

Paradigmes et Interprétation

Environnement et ordre supérieur

Julien Provillard julien.provillard@univ-cotedazur.fr



LIAISON LOCALE



Langage actuel

☐ Implémentation dans le type Exp.

```
(define-type Exp
  [numE (n : Number)]
  [idE (s : Symbol)]
  [plusE (l : Exp) (r : Exp)]
  [multE (l : Exp) (r : Exp)]
  [appE (fun : Symbol) (arg : Exp)])
```







```
<Exp> ::= <Number>
          <Symbol>
         | {+ <Exp> <Exp>}
         | {* <Exp> <Exp>}
         {<Symbol> <Exp>}
         | {let {[<Symbol> <Exp>]} <Exp>}
{+ {let {[x {+ 1 2}]}}
     \{+ \times \times\}
   1}
--> 7
```



```
<Exp> ::= <Number>
         <Symbol>
        | {+ <Exp> <Exp>}
        | {* <Exp> <Exp>}
        {<Symbol> <Exp>}
        | {let {[<Symbol> <Exp>]} <Exp>}
{+ {let {[x {+ 1 2}]}}
    {+ x x}}
  {let {[x {+ 3 4}]}
    {+ x x}}}
--> 20
```



```
<Exp> ::= <Number>
         <Symbol>
        | {+ <Exp> <Exp>}
        | {* <Exp> <Exp>}
        {<Symbol> <Exp>}
        | {let {[<Symbol> <Exp>]} <Exp>}
{+ {let {[x {+ 1 2}]}}
    {+ x x}}
  {let {[y {+ 3 4}]}
    {+ y y}}}
--> 20
```



```
<Exp> ::= <Number>
         <Symbol>
         | {+ <Exp> <Exp>}
         | {* <Exp> <Exp>}
        {<Symbol> <Exp>}
         | {let {[<Symbol> <Exp>]} <Exp>}
{let {[x {+ 1 2}]}
  {let {[x {+ 3 4}]}
    \{+ \times \times\}\}
--> 14
```



```
<Exp> ::= <Number>
         <Symbol>
         | {+ <Exp> <Exp>}
         | {* <Exp> <Exp>}
        {<Symbol> <Exp>}
         | {let {[<Symbol> <Exp>]} <Exp>}
{let {[x {+ 1 2}]}
  {let {[y {+ 3 4}]}
    \{+ \times \times\}\}
--> 6
```



```
<Exp> ::= <Number>
           <Symbol>
          | {+ <Exp> <Exp>}
          | {* <Exp> <Exp>}
         {<Symbol> <Exp>}
          | {let {[<Symbol> <Exp>]} <Exp>}
{let {[x {+ 1 2}]}
  \{ \text{let } \{ [x \{ + x 4 \}] \} \}
    \{+ \times \times\}\}
--> 14
```



Analyse syntaxique

```
(define-type Exp
  • • •
  [letE (s : Symbol) (rhs : Exp) (body : Exp)])
(define (parse [s : S-Exp]) : Exp
  (cond
    [(s-exp-match? `{let [{SYMBOL ANY}] ANY} s); `{let {[s rhs]} body}
     (let ([sl (s-exp->list s)]); (list `let `{[s rhs]} `body)
       (let ([subst (s-exp->list (first (s-exp->list (second sl))))]); (list `s `rhs)
         (letE (s-exp->symbol (first subst))
               (parse (second subst))
               (parse (third sl)))))
    ...))
```



```
(define-type Exp
  [numE (n : Number)]
  [idE (s : Symbol)]
  [plusE (1 : Exp) (r : Exp)]
  [multE (1 : Exp) (r : Exp)]
  [appE (fun : Symbol) (arg : Exp)]
  [letE (s : Symbol) (rhs : Exp) (body : Exp)])
(define (interp [e : Exp] [fds : (Listof FunDef)]) : Number
  (type-case Exp e
    • • •
    [(letE s rhs body) (interp (subst (numE (interp rhs fds))
                                       S
                                       body)
                                fds)]))
```



