Taller 2

Calculatorio

M_1: $\overline{pp} = 3{,}267$ $\quad \overline{V} = 31{,}05$ $\quad pp \to x$ $\quad V \to y$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = -12{,}545$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \bar{x}\hat{\beta}_1 = 72{,}032$$

$V = 72{,}031 - 12.545\,pp$

Anova	SC	Gl	SC Medios	F
modelo	11,542	1	11,542	4,503
error	10,253	4	2,563	
Total	21,795	5	—	—

$SCM = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = 11{,}542$ $\qquad F_{\alpha,1,4} = 7{,}7$

$SCE = \sum (y_i - \hat{y})^2 = 10{,}253$

$SCT = \sum (y - \bar{y})^2 = 21{,}795$

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{5 \cdot 10{,}253}{4 \cdot 21{,}795} = 0{,}412$$

$AIC = -2\, ll(72{,}032,\ -12{,}545) + 4 = 26{,}242$

$BIC = -2\, ll(72{,}032,\ -12{,}545) + 2\ln(6) = 25{,}618$

M_2: $\bar{I} = 13{,}167$ $\bar{V} = 31{,}05$ $I \to x$ $V \to y$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = -0{,}523$$

$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \bar{x}\hat{\beta}_1 = 37{,}94$

$V = 37{,}94 - 0{,}523\ I$

Anova	SC	GL	SC_Medios	F
modelo	0,157	1	0,157	0,029
error	21,638	4	5,41	
Total	21,795	5		

$SCM = \sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = 0{,}157$

$SCE = \sum(y_i - \hat{y}_i)^2 = 21{,}638$

$SCT = \sum(y_i - \bar{y})^2 = 21{,}795$

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{5 \cdot 21{,}638}{4 \cdot 21{,}795} = -0{,}241$$

$AIC = 4 - 2\, ll(37{,}94,\ -0{,}523) = 30{,}723$

$BIC = 2\ln(6) - 2\, ll(37{,}94,\ -0{,}523) = 30{,}099$

M_3: PP → x_1 I → x_2 V → y

$\overline{x_1} = 3,267$ $\overline{x_2} = 13,167$ $\overline{y} = 31,05$

$\alpha = (\tilde{X}^T \tilde{X})\tilde{X}^T y$

$$\tilde{X}^T y = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_{i1} y_i \\ \sum x_{i2} y_i \end{bmatrix} \qquad \tilde{X}^T \tilde{X} = \begin{bmatrix} n & \sum x_{i1} & \sum x_{i2} \\ \sum x_{i1} & \sum x_{i1}^2 & \sum x_{i1}x_{i2} \\ \sum x_{i2} & \sum x_{i1}x_{i2} & \sum x_{i2}^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 186,3 \\ 607,66 \\ 2452,65 \end{bmatrix} \qquad = \begin{bmatrix} 6 & 19,6 & 79 \\ 19,6 & 64,1 & 258,14 \\ 79 & 258,14 & 1040,74 \end{bmatrix}$$

Invertir $\tilde{X}^T \tilde{X}$

1. Determinante $X^T X$

$$(6 \cdot 64.1 \cdot 1040.74 + (19,6 \cdot 258.14 \cdot 79) \cdot 2) - (79^2 \cdot 64.1 + 19,6^2 \cdot 1040.74 + 6 \cdot 258,14^2)$$
$= 0,22$

2. Matriz cofactores ⇒ como es simétrica la traspuesta es igual

$$\begin{bmatrix} 75,174 & -5,444 & -4,356 \\ -5,444 & 3,44 & -0,44 \\ -4,356 & -0,44 & 0,44 \end{bmatrix}$$

3. Dividir entre el determinante $\begin{bmatrix} 341,702 & -24,745 & -19,8 \\ -24,745 & 15,636 & -2 \\ -19,8 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

$$(\tilde{X}^T\tilde{X})^{-1}\tilde{X}^T Y = \begin{bmatrix} 59{,}756 \\ -13{,}785 \\ 1{,}24 \end{bmatrix}$$

$V = 59{,}756 - 13{,}785\, pp + 1{,}24\, I$

Anova	SC	GL	SC_Medios	F
SCM	12,311	1	12,311	3,895
SCE	9,484	3	3,161	
SCT	21,795	5	—	—

$SCM = \sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = 12{,}311$

$R^2_{adj} = 1 - \frac{5}{4}\frac{9{,}484}{21{,}975} = 0{,}275$

$SCE = \sum(y_i - \hat{y}_i)^2 = 9{,}484$

$F_{\alpha,2,3} = 9{,}55$

$SCT = \sum(y_i - \bar{y})^2 = 21{,}795$

$AIC = 6 - 2\, ll(59{,}756, -13.785, 1{,}24) = 27{,}775$

$BIC = 3\ln(6) - 2\, ll(59{,}756, -13{,}785, 1.24) = 26.942$

$\hat{\sigma}^2 = \frac{9{,}484}{3} = 3{,}161$

$\hat{e} = 1{,}471, -1{,}628, -0{,}586, 0{,}199, 1{,}711, -1{,}17$

$\hat{e}_{estandarizado} = 0{,}827, -0{,}916, -0{,}330, 0{,}112, 0{,}962, -0{,}656$

- En M_3 el 59,756 representa el intercepto del modelo
el -13,785 indica que hay una relación inversa
entre V y pp. La variable V es más sensible a cambios
en pp que en I. Esta última tiene una relación positiva
con V.

- En M_3 no hay atípicos

- M1 tiene mejor R^2
- M1 tiene mejor AIC
- M tiene mejor r^2 ajustado
- M_1 es mejor que M_3 por metodología anova

Investigativo

$$Z_j = \frac{x_j - \bar{x}_j}{S_{x_j}}$$

$$x_j = Z_j S_{x_j} + \bar{x}_j$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 Z_1 S_{x_1} + \beta_1 \bar{x}_1 + \dots + \beta_p Z_p S_{x_p} + \beta_p \bar{x}_p$$

$$= \overbrace{\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \bar{x}_j\right)}^{\alpha_0} + \overbrace{\beta_1 S_{x_1}}^{\alpha_1} Z_1 + \dots + \overbrace{\beta_p S_{x_p}}^{\alpha_p} Z_p$$

$$\alpha_0 = \beta_0 + \sum \beta_j \bar{x}_j$$

$$\alpha_j = \beta_j S_{x_j} \quad \text{con } j = 1 \dots p$$