

# IEE062: Estatística Multivariada II

## Exercício Escolar II

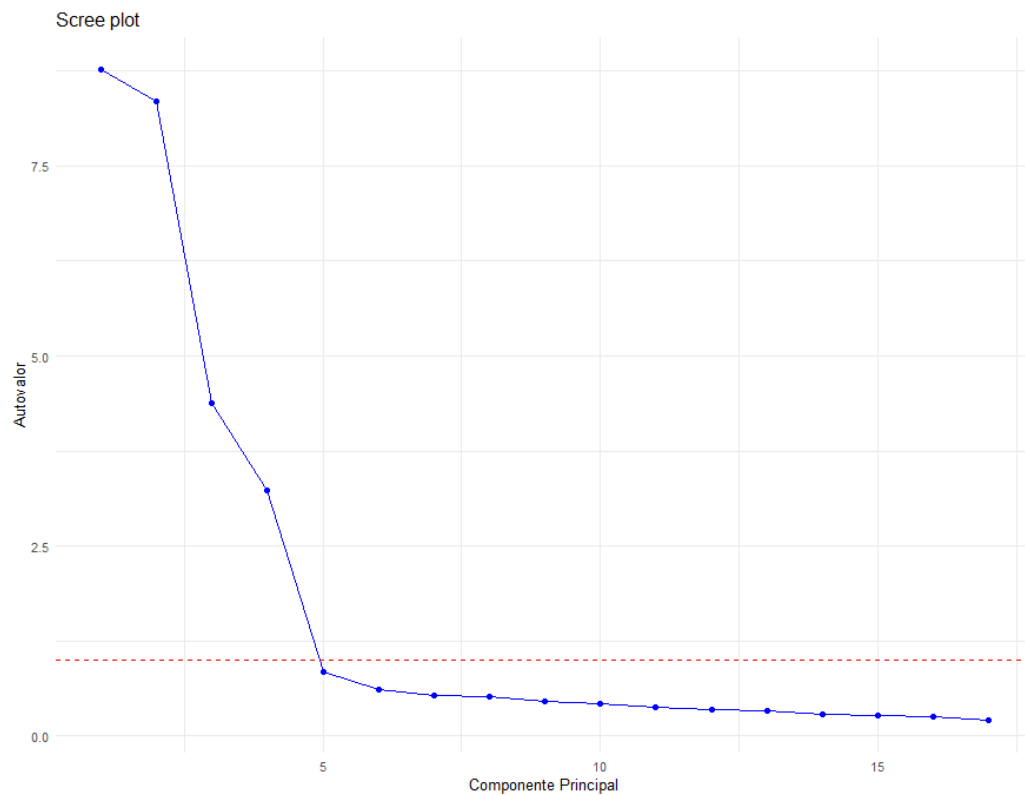
Maria Nilza de Sousa Ramos

Entrega: 06/2024

### **Análise Fatorial Exploratória**

O arquivo MBA\_CAR contém um tamanho de amostra, com respeito a avaliações e preferências de 10 automóveis distintos, de 303 pessoas. As técnicas de análise fatorial visa identificar as variáveis representativas mantendo a natureza das variáveis originais. Dessa forma, aplicou-se esta técnica de estatística multivariada nos dados com ajuda do python. Ao fazer o teste de esfericidade de Barlett obtemos o valor do qui-quadrado como sendo aproximadamente 3445, esse valor vem da comparação da matriz de correlação com a matriz identidade, quanto maior o qui-quadrado maior é a diferença. Ao obtermos um valor de qui-quadrado tão alto, temos um alinhamento pelo p-valor ter dado zero. Ou seja, com este teste rejeitamos a hipótese nula de que a matriz de correlações é uma matriz identidade, e podemos prosseguir para a análise fatorial, cuja uma das necessidades é a existência de um certo grau de colinearidade e correlações não nulas. O critério de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) é uma forma alternativa para verificar se a técnica de análise fatorial está sendo utilizada de forma adequada. Ao verificar se a matriz de correlação inversa é próxima da matriz diagonal. Essa medida traz uma praticidade por ter resultados pertencentes ao intervalo (0,1), onde 1 demonstra o melhor grau de adequação da amostra possível e abaixo de 0.6 demonstra inadequação. O valor do KMO para o conjunto de dados estudado neste trabalho foi bom, tendo como resultado o valor 0.87. Para a extração de Cargas Fatoriais foram utilizados dois métodos diferentes: a de Análise de Componente Principal (ACP) e o da Análise Fatorial (AF). Porém, assim que se deu início tanto pelo ACP quando por AF foi tido apenas três autovalores superiores a 1, optou-se então por manter três componentes.