Substitution

Comment bien substituer ? Substituer x par 1 dans {let {[y 2]} x} doit donner {let {[y 2]} 1}. Substituer x par 1 dans {let {[y x]} y} doit donner {let {[y 1]} y}. Substituer x par 1 dans {let {[x y]} x} doit donner {let {[x y]} x}. Substituer x par 1 dans {let {[x x]} x} doit donner {let {[x 1]} x}. (define (subst [what : Exp] [for : Symbol] [in : Exp]) : Exp (type-case Exp in [(letE s rhs body) (letE s (subst what for rhs)

(if (equal? for s) body (subst what for body)))]))



ENVIRONNEMENT



Coût de la substitution

☐ On traverse n fois le code source qui est lui-même de taille n !

Inefficace et contre-intuitif!



- On cherche à retarder la substitution.
- On part d'un environnement vide qui va s'enrichir.



- On cherche à retarder la substitution.
- On part d'un environnement vide qui va s'enrichir.



- On cherche à retarder la substitution.
- On part d'un environnement vide qui va s'enrichir.

```
xn = n ... x3 = 3 x2 = 2 x1 = 1
```

```
\{+ x1 \{+ x2 \{+ x3 \{ ... xn\}\}\}\}
```

- Le prochain appel à interp va aboutir à évaluer x1.
- ☐ On va alors substituer l'identificateur par sa valeur dans l'environnement.



☐ On utilise toujours la première occurrence trouvée dans l'environnement pour la substitution.



L'interpréteur prend un argument supplémentaire pour l'environnement.

```
interp : (Exp Env (Listof FunDef) -> Number)
```

☐ On doit définir de nouveaux types et de nouvelles primitives pour gérer l'environnement.

```
bind : (Symbol Number -> Binding)
mt-env : Env
extend-env : (Binding Env -> Env)
lookup : (Symbol Env -> Number)
```



Liaisons (define-type Binding [bind (name : Symbol) (val : Number)]) Environnements (define-type-alias Env (Listof Binding)) (define mt-env empty) (define extend-env cons)

Cette implémentation n'est pas efficace. On l'utilise par souci de simplicité.

Recherche dans un environnement

```
(define (lookup [n : Symbol] [env : Env]) : Number
 (cond
   [(empty? env) (error 'lookup "free identifier")]
   [(equal? n (bind-name (first env))) (bind-val (first env))]
    [else (lookup n (rest env))]))
```



```
Synopsis
(interp {let {[x 1]}
          {let {[y {+ x 1}]}
            \{+ x y\}\}
        mt-env)
(interp {let {[y {+ x 1}]}
          \{+ \times y\}
        (extend-env (bind 'x 1) mt-env))
(interp {+ x y} (extend-env (bind 'y 2) (extend-env (bind 'x 1) mt-env)))
--> 3
```



```
(define (interp [e : Exp] [env : Env] [fds : (Listof FunDef)]) : Number
  (type-case Exp e
    [(numE n) n]
    [(idE s) (lookup s env)]
    [(plusE l r) (+ (interp l env fds) (interp r env fds))]
    [(multE l r) (* (interp l env fds) (interp r env fds))]
    [(appE f arg)
     (let [(fd (get-fundef f fds))]
       (interp (fd-body fd)
               (extend-env (bind (fd-par fd) (interp arg env fds)) env)
               fds))]
    [(letE s rhs body)
     (interp body
             (extend-env (bind s (interp rhs env fds)) env)
             fds)]))
```



```
☐ En a-t-on fini?
{define \{f x\} \{+ x y\}\}
{define \{g y\} \{f y\}\}
{interp {g 1})
{interp {f y}}
{interp {+ x y}}
                Ce n'est pas le résultat que l'on aurait
                obtenu avec une substitution classique!
```



```
(define (interp [e : Exp] [env : Env] [fds : (Listof FunDef)]) : Number
  (type-case Exp e
    [(numE n) n]
    [(idE s) (lookup s env)]
    [(plusE l r) (+ (interp l env fds) (interp r env fds))]
    [(multE l r) (* (interp l env fds) (interp r env fds))]
    [(appE f arg)
                                                       Où est l'erreur?
                                                                              Ici!
     (let [(fd (get-fundef f fds))]
       (interp (fd-body fd)
               (extend-env (bind (fd-par fd) (interp arg env fds)) env)
               fds))]
    [(letE s rhs body)
     (interp body
             (extend-env (bind s (interp rhs env fds)) env)
             fds)]))
```



```
(define (interp [e : Exp] [env : Env] [fds : (Listof FunDef)]) : Number
  (type-case Exp e
    [(numE n) n]
    [(idE s) (lookup s env)]
    [(plusE l r) (+ (interp l env fds) (interp r env fds))]
    [(multE l r) (* (interp l env fds) (interp r env fds))]
    [(appE f arg)
                                                   On doit réinitialiser l'environnement
     (let [(fd (get-fundef f fds))]
                                                       lors d'un appel de fonction.
       (interp (fd-body fd)
               (extend-env (bind (fd-par fd) (interp arg env fds)) mt-env)
               fds))]
    [(letE s rhs body)
     (interp body
             (extend-env (bind s (interp rhs env fds)) env)
             fds)]))
```



