

	UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS	
	Disciplina: Regressão I	
	Professor(a): Danilo Valadares	
	Discente:	Matrícula:
	Série/Turma :	Unidade:
Lista 3: Modelo de regressão múltipla		

### Instruções:

- O trabalho deverá ser entregue através da plataforma classaroom até o dia 20/05/2024. Não será permitida a entrega após essa data.
- Necessário demonstrar cada resultado.**

- Um modelo de regressão deve ser desenvolvido para prever a habilidade do solo de absorver contaminantes químicos. Foram obtidas dez observações do índice de absorção pelo solo ( $y$ ) e dois regressores:  $x_1$  = quantidade que pode ser extraída de minério de ferro e  $x_2$  = quantidade de bauxita. Desejamos ajustar o modelo  $Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$ . Algumas grandezas necessárias são:

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{pmatrix} 1.17991 & -7.30982 \times 10^{-3} & 7.3006 \times 10^{-4} \\ -7.30982 \times 10^{-3} & 7.9799 \times 10^{-5} & -1.23713 \times 10^{-4} \\ 7.3006 \times 10^{-4} & -1.23713 \times 10^{-4} & 4.6576 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 220 \\ 36.768 \\ 9.965 \end{pmatrix}$$

- Estime os coeficientes de regressão do modelo especificado anteriormente.
  - Qual é o valor previsto do índice de absorção  $y$ , quando  $x_1 = 20$  e  $x_2 = 50$ ?
- Um estatístico está investigando como a quantidade de conversão de um produto proveniente de uma matéria-prima ( $y$ ) depende da temperatura de reação ( $x_1$ ) e do tempo de reação ( $x_2$ ). Ele desenvolveu os seguintes modelos de regressão:
    - $\hat{y} = 100 + 2x_1 + 4x_2$
    - $\hat{y} = 95 + 1.5x_1 + 3x_2 + 2x_1x_2$

Ambos os modelos foram construídos para a faixa  $0.5 \leq x_2 \leq 10$ .

- Qual é o valor previsto da conversão, quando  $x_2 = 2$ ? Repita esse cálculo para  $x_2 = 8$ . Desenhe um gráfico dos valores previstos para ambos os modelos de conversão. Comente o efeito do termo de interação no modelo 2.
- Encontre a variação esperada na conversão média para uma variação unitária na temperatura  $x_1$  para o modelo 1, quando  $x_2 = 5$ . Essa grandeza depende do valor específico do tempo selecionado de reação? Por quê?

- c) Encontre a variação esperada na conversão média para uma variação unitária na temperatura  $x_1$  para o modelo 2, quando  $x_2 = 5$ . Repita esse cálculo para  $x_2 = 2$  e  $x_2 = 8$ . O resultado depende do valor selecionado para  $x_2$ ? Por quê?
3. Você ajustou um modelo de regressão linear múltipla, sendo a matriz  $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$  dada por:

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{pmatrix} 0.893758 & -0.0282448 & -0.0175641 \\ -0.028245 & 0.0013329 & 0.0001547 \\ -0.017564 & 0.0001547 & 0.0009108 \end{pmatrix}$$

- a) Quantas variáveis regressoras existem nesse modelo?
- b) Qual será a estimativa de  $\sigma^2$ ?
- c) Qual é o erro-padrão do coeficiente de regressão  $\hat{\beta}_1$ ?
4. Considere o modelo de regressão linear simples:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

Foram obtidas as seguintes observações e resíduos correspondentes após ajustar o modelo:

$X$	$Y$	$e$
1	2	-0.5
2	3	0.2
3	5	1.0
4	4	-1.2
5	6	0.5

- a) Calcule os valores ajustados  $\hat{y}_i$  para cada observação.
- b) Construa um gráfico de resíduos versus valores ajustados  $\hat{y}_i$ . Comente sobre qualquer padrão observado nos resíduos.
- c) Explique como a análise dos resíduos pode ser usada para verificar as suposições de homocedasticidade e normalidade dos erros no modelo de regressão.
5. Considere um modelo de regressão polinomial de ordem 2 para prever a variável dependente  $Y$  em função da variável independente  $X$ . O modelo é dado por:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \varepsilon$$

onde  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ , e  $\beta_2$  são os coeficientes a serem estimados e  $\varepsilon$  é o termo de erro. Suponha que foram obtidas as seguintes observações:

$X$	$Y$
1	2
2	3
3	5
4	4
5	6

- a) Resolva o sistema de equações normais para encontrar os estimadores  $\hat{\beta}_0$ ,  $\hat{\beta}_1$  e  $\hat{\beta}_2$ .