Студент: Маргарита Чудова
Группа: 2
Дата: 27 апреля 2022 г.

2. В начале за $\mathcal{O}(n)$ насчитаем z-функцию. Потом пойдем по массиву, увеличивая i, и будем смотреть на $z[i]$.
   Здесь два варианта:

   1. $z[i] + i < n$, то есть суффикс $[i,n)$ не совпадает с каким-то префиксом строки s полностью. Тогда нужно сравнить элементы с номерами $i + z[i]$ и $z[i]$ — эти номера соответствуют первым отличающимся элементам в циклически сдвинутой и исходной строке.
   Если $s[i + z[i]] > s[z[i]]$, то исходная строка меньше преобразованной, переходим к $i + 1$. Если $s[i + z[i]] < s[z[i]]$, то наоборот и мы заканчиваем проверку. Равны они быть не могут.

   2. $z[i] + i = n$, что по сути означает, что весь суффикс $[i,n)$ равен какому-то префиксу строки, а значит, надо сравнивать строки, начиная с элемента под номером $n - i$ — сравнить $s[n - i]$ с $s[0]$. Посчитаем z-функцию уже для него и сделаем все то же самое, что в первом или втором пункте (в зависимости от того, какой будет z-функция).

3. В начале за $\mathcal{O}(n)$ насчитаем префикс-функцию. Рассмотрим некоторый префикс длины i, значение его префикс-функции равно $\pi(i)$. Это длина максимального суффикса префикса, совпадающего с префиксом строки (на картинке две этих равных подстроки нарисованы красным цветом). Но мы хотим не максимальную длину, а количество всех таких штук.
   Для удобства будем нумеровать элементы строки с 1 (дальше поможет в динамике). Предположим, что у нас есть какой-то другой суффикс строки $[1, i]$ (назовем его A), совпадающий с некоторым префиксом C той же строки. Тогда понятно, что есть какая-то подстрока B, равная C (это следует из того, что красные части равны), по совместительству являющаяся также префиксом строки $[1,\, \pi(i)]$. И тогда A = B по транзитивности. И тогда по сути нахождение A сводится к той же задаче, но на префиксе $[1,\, \pi(i)]$.
   Терминология просто ад, но надеюсь, картинка делает проиходящее понятнее:

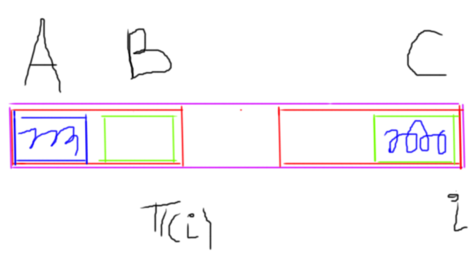

Рис. 1: Рисунок-пояснение

Тогда получается, что задача как бы рекурсивна: от большей задачи переходим к меньшей. Заведем динамику: пусть в массиве $d[i]$ хранится количество префиксов, равных суффиксу строки $[1,\, i]$, $d[0] = 0$, а для каждого следующего элемента

$$d[i] = d[\pi[i]] + 1$$

Пройдемся по всем элементам за $\mathcal{O}(n)$, итого получим нужное время работы.

4. Насчитаем z-функцию в каждом $i = 0, \dots, n-1$ символе, пусть $z(i)$ равна l. Тогда для всех $j \leq l$ будет выполнено $\pi(i+j) \geq j+1$ (просто длина сегмента от i до j).

   При этом если мы установили значение π в некотором i_1, а потом пришли в большее i_2 и захотим перезаписать значение в нем, то мы значение только уменьшим:

   $$i_1 + j_1 = i_2 + j_2,\ i_1 < i_2 \Rightarrow j_1 > j_2$$

   Таким образом, больше, чем $j_1 + 1$ оно быть не может. Отсюда следует формулировка алгоритма: проходимся по массиву с значениями z-функции, считаем соответствующие π от i до $i + z[i]$, если что-то уже было посчитано — прерываемся. Псевдокод:

   ```
   p = [0]*n
   for i in range(n):
      for j in range(z[i]-1, 0, -1):
          if p[i+j] >0:
              break
          p[i+j] = j+1
   ```

   По каждому проходимся один раз, время работы $\mathcal{O}(n)$