Liaison: Terminologie

☐ On a vu plusieurs structures **liantes** qui permettent d'introduire des identificateurs.

```
{let {[x 1]} ... }
{define {f x} ... }
```

Un identificateur est dit **lié** s'il a été introduit par une de ces structures.

```
{let {[x 1]} ... x ... } {define {f x} ... x ... }
```

☐ Un identificateur qui n'est pas lié est dit **libre**.

```
{let {[x 1]} ... y ... } {define {f x} ... y ... }
```





```
{let {[y x]}
{+ y {+ z x}}}
```





```
{let {[x x]}
{+ y {+ z x}}}
```



```
{define {double x} {+ x x}}

{double 3}
```



Portée

■ Portée lexicale (statique)

La liaison d'un identificateur n'agit que sur une portion du code source.

Locale.

```
{let {[x 1]} ... }
{define {f x} ... }
x a une portée locale.
```

Globale.

```
{define {double x} {+ x x}}
{define {quadruple x} {double {double x}}}
double et quadruple ont une portée globale.
```

■ Portée dynamique

La liaison d'un identificateur dépend du flot d'exécution du programme.



ORDRE SUPÉRIEUR



Valeur

- ☐ Quel est le résultat de l'évaluation d'une expression?
- ☐ Dans notre langage, seulement un nombre.
- ☐ De manière générale, beaucoup de choses sont possibles
 - Caractère
 - Chaîne de caractère
 - Booléen
 - Structure de donnée (liste, tableau, ...)
 - **...**
- Le résultat d'une expression est une valeur.
- Une valeur peut être passée en argument d'une fonction ou liée à une variable.



Une fonction est-elle une valeur?

☐ Dans notre langage : Non! On peut définir une fonction {define {double x} {+ x x}} On peut appeler une fonction {double 3} On ne peut pas renvoyer une fonction (interp (parse `double) mt-env (list (parse-fundef `{define {double x} {+ x x}}))) --> lookup : free identifier



Une fonction est-elle une valeur?

- ☐ En plait : Oui!
- ☐ Une fonction peut être le résultat d'une expression

```
(lambda (x) (+ x x))
(if (= n 1) first second)
```

☐ On peut utiliser une fonction comme argument d'une autre fonction

```
(map (lambda (x) (+ x x)) (list 1 2 3 4 5))
```



Quel est l'avantage?

- Permet d'abstraire facilement certains comportements avancés map, filter, foldl, ...
- ☐ Introduit dans les versions les plus récentes de langages impératifs (C++11, Java 8, ...)

