdot 650 = 127,92V$$

(2) Napětí U_{RBC678} je stejné na rezistorech R_{B68} a R_{C7} , proto musíme vypočítat proud

$$I_{RB68} = \frac{66,532}{1147,848} = 0,058A$$

(3) Pomocí proudu dopočítáme napětí U_{RB}

$$U_{RB} = 0,058 \cdot 97,848 = 5,675V$$

(4) Napětí na rezistoru R_{23} je rovné součtu napětí na R_A a R_B

$$U_{R23} = U_{RA} + U_{RB} = 5,675 + 15,499 = \mathbf{21,174V} = U_{R2}$$

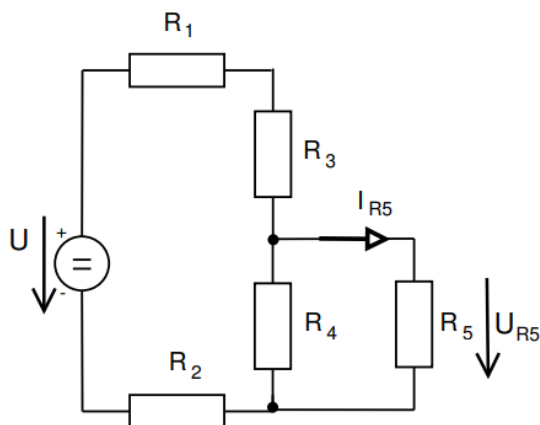
(5) Nyní již dopočítáme proud na rezistoru R_2

$$I_{R2} = \frac{U_{R23}}{R_2} = \frac{21,174}{730} = \mathbf{0,029A}$$

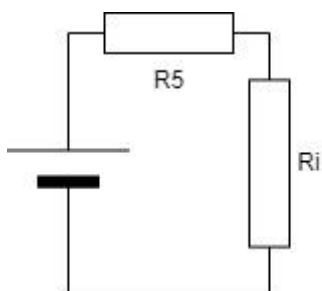
Příklad 2

Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5} . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	U [V]	R1 [Ω]	R2 [Ω]	R3 [Ω]	R4 [Ω]	R5 [Ω]
H	220	190	360	580	205	560

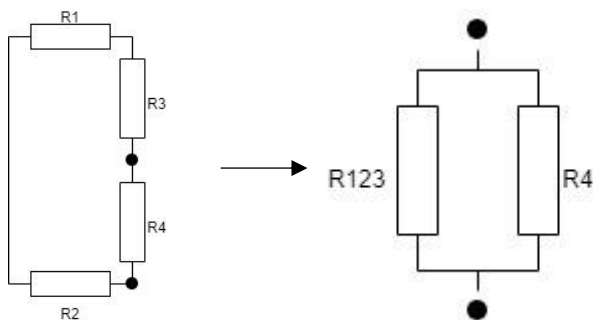


Nejprve si vytvořím náhradní obvod pro R_5 a vyjádřím proud I_{R5} a napětí U_{R5} :



$$I_{R5} = \frac{U_i}{R_5 + R_i}, U_{R5} = R_5 I_{R5}$$

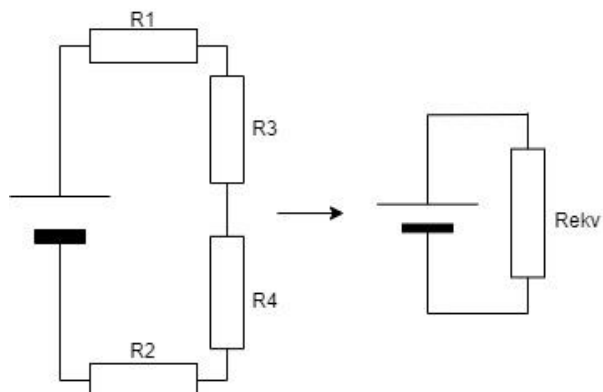
Dále překreslím obvod bez rezistoru R_5 , zkratuji zdroj a zjednoduším:



$$R_{123} = R_1 + R_2 + R_3 = 190 + 360 + 580 = 1130\Omega$$

$$R_i = \frac{R_{123}R_4}{R_{123} + R_4} = \frac{1130 \cdot 205}{1130 + 205} = 173,521\Omega$$

Dále je zapotřebí vypočítat hodnotu R_{EKV} :



$$R_{EKV} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 1335\Omega$$

Pomocí R_{EKV} a U vypočítáme hodnotu celkového proudu:

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{220}{1335} = 0,1648A$$

Víme, že napětí $U_i = U_{R4}$, sestavíme rovnici podle Kirchhoffova zákona a vypočítáme U_i :

$$U = U_{R13} + U_{R4} + U_{R2}$$

$$U = R_{13} \cdot I + U_i + R_2 \cdot I$$

$$U_i = U - R_{13} \cdot I - R_2 \cdot I = 220 - 770 \cdot 0,1648 - 360 \cdot 0,1648 = 33,776V$$

