Úlohy 5

1.Nech $F(x) = F(x_0, x_1, x_2)$ je homogénny polynóm stupňa m z okruhu $k[x_0, x_1, x_2]$, $(a) \in P_2$ je ľubovoľný bod. Dokážte nasledovné identity :

$$1.\ \left(\Sigma \frac{\partial F(a)}{\partial x_i} a_i\right)^r = \frac{m!}{(m-r)!} F(a)$$

pre všetky $r < m$.

$$2.\quad \Sigma \frac{\partial F(a)}{\partial x_i} a_i = mF(a) \text{ (Eulerov vzorec)}$$

Návod : V identite z poznámky 3 položte $(a) = (b)$.

2. Nech $\mathbf{X}$ je krivka stupňa m v P_2 daná rovnicou $F(x) = 0$.Existuje bod $(a) \in P_2$ taký, že pre niektoré $r < m$ platí

$$\frac{\partial^r F(a)}{\partial x_0^{r_0} \partial x_1^{r_1} \partial x_2^{r_2}} = 0 \ \text{ pre všetky } (r_0, r_1, r_2) \text{ s } r_0 + r_1 + r_2 = r \text{ a zároveň } (a) \notin \mathbf{X}?$$

Svoje tvrdenie zdôvodnite.