Conséquence dans notre langage : la clause define devient superflue



Grammaire du langage



Exemple d'évaluations



Exemple d'évaluations



Grammaire du langage



Evaluation

☐ Maintenant que les appels de fonctions peuvent prendre une expression pour la fonction

```
{\text{[double {lambda {x} {+ x x}}]} {double 3}} 
\times {\text{lambda {x} {+ x x}} 3} 
\times {+ 3 3} \times 6
```

- ☐ De nouvelles erreurs peuvent survenir
 - {1 2} not a function
 - {+ 1 {lambda {x} x}} mot a number



Représentation des expressions

```
(define-type Exp
  [numE (n : Number)]
  [idE (s : Symbol)]
  [appE (fun : Exp) (arg : Exp)]
  [plusE (1 : Exp) (r : Exp)]
  [multE (1 : Exp) (r : Exp)]
  [letE (s : Symbol) (rhs : Exp) (body : Exp)]
  [lamE (par : Symbol) (body : Exp)])
(test (parse \{lambda \{x\} \{+ x 1\}\})
      (lamE 'x (plusE (idE 'x) (numE 1))))
```



Représentation des expressions

```
(define-type Exp
  [numE (n : Number)]
  [idE (s : Symbol)]
  [appE (fun : Exp) (arg : Exp)]
  [plusE (1 : Exp) (r : Exp)]
  [multE (1 : Exp) (r : Exp)]
  [letE (s : Symbol) (rhs : Exp) (body : Exp)]
  [lamE (par : Symbol) (body : Exp)])
(test (parse `{{lambda {x} {+ x 1}} 2})
      (appE (lamE 'x (plusE (idE 'x) (numE 1)))
            (numE 2)))
```



Fonctions et substitution

■ Et avec un environnement?



Fonctions et environnement

```
(interp {let {[y 1]} {lambda {x} {+ x y}}})

y = 1
(interp {lambda {x} {+ x y}})

Que doit-on renvoyer?
```

☐ Un paramètre et un corps comme pour lamE?



Fonctions et environnement

Un appel de fonction réinitialise l'environnement!

- □ Il nous manque quelque chose : une fonction doit se souvenir de son environnement de définition.
- C'est ce que l'on appelle une clôture lexicale!



Représentation des valeurs

```
(define-type Value
  [numV (n : Number)]
  [closV (par : Symbol) (body : Exp) (env : Env)])
(define-type Binding
  [bind (name : Symbol) (val : Value)])
(test (interp (parse `{let {[y 1]}}
                         \{lambda \{x\} \{+ x y\}\}\}
              mt-env)
      (closV 'x
             (plusE (idE 'x) (idE 'y))
             (extend-env (bind 'y (numV 1)) mt-env)))
```



Comment va se passer l'évaluation?

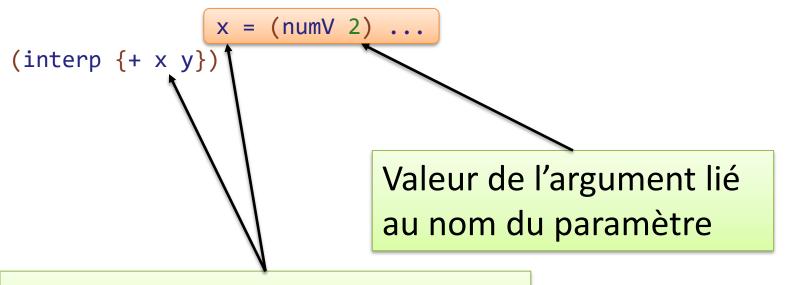
```
(interp {let {[y 1]} {{lambda {x} {+ x y}} 2}})
   Pour l'argument :
         y = (numV 1)
(interp 2) → (numV 2)
   Pour la fonction :
                            y = (numV 1)
(interp {lambda \{x\} {+ x y}})
  (closV 'x
            (plusE (idE 'x) (idE 'y))
            (extend-env (bind 'y (numV 1)) mt-env)))
```



Comment va se passer l'évaluation?

```
(interp {let {[y 1]} {{lambda {x} {+ x y}} 2}})
```

