

MAT1110 Oblig2

Erik Øystein Gåserud

April 29, 2015

Oppgave 1

a)

Av oppgaven har vi fått opplyst at:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Vi ganger ut $A\mathbf{v}_1$ og $A\mathbf{v}_2$:

$$A\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 24 \\ 16 \end{pmatrix} = A\lambda_1 \quad A\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -10 \\ 15 \end{pmatrix} = A\lambda_2$$

som gir ligningene for egenverdiene λ_1 og λ_2 :

$$\begin{array}{ccc} 3\lambda_1 = 24 \wedge 2\lambda_1 = 16 & & 3\lambda_2 = -10 \wedge 2\lambda_2 = 15 \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \lambda_1 = 8 & & \lambda_2 = -5 \end{array}$$

b)

Dersom \mathbf{v} er en egenvektor for en $n \times n$ matrise A med en egenverdi λ , så er også enhver parallell vektor, $c\mathbf{v}$ der $c \neq 0$, en egenvektor med egenverdi λ siden :

$$A(c\mathbf{v}) = c(A\mathbf{v}) = c(\lambda\mathbf{v}) = \lambda(c\mathbf{v})$$

c)

oppg1c.m

```
A=[4 6;6 -1]
[U,V]=eig(A)
```

A =

```
4      6
6     -1
```

U =

```
0.5547    -0.8321
-0.8321    -0.5547
```

V =

```
-5      0
0      8
```

Ikke overraskende gir MATLAB oss samme λ verdier som vi kom frem til for hånd i oppgave 1a. Egenvektorene er derimot forskjellige, men de er parallelle (se under) med de vi fant for hånd, og de gjør da samme nytten.

$$|\mathbf{v}_1| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \qquad |\mathbf{v}_2| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

Siden søylevektorene i U er oppgitt med lengde 1. Så skal vi få to søylevektorer $(\pm 1)\mathbf{v}_1$ og $(\pm 1)\mathbf{v}_2$ når vi ganger inn $\sqrt{13}$.

$$U\sqrt{13} = \sqrt{13} \begin{pmatrix} 0,5547 & -0,8321 \\ -0,8321 & -0,5547 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

d)

oppg1d.m

```
A=[2 -1 3; -1 -2 1; 3 1 -1];  
[U,V]=eig(A)  
Uredusert=rref(U)
```

U =

0.4437	0.2673	0.8554
0.5948	-0.8018	-0.0580
-0.6703	-0.5345	0.5147

V =

-3.8730	0	0
0	-1.0000	0
0	0	3.8730

Uredusert =

1	0	0
0	1	0
0	0	1

Siden U kan radreduseres til I_3 vet vi at søylevektorene i U utgjør en basis for \mathbb{R}^3 .

e)

oppgle.m

```
A=[4 0 1;2 3 2;-1 0 2];  
[U,V]=eig(A)  
Uredusert=rref(U)
```

U =

0	0.6708	-0.4802
1.0000	-0.3162	-0.7340
0	-0.6708	0.4802

V =

3	0	0
0	3	0
0	0	3

Uredusert =

1.0000	0	-0.9604
0	1.0000	-0.7158
0	0	0

Siden U ikke kan radreduseres til I_3 vet vi at søylevektorene i U ikke utgjør en basis for \mathbb{R}^3 .

f)

oppg1f.m

```
A=[3 1 0 0; -1 1 0 0; 0 0 1 4; 0 0 1 4];  
[U,V]=eig(sym(A))  
Uredusert=rref(U)
```

U =

```
[ 0, 0, -1]  
[ 0, 0, 1]  
[-4, 1, 0]  
[ 1, 1, 0]
```

V =

```
[ 0, 0, 0, 0]  
[ 0, 5, 0, 0]  
[ 0, 0, 2, 0]  
[ 0, 0, 0, 2]
```

Uredusert =

```
[ 1, 0, 0]  
[ 0, 1, 0]  
[ 0, 0, 1]  
[ 0, 0, 0]
```

Siden U ikke ble radredusert til I_4 , vet vi at søylevektorene i U ikke utgjør en basis for \mathbb{R}^4 .

g)

oppg1g.m

```
A=[3 1 0 0; -1 1 0 0; 0 0 1 4; 0 0 1 4];  
[U,V]=eig(A)  
Uredusert=rref(U)
```

U =

0.7071	-0.7071	0	0
-0.7071	0.7071	0	0
0	0	-0.9701	-0.7071
0	0	0.2425	-0.7071

V =

2.0000	0	0	0
0	2.0000	0	0
0	0	0	0
0	0	0	5.0000

Uredusert =

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

$$U = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4)$$

Ser vi nøyere på \mathbf{u}_1 og \mathbf{u}_2 , oppdager vi at $\mathbf{u}_1 = (-1)\mathbf{u}_2$. Noe som betyr at \mathbf{u}_1 og \mathbf{u}_2 inneholder samme informasjon da de er parallelle (se oppgave 1b).