Dosadíme do vzorečku vyjádřeného na začátku:

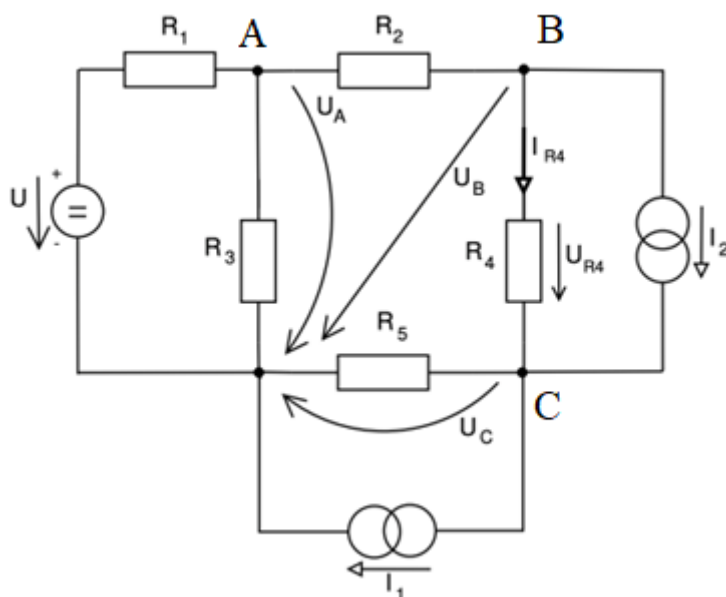
$$I_{R5} = \frac{33,776}{173,521 + 560} = \mathbf{0,046A}$$

$$U_{R5} = 560 \cdot 0,046 = \mathbf{25,786V}$$

Příklad 3

Stanovte napětí U_{R4} a I_{R4} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A , U_B , U_C).

Sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
E	135	0.55	0.65	52	42	52	42	21



Nejdříve si sestavíme rovnici pro každý uzel podle Kirchhoffova zákona:

$$A: I_{R1} - I_{R3} - I_{R2} = 0$$

$$B: I_{R2} - I_{R4} - I_2 = 0$$

$$C: I_{R4} + I_2 - I_{R5} - I_1 = 0$$

Poté si vyjádříme proudy pomocí uzlových napětí:

$$I_{R1} = \frac{U - U_A}{R_1}, I_{R2} = \frac{U_A - U_B}{R_2}, I_{R3} = \frac{U_A}{R_3}, I_{R4} = \frac{U_B - U_A}{R_4}, I_{R5} = \frac{U_C}{R_5}$$

Proudy dosadíme do sestavených rovnic a dosadíme hodnoty:

$$\frac{135 - U_A}{52} - \frac{U_A}{52} - \frac{U_A - U_B}{42} = 0$$

$$\frac{U_A - U_B}{42} - \frac{U_B - U_C}{42} - 0,65 = 0$$

$$\frac{U_B - U_C}{42} + 0,65 - 0,55 - \frac{U_C}{21} = 0$$

Zbavíme se zlomků a přepíšeme do matice:

$$A = \begin{pmatrix} -68 & 26 & 0 & -2835 \\ 1 & -2 & 1 & 27,3 \\ 0 & 1 & -3 & -4,2 \end{pmatrix}$$

Spočítáme determinant a pomocí cramerova pravidla dopočítáme napětí U_B a U_C

$$|A| = \begin{vmatrix} -68 & 26 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -262$$

$$|U_B'| = \begin{vmatrix} -68 & -2835 & 0 \\ 1 & 27,3 & 1 \\ 0 & -4,2 & -3 \end{vmatrix} = -3221,4$$

$$|U_C'| = \begin{vmatrix} -68 & 26 & -2835 \\ 1 & -2 & 27,3 \\ 0 & 1 & -4,2 \end{vmatrix} = -1440,6$$

$$U_B = \frac{-3221,4}{-262} = 12,295V$$

$$U_C = \frac{-1440,6}{-262} = 5,498V$$

Nakonec dopočítáme U_{R4} a I_{R4} :

