MAT1110 Oblig2

Erik Øystein Gåserud

April 28, 2015

Oppgave 1

a)

Av oppgaven har vi fått opplyst at:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Vi ganger ut $A\mathbf{v}_1$ og $A\mathbf{v}_2$:

$$A\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 24 \\ 16 \end{pmatrix} = A\lambda_1 \qquad A\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -10 \\ 15 \end{pmatrix} = A\lambda_2$$

som gir ligningene for egenverdiene λ_1 og λ_2:

$$3\lambda_1 = 24 \wedge 2\lambda_1 = 16 \qquad 3\lambda_2 = -10 \wedge 2\lambda_2 = 15$$
$$\Downarrow \qquad \Downarrow$$
$$\lambda_1 = 8 \qquad \lambda_2 = -5$$

b)

Dersom $\mathbf{v}$ er en egenvektor for en $n \times n$ matrise A med en egenverdi λ, så er også enhver parallell vektor, $c\mathbf{v}\, der\, c \neq 0$, en egenvektor med egenverdi λ siden :

$$A(c\mathbf{v}) = c(A\mathbf{v}) = c(\lambda\mathbf{v}) = \lambda(c\mathbf{v})$$

c)

oppg1c.m

```
A=[4  6;6  -1]
 [U,V]=eig(A)
```

```
A =

     4     6
     6    -1


U =

    0.5547   -0.8321
   -0.8321   -0.5547


V =

    -5     0
     0     8
```

Ikke overraskende gir MATLAB oss sammme λ verdier som vi kom frem til for hånd i oppgave 1a. Egenvektorene er derimot forskjellige, men de er parallelle (se under) med de vi fant for hånd, og de gjør da samme nytten.

$$|\mathbf{v}_1| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \qquad |\mathbf{v}_2| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

Siden søylevektorene i U er oppgitt med lengde 1. Så skal vi få to søylevektorer $(\pm 1)\mathbf{v}_1$ og $(\pm 1)\mathbf{v}_2$ når vi ganger inn $\sqrt{13}$.

$$U\sqrt{13} = \sqrt{13}\begin{pmatrix} 0,5547 & -0,8321 \\ -0,8321 & -0,5547 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

d)

oppg1d.m

```
A=[2 -1 3; -1 -2 1; 3 1 -1];
[U,V]=eig(A)
Uredusert=rref(U)
```

```

U =

    0.4437    0.2673    0.8554
    0.5948   -0.8018   -0.0580
   -0.6703   -0.5345    0.5147


V =

   -3.8730         0         0
         0   -1.0000         0
         0         0    3.8730


Uredusert =

     1     0     0
     0     1     0
     0     0     1
```

Siden U kan radreduseres til I_3 vet vi at søylevektorene i U utgjør en basis for $\mathbb{R}^3$.

e)

oppg1e.m

```
A=[4 0 1;2 3 2;-1 0 2];
[U,V]=eig(A)
Uredusert=rref(U)
```

```

U =


         0    0.6708   -0.4802
    1.0000   -0.3162   -0.7340
         0   -0.6708    0.4802


V =


     3     0     0
     0     3     0
     0     0     3


Uredusert =

    1.0000         0   -0.9604
         0    1.0000   -0.7158
         0         0         0
```

Siden U ikke kan radreduseres til I_3 vet vi at søylevektorene i U ikke utgjør en basis for $\mathbb{R}^3$.

f)

oppg1f.m

```
A=[3 1 0 0; -1 1 0 0; 0 0 1 4; 0 0 1 4];
[U,V]=eig(sym(A))
Uredusert=rref(U)
```

```
U =

[  0, 0, -1]
[  0, 0,  1]
[ -4, 1,  0]
[  1, 1,  0]


V =

[ 0, 0, 0, 0]
[ 0, 5, 0, 0]
[ 0, 0, 2, 0]
[ 0, 0, 0, 2]


Uredusert =

[ 1, 0, 0]
[ 0, 1, 0]
[ 0, 0, 1]
[ 0, 0, 0]
```

Siden U ikke ble radredusert til I_4, vet vi at søylevektorene i U ikke utgjør en basis for $\mathbb{R}^4$.

g)

oppg1g.m

```
A=[3 1 0 0; -1 1 0 0; 0 0 1 4; 0 0 1 4];
[U,V]=eig(A)
Uredusert=rref(U)
```

```
U =

    0.7071   -0.7071         0         0
   -0.7071    0.7071         0         0
         0         0   -0.9701   -0.7071
         0         0    0.2425   -0.7071


V =

    2.0000         0         0         0
         0    2.0000         0         0
         0         0         0         0
         0         0         0    5.0000


Uredusert =

     1     0     0     0
     0     1     0     0
     0     0     1     0
     0     0     0     1
```

$$U = \left(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4\right)$$

Ser vi nøyere på $\mathbf{u}_1$ og $\mathbf{u}_2$, oppdager vi at $\mathbf{u}_1 = (-1)\mathbf{u}_2$. Noe som betyr at $\mathbf{u}_1$ og $\mathbf{u}_2$ inneholder samme informasjon da de er parallelle (se oppgave 1b).

