

7) Veremos que la ecuación de onda 1-D está dada por:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \alpha^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{ Al hacer la discretización:}$$

$$\frac{u_{l,i+1} - 2u_{l,i} + u_{l,i-1}}{(\Delta t)^2} = \alpha^2 \cdot \frac{u_{l,i+1} - 2u_{l,i} + u_{l,i-1}}{(\Delta x)^2}$$

Despejando para $u_{l,i+1}$:

$$u_{l,i+1} = \left(\frac{\alpha \Delta t}{\Delta x}\right)^2 (u_{l,i+1} - 2u_{l,i} + u_{l,i-1}) + 2u_{l,i} - u_{l,i-1}$$

$$u_{l,i+1} = \left(\frac{\alpha \Delta t}{\Delta x}\right)^2 (e^{jK\Delta x} - 2 + e^{-jK\Delta x}) u_{l,i} + 2u_{l,i} - u_{l,i-1}$$

este término
al restarse
es insignifi-
ficante.

$$u_{l,i+1} = \left(\frac{\alpha \Delta t}{\Delta x}\right)^2 (2\cos(K\Delta x) - 2 + 2) u_{l,i}$$

$$u_{l,i+1} = \lambda^2 \cdot 2(\cos(K\Delta x) - 1) u_{l,i}$$

$\therefore u_{l,i+1} = \lambda^2 \cdot 2\cos(K\Delta x) u_{l,i} \Rightarrow$ Nótese que el máximo valor del factor de amplitud debe ser menor a 2 y $K > 0 \Rightarrow$

$$\lambda^2 \cdot 2 \cdot \cos(K\Delta x) \leq 2 \text{ esto pasa porque } \cos(K\Delta x) \text{ es, a lo sumo, } 1 \Rightarrow$$

$$\lambda^2 \cdot 2 \leq 2$$

$$\lambda^2 \leq 1$$

$$\lambda \leq 1 \text{ ó } \lambda \geq 1$$

No tiene sentido

$$\therefore \lambda \leq 1$$