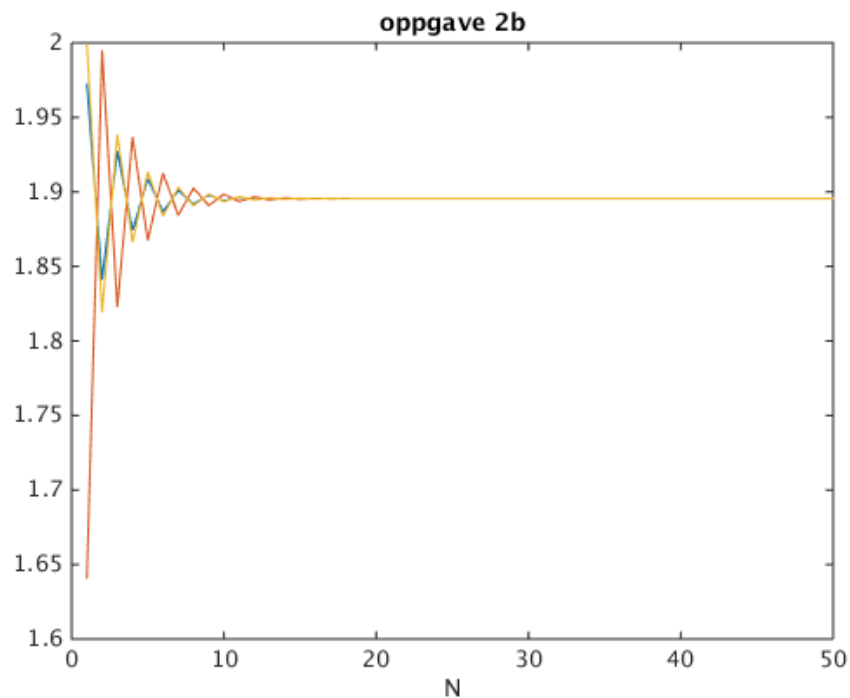
Selv om MATLAB radreduserer U til I_4 , vet vi nå at søylevektorene i U ikke kan utgjøre en basis for \mathbb{R}^4 , da to av de er ”like’.

Oppgave 2

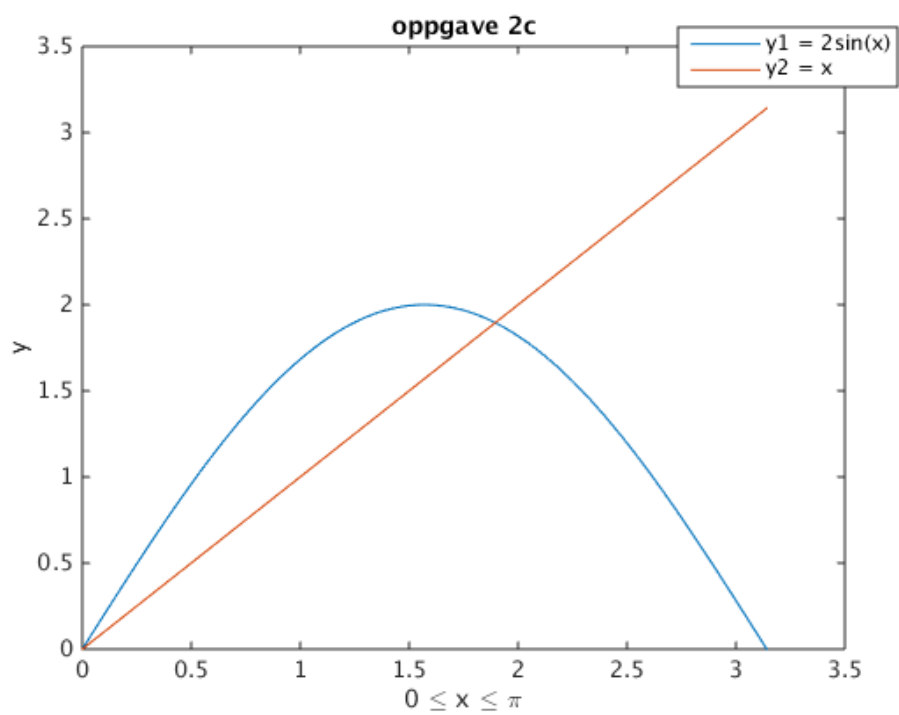
oppg2a.m

```
function [ output ] = f( a, x, N )  
output(1)=a.*sin(x);  
for i = 2:N  
    output(i) = a.*sin(output(i-1));  
end  
end
```

