Differentialgleichungen I

1.Übungsblatt

Abgabe am 31. Oktober vor der großen Übung.

Aufgabe 1: 2 Punkte

Bestimme jeweils die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen und löse anschließend das entsprechende Anfangswertproblem.

(i)
$$u'(t) = \frac{1}{t}(u^2(t) - u(t)), \quad u(1) = 0.5;$$

(ii)
$$u'(t) - \frac{2}{t}u(t) = 2t^3$$
, $u(1) = 1$;

Aufgabe 2: 3 Punkte

Löse die Anfangswertprobleme

(i)
$$u'(t) = \frac{u(t)}{t} + \ln t$$
, $u(1) = 2$;

(ii)
$$u'(t) = u(t)\sin(t) + e^{t-\cos(t)}, \quad u(0) = 1;$$

und gib jeweils das maximale Existenzintervall der Lösung an.

Aufgabe 3: 3 Punkte

Bestimme das Fundamentalsystem und die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung

$$u'''(t) + u''(t) - 8u'(t) - 12u(t) = 5(10t - 1)e^{3t} - 104\cos(2t).$$