1) ↳ P_1: $v_1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
$v_2 = (1, 0)$
$v_3 = (0, 1)$
$v_4 = (-1, 0)$
$v_5 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$3 \cdot m - k - 3 = 6$
$3m = 4 \in 3$ → fete dacă conv
= nr puncte

P_2: $v_1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $v_2 = (1, 0)$ $v_3 = (0, 1)$
$v_4 = (-1, 0)$, $v_5 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

dacă avem
$v_1 \cdot v_2 = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$ produs vectori
și $|v_1| \cdot |v_2| \cdot \cos(\theta)$ / dc sunt = ⇒ vectori ∥
$|v_1| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ↳ $\cos = 1$

↳ Pentru exemplele date verificăm dacă produsele
$v_1 \cdot (0, 1)$
$v_2 \cdot (0, 1)$
$v_3 \cdot (0, 1)$
$v_4 \cdot (0, 1)$
$v_5 \cdot (0, 1)$ $= 0$

Pt P_1 → doar $v_2 \cdot (0, 1)$
$v_4 \cdot (-1, 0) \cdot (0, 1)$
↳ sunt ∥ cu $(0, 1)$

Pt P_2 v_2, v_4 au prod 0
⇒ sunt ∥ cu $(0, 1)$

vect
↳ $(0, 1) \perp$ axa OX
↳ pentru a scoate o piesă, normalele fețelor trebuie să fie ∥ cu $(0, 1)$

2) H_λ, H', H''

$H_\lambda: x - y - \lambda \leq 0$ $\quad x - y \leq \lambda$

$H': x - 1 \geq 0$ $\quad x \geq 1$

$H'': y - 5 \geq 0$ $\quad y \geq 5$

- inters $H_\lambda \cap H'$: $\begin{cases} x - y - \lambda = 0 \rightarrow y = 1 - \lambda \\ x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$

$H_\lambda \cap H' \cap H''$

Înlocuim $x = 1$ în inegalit
$y = 1 - \lambda$ $\quad y - 5 \geq 0$

$\lambda \leq -4$

Atunci

- $\lambda > -4 \Rightarrow$ ∄ puncte de intersectare (inters = vid)
- $\lambda = -4 \Rightarrow$ un singur punct de intersectare $(x, y) = (1, -3)$
- $\lambda < -4 \rightarrow$ dreapta de intersectare

$y = 1 - \lambda$ pentru $\forall \lambda < -4$

3) Semiplane – 3 inferioare, 2 superioare $\Big\}$ $\cap$ să fie un Δ

inegalit cu $\leq$

Inferioare exemple:

- $H_1: y \leq 0$
- $H_2: x \leq 0$
- $H_3: x + y \leq 2$

Superioare

$H_4: y \geq 0$

$H_5: x \geq 0$

$H_1 \cap H_2 \cap H_3 \cap H_4$ formează un triunghi

delimitat de dreapta $x+y=1$ (H_3)
< axa Ox (H_1)
\ axa Oy (H_2)

4) Dați exemplu de prog liniară pt care reg fezabilă o maxim în dreapta sus
= pătrat

$z = c_1 \cdot x_1 + c_2 x_2$ } funcție obiectiv ce trebuie maximizată

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

$x_1 + x_2 \leq 5$ } limitează regiunea fezabilă la un Δ dreptunghic superior în $x_1 - x_2$

maxim în dreapta sus $\Rightarrow$ $c_1, c_2 > 0$
și
$x_1, x_2 > 0$

Aceasta este o formulare a problemei, detalii privind coeficienți și limitele variabilelor pot varia.

5) nr vf și muchii ale regiunii fezabile. Constrângeri:

- $x+y \geq 0$ (1)
- $x-y \geq 0$ (2)
- $y \leq 4$ (3)
- $y \geq 1$ (4)
- $x \leq \beta + 4$ (5)

} identificăm punctele de intersecție ale regiunilor

(1) + (2) $\rightarrow x+y \geq 0$ $\quad x-y \geq 0$
pct de inters $(0,0)$

(1) + (3) $\quad x+y \geq 0$ $y \leq 4$ $\longrightarrow$ $(0,4)$ inters

(1) + (4) $\longrightarrow$ $x+y \geq 0$ $y \geq 1$ $\longrightarrow$ inters $(0,1)$