$$U_{R4} = U_B - U_C = \mathbf{6,797V}$$

$$I_{R4} = \frac{U_{R4}}{R_4} = \mathbf{0,1618A}$$

Příklad 4

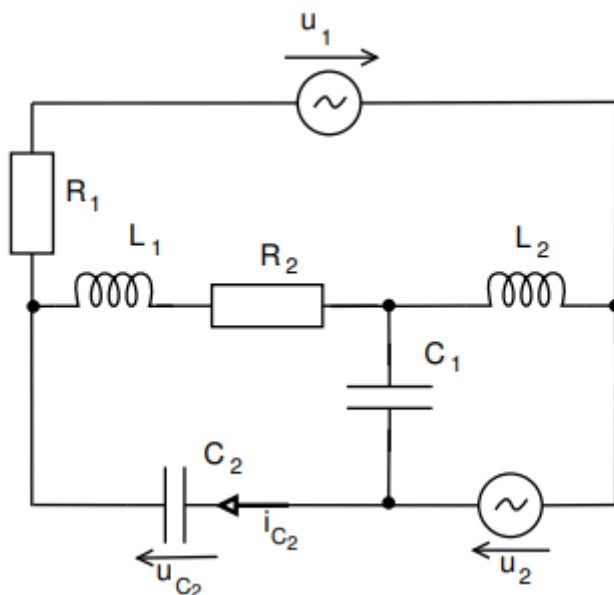
Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{C2} = U_{C2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C2})$ určete $|U_{L2}|$ a φ_{C2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový

okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

Sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
B	2	4	11	15	100	85	220	95	80



Jako první vypočteme úhlovou rychlost ω :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 80 = 502,655 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Následně vypočítáme impedanci:

$$Z_c = -\frac{j}{\omega C}$$

$$Z_{C1} = -\frac{j}{502,655 \cdot 2,2 \cdot 10^{-4}} = -9,043j \Omega$$

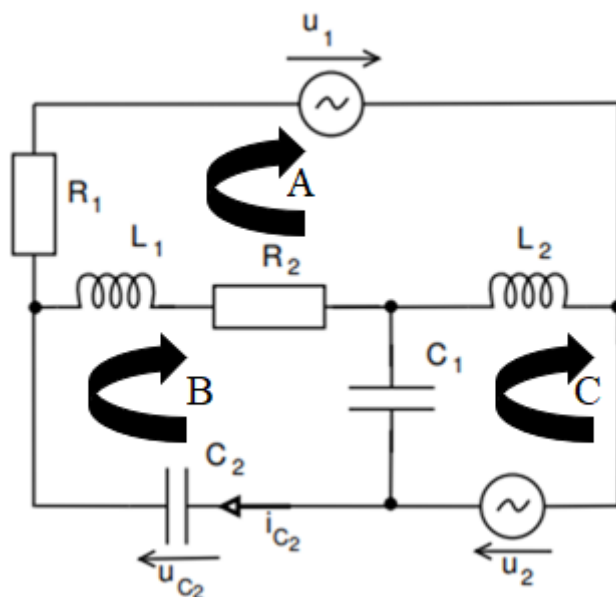
$$Z_{C2} = -\frac{j}{502,655 \cdot 9,5 \cdot 10^{-5}} = -20,941j \Omega$$

$$Z_L = j \cdot \omega \cdot L$$

$$Z_{L1} = j \cdot 502,655 \cdot 0,1 = 50,266j \, \Omega$$

$$Z_{L2} = j \cdot 502,655 \cdot 0,085 = 42,726j \, \Omega$$

Sestavíme rovnice smyčkových proudů:



$$i_A: Z_{L1}(I_A - I_B) + u_1 + R_1 I_A + R_2(I_A - I_B) + Z_{L2}(I_A - I_C) = 0$$

$$i_B: R_2 \cdot (I_B - I_A) + Z_{L1} \cdot (I_B - I_A) + Z_{C2} \cdot I_B + Z_{C1}(I_B - I_C) = 0$$

$$i_C: u_2 + Z_{C1}(I_C - I_B) + Z_{L2}(I_C - I_A) = 0$$

Vytvoříme matici s hodnotami I_A , I_B , I_C ve sloupcích:

$$A = \begin{pmatrix} Z_{L1} + R_1 + R_2 + Z_{L2} & -Z_{L1} - R_2 & -Z_{L2} \\ -Z_{L1} - R_2 & R_2 + Z_{L1} + Z_{C2} & -Z_{C1} \\ -Z_{L2} & -Z_{C1} & Z_{C1} + Z_{L2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -u_1 \\ 0 \\ -u_2 \end{pmatrix}$$

Dosadíme hodnoty a vypočítáme determinant:

$$\begin{aligned}
|A| &= \begin{vmatrix} 50,266j + 11 & 15 & 42,726j & -50,266j - 15 \\ 42,726j & -50,266j - 15 & 15 & 50,266j \\ -50,266j - 15 & 15 & 42,726j & -50,266j - 15 \\ 15 & 50,266j & -50,266j - 15 & 42,726j \end{vmatrix} \\
&= 3965,125 + 32922,105j
\end{aligned}$$

