Практикум на суперЭВМ
Задание 3

Решение задачи Дирихле для трехмерного уравнения Лапласа

1. **Дифференциальная постановка задачи**
   Решается уравнение Лапласа
   $$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$$
   в области $\{0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1, 0 \le z \le 1\}$.
   Краевые условия
   1) $u(x,y,0) = u(x,y,1) = u(x,0,z) = u(x,1,z) = u(0,y,z) = 0$
   $u(1,y,z) = (1-|2y-1|)(1-|2z-1|)$
   2) $u(x,y,0) = u(x,y,1) = u(x,0,z) = u(1,y,z) = u(0,y,z) = 0$
   $u(x,1,z) = (1-|2x-1|)(1-|2z-1|)$
   3) $u(x,y,0) = u(1,y,z) = u(x,0,z) = u(x,1,z) = u(0,y,z) = 0$
   $u(x,y,1) = (1-|2x-1|)(1-|2y-1|)$
2. **Дискретизация на равномерной прямоугольной сетке,** $h_x = h_y = h_z = h$.
   Используя семиточечный шаблон получим
   $$(u_{i-1,j,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i+1,j,k}) + (u_{i,j-1,k} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j+1,k}) + (u_{i,j,k-1} - 2u_{i,j,k} + u_{i,j,k+1}) = 0$$
3. **Численные методы решения дискретной задачи**
   1) Метод Якоби; 2)Метод SOR; 3) Метод SOR с красно-черным упорядочиванием
   Формулируются аналогично двумерному случаю, разобранному на лекции.

4. **Схема распараллеливания**
   Равномерное блочное распределение элементов сетки.
   Блок является кубом размера [m,m,m], где
   $m = \dfrac{N}{\sqrt[3]{np}}$, N = число точек разбиения по одному измерению, np – число процессов

4. **Выбор задания студентом**
   Пусть k – остаток от деления номера студента в списке группы на 9. Используя k, выбираем пару (номер краевого условия, номер численного метода)

k		k		k	
0	(1,1)	3	(2,1)	6	(3,1)
1	(1,2)	4	(2,2)	7	(3,2)
2	(1,3)	5	(2,3)	8	(3,3)

Вычислительные эксперименты проводить на машинах Ломоносов и BlueGene. Количество процессоров и точность берем из 2го задания.

Кроме того, в качестве третьего задания студент может предъявить исследование по приведенной схеме параллельной программы, написанной им в рамках выполнения курсовой или дипломной работы.