(1) + (5) $\longrightarrow$ $x+y \geq 0$ $\quad x \leq \beta + 4 \rightarrow$ pct de inters $(\beta+4, 0)$

(2) + (3) : $x-y \geq 0$ } $\rightarrow (4,4)$
$y \leq 4$

$(2) + (4) \to x - y \geq 0 \quad y \geq \alpha \Rightarrow (\alpha, \alpha)$

$(2) + (5) \longrightarrow x - y \geq 0 \quad x \leq \beta + 4 \Rightarrow (\beta+4, \beta+4)$

$(3) + (4) \longrightarrow y \leq 4 \quad y \geq \alpha$

$(0, \alpha) \to$ pct de intersecție dacă $\alpha \leq 4$

$(0, 4) \to$ dacă $\alpha > 4$

$(3) + (5) \to y \leq 4; \quad x \leq \beta + 4 \Rightarrow (\beta+4, 4)$

$(4) + (5) \longrightarrow y \geq \alpha \quad x \leq \beta + 4$

$(\beta+4, \alpha)$: pct de intersecție dacă $\alpha \leq 4$,

$(\beta+4, 4) \to \alpha > 4$

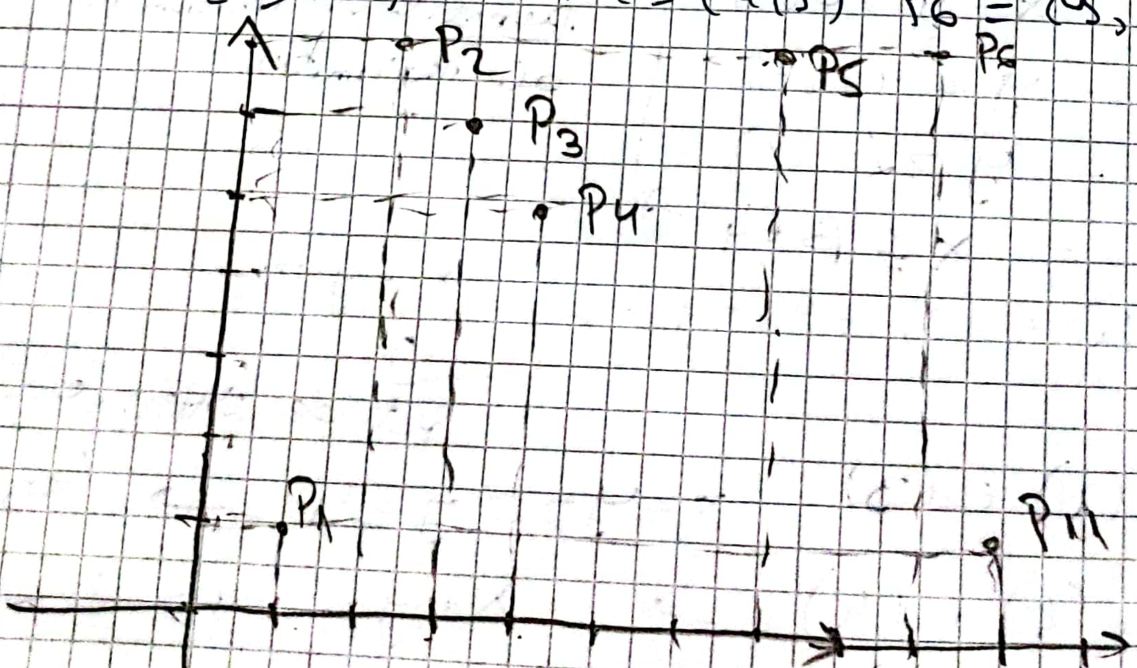
c) pentru a avea un triunghi $\Rightarrow$ nr vârfuri $= 3$