Figura 1: Valores dos 16 autovalores, separados entre os maiores que 1 pela linha vermelha.



A variância acumulada explicada para os 3 primeiros fatores foram de 68,73% para o método de componente principal e 91,71% para o de análise fatorial. Os escores fatoriais foram calculados pelo método de regressão e de componentes principais. O escores fatoriais calculados indicam alta correlação com os fatores, confirmando a robustez dos modelos.

## Resultados

### (a) Teste de Esfericidade de Bartlett

Os resultados do teste de esfericidade de Bartlett são os seguintes:

- $\chi^2$ : 3431.764
- $p$ -valor: 0
- Graus de liberdade: 136

### (b) Critério de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO)

Os resultados do teste KMO são:

- MSA geral: 0.87
- MSA para cada item:
  - CAR: 0.40
  - X1: 0.91
  - X2: 0.83
  - X3: 0.89
  - X4: 0.71
  - X5: 0.93
  - X6: 0.93
  - X7: 0.82
  - X8: 0.70
  - X9: 0.91
  - X10: 0.81
  - X11: 0.90
  - X12: 0.89
  - X13: 0.86
  - X14: 0.89
  - X15: 0.92
  - X16: 0.85

### (c) Métodos de Extração das Cargas Fatoriais

#### Componentes Principais (PCA):

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	h2	u2	com
CAR	-0.02	-0.09	-0.19	0.94	0.02	0.92	0.079	1.1
X1	0.87	0.00	0.21	-0.01	0.07	0.81	0.189	1.1
X2	0.13	0.60	-0.44	0.14	-0.28	0.67	0.331	2.6
X3	0.66	0.28	-0.46	-0.16	-0.04	0.75	0.250	2.4
X4	0.05	0.41	0.80	0.05	-0.23	0.86	0.141	1.7
X5	0.73	0.30	0.22	0.10	-0.06	0.68	0.321	1.6
X6	0.89	0.10	-0.06	-0.11	0.15	0.83	0.168	1.1
X7	0.16	0.70	-0.37	-0.27	-0.10	0.73	0.273	2.0
X8	0.06	0.46	0.77	0.04	-0.26	0.88	0.124	1.9

X9	0.87	0.06	0.16	-0.08	0.08	0.80	0.196	1.1
X10	-0.07	0.74	-0.38	0.12	-0.23	0.75	0.245	1.8
X11	0.80	0.07	-0.25	0.24	0.12	0.78	0.222	1.5
X12	-0.68	0.57	-0.02	0.08	0.15	0.82	0.180	2.1
X13	-0.25	0.68	0.37	0.03	0.39	0.81	0.188	2.6
X14	0.71	-0.02	0.48	0.16	0.08	0.77	0.227	1.9
X15	0.84	0.12	-0.23	0.01	0.11	0.79	0.210	1.2
X16	-0.46	0.67	-0.01	0.02	0.38	0.80	0.199	2.4

