① $X_1, \ldots, X_n \sim \mathcal{N}(\theta, 1)$

а) $H_0: \theta \geq \theta_0$ vs. $H_1: \theta < \theta_0$

б) $H_0: \theta \leq \theta_0$ vs. $H_1: \theta > \theta_0$

   X - рост животного

в) песики vs. единороги

   $H_0: X \sim \Gamma_1(\alpha_1; \beta_1) = \Gamma\left(\frac{6}{7}, 2\right)$ vs. $H_1: X \sim \Gamma_2(\alpha_2, \beta_2) = \Gamma\left(\frac{5}{44}; 3\right)$

г) единороги vs. песики

   $H_0: X \sim \Gamma_2$ vs. $H_1: X \sim \Gamma_1$

$p(x) = P_0(T(X) \leq t)$ где $t = T(x) = \sum\limits_{i=1}^{n} x_i$

а) $S = \{x \in \mathcal{X} : T(x) < C_\alpha'\}$, $T(X) \sim \mathcal{N}(n\theta, n)$

$P(x) = P_{\mathcal{N}(\theta,1)}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} X_i \leq \sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right) = sps.norm().cdf\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i - n\theta_0}{\sqrt{n}}\right) \iff$

$\iff \underline{sps.norm(loc = n\theta_0, scale = \sqrt{n}).cdf\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right)}$

б) $S = \{x \in \mathcal{X} : \sum\limits_{i=1}^{n} x_i > C_\alpha\}$

// б предположим Н/у ошиблась при вводе этого критерия //

$p(x) = P_{\mathcal{N}(\theta_0, 1)}\left(\sum\limits_{i=1}^{n} X_i > \sum\limits_{i=1}^{n} x_i\right) = \underline{sps.norm().sf\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i - n\theta_0}{\sqrt{n}}\right)}$

в) $S = \{x \in \mathcal{X} : x > 5,53\}$

$\underline{x = 6,66}$
$\alpha = 0,05$

$\Gamma_1 = \Gamma\left(\frac{6}{7}, 2\right)$

$p(\tilde{x}) = P_{\theta_0}\left(T(X) \geqslant \underset{\tilde{x}}{t}\right) = P_{\Gamma_1}(X > \tilde{x}) =$

$= Sps.\ gamma\ (a = 2,\ scale = 7/6).\ sf(\tilde{x})$
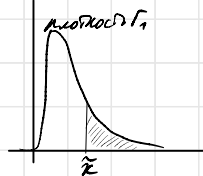
$p(6,66) = Sps.\ gamma\ (a = 2, scale = 7/6).\ sf(6,66) = \underline{0,022 < \alpha}$

$\longrightarrow$ не песик
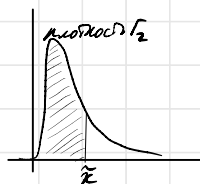
г) $S = \{x \in X : x < 7,19\}$

$\Gamma_2 = \Gamma\left(\frac{5}{44}, 3\right)$

$p(\hat{x}) = P_{\theta_0}(T(X) < t) = P_{\Gamma_2}(X < \tilde{x}) =$

$= Sps.\ gamma\ (a = 3,\ scale = 44/5).\ cdf(\hat{x})$

$p(6,66) = Sps.\ gamma\ (a = 3, scale = 44/5).\ cdf(6,66) = \underline{0,041 < \alpha}$

$\longrightarrow$ не единорог

Заметим, что в этом случае p-value получилось больше, ближе к α, чем в п. б) $\Rightarrow$ менее уверен в том что животное не единорог, чем что не песик