Alte probleme Graham Scan și acop convexă

1) $M = \{P_1 \ldots P_7\}$

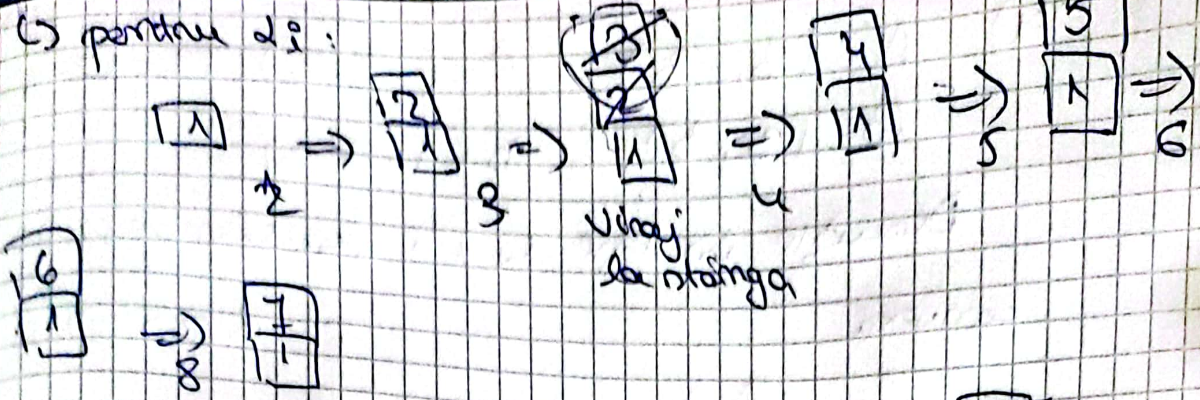
$P_1 = (1,1)$ $\quad P_3 = (3,6)$ $\quad P_5 = (7,7)$ $\quad P_7 = (11,1)$

$P_2 = (2,7)$ $\quad P_4 = (4,5)$ $\quad P_6 = (9,7)$

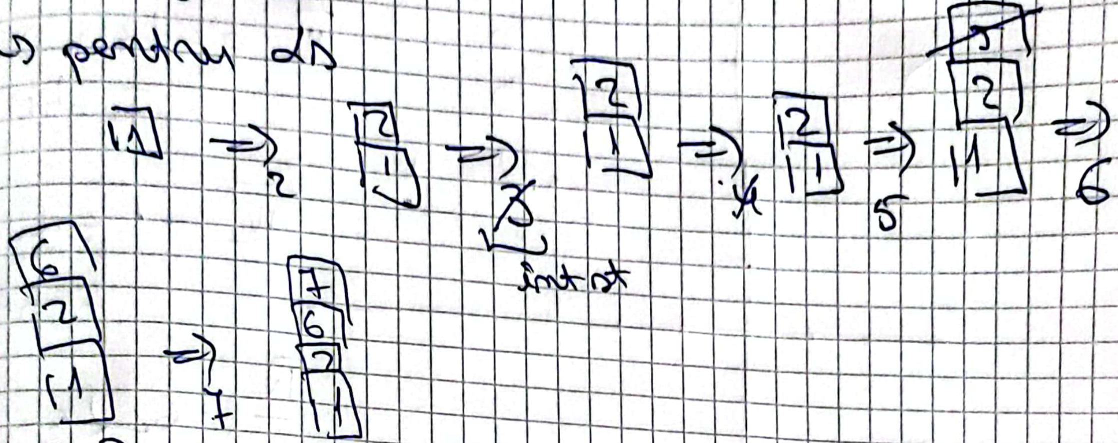


L_i
L_s $\Big\}$ aplicând Graham Scan

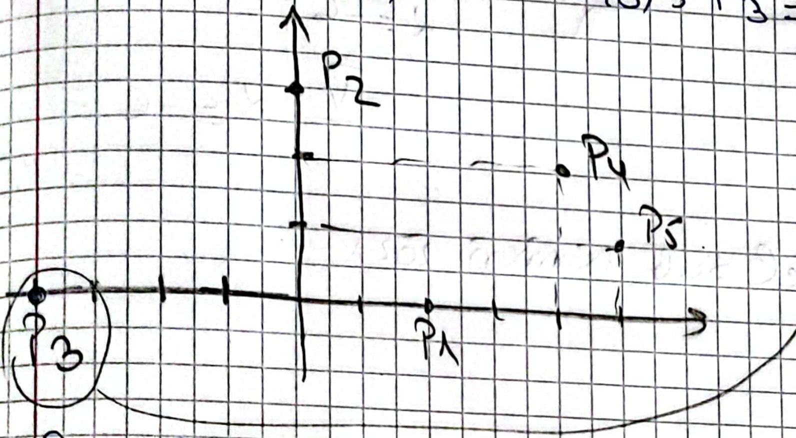
→ pentru Li :



