TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. M. Scheutzow, A. Eikmeier

Sommersemester 2020

Maß- und Integrationstheorie
0. Hausaufgabenblatt

(freiwillige) Abgabe bis Freitag, 24. April, 23:59 Uhr

Hinweis: *Dieses Hausaufgabenblatt dient im Wesentlichen zum Wiederholen von Grundlagen aus der Mengentheorie und zum Vertrautmachen mit der Online-Abgabe. Es zählt nicht in das Hausaufgabenkriterium.*

Aufgabe 1: **0 Punkte**

Sei X eine beliebige Menge, I eine beliebige nichtleere Indexmenge und seien $A, B_i \subset X$ für alle $i \in I$. Zeige

$$A \setminus \left(\bigcup_{i \in I} B_i \right) = \bigcap_{i \in I} (A \setminus B_i).$$

Aufgabe 2: **0 Punkte**

Seien X, Y beliebige Mengen, I eine beliebige nichtleere Indexmenge und seien $A, A_i \subset Y$ für alle $i \in I$. Weiter sei $f \colon X \to Y$ eine beliebige Abbildung. Beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

i) $f^{-1} \left(\bigcup_{i \in I} A_i \right) = \bigcup_{i \in I} f^{-1}(A_i)$,

ii) $f^{-1} \left(\bigcap_{i \in I} A_i \right) = \bigcap_{i \in I} f^{-1}(A_i)$,

iii) $f^{-1}(A^c) = \left(f^{-1}(A) \right)^c$.

Hierbei ist $A^c = X \setminus A$ das Komplement der Menge A. Das Urbild $f^{-1}(A)$ von A bezüglich f ist definiert durch

$$f^{-1}(A) = \{ x \in X \mid f(x) \in A \}.$$

Aufgabe 3: **0 Punkte**

Formuliere das sogenannte Maßproblem. Auf wen geht es zurück?

Aufgabe 4: **0 Punkte**

Formuliere den Satz von Banach und Tarski. Erläutere mit eigenen Worten, warum dieses Resultat zunächst widersprüchlich erscheint.