



UFAM

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS

Disciplina: Regressão I

Professor(a): Danilo Valadares

Discente:

Matrícula:

Série/Turma :

Unidade:

Lista 3: Modelo de regressão múltipla

Instruções:

1. O trabalho deverá ser entregue através da plataforma classroom até o dia 20/05/2024. Não será permitida a entrega após essa data.
2. **Necessário demonstrar cada resultado.**

-
1. Um modelo de regressão deve ser desenvolvido para prever a habilidade do solo de absorver contaminantes químicos. Foram obtidas dez observações do índice de absorção pelo solo (y) e dois regressores: x_1 = quantidade que pode ser extraída de minério de ferro e x_2 = quantidade de bauxita. Desejamos ajustar o modelo $Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$. Algumas grandezas necessárias são:

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{pmatrix} 1.17991 & -7.30982 \times 10^{-3} & 7.3006 \times 10^{-4} \\ -7.30982 \times 10^{-3} & 7.9799 \times 10^{-5} & -1.23713 \times 10^{-4} \\ 7.3006 \times 10^{-4} & -1.23713 \times 10^{-4} & 4.6576 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 220 \\ 36.768 \\ 9.965 \end{pmatrix}$$

- a) Estime os coeficientes de regressão do modelo especificado anteriormente.
- b) Qual é o valor previsto do índice de absorção y , quando $x_1 = 20$ e $x_2 = 50$?
2. Um estatístico está investigando como a quantidade de conversão de um produto proveniente de uma matéria-prima (y) depende da temperatura de reação (x_1) e do tempo de reação (x_2). Ele desenvolveu os seguintes modelos de regressão:

1. $\hat{y} = 100 + 2x_1 + 4x_2$
2. $\hat{y} = 95 + 1.5x_1 + 3x_2 + 2x_1x_2$

Ambos os modelos foram construídos para a faixa $0.5 \leq x_2 \leq 10$.

- a) Qual é o valor previsto da conversão, quando $x_2 = 2$? Repita esse cálculo para $x_2 = 8$. Desenhe um gráfico dos valores previstos para ambos os modelos de conversão. Comente o efeito do termo de interação no modelo 2.
- b) Encontre a variação esperada na conversão média para uma variação unitária na temperatura x_1 para o modelo 1, quando $x_2 = 5$. Essa grandeza depende do valor específico do tempo selecionado de reação? Por quê?

- c) Encontre a variação esperada na conversão média para uma variação unitária na temperatura x_1 para o modelo 2, quando $x_2 = 5$. Repita esse cálculo para $x_2 = 2$ e $x_2 = 8$. O resultado depende do valor selecionado para x_2 ? Por quê?
3. Você ajustou um modelo de regressão linear múltipla, sendo a matriz $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ dada por:

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{pmatrix} 0.893758 & -0.0282448 & -0.0175641 \\ -0.028245 & 0.0013329 & 0.0001547 \\ -0.017564 & 0.0001547 & 0.0009108 \end{pmatrix}$$

- a) Quantas variáveis regressoras existem nesse modelo?
- b) Qual será a estimativa de σ^2 ?
- c) Qual é o erro-padrão do coeficiente de regressão $\hat{\beta}_1$?
4. Considere o modelo de regressão linear simples:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

Foram obtidas as seguintes observações e resíduos correspondentes após ajustar o modelo:

X	Y	e
1	2	-0.5
2	3	0.2
3	5	1.0
4	4	-1.2
5	6	0.5

- a) Calcule os valores ajustados \hat{y}_i para cada observação.
- b) Construa um gráfico de resíduos versus valores ajustados \hat{y}_i . Comente sobre qualquer padrão observado nos resíduos.
- c) Explique como a análise dos resíduos pode ser usada para verificar as suposições de homocedasticidade e normalidade dos erros no modelo de regressão.
5. Considere um modelo de regressão polinomial de ordem 2 para prever a variável dependente Y em função da variável independente X . O modelo é dado por:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \varepsilon$$

onde β_0 , β_1 , e β_2 são os coeficientes a serem estimados e ε é o termo de erro. Suponha que foram obtidas as seguintes observações:

X	Y
1	2
2	3
3	5
4	4
5	6

- a) Resolva o sistema de equações normais para encontrar os estimadores $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$ e $\hat{\beta}_2$.