→ pentru Ls



2) $P_1=(2,0)$, $P_2=(0,3)$, $P_3=(-4,0)$, $P_4=(4,2)$, $P_5=(5,1)$



începem Jarvis march de la cel mai din stg pct ⇒ P_3

pivot → se alege P_1

• Încercăm să intre cu P_2, dar nu putem pt că P_2 e în stânga

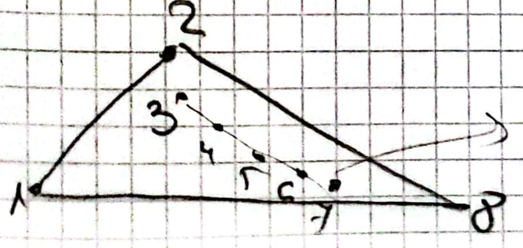
• Același lucru cu P_4, P_5 (unghiul format dintre P_3P_1 și P_1P_5, P_1P_4)

→ Continuăm cu P_1. Alegem pivot pe 2

Încercăm să-l înlocuim cu 3 → 3 e în stânga

Înlocuim cu 4 că e în dreapta, apoi cu P_5

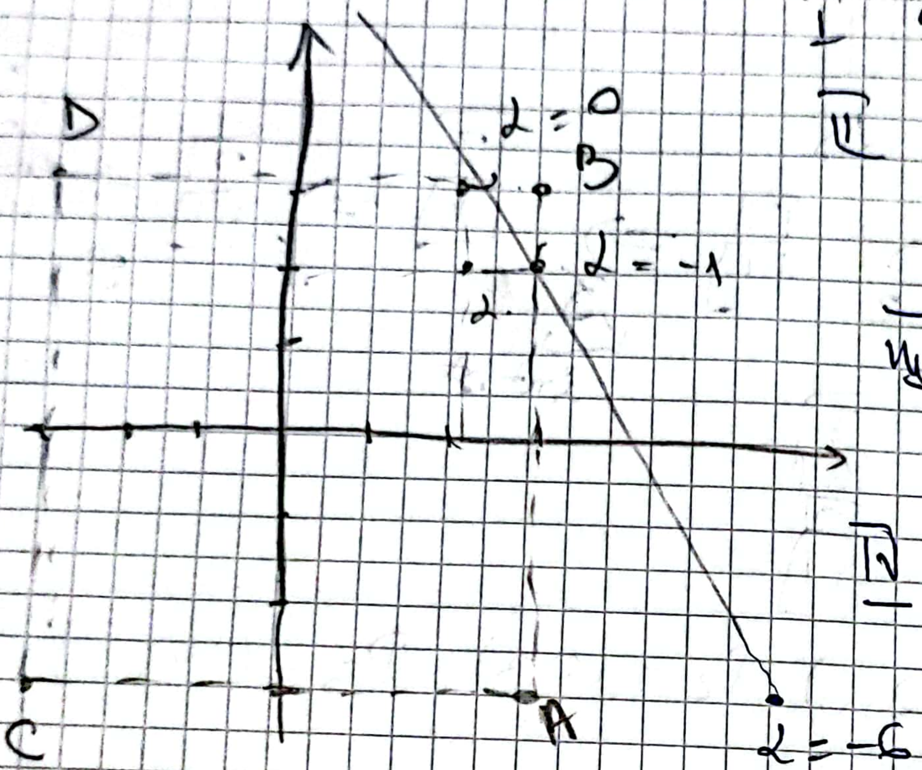
3) 8 elem M din $\mathbb{R}^2$ → 3 elemente și pt care le găsim două cel mai din st testare toate pe



ce merg dinc în ce voi vrea

4) $A=(3,-3)$ $C=(-3,3)$ $M=(2-\lambda, 3+\lambda)$
$B=(3,3)$ $D=(-3,3)$

Discuție în funcție de λ a punctelor de pe acoperirea convexă



$\overline{\underline{I}}$ $\alpha \geq 5 \Rightarrow F = \{M, A, B, C\}$

$\overline{\underline{II}}$ $0 < \alpha < 5 \Rightarrow$
$F = \{M, A, B, C, D\}$

$\overline{\underline{III}}$ $-1 \leq \alpha \leq 0 \Rightarrow$
$F = \{A, B, C, D\}$

$\overline{\underline{IV}}$ $-6 < \alpha < -1$
$\Rightarrow F = \{M, A, B, C, D\}$

$\overline{\underline{V}}$ $\alpha \leq -6 \Rightarrow$
$F = \{M, B, C, D\}$

– Model sub examen 2021 –