MAT1110 Oblig2

Erik Øystein Gåserud

April 23, 2015

Oppgave 1

a)

Av oppgaven har vi fått opplyst at:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Vi ganger ut $A\mathbf{v}_1$ og $A\mathbf{v}_2$:

$$A\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 24 \\ 16 \end{pmatrix} = A\lambda_1 \qquad A\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -10 \\ 15 \end{pmatrix} = A\lambda_2$$

som gir ligningene for egenverdiene λ_1 og λ_2:

$$3\lambda_1 = 24 \wedge 2\lambda_1 = 16 \qquad 3\lambda_2 = -10 \wedge 2\lambda_2 = 15$$
$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$
$$\lambda_1 = 8 \qquad \lambda_2 = -5$$

b)

Dersom $\mathbf{v}$ er en egenvektor for en $n \times n$ matrise A med en egenverdi λ, så er også enhver parallell vektor, $c\mathbf{v}\, der\, c \neq 0$, en egenvektor med egenverdi λ siden :

$$A(c\mathbf{v}) = c(A\mathbf{v}) = c(\lambda\mathbf{v}) = \lambda(c\mathbf{v})$$

c)

```
diary oppg1c.out
A=[4 6;6 -1]
[U,V]=eig(A)
diary off
```

```

A =


     4     6
     6    -1


U =


    0.5547   -0.8321
   -0.8321   -0.5547


V =


    -5     0
     0     8
```

Ikke overraskende gir MATLAB oss sammme λ verdier som vi kom frem til for hånd i oppgave 1a. Egenvektorene er derimot forskjellige, men de er parallelle (se under) med de vi fant for hånd, og de gjør da samme nytten.

$$|\mathbf{v}_1| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \qquad\qquad |\mathbf{v}_2| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

Siden søylevektorene i U er oppgitt med lengde 1. Så skal vi få to søylevektorer $(\pm 1)\mathbf{v}_1$ og $(\pm 1)\mathbf{v}_2$ når vi ganger inn $\sqrt{13}$.

$$U\sqrt{13} = \sqrt{13}\begin{pmatrix} 0,5547 & -0,8321 \\ -0,8321 & -0,5547 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

d)

```
diary oppg1d.out
A=[2 -1 3; -1 -2 1; 3 1 -1];
[U,V]=eig(A)
Uredusert=rref(U)
diary off
```

```

U =

     0.4437     0.2673     0.8554
     0.5948    -0.8018    -0.0580
    -0.6703    -0.5345     0.5147


V =

    -3.8730          0          0
          0    -1.0000          0
          0          0     3.8730


 Uredusert =

      1     0     0
      0     1     0
      0     0     1
```

Siden U kan radreduseres til I_3 vet vi at søylevektorene i U utgjør en basis for $\mathbb{R}^3$.

e)

```
diary oppg1e.out
A=[4 0 1;2 3 2;-1 0 2];
[U,V]=eig(A)
Uredusert=rref(U)
diary off
```

```

U =

         0    0.6708   -0.4802
    1.0000   -0.3162   -0.7340
         0   -0.6708    0.4802


V =

     3     0     0
     0     3     0
     0     0     3


Uredusert =

    1.0000         0   -0.9604
         0    1.0000   -0.7158
         0         0         0
```

Siden U ikke kan radreduseres til I_3 vet vi at søylevektorene i U ikke utgjør en basis for $\mathbb{R}^3$.

f)

```
diary oppg1f.out
A=[3 1 0 0; -1 1 0 0; 0 0 1 4; 0 0 1 4];
[U,V]=eig(sym(A))
Uredusert=rref(U)
diary off
```

```

U =

[  0, 0, -1]
[  0, 0,  1]
[ -4, 1,  0]
[  1, 1,  0]


V =

[ 0, 0, 0, 0]
[ 0, 5, 0, 0]
[ 0, 0, 2, 0]
[ 0, 0, 0, 2]


Uredusert =

[ 1, 0, 0]
[ 0, 1, 0]
[ 0, 0, 1]
[ 0, 0, 0]
```

Siden U ikke ble radredusert til I_4, vet vi at søylevektorene i U ikke utgjør en basis for $\mathbb{R}^4$.

g)

```
diary oppg1g.out
A=[3 1 0 0; -1 1 0 0; 0 0 1 4; 0 0 1 4];
[U,V]=eig(A)
Uredusert=rref(U)
diary off
```

```
U =

    0.7071   -0.7071         0         0
   -0.7071    0.7071         0         0
         0         0   -0.9701   -0.7071
         0         0    0.2425   -0.7071


V =

    2.0000         0         0         0
         0    2.0000         0         0
         0         0         0         0
         0         0         0    5.0000


Uredusert =

     1     0     0     0
     0     1     0     0
     0     0     1     0
     0     0     0     1
```

$$U = \big(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4\big)$$

Ser vi nøyere på $\mathbf{u}_1$ og $\mathbf{u}_2$, oppdager vi at $\mathbf{u}_1 = (-1)\mathbf{u}_2$. Noe som betyr at $\mathbf{u}_1$ og $\mathbf{u}_2$ inneholder samme informasjon da de er parallelle (se oppgave 1b).

Selv om MATLAB radreduserer U til I_4, vet vi nå at søylevektorene i U ikke kan utgjøre en basis for $\mathbb{R}^4$, da to av de er ”’like’.