
Домашнее задание

1. Линейная интерполяция

Для линейной интерполяции между двумя скалярными величинами a и b используют одну из двух следующих функций.

```
float lerp_v1(float a, float b, float t) {  
    return a + t*(b - a);  
}  
float lerp_v2(float a, float b, float t) {  
    return (1.f-t)*a + t*b;  
}
```

Используя формулы Голдберга, докажите, что первая функция дает точный результат при $a==b$ и может дать неточный результат при $t==1.f$; вторая функция дает точный результат при $t==1.f$ и может дать неточный результат при $a==b$.

Решение:

Пользуемся формулами:

- $x \ominus y = (x - y)(1 + \delta_1)$
- $x \oplus y = (x + y)(1 + \delta_2)$
- $x \otimes y = xy(1 + \delta_3)$

Расписываем первую формулу:

$$a \oplus t \otimes (b \ominus a) = (a + t \otimes (b \ominus a))(1 + \delta_1) = (a + t((b - a)(1 + \delta_1))(1 + \delta_3))(1 + \delta_2)$$

Здесь видно, что при $a == b$ мы получим $a \oplus 0$ и результат точен. А в случае $t == 1.f$ результат необязательно будет нулевым и зависит от дельт.

Расписываем вторую формулу и сразу подставляем $t = 1.f$:

$$(1.f \ominus t) \otimes a \oplus (t \otimes b) = 0 \otimes a \oplus (t \otimes b) = 0 \oplus (t \otimes b) = (t \otimes b)$$

И это будет точным значением при $t = 1.f$.

Расписываем вторую формулу еще раз.

$$(1.f \ominus t) \otimes a \oplus (t \otimes b) = (1 - t)(1 + \delta_1)a(1 + \delta_2) \oplus (t * b * (1 + \delta_3)) = \\ = ((1 - t)(1 + \delta_1)a(1 + \delta_2) + (t * b * (1 + \delta_3)))(1 + \delta_4)$$

Как видим, ничего с помощью $a = b$ не сокращается и результат может быть не точен.