Dále pomocí cramerova pravidla dopočítáme determinant smyčkového proud I_B :

$$\begin{aligned}
|I_B| &= \begin{vmatrix} 26 + 92,992i & -2 & -42,726j & -50,266j - 15 \\ 0 & 9,043j & -42,726j & -4 \\ -4 & 33,683i & 7840,43076 & -2633,578j \end{vmatrix} = 7840,43076 - 2633,578j
\end{aligned}$$

$$I_B = \frac{7840,43076 - 2633,578j}{3965,125 + 32922,105j} = (-0,0505777 - 0,2442425i)A$$

Vypočítáme napětí na kondenzátoru a fázový posun:

$$I_{C2} = I_B = (-0,0505777 - 0,2442425i)A$$

$$\begin{aligned}
U_{C2} &= I_{C2}Z_{C2} = (-0,0505777 - 0,2442425i) \cdot (-20,941j) \\
&= -5,1146822 + 1,0591476i
\end{aligned}$$

$$|U_{C2}| = \sqrt{5,1146822^2 + 1,0591476^2} = \mathbf{5,2232V}$$

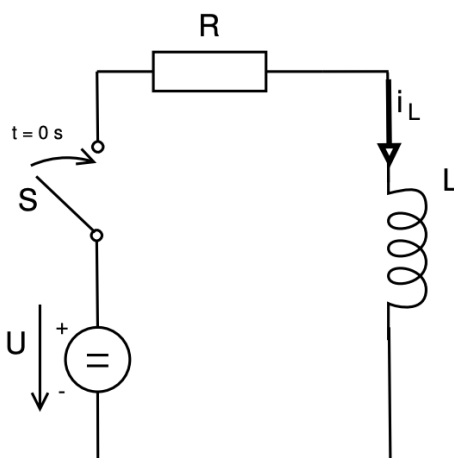
$$\varphi' = \arctan\left(\frac{1,0591476}{-5,1146822}\right) = -0,20707 \text{ rad} = -11,8648^\circ$$

$$\varphi = -11,8648^\circ + 180^\circ = \mathbf{168,1352^\circ}$$

Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0[s]$ sepne spínač S. Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $i_L = f(t)$. Proved'te kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Sk.	U [V]	L [H]	R [Ω]	$i_L(0)$ [A]
H	8	50	40	4



1. Vyjádříme si vztahy v obvodu

$$I = \frac{U_R}{R} \rightarrow U_R = I \cdot R$$

$$U = u_L + u_R \rightarrow u_L = U - I \cdot R$$

$$I' = \frac{U - I \cdot R}{L}$$

2. Očekávané řešení:

$$I(t) = K(t) \cdot e^{\lambda t} = K(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

3. Charakteristická rovnice:

$$R + L \cdot \lambda = 0 \rightarrow \lambda = -\frac{R}{L}$$

4. Derivujeme:

$$I'(t) = K'(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + K(t) \cdot \left(-\frac{R}{L}\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

5. Dosadíme do rovnice:

$$U = L \cdot I' + R \cdot I$$

$$L \cdot \left(K'(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + K(t) \cdot \left(-\frac{R}{L}\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}\right) + R \cdot K(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = U$$

$$L \cdot K'(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} - R \cdot K(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + R \cdot K(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = U$$

$$L \cdot K'(t) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = U$$

$$K'(t) = \frac{U}{L} \cdot e^{\frac{R}{L}t}$$

6. Rovnici integrujeme:

$$K(t) = \frac{\frac{U}{L}}{\frac{R}{L}} \cdot e^{\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} \cdot e^{\frac{R}{L}t} + k$$

7. $K(t)$ dosadíme do očekávaného řešení:

$$I(t) = \left(\frac{U}{R} \cdot e^{\frac{R}{L}t} + k\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} + k \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

8. Dosadíme $i_L(0)$ a vypočteme k :

$$4 = \frac{8}{40} + k \cdot e^{-\frac{4}{5}t}$$

$$k = \frac{19}{5}$$

9. Dosadíme hodnoty do předchozí rovnice:

$$I(t) = \frac{U}{R} + k \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{1}{5} + \frac{19}{5} \cdot e^{-\frac{4}{5}t}$$

Tabukla výsledků

Příklad	Skupina	Výsledek
1	B	$I_{R2} = 0,029A, U_{R2} = 21,174V$
2	H	$I_{R5} = 0,046A, U_{R5} = 25,786V$
3	E	$U_{R4} = 6,797V, I_{R4} = 0,1618A$
4	B	$ U_{C2} = 5,2232V, \varphi' = 168.1352^\circ$
5	H	$I(t) = \frac{1}{5} + \frac{19}{5} \cdot e^{-\frac{4}{5}t}$