

Домашнее задание 4

Чудова Маргарита

Задание 1

Выборка распределена нормально, известны дисперсия, выборочное матожидание и количество исходов. Тогда можем записать (здесь z_k соответствует значению 0,975)

$$Pr(-z_k < \sqrt{n} \frac{\bar{x} - a}{\sigma} < z_k) = 0,95$$

Отсюда

$$\bar{x} - \frac{\sigma z_k}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + \frac{\sigma z_k}{\sqrt{n}}$$

Из таблицы найдем, что $z_k = 1.96$. Тогда

$$\frac{\sigma z_k}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{15 \cdot 10^{-6}} 1,96}{\sqrt{150}} \text{ м} \approx 0,62 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,062 \text{ см}$$

$$21,938 \text{ см} < a < 22,062 \text{ см}$$

Задание 2

Эта задача аналогична первой с тем отличием, что нужно будет использовать распределение Стьюдента (это повлияет на значение z_k). Дисперсия смещенная, поэтому используем $n - 1$

$$Pr(-z_k < \sqrt{n-1} \frac{\bar{x} - a}{s_n} < z_k) = 0,95$$

Из таблицы найдем, что $z_k = 1.98$.

$$\bar{x} - \frac{\overline{s_n} z_k}{\sqrt{n-1}} < a < \bar{x} + \frac{\overline{s_n} z_k}{\sqrt{n-1}}$$

$$\frac{\overline{s_n} z_k}{\sqrt{n-1}} = \frac{\sqrt{15 \cdot 10^{-6}} 1,98}{\sqrt{149}} \text{ м} \approx 0,63 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,063 \text{ см}$$

$$21,937 \text{ см} < a < 22,063 \text{ см}$$

Задание 3

Здесь идея тоже не особо изменилась — рассмотрим вероятность

$$Pr(-z_k < \sqrt{n} \frac{\bar{x} - \theta}{\theta} < z_k) = 1 - \varepsilon$$

Тогда

$$\frac{\sqrt{n} \bar{x}}{\sqrt{n} + z_k} < \theta < \frac{\sqrt{n} \bar{x}}{\sqrt{n} - z_k}$$

Причем z_k можно найти из условия $\Phi(z_k) - \Phi(-z_k) = 2\Phi(z_k) - 1 = 1 - \varepsilon$, то есть $\Phi(z_k) = 1 - \varepsilon/2$