Задачи по 13-й лабораторной

1а. Необходимо найти p, максимизирующее функцию $f(p) = N \cdot p \cdot (1-p)^{N-1}$. Возьмем производную по p, получим

$$f^{'} = N \cdot (1-p)^{N-1} - N \cdot p \cdot (N-1) \cdot (1-p)^{N-2} = N \cdot (1-p)^{N-2} \cdot (1 - p \cdot N)$$

Два корня: $p = 1$ и $p = \frac{1}{N}$. При любой четности N точка $p = \frac{1}{N}$ будет являться точкой максимума, поэтому ответ $p^* = \frac{1}{N}$.

1б. Подставим найденное p^* и получим

$$f(p^*) = \Big(\frac{N-1}{N}\Big)^{N-1}$$

Теперь необходимо найти предел

$$\lim_{N\to\infty}\Big(\frac{N-1}{N}\Big)^{N-1} = \lim_{N\to\infty}\Big(1 - \frac{1}{N}\Big)^{N-1}$$

Сделаю замену $N = -M$

$$\lim_{M\to-\infty}\Big(1 + \frac{1}{M}\Big)^{-M-1} = \lim_{M\to-\infty}\Big(1 + \frac{1}{M}\Big)^{-M} = \frac{1}{e}$$

по второму замечательному пределу.

2. а) $(1 - p \cdot (1-p)^3)^4 \cdot p(1-p)^3$
б) $4 \cdot p \cdot (1-p)^3$
в) $(1 - 4 \cdot p \cdot (1-p)^3)^2 \cdot 4 \cdot p \cdot (1-p)^3$
г) $4 \cdot p \cdot (1-p)^3$

3. Пропускная способность оценивается формулой

$$\frac{F}{\frac{F}{R} + dN} \text{ бит/с}$$

где F - объем переданной информации всеми узлами суммарно.

$$\frac{F}{\frac{F}{R} + dN} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{dN}{F}}$$

Максимальное значение достигается тогда, когда F максимально, а максимальное F достигается, когда каждый узел передает Q бит, то есть $F = QN$.

$$\frac{F}{\frac{F}{R} + dN} = \frac{QN}{\frac{QN}{R} + dN} = \frac{Q}{\frac{Q}{R} + d} \text{ бит/с}$$

Последнее значение и является ответом.