

Spracovanie farebného obrazu

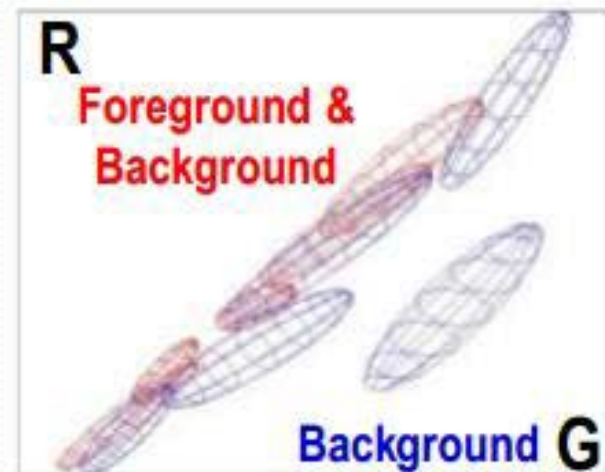
GMM

Domáca úloha 2

6.5.2014

GMM

- Gaussian Mixture Model
- Využívaný pri segmentácii
- <http://www.mathworks.com/help/stats/gmdistribution.fit.html>
- Matlab :help gaussian mixture model



GMM matlab

```
MU1 = [1 2]; SIGMA1 = [2 0; 0 .5];  
MU2 = [-3 -5]; SIGMA2 = [1 0; 0 1];  
X = [mvnrnd(MU1,SIGMA1,1000);  
     mvnrnd(MU2,SIGMA2,1000)];  
scatter(X(:,1),X(:,2),10,'.')  
hold on  
  
options = statset('Display','final');  
obj = gmdistribution.fit(X,2,'Options',options);  
h = ezcontour(@(x,y)pdf(obj,[x y]),[-8 6],[-8 6]);
```

GMM – ako funguje

- 2 hlavné kroky
- Expectation
 - Pre každý bod vypočítať pravdepodobnosť priradenia k jednotlivým gaussianom
- Maximization
 - Výpočet novej pravdepodobnosti/rozmerov gaussianov/mean

Expectation

- $\tau(z_{nk})$ – pravdepodobnosť, že bod x_n je generovaný k -tým Gaussianom

$$\tau(z_{nk}) = \frac{\pi_k N(x_n | \mu_k, \Sigma_k)}{\sum_{j=1}^K \pi_j N(x_n | \mu_j, \Sigma_j)}$$

Expectation

- $N(x_n | \mu_k, \Sigma_k)$ – gaussian (vytvoriť podľa vzorca z prednášky)
- π - pravdepodobnosť, koľko bodov generuje jednotlivý gaussian
 - Ich súčet je 1
- Príklad
 - máme 4 gaussiany s pravdepodobnosťami (0.2, 0.3, 0.4, 0.5), a pri počítaní $\tau(z_{nk})$, kde $k=2$ je $\pi_k=0.3$

Maximization

- Máme k gaussianov
- N – počet všech bodov
- V tomto kroku vypočítáme nové hodnoty kre každý gaussian a to:
- Nové pravdepodobnosti

$$\pi_k^{new} = \frac{N_k}{N}$$

$$N_k = \sum_{n=1}^N \tau(z_{nk})$$

Maximization

- Nové mean

- (stredy gaussianov)

$$\mu_k^{new} = \frac{\sum_{n=1}^N \tau(z_{nk}) x_n}{N_k}$$

- Nové sigmy, teda kovariančné matice pre každý gaussian (určujú „tvar a naklonenie“ gaussianov)

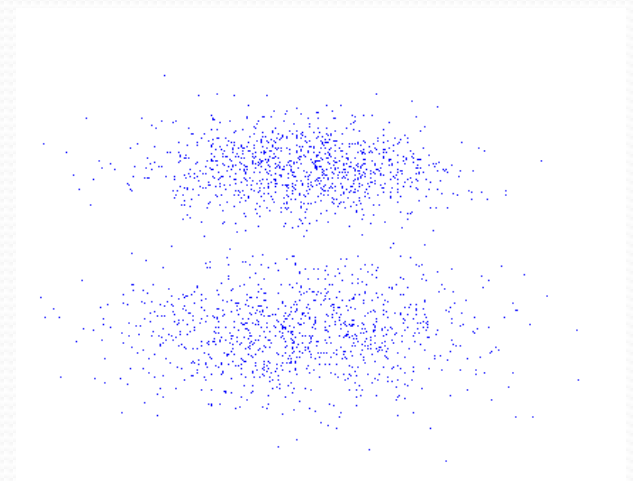
$$\Sigma_k^{new} = \frac{1}{N_k} \sum_{n=1}^N \tau(z_{nk}) (x_n - \mu_k^{new})(x_n - \mu_k^{new})^T$$

