Technische Universität Berlin **SS 2019**
Fakultät II – Institut für Mathematik
Dozent: Prof. Dr. Wilhelm Stannat
Assistent: Alexander Vogler
Ausgabe: Mi 01.05.2019
https://isis.tu-berlin.de/course/view.php?id=16264
Abgabe: Mi 08.05.2019

3. Hausaufgabenblatt „Wahrscheinlichkeitstheorie I“

bedingte Wahrscheinlichkeiten, Unabhängigkeit

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

1. Hausaufgabe: 6 Punkte

Der kleine Anton besitzt fünf Münzen: Zwei haben auf beiden Seiten `Kopf`, eine hat auf beiden Seiten `Zahl` und zwei sind normal (und fair). Er schließt seine Augen, zieht zufällig eine Münze aus seinem Beutel und wirft diese.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze auf der unteren (nicht sichtbaren) Seite `Kopf` hat?

b) Nun öffnet er seine Augen und sieht, dass auf der oberen (sichtbaren) Seite der Münze `Kopf` zu sehen ist. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze auf der unteren Seite ebenfalls `Kopf` hat.

c) Anton schließt erneut seine Augen und wirft dieselbe Münze nochmal. Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze auf der unteren Seite `Kopf` hat?

2. Hausaufgabe: 6 Punkte

Zwei Würfel W_1 und W_2, von denen jede Seite jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit erscheint, seien wie folgt beschriftet:

$$W_1 : 6\,3\,3\,3\,3\,3 \qquad W_2 : 5\,5\,5\,2\,2\,2.$$

Nun würfelt Karl mit Würfel W_1 und Klärchen mit Würfel W_2. Wer die höhere Augenzahl würfelt gewinnt.

a) Zeigen Sie, dass Karl die besseren Gewinnchancen hat.

b) Klärchen bemerkt dies und schlägt Karl folgendes vor:

> „Ich beschrifte jetzt einen dritten fairen Würfel. Du darfst Dir dann zuerst einen beliebigen der drei Würfel aussuchen. Ich wähle mir einen der beiden anderen.“

Kann Klärchen den dritten Würfel so beschriften, dass sie in jedem Fall die besseren Gewinnchancen hat? Beweisen Sie Ihre Aussage.

3. Hausaufgabe: **4 Punkte**

Auf die Frage, wie er seine Aussichten beurteilt, die WT 1 Klausur zu bestehen, antwortet ein Student:

> „Wenn keine Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitstheorie vorkommen, werde ich die Klausur mit Sicherheit schaffen; andernfalls hängt es von den Aufgaben zur Statistik ab: Werden mindestens drei Aufgaben zur Statistik gestellt - womit ich dann mit Wahrscheinlichkeit 0.5 rechne - schaffe ich die Klausur mit 90%-iger Sicherheit, andernfalls nur mit 70%-iger Sicherheit. Leider hat die Erfahrung gezeigt, dass man mit Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitstheorie mit 95%-iger Sicherheit rechnen muss.“

Berechnen Sie die (subjektive) Wahrscheinlichkeit, dass der Student die Klausur besteht

a) bevor er die Klausur gesehen hat;

b) nachdem er sein Klausurexemplar erhalten hat und als erstes eine Aufgabe zur Wahrscheinlichkeitstheorie aufschlägt.

4. Hausaufgabe: **4 Punkte**

Beim zweimaligen Würfeln eines fairen Würfels betrachte man die fünf Ereignisse:

$A :=$ `beim ersten Wurf fällt eine ungerade Augenzahl`,

$B :=$ `beim zweiten Wurf fällt eine ungerade Augenzahl`,

$C :=$ `die Summe der Augenzahlen ist ungerade`, $\quad D := \varnothing, \quad E := A.$

a) Zeigen Sie, dass die Ereignisse A, B und C paarweise unabhängig, aber nicht (vollständig) unabhängig sind.

b) Zeigen Sie, dass zwar gilt $P(A \cap E \cap D) = P(A) \cdot P(E) \cdot P(D)$, die Ereignisse A und E aber nicht (paarweise) unabhängig sind.