



TAREA 3

Fecha de entrega: 7/11/2020 21:59 hrs

Problema

Para planetas que orbitan cerca del Sol, como Mercurio, el potencial gravitacional se puede escribir como:

$$U(r) = -\frac{GM_{\odot}m}{r} + \alpha \frac{GM_{\odot}m}{r^2}$$

donde G es la constante de gravitación universal, M_{\odot} es la masa del Sol, m es la masa del planeta, r es la distancia entre el planeta y el Sol, y α es un número pequeño. Esta corrección a la ley de gravitación de Newton se debe a los efectos de los otros planetas del sistema solar (particularmente Júpiter) y a efectos relacionados con relatividad general.

Bajo este potencial, las órbitas siguen siendo planas pero ya no son cerradas sino que precesan, es decir, el afelio (punto más lejano de la órbita) gira alrededor del Sol.

En este problema exploraremos este tipo de órbitas y compararemos distintos métodos de integración de la ecuación diferencial. También utilizaremos programación orientada al objeto como ejercicio práctico para familiarizarnos con este paradigma de programación.

1. El archivo llamado `codigos/planeta.py` contiene el esqueleto de la clase `Planeta`. Ud. debe implementar los métodos de esa clase. Los docstrings explican en qué debe consistir cada método. Ud. tiene libertad de mejorar los docstrings, y agregar atributos y métodos a la clase según le parezca conveniente para resolver el problema descrito a continuación.

El archivo llamado `codigos/solucion_usando_planeta.py` muestra cómo incluir la clase `Planeta` en un script separado. Ud. también puede resolver todo dentro del mismo archivo, en cuyo caso puede descartar `solucion_usando_planeta.py`.

2. Parta por estudiar el caso $\alpha = 0$ y considere las siguientes condiciones iniciales:

$$x_0 = 10$$

$$y_0 = 0$$

$$v_x = 0$$

Además, utilice unidades tales que $GM_{\odot}m = 1$ y escoja v_y según le parezca (pero asegúrese de que la energía total sea negativa).

Integre la ecuación de movimiento por aproximadamente 5 órbitas usando los métodos de RK4, Verlet, y Beeman. Grafique las órbitas y la energía total del sistema como función del tiempo en los 3 casos. Comente los resultados.

3. Ahora considere el caso $\alpha = 10^{-2.XXX}$ (donde XXX son los 3 últimos dígitos de su RUT, antes del dígito verificador). Integre la ecuación de movimiento usando el método de Beeman por al menos 30 órbitas. Determine la velocidad angular de precesión. ¿Cómo lo hizo? En particular, ¿cómo determinó la posición del afelio? Grafique la órbita y la energía como función del tiempo.

Comentarios.

1. Esta tarea pide explícitamente que utilice OOP (Object Oriented Programming) para su desarrollo. Es un ejercicio útil para aprender esta técnica.
2. En esta tarea debe implementar Verlet y Beeman pero puede utilizar RK4 (u otro RK de orden superior) de alguna librería o de alguna tarea anterior. Debe indicar en su informe la procedencia del código utilizado para RK.