Domáca úloha 2

- GMM
- vstup – dáta, ktoré chcem prerozdeliť
- výstup – prerozdelené dáta
 - Porovnanie s K-means
 - Vykreslenie prerozdelených dát
 - Ich farebne rozlíšenie podľa prerozdelenia
 - Vykreslenie generujúcich gaussianov v 2D a 3D
 - príklad rozdelenia a vykreslenia máte v helpe v matlabe „gaussian mixture model“, tam si to mozte pozriet

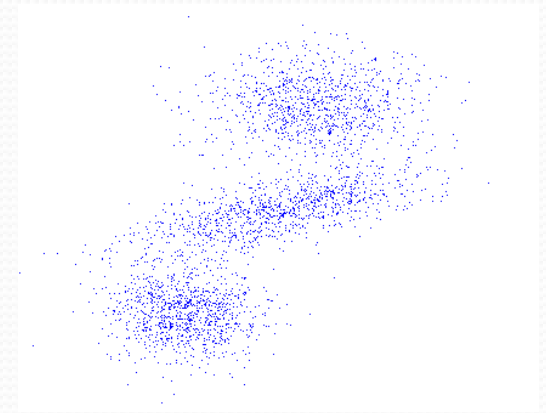
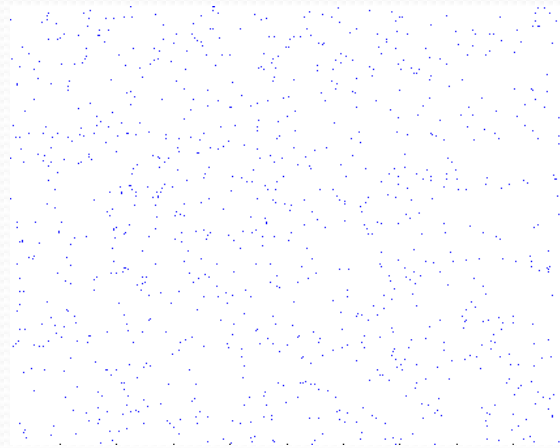
Vstup

- možnosť vybrať si z viacerých vstupov (príklad):
- $\text{MU}_1 = [1 \ 2]; \text{SIGMA}_1 = \begin{bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & .1 \end{bmatrix};$
- $\text{MU}_2 = [1 \ 0]; \text{SIGMA}_2 = \begin{bmatrix} 42 & 0 \\ 0 & .2 \end{bmatrix};$
- $\text{X} = [\text{mvnrnd}(\text{MU}_1, \text{SIGMA}_1, 1000); \text{mvnrnd}(\text{MU}_2, \text{SIGMA}_2, 1000)];$
- $\text{scatter}(\text{X}(:,1), \text{X}(:,2), 10, '.')$



Vstup

- `X = rand(1000,2);`
- `scatter(X(:,1),X(:,2),10,'.')`
- $\text{MU}_1 = [1 \ 2]; \text{SIGMA}_1 = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & .3 \end{bmatrix};$
- $\text{MU}_2 = [-10 \ -2]; \text{SIGMA}_2 = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & .2 \end{bmatrix};$
- $\text{MU}_3 = [-2 \ 0]; \text{SIGMA}_3 = \begin{bmatrix} 40 & 2 \\ 2 & .2 \end{bmatrix};$
- `X = [mvnrnd(MU1,SIGMA1,1000);
mvnrnd(MU2,SIGMA2,1000);
mvnrnd(MU3,SIGMA3,1000)];`
- `scatter(X(:,1),X(:,2),10,'.')`



Vstupné hodnoty

- Vstup
 - možnosť výberu v GUI (aspoň 5)
- Mean
 - možnosť zadať v GUI
- Sigma
- Pravdepodobnosti rozdelenia
 - Rovnaké pre všetky gaussiany
- Počet gaussianov
 - možnosť zadať v GUI
- Počet iterácií (10/15/20/.../1000)
 - možnosť výberu v GUI

Vstupné hodnoty

- **μ - Mean**

- počet je rovný počtu gaussianov (skupín, do ktorých budú dáta rozdelené)
- „centroidy gaussianov“
- možnosť výberu
 - náhodne generované
 - určené pomocou K-means

Vstupné hodnoty

- Σ - **Sigma** - „rozmary gaussianu“
 - Určené pomocou kovariančnej matice pre každý gaussian – môžu byť rovnaké pre všetky vstupné gaussiany
 - Napr. $\text{SIGMA} = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & .3 \end{bmatrix}$; (sigma pre jeden gaussian)
- π - pravdepodobnosti rozdelenia pre každý gaussian

DU 2

- Postup:
 - Načítať vstupné dáta
- 2 hlavné kroky
 - opakovať podľa počtu iterácií
- Expectation
 - Pre každý bod vypočítať pravdepodobnosť priradenia k jednotlivým gaussianom
- Maximization
 - Výpočet novej pravdepodobnosti/rozmerov gaussianov/mean

Odovzdávanie

- Do 23.5.2014, 6:00
- kucerova@sccg.sk
- Predmet: SFO DU₂