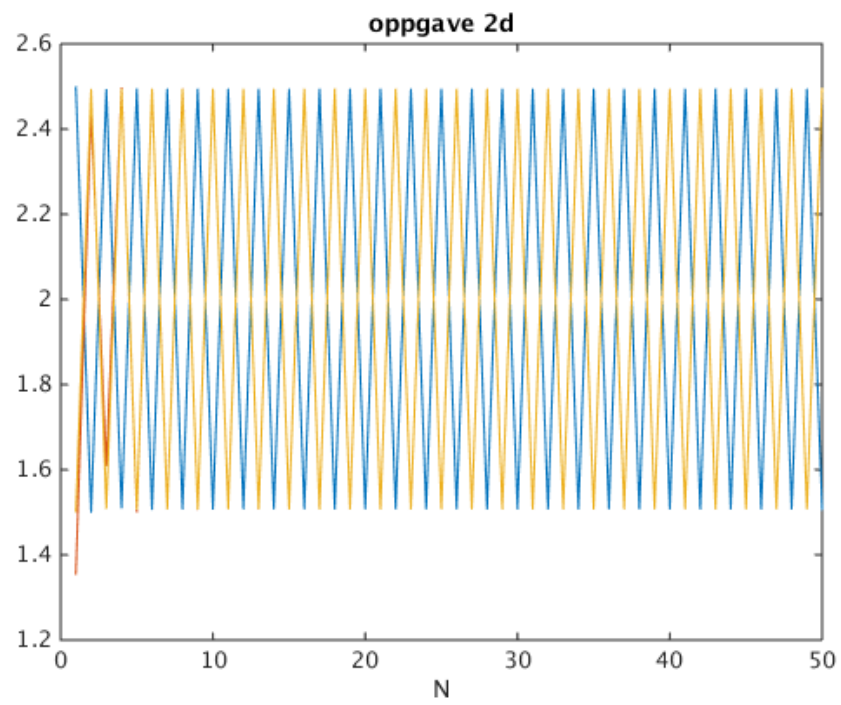
Koden for oppgave 2b-f ligger bakerst.



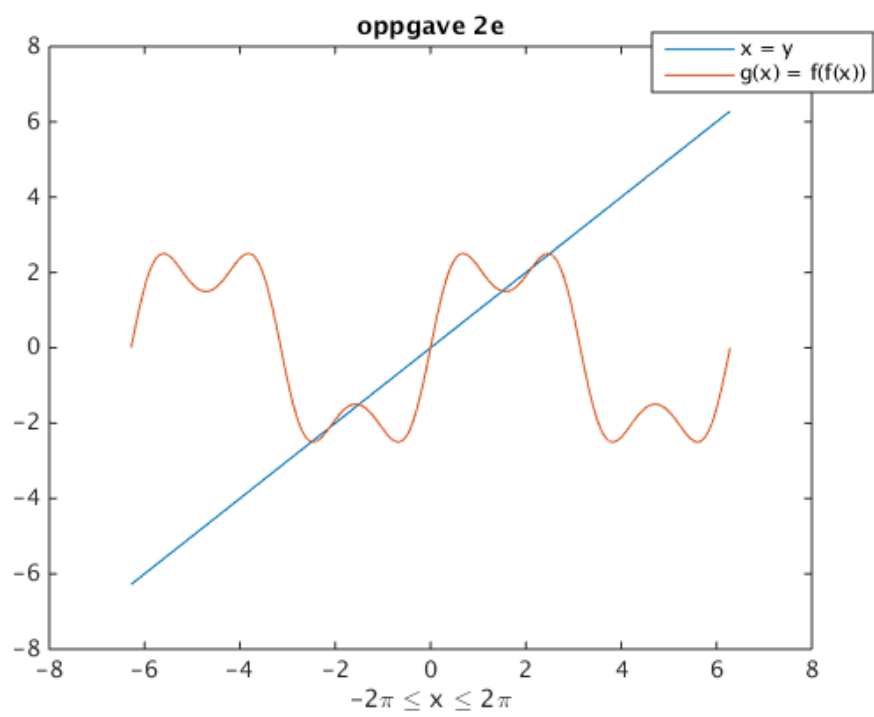
I starten er ser man en tydelig amplitude på kurven rundt senterlinjen $y = 1.9$, men lar vi følgen løpe litt ser vi fort at amplituden rasktnærmer seg 0.



