

LAB2: Model bazowy - testowanie właściwości modelu i rozwiązań dla jedno- i dwu-wymiarowego, stacjonarnego przypadku transferu ciepła w materiałach jednorodnych i niejednorodnych

dr inż. Konrad M. Gruszka,*

28 lutego 2025

Streszczenie

Bazując na niniejszym dokumencie należy rozszerzyć i przetestować pod różnymi kątami wcześniej napisane algorytmy MRS w oparciu o kryteria przedstawione w dalszej części tego dokumentu. Aby rozwiązać zadania z tego dokumentu, konieczne są skrypty utworzone na wcześniejszych zajęciach obejmujące przypadki stacjonarnego transferu ciepła dla jedno- i dwu-wymiarowych dziedzin obliczeniowych.

1 Metoda różnic skończonych - MRS

Zadania do samodzielnego rozwiązania

1. Badanie wpływu gęstości siatki na czas obliczeń w 1D

Zbadaj jak zwiększanie punktów siatki wpływa na czas obliczeń oraz rozkład temperatury. Narysuj wykres zbiorczy przedstawiający rozkład temperatury w węzłach dla pierwszego i ostatniego przypadku (4 i 500 punktów), oraz wykres przedstawiający czas obliczeń w funkcji ilości punktów. Za każdym razem zachowaj tę samą ilość iteracji/kroków (ustawioną na "szybko" na 10 000). Jakiego rodzaju jest obserwowana zależność?

Tabela do wypełnienia:

Ilość węzłów siatki N	Całkowity czas obliczeń [s]
4	
5	
10	
50	
150	
500	

Wnioski:

.....
.....
.....
.....
.....

*Katedra Informatyki, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Informatyki (kgruszka@icis.pcz.pl)

2. Badanie porównawcze stanu ustalonego w przypadkach jednorodnym i niejednorodnym

Narysuj na jednym wykresie dwa rozkłady temperatury (krzywe różnego koloru) dla takich samych parametrów symulacji lecz różnych właściwości materiałowych. W tym celu ustal następujące parametry symulacji:

- $N = 100$,
- $T_{lewa} = 100$, $T_{prawa} = 0$,
- max ilość kroków iteracji = 10000
- $k_1 = 0.2$, $k_2 = 0.12$ dla przypadku niejednorodnego
- tolerancja = 0.001
- Dla przypadku niejednorodnego pręt ma być podzielony równo na dwie części (po lewej k_1 po prawej k_2)

3. Analiza wpływu ilości kroków obliczeniowych na rozwiązanie 1D - przypadek jednorodny

Przy stałej ilości węzłów siatki $N = 150$ zbadaj ile czasu zajmuje wykonanie obliczeń dla zadanej ilości kroków iteracyjnych. Jakiego rodzaju jest ta zależność? Narysuj wykres przedstawiający badaną zależność.

Tabela do wypełnienia:

Ilość kroków	Całkowity czas obliczeń [s]
10	
50	
100	
500	
1000	
5000	
10 000	

Wnioski:

.....

4. Analiza wpływu różnych warunków brzegowych

Zbadaj jak zmienia się rozkład temperatury dla różnych wartości temperatury na brzegach domeny obliczeniowej. W tabeli wpisz po ilu iteracjach uzyskano ustabilizowanie temperatury. Narysuj wykres przedstawiający rozkład temperatury dla ustabilizowanej sytuacji.

Tabela do wypełnienia:

Lewa strona	Prawa strona	Ilość iteracji
0	100	
100	0	
200	300	
300	300	
300	200	
300	0	

Wnioski: Jak warunki brzegowe wpływają na rozkład temperatury? Czy do osiągnięcia stabilności w każdym przypadku potrzeba było jednakowej ilości iteracji?

.....

5. Badanie stanów nieustalonych

Dla przypadku warunków brzegowych ($T_L = 250^\circ\text{C}$, $T_P = 20^\circ\text{C}$) narysuj rozkład temperatury w funkcji ilości iteracji. Dla założonych warunków początkowych, $N=100$ węzłów, sprawdź ile iteracji jest konieczne do osiągnięcia zbieżności temperatury na poziomie $e = 10^{-2}^\circ\text{C}$ i podziel otrzymaną liczbę iteracji na 5 równych części (np dla 1234 iteracji będzie to 246). Następnie wygeneruj 5 wykresów (co przykładowe 246 kroków) przedstawiających rozkład temperatury. Opisz jak wygląda proces ustalania się temperatury.

6. Badanie wpływu gęstości siatki na czas obliczeń w 2D

Powtórz zadanie nr 1 dla przypadku dwuwymiarowego. W tym celu załóż, że siatka ma tyle samo punktów w obydwu wymiarach tj. $N_x = N_y = N$.

7. Analiza wpływu ilości kroków obliczeniowych na rozwiązanie 2D

Powtórz zadanie nr 2 dla przypadku dwuwymiarowego.

8. Analiza wpływu różnych warunków brzegowych w przypadku 2D

Zbadaj jak zmienia się rozkład temperatury dla różnych wartości temperatury na brzegach domeny obliczeniowej. Narysuj wykres przedstawiający rozkład temperatury dla ustabilizowanej sytuacji.

Tabela do wypełnienia:

Lewa strona	Prawa strona	Góra	Dół
0	100	200	50
100	0	0	0
200	300	400	500
300	300	300	300
300	200	200	100

Wnioski: Jak warunki brzegowe wpływają na rozkład temperatury?

9. Badanie stanów nieustalonych w 2D

Dla wybranego przypadku warunków brzegowych ($T_L = 250^\circ\text{C}$, $T_P = 20^\circ\text{C}$, $T_G = 0^\circ\text{C}$, $T_D = 100^\circ\text{C}$) narysuj rozkład temperatury w funkcji ilości iteracji. Dla założonych warunków początkowych, $N=50 \times 50$ węzłów, sprawdź ile iteracji jest konieczne do osiągnięcia zbieżności temperatury na poziomie tolerancji równej $e = 10^{-2}^\circ\text{C}$ i podziel otrzymaną liczbę iteracji na 5 równych części (np dla 1234 iteracji będzie to 246). Następnie wygeneruj 5 wykresów (co przykładowe 246 kroków) przedstawiających rozkład temperatury. Opisz jak wygląda proces ustalania się temperatury.

10. Badanie stanów nieustalonych w 1D dla systemu złożonego z dwóch materiałów

Niech domena obliczeniowa od połowy składa się z innego materiału (o innym wsp. k , np: $k_1 = 0.3$ i $k_2 = 0.1$). Przeprowadź analizę stanu nieustalonego jak w zadaniu 9 ale dla przypadku jednowymiarowego. Samodzielnie dobierz warunki początkowe, ilość węzłów i ilość iteracji i narysuj 5 wykresów przedstawiających stany nieustalone w tym przedziale. Wnioski i komentarze?

11. Badanie stanów nieustalonych w 2D dla materiału niejednorodnego

Przeprowadź odpowiednie symulacje i odpowiedz na pytania: czy w materiale niejednorodnym, zmiana wartości współczynnika k ma wpływ na ilość iteracji potrzebną do ustalenia stanu stacjonarnego na poziomie tolerancji 0.001? Czy zmiana współczynników k w takiej symulacji wpływa na całkowity czas konieczny do uzyskania zbieżności?