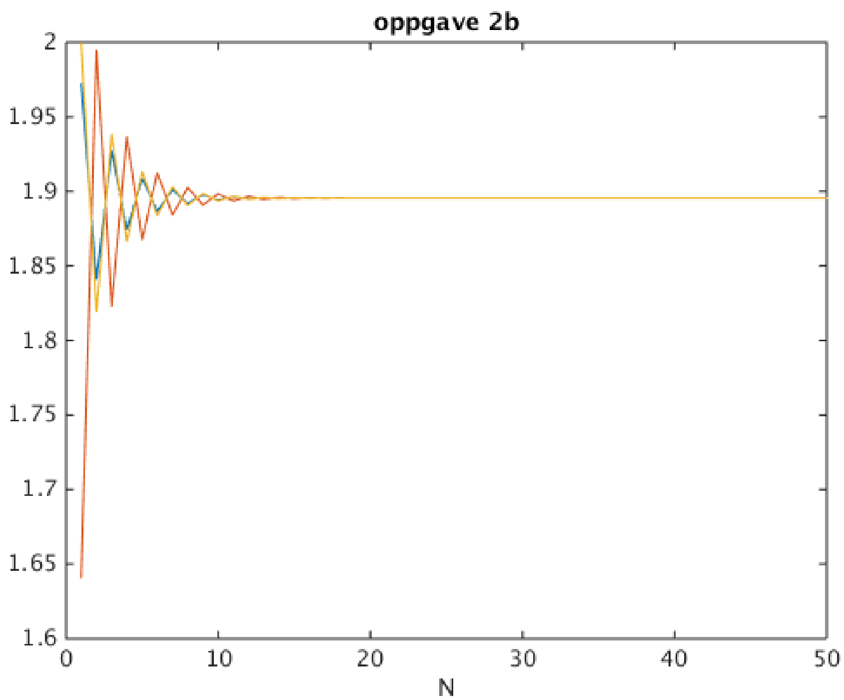
Selv om MATLAB radreduserer U til I_4, vet vi nå at søylevektorene i U ikke kan utgjøre en basis for $\mathbb{R}^4$, da to av de er ”’like’.

Oppgave 2

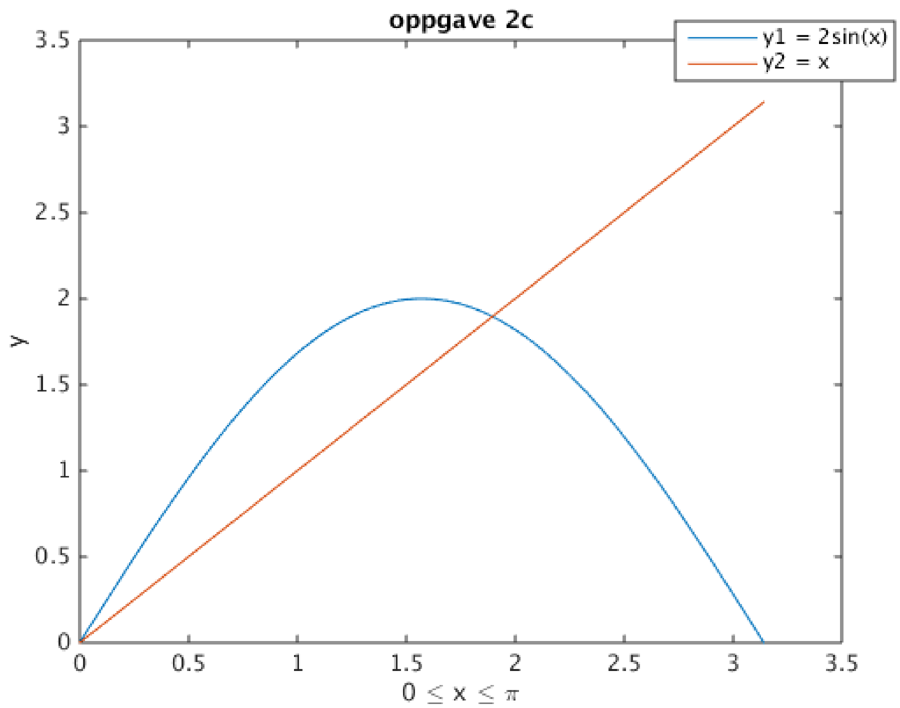
oppg2a.m

```
function [ output ] = f( a, x, N )
output(1)=a.*sin(x);
for i = 2:N
        output(i) = a.*sin(output(i-1));
end
end
```

