

LAB3: Metody gradientowe - testowanie właściwości rozwiązań odwrotnych dla jednowymiarowego, stacjonarnego przypadku transferu ciepła w materiałach jednorodnych i niejednorodnych

dr inż. Konrad M. Gruszka,*

28 lutego 2025

Streszczenie

Bazując na niniejszym dokumencie należy rozszerzyć i przetestować pod różnymi kątami wcześniej napisane algorytmy wykorzystujące metody gradientowe do rozwiązania zadania odwrotnego. Aby rozwiązać zadania z tego dokumentu, konieczne są skrypty utworzone na wcześniejszych zajęciach obejmujące przypadki stacjonarnego transferu ciepła dla jedno- i dwuwymiarowych dziedzin obliczeniowych.

Zadania do samodzielnego rozwiązania

1. Zadanie 1: Analiza wpływu liczby węzłów na dokładność rozwiązania

Opis zadania: Proszę najpierw przygotować dane rozkładu temperatury w jednorodnym pręcie w stanie stacjonarnym, korzystając z wcześniej napisanych algorytmów MRS. Następnie proszę przeanalizować, jak zmiana liczby węzłów N w modelu wpływa na rozwiązanie odwrotnego zadania. Dla tego zadania należy porównać wyniki dla różnych wartości N , np. $N = 10$, $N = 50$, $N = 100$, i sprawdzić, jak zmienia się dokładność oraz czas obliczenia warunków brzegowych.

Dane: Rozkład temperatury w jednorodnym pręcie w stanie stacjonarnym. Temperatura na końcach pręta $T_{\text{left}} = 140$ i $T_{\text{right}} = 25$. Liczba węzłów N , która ma być zmieniana w różnych przypadkach.

Odpowiedz na pytanie: Jak zmiana liczby węzłów wpływa na dokładność rozwiązania oraz czas obliczeń w zadaniu odwrotnym.

2. Zadanie 2: Analiza wpływu tolerancji zbieżności na rozwiązanie zadania odwrotnego

Opis zadania: Proszę przygotować dane rozkładu temperatury w jednorodnym pręcie w stanie stacjonarnym, korzystając z wcześniej napisanych algorytmów MRS. Następnie proszę zbadać, jak zmiana wartości tolerancji zbieżności (parametru tolerance) wpływa na rozwiązanie zadania odwrotnego (odtworzenie warunków brzegowych - temperatur na końcach pręta). W szczególności należy porównać wyniki dla różnych wartości tolerance, np. $\text{tolerance} = 10^{-1}$, $\text{tolerance} = 10^{-2}$, $\text{tolerance} = 10^{-3}$, oraz ocenić czas zbieżności algorytmów.

Dane: Rozkład temperatury w jednorodnym pręcie w stanie stacjonarnym. Temperatura na końcach pręta $T_{\text{left}} = 140$ i $T_{\text{right}} = 25$. **Odpowiedz na pytanie:** Czy i jak wartość tolerancji zbieżności wpływa na dokładność i czas wyznaczenia warunków brzegowych.

3. Zadanie 3: Badanie wpływu liczby węzłów N na wyznaczenie temperatury na końcach pręta niejednorodnego

Opis zadania: Proszę przygotować dane rozkładu temperatury w pręcie niejednorodnym (pręt

*Katedra Informatyki, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Informatyki (kgruszka@icis.pcz.pl)

złożony z dwóch materiałów: aluminium i drewno), korzystając z wcześniej napisanych algorytmów MRS. Następnie proszę przeanalizować, jak zmiana liczby węzłów N wpływa na dokładność rozwiązania odwrotnego zadania w przypadku pręta niejednorodnego. Porównać wyniki dla różnych wartości N oraz zbadać, jak zmienia się dokładność rozwiązania i czas obliczeń.

Dane: Rozkład temperatury w pręcie niejednorodnym (np. dwóm materiałach: aluminium i drewno po 50% długości pręta). Temperatura na końcach pręta T_{left} i T_{right} . Liczba węzłów N , która ma być zmieniana w różnych przypadkach.

Odpowiedz na pytanie: Jak zmiana liczby węzłów wpływa na dokładność rozwiązania oraz czas obliczeń w zadaniu odwrotnym w pręcie niejednorodnym - czy wprowadzenie niejednorodności zmienia czas i dokładność rozwiązania.

4. Zadanie 4: Porównanie dokładności oszacowania temperatury na brzegach dla różnych metod gradientowych

Opis zadania: Proszę przygotować dane rozkładu temperatury w pręcie jednorodnym (lub niejednorodnym), korzystając z wcześniej napisanych algorytmów MRS. Następnie proszę przeprowadzić zadanie odwrotne przy użyciu dwóch różnych metod gradientowych: Newton-CG, oraz gradientu prostego. Należy porównać dokładność wyników oraz czas obliczeń dla każdej z metod.

Dane: Rozkład temperatury w pręcie jednorodnym lub niejednorodnym. Temperatura na końcach pręta $T_{\text{left}} = 75$ i $T_{\text{right}} = 220$. Zmienna metoda gradientowa, którą należy zastosować do rozwiązania zadania odwrotnego.

Odpowiedz na pytanie: Porównanie dokładności rozwiązania i czasu wykonania dwóch różnych metod gradientowych dla zadania odwrotnego.

5. Zadanie 5: Wyznaczenie wpływu zmiennych parametrów materiału na odtworzenie współczynników k_1 i k_2

Opis zadania: Proszę przygotować dane rozkładu temperatury w pręcie niejednorodnym, korzystając z wcześniej napisanych algorytmów MRS, przy założeniu, że materiał w pręcie ma zmienne parametry (np. współczynnik przewodzenia ciepła $k(x)$, który zmienia się wzdłuż pręta - pierwsza połowa aluminium druga drewno). Następnie proszę przy użyciu algorytmu BFGS, obliczyć w ramach zadania odwrotnego parametry materiału (tj. $k_1(x)$, $k_2(x)$) korzystając z wyznaczonego rozkładu temperatury.

Dane: Rozkład temperatury w pręcie niejednorodnym (ze zmieniającym się współczynnikiem przewodzenia ciepła). Temperatura na końcach pręta $T_{\text{left}} = 220$ i $T_{\text{right}} = 50$.

6. Zadanie 6: Analiza błędów algorytmu odwrotnego w zadaniach z różnymi warunkami brzegowymi

Opis zadania: Proszę przygotować dane rozkładu temperatury w pręcie jednorodnym z różnymi warunkami brzegowymi (różne temperatury na końcach pręta) w 2 przypadkach:

- gdy różnica na końcach jest niewielka np 2 stopnie
- gdy różnica na końcach jest bardzo duża np 2000 stopni

Następnie proszę rozwiązać zadanie odwrotne, porównując, jak różne założenia co do warunków brzegowych wpływają na dokładność wyników.

Dane: Rozkład temperatury w pręcie jednorodnym (lub niejednorodnym) z różnymi warunkami brzegowymi. Temperatura na końcach pręta T_{left} i T_{right} w różnych przypadkach.

Jak zwykle, proszę o umieszczanie komentarzy i wniosków w raporcie (.ipynb lub .pdf)