Institut für Mathematik
Sommersemester 2019
Dozent: Prof. Dr. Jochen Blath
Assistent: Dr. Isabell Vorkastner

Analysis III - Hausaufgabe 2

Abgabe: im Tutorium in der Woche 22.04-26.04

---

1. Aufgabe (5 Punkte)

Löse die folgenden Differentialgleichungen zum Anfangswert $x(0) = 1$.

$$\text{(i) } x'(t) = \frac{5}{3}\sqrt[3]{t^2}x \qquad \text{(ii) } x'(t) = 2tx + t \qquad \text{(iii) } x'(t) = tx(x+1)$$

2. Aufgabe (5 Punkte)

Seien $a, b, c \in \mathbb{R}$ wobei $a, b > 0$. Löse das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} x'' + 2ax' + bx &= 0 \\ x(0) &= c \\ x'(0) &= 0. \end{aligned}$$

Gebe die Lösung als eine reele Funktion an.

3. Aufgabe (5 Punkte)

Löse das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} x' &= y \\ y' &= -x \end{aligned}$$

mit $x(0) = a$, $y(0) = b$ und $a, b \in \mathbb{R}$ mit Hilfe des Iterationsverfahrens aus dem Satz von Picard-Lindelöf. Starte das Iterationsverfahren mit der konstanten Funktion $(x_0, y_0) : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}^2$, $t \mapsto (a, b)$.

4. Aufgabe (5 Punkte)

Sei $x_0 \in \mathbb{R}$ und $f : \mathbb{R}\times\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion und genüge lokal einer Lipschitzbedingung. Es gilt weiterhin, dass

$$f(t, x) = -f(-t, x)$$

für alle $(t, x) \in \mathbb{R}^2$. Zeige, dass ein $\varepsilon > 0$ existiert, sodass jede Lösung $x : [-\varepsilon, \varepsilon] \to \mathbb{R}$ des Anfangswertproblems $x' = f(t, x)$ mit $x(0) = x_0$ symmetrisch ist, d.h. $x(t) = x(-t)$ für alle $t \in [-\varepsilon, \varepsilon]$.
Hinweis: Betrachte die Funktion $\phi(t) = x(-t)$.