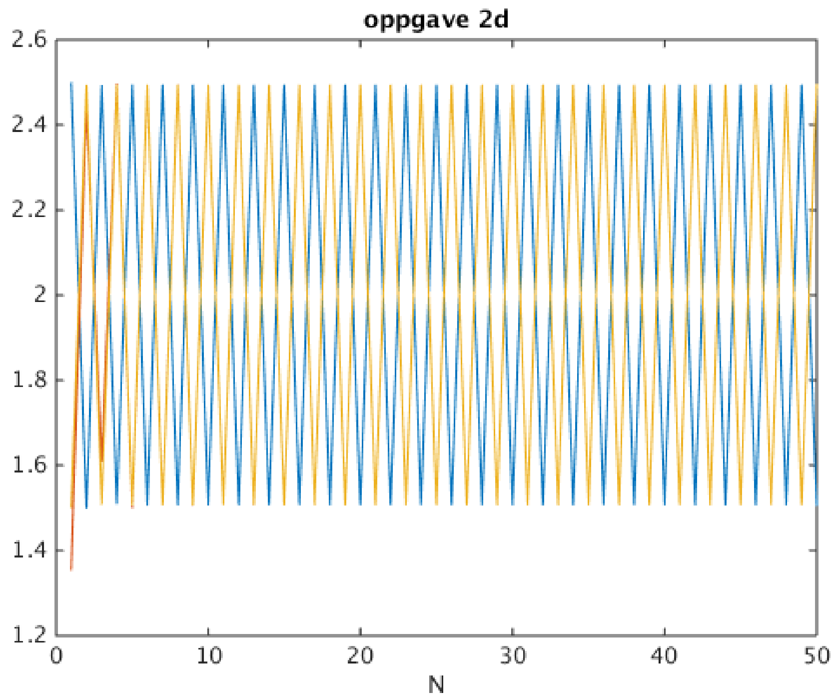
Koden for oppgave 2b-f ligger bakerst.



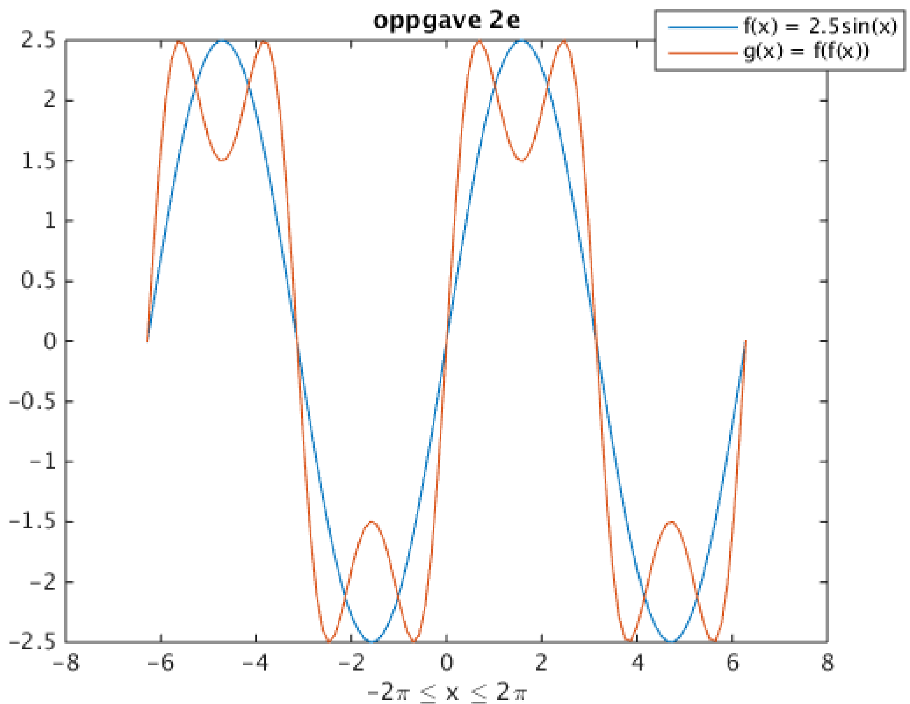
I starten er ser man en tydelig amplitude på kurven rundt senterlinjen $y = 1.9$, men lar vi følgen løpe litt ser vi fort at amplituden rasktnærmer seg 0.



