

2. Hausaufgabenblatt „Wahrscheinlichkeitstheorie I“

diskrete Wahrscheinlichkeitsräume, Abzählprobleme

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

1. Hausaufgabe:

3 Punkte

Die 8 Ecken eines Würfels sind gleichmäßig abgeschliffen worden, so dass der Würfel auch auf jeder dieser Ecken liegen bleiben kann. Allerdings ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Würfel nach dem Werfen auf einer der Ecken liegen bleibt, nur $1/4$ mal so groß wie die der Seiten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit diesem Würfel eine 6 zu werfen?

Geben Sie hierzu einen geeigneten diskreten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, p) mit Ergebnismenge Ω und Zähldichte p an.

2. Hausaufgabe:

5 Punkte

In einem dunklen Keller befinden sich in einem Karton n Paar Schuhe. Man nimmt zufällig r Schuhe heraus, wobei $r \leq n$ ist. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass darunter

- a) kein Paar ist,
- b) exakt ein Paar ist,
- c) exakt zwei Paare sind.

3. Hausaufgabe:

6 Punkte

- a) In der Mensa spricht man zufällig n Studenten an ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) und fragt sie nach ihrem Geburtstag. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit p_n , dass mindestens zwei der angesprochenen Studenten am gleichen Tag Geburtstag haben? Vereinfachend wird dafür angenommen, dass das Jahr 365 Tage hat und dass alle Tage gleichwahrscheinlich als Geburtstage möglich sind.

- b) Zeigen Sie:

$$p_n \geq 1 - \exp\left(-\frac{n(n-1)}{365}\right).$$

Hinweis: Benutzen Sie $\log(1-x) \leq -x$.

- c) Wie viele Studenten $n \in \mathbb{N}$ muss man in der Mensa ansprechen, damit die Wahrscheinlichkeit p_n mindestens $1/2$ beträgt, d.h. $p_n \geq 1/2$?

4. Hausaufgabe:

6 Punkte

Um das Bestehen ihrer WT 1 Klausur in gemeinsamer Runde ein wenig zu feiern, treffen sich $n \in \mathbb{N}$ Studenten in einer Bar. Bei der Ankunft legt jeder seine Jacke einfach auf einen gemeinsamen Haufen in die Ecke.

Spät am Abend, als die Studenten schließlich ihren Heimweg antreten und die Sinne nicht mehr ganz klar sind, nimmt jeder von dem Haufen einfach zufällig irgendeine Jacke.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass kein Student mit seiner eigenen Jacke nach Hause geht? Geben Sie hierzu einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{A}, P) an.

Hinweis: Benutzen Sie das Einschluss-Ausschluss-Prinzip, Satz 1.7.

- b) Wie verhält sich diese Wahrscheinlichkeit für $n \rightarrow \infty$?