#### Análise Fatorial (FA):

	MR1	MR2	MR3	MR4	MR5	h2	u2	com
CAR	-0.02	-0.08	-0.15	0.63	-0.03	0.43	0.57	1.2
X1	0.86	0.02	0.20	-0.01	0.09	0.79	0.21	1.1
X2	0.12	0.50	-0.41	0.10	-0.09	0.45	0.55	2.2
X3	0.64	0.24	-0.45	-0.15	-0.08	0.70	0.30	2.3
X4	0.05	0.45	0.74	0.02	-0.15	0.77	0.23	1.8
X5	0.69	0.29	0.17	0.09	-0.04	0.60	0.40	1.5
X6	0.88	0.10	-0.08	-0.12	0.13	0.81	0.19	1.1
X7	0.15	0.63	-0.39	-0.23	-0.11	0.64	0.36	2.2
X8	0.06	0.50	0.73	0.01	-0.20	0.83	0.17	2.0
X9	0.86	0.07	0.14	-0.08	0.09	0.78	0.22	1.1
X10	-0.07	0.67	-0.40	0.12	-0.20	0.67	0.33	1.9
X11	0.78	0.06	-0.25	0.27	0.05	0.75	0.25	1.5
X12	-0.68	0.56	-0.07	0.08	0.14	0.80	0.20	2.1
X13	-0.24	0.64	0.28	0.01	0.22	0.60	0.40	1.9
X14	0.69	0.01	0.46	0.15	0.08	0.72	0.28	1.9
X15	0.83	0.11	-0.23	0.02	0.04	0.75	0.25	1.2
X16	-0.45	0.63	-0.06	0.02	0.32	0.71	0.29	2.4

#### (d) Rotação: Sem Rotação, Rotação Ortogonal e Rotação Oblíqua

##### Sem Rotação (PCA):

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5
SS loadings	5.93	3.19	2.56	1.13	0.65
Proportion Var	0.35	0.19	0.15	0.07	0.04
Cumulative Var	0.35	0.54	0.69	0.75	0.79
Proportion Explained	0.44	0.24	0.19	0.08	0.05
Cumulative Proportion	0.44	0.68	0.87	0.95	1.00

### Rotação Ortogonal (Varimax):

	RC1	RC2	RC3	RC5	RC4
SS loadings	5.52	2.52	2.28	1.99	1.15
Proportion Var	0.32	0.15	0.13	0.12	0.07
Cumulative Var	0.32	0.47	0.61	0.72	0.79
Proportion Explained	0.41	0.19	0.17	0.15	0.09
Cumulative Proportion	0.41	0.60	0.77	0.91	1.00

### Rotação Oblíqua (Oblimin):

	TC1	TC2	TC3	TC5	TC4
SS loadings	5.43	2.44	2.23	2.21	1.15
Proportion Var	0.32	0.14	0.13	0.13	0.07
Cumulative Var	0.32	0.46	0.59	0.72	0.79
Proportion Explained	0.40	0.18	0.17	0.16	0.09
Cumulative Proportion	0.40	0.58	0.75	0.91	1.00

## (e) Comunalidades e Variâncias Específicas

### PCA:

- Comunalidades:

CAR	X1	X2	X3	X4	X5	X6
0.9207779	0.8113086	0.6692605	0.7503860	0.8593623	0.6793091	0.8323423
X13	X14	X15	X16			
0.8122151	0.7726069	0.7898475	0.8006057			

- Variâncias Específicas:

CAR	X1	X2	X3	X4	X5	X6
0.07922214	0.18869138	0.33073952	0.24961398	0.14063767	0.32069088	0.1670
X12	X13	X14	X15	X16		
0.17975482	0.18778491	0.22739308	0.21015248	0.19939430		

### FA:

- Comunalidades:

CAR	X1	X2	X3	X4	X5	X6
0.4312996	0.7895555	0.4532624	0.6974791	0.7708500	0.6037642	0.8136290
X13	X14	X15	X16			
0.5978164	0.7152618	0.7472310	0.7084582			

- Variâncias Específicas:

CAR	X1	X2	X3	X4	X5	X6
0.5687004	0.2104445	0.5467376	0.3025209	0.2291500	0.3962358	0.1863710
X13	X14	X15	X16			
0.4021836	0.2847382	0.2527690	0.2915418			

## (f) Matriz Residual

PCA:

	CAR	X1	X2	X3	X4	X5
CAR	0.079222144	0.014129771	-0.06693521	0.050005079	0.020070207	-0.024777338
X1	0.014129771	0.188691381	0.02448902	-0.017293268	0.001877440	-0.038755565
X2	-0.066935212	0.024489016	0.33073952	-0.046654748	-0.028366249	-0.048318621
X3	0.050005079	-0.017293268	-0.04665475	0.249613981	0.030168316	-0.009762555
X4	0.020070207	0.001877440	-0.02836625	0.030168316	0.140637666	-0.024075308
X5	-0.024777338	-0.038755565	-0.04831862	-0.009762555	-0.024075308	0.320690882
X6	0.025219792	-0.017055789	0.01794636	-0.012014218	0.009190599	-0.047943824
X7	0.094364524	-0.007604681	-0.14138868	-0.046476923	0.014957997	-0.005996063
X8	0.012769838	-0.016248158	-0.01694564	0.029471491	-0.066996789	-0.062650552
X9	0.007704406	0.025838900	0.03928012	-0.053715287	-0.023328726	-0.044214660
X10	-0.035422417	0.013390896	-0.13545142	-0.055531558	-0.035146714	-0.029081347
X11	-0.074291115	-0.039660504	-0.02861414	-0.064684606	0.020404078	0.019052088
X12	-0.010814192	0.023896367	-0.01385389	0.025996632	0.006074851	0.023543365
X13	0.008609447	-0.029146784	0.01982103	0.034182681	-0.025545139	-0.010978250
X14	-0.029538302	-0.054129907	0.04887454	0.002031521	-0.059786892	-0.076736948
X15	0.003106641	-0.047686498	-0.03171003	-0.012056103	0.044011547	-0.056788682
X16	-0.017429245	0.028338135	0.05702467	-0.021729021	0.018506871	0.004588418
	X9	X10	X11	X12	X13	X14
CAR	0.007704406	-0.035422417	-0.074291115	-0.010814192	0.008609447	-0.0295383
X1	0.025838900	0.013390896	-0.039660504	0.023896367	-0.029146784	-0.0541299
X2	0.039280123	-0.135451415	-0.028614142	-0.013853888	0.019821034	0.0488745
X3	-0.053715287	-0.055531558	-0.064684606	0.0259966316	0.034182681	0.0020315