Pour l'application de la fonction :



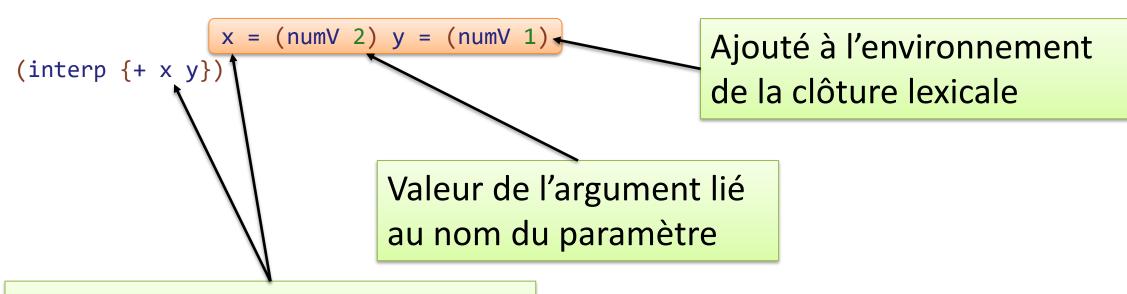
Corps et paramètre de la fonction récupéré dans la clôture lexicale



Comment va se passer l'évaluation?

```
(interp {let {[y 1]} {{lambda {x} {+ x y}} 2}})
```

Pour l'application de la fonction :



Corps et paramètre de la fonction récupéré dans la clôture lexicale



Interpréteur

```
(define (interp [e : Exp] [env : Env]) : Value
  (type-case Exp e
    [(numE n) (numV n)]
    [(idE s) (lookup s env)]
    [(plusE l r) (num+ (interp l env) (interp r env))]
    [(multE l r) (num* (interp l env) (interp r env))]
    [(lamE par body) ...]
    [(appE f arg)
     . . .
       • • •
              • • •
       • • •
    [(letE s rhs body) ... ]))
```



Addition et multiplication

☐ Fonctions utilitaires



Addition et multiplication

☐ Généralisation

```
(define (num-op [op : (Number Number -> Number)]
                [1 : Value] [r : Value]) : Value
 (if (and (numV? 1) (numV? r))
      (numV (op (numV-n 1) (numV-n r)))
      (error 'interp "not a number")))
(define (num+ [l : Value] [r : Value]) : Value
 (num-op + 1 r)
(define (num* [l : Value] [r : Value]) : Value
 (num-op * 1 r))
```



Interpréteur

```
(define (interp [e : Exp] [env : Env]) : Value
  (type-case Exp e
    [(numE n) (numV n)]
    [(idE s) (lookup s env)]
    [(plusE l r) (num+ (interp l env) (interp r env))]
    [(multE l r) (num* (interp l env) (interp r env))]
    [(lamE par body) (closV par body env)]
    [(appE f arg)
     (type-case Value (interp f env)
       [(closV par body c-env)
        (interp body (extend-env (bind par (interp arg env)) c-env))]
       [else (error 'interp "not a function")])]
    [(letE s rhs body) (interp body (extend-env (bind s (interp rhs env)) env))]))
```



Espaces de noms

Avec l'interpréteur env.rkt:

{define {f x} {+ x x}}

{let {[f 3]} {f f}}

--> 6

☐ Avec l'interpréteur ordresup.rkt:



Espaces de noms

- Dans l'interpréteur env.rkt, les noms de fonctions et les noms d'identificateurs 'vivent' dans deux mondes différents.
- □ Dans l'interpréteur ordresup.rkt, les noms de fonctions et les noms d'identificateurs apparaissent tous dans l'environnement.
- ☐ Deux entités peuvent porter le même nom si elles existent dans des espaces de noms distincts.
- ☐ Notion présente dans de nombreux langages
 - Les package en Java.
 - Les namespace en C++ ou C#.
 - Les modules en Python ou Racket.
 - Les classes dans les langages objet.