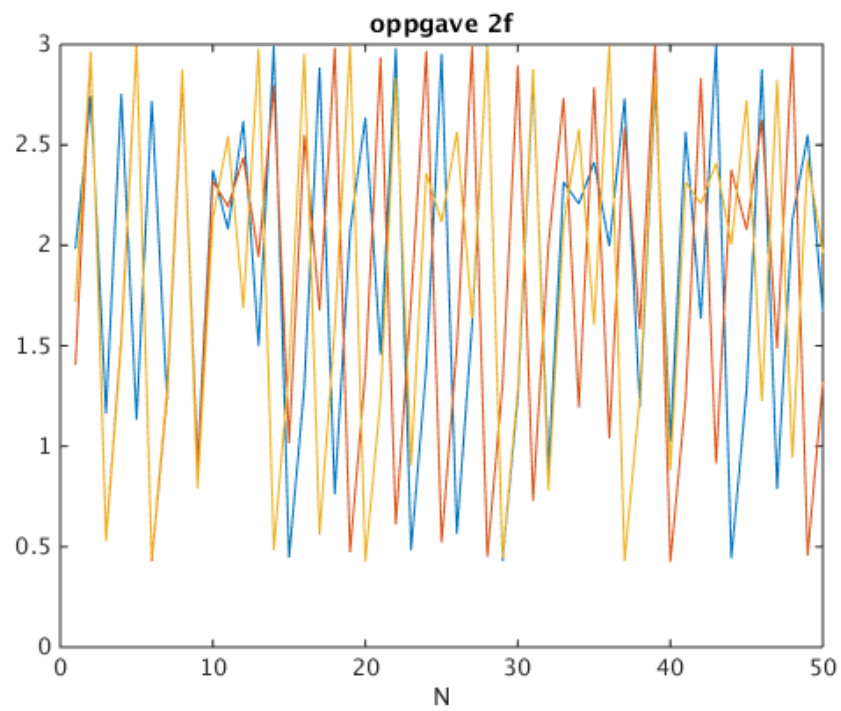
Leser fra figuren og ser at kurvene skjærer hverandre i punktet. $x \approx 1.9$,
 $y \approx 1.9$



Stabiliserer seg veldig rask på en peak-to-peak-amplitude = 1, senterlinjen ligger denne gangen på $y = 2$.



Figuren viser at linjen skjærer $g(x)$ ved $x = 0, \pm x \approx 1.5 \wedge 2 \wedge 2.5$.



Ikke godt å si hva som skjer her. Amplituden til den blå grafen roer seg litt periodevis ved $N \approx 12$ og $N \approx 35$.

kode fra oppgave 2

oppg2b.m

```
kjoring1 = oppg2a(2, pi*rand, 50);  
kjoring2 = oppg2a(2, pi*rand, 50);  
kjoring3 = oppg2a(2, pi*rand, 50);  
plot(kjoring1);  
hold on;  
plot(kjoring2);  
plot(kjoring3);  
title('oppgave_2b')  
xlabel('N')
```

oppg2c.m

```
x = linspace (0,pi,100);  
y1 = 2.*sin(x);  
y2 = x;  
plot (x,y1,x,y2);  
title('oppgave_2c')  
legend('y1 = 2sin(x)', 'y2 = x')  
xlabel('0 ≤ x ≤ pi')  
ylabel('y')
```

oppg2d.m

```
kjoring1 = oppg2a(2.5, pi*rand, 50);  
kjoring2 = oppg2a(2.5, pi*rand, 50);  
kjoring3 = oppg2a(2.5, pi*rand, 50);  
plot(kjoring1);  
hold on;  
plot(kjoring2);  
plot(kjoring3);  
title('oppgave_2d')  
xlabel('N')
```

oppg2e.m

```
function [] = oppg2e()
N = 1000;
x = linspace(-2.*pi ,2.*pi , N);
y = x;
fx = f(x, N);
gx = f(fx, N);
plot(x, y, x, gx)
legend( 'x=y', 'g(x)=f(f(x))' )
title( 'oppgave 2e' )
xlabel( '-2\pi \leq x \leq 2\pi' )
end

function [ ut ] = f(x,N)
for i=1:N
ut(i)=2.5.*sin(x(i));
end
end
```

oppg2f.m

```
kjoring1 = oppg2a(3, pi*rand, 50);
kjoring2 = oppg2a(3, pi*rand, 50);
kjoring3 = oppg2a(3, pi*rand, 50);
plot(kjoring1);
hold on;
plot(kjoring2);
plot(kjoring3);
title( 'oppgave 2f' )
xlabel( 'N' )
```