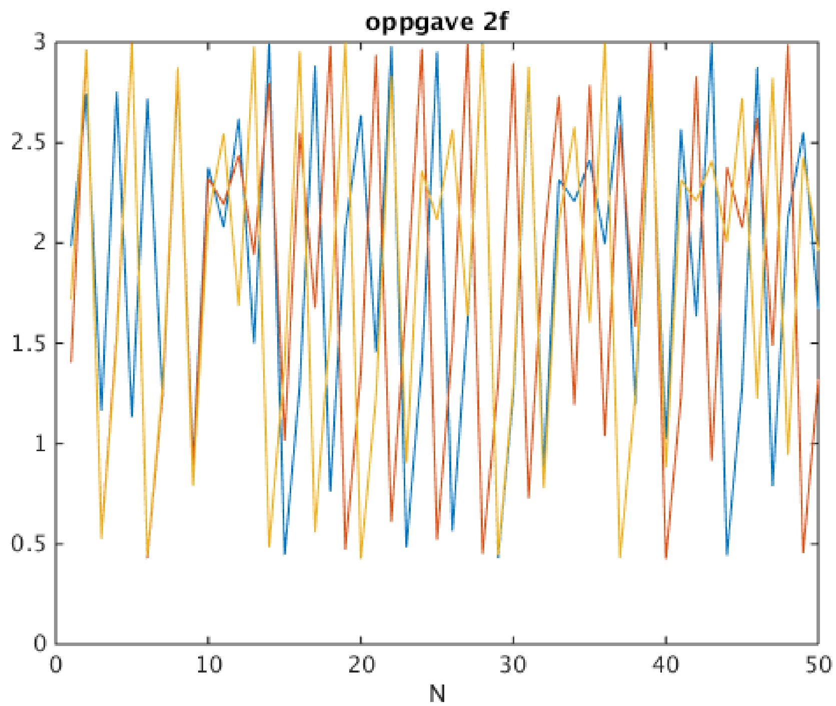
Leser fra figuren og ser at kurvene skjærer hverandre i punktet. $x \approx 1.9$, $y \approx 1.9$



Stabiliserer seg veldig rask på en peak-to-peak-amplitude = 1, senterlinjen ligger denne gangen på $y = 2$.



Leser fra figuren og ser at skjæringspunktene har periodevis verdier, med 1 ved $y \approx 0$, 2 ved ≈ 2, 1 ved $y \approx 0$ og tilslutt 2 ved $y \approx -2$ før mønsteret gjentar seg. Skjæringspunktene befinner seg på $\pm x \approx 0 \land 1 \land 2 \land 3 \land 4 \land 5$



Ikke godt å si hva som skjer her. Amplituden til den blå grafen roer seg litt periodevis ved $N \approx 12$ og $N \approx 35$.

kode fra oppgave 2

oppg2b.m

```
kjoring1 = oppg2a(2, pi*rand, 50);
kjoring2 = oppg2a(2, pi*rand, 50);
kjoring3 = oppg2a(2, pi*rand, 50);
plot(kjoring1);
hold on;
plot(kjoring2);
plot(kjoring3);
title('oppgave 2b')
xlabel('N')
```

oppg2c.m

```
x = linspace (0,pi,100);
y1 = 2.*sin(x);
y2 = x;
plot (x,y1,x,y2);
title('oppgave 2c')
legend('y1 = 2sin(x)', 'y2 = x')
xlabel('0 \leq x \leq \pi')
ylabel('y')
```

oppg2d.m

```
kjoring1 = oppg2a(2.5, pi*rand, 50);
kjoring2 = oppg2a(2.5, pi*rand, 50);
kjoring3 = oppg2a(2.5, pi*rand, 50);
plot(kjoring1);
hold on;
plot(kjoring2);
plot(kjoring3);
title('oppgave 2d')
xlabel('N')
```

oppg2e.m

```
function [] = oppg2e()
N = 1000;
x = linspace(-2.*pi ,2.*pi , N);
fx = f(x, N);
gx = f(fx, N);
plot(x, fx, x, gx)
legend('f(x) = 2.5sin(x)','g(x) = f(f(x))')
title('oppgave 2e')
xlabel('-2\pi \leq x \leq 2\pi')
end

function [ ut ] = f(x,N)
for i=1:N
ut(i)=2.5.*sin(x(i));
end
end
```

oppg2f.m

```
kjoring1 = oppg2a(3, pi*rand, 50);
kjoring2 = oppg2a(3, pi*rand, 50);
kjoring3 = oppg2a(3, pi*rand, 50);
plot(kjoring1);
hold on;
plot(kjoring2);
plot(kjoring3);
title('oppgave 2f')
xlabel('N')
```