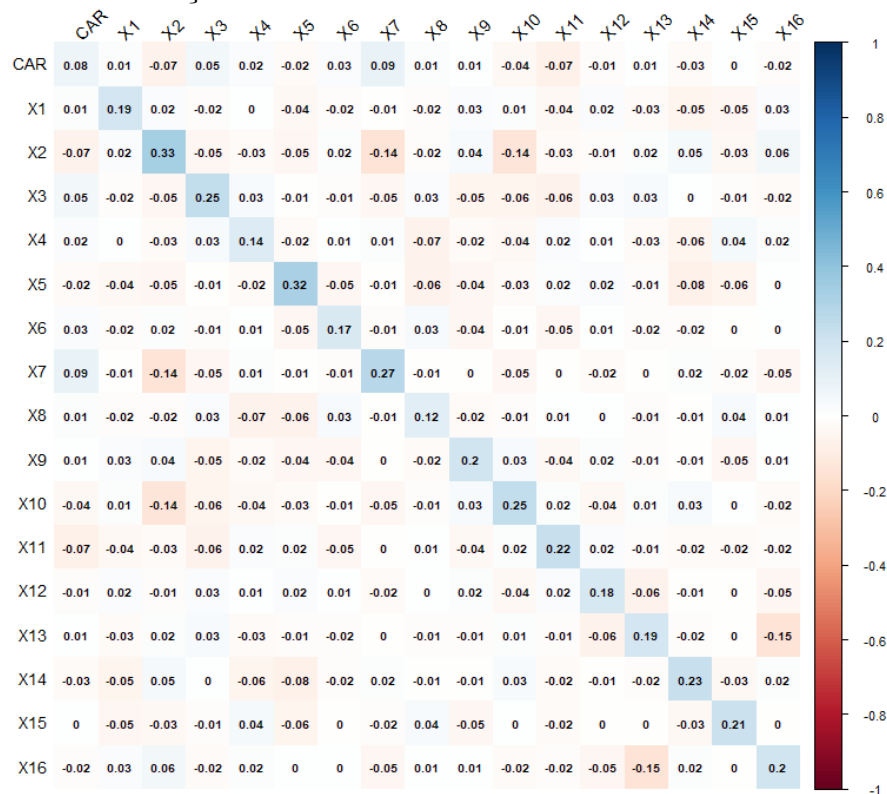
X4	-0.023328726	-0.035146714	0.020404078	0.0060748514	-0.025545139	-0.0597868
X5	-0.044214660	-0.029081347	0.019052088	0.0235433652	-0.010978250	-0.0767369
X6	-0.043243670	-0.006945275	-0.046809976	0.0099288215	-0.017199983	-0.0161010
X7	-0.003971531	-0.048761970	-0.001204842	-0.0217769997	-0.002050442	0.0168807
X8	-0.024051347	-0.012719728	0.007859629	0.0002454933	-0.011146913	-0.0077373
X9	0.195862314	0.031469477	-0.037002113	0.0166208660	-0.013869015	-0.0053884
X10	0.031469477	0.245325638	0.015684628	-0.0359476877	0.011970721	0.0342207
X11	-0.037002113	0.015684628	0.221565968	0.0200834768	-0.011315862	-0.0237588
X12	0.016620866	-0.035947688	0.020083477	0.1797548183	-0.061710052	-0.0081252
X13	-0.013869015	0.011970721	-0.011315862	-0.0617100518	0.187784914	-0.0166244
X14	-0.005388442	0.034220735	-0.023758822	-0.0081252619	-0.016624437	0.2273930
X15	-0.049520222	0.002492805	-0.021039496	-0.0016437928	-0.003737868	-0.0335595
X16	0.009546606	-0.020175584	-0.015642655	-0.0481123607	-0.147101244	0.0156385

FA:

	CAR	X1	X2	X3	X4	
CAR	0.568700356	1.072481e-02	0.003536344	0.0070514074	0.004545703	-0.006766
X1	0.010724807	2.104445e-01	0.004882467	0.0014733045	0.012291128	0.005986
X2	0.003536344	4.882467e-03	0.546737613	0.0255897052	-0.005808141	-0.011731
X3	0.007051407	1.473304e-03	0.025589705	0.3025208572	-0.003304393	0.013171
X4	0.004545703	1.229113e-02	-0.005808141	-0.0033043930	0.229150022	0.027698
X5	-0.006766563	5.986146e-03	-0.011731404	0.0131713458	0.027698745	0.396235
X6	0.003925550	-7.003248e-05	0.004311581	0.0152419776	-0.006399266	-0.015898
X7	-0.003820345	-7.675961e-03	-0.028737764	0.0004262118	0.005694537	0.009599
X8	-0.004764120	-7.910759e-03	0.016933642	0.0011840735	0.001772365	-0.017146
X9	-0.019278383	4.760359e-02	0.024746760	-0.0302197102	-0.015103304	0.000367
X10	-0.001417756	3.428210e-03	0.020322531	-0.0288528621	-0.016623485	-0.014733
X11	-0.009132460	-1.255848e-02	-0.016741490	-0.0264946625	-0.004721021	0.046658
X12	0.009582788	7.070450e-03	-0.003047630	0.0166178828	0.007197848	0.006560
X13	0.004823928	-2.187519e-02	-0.037141321	0.0101027755	-0.004477910	0.007270
X14	0.008131884	-1.990918e-02	0.004682682	0.0023867477	-0.021706003	-0.019365
X15	0.010941090	-2.039523e-02	-0.021041106	0.0256187450	0.016236487	-0.026126
X16	-0.009649583	1.130840e-02	0.035585900	-0.0195892742	0.002983754	-0.007013
	X9	X10	X11	X12	X13	
CAR	-0.0192783830	-0.001417756	-0.009132460	0.0095827876	0.0048239283	0.00813
X1	0.0476035882	0.003428210	-0.012558483	0.0070704498	-0.0218751861	-0.01990
X2	0.0247467598	0.020322531	-0.016741490	-0.0030476301	-0.0371413209	0.00468
X3	-0.0302197102	-0.028852862	-0.026494662	0.0166178828	0.0101027755	0.00238
X4	-0.0151033039	-0.016623485	-0.004721021	0.0071978484	-0.0044779101	-0.02170
X5	0.0003675711	-0.014733130	0.046658419	0.0065609811	0.0072706178	-0.01936
X6	-0.0253599124	-0.015186470	-0.008756671	0.0007823421	0.0016491409	0.00760

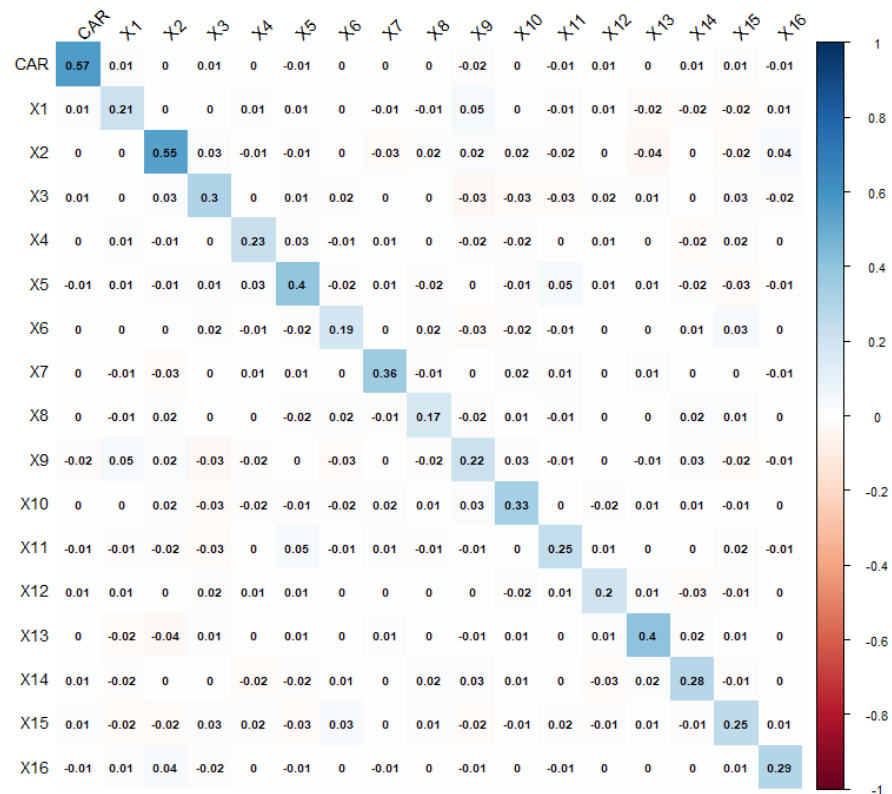
X7	0.0043975084	0.018656970	0.011382072	-0.0007067625	0.0139699278	-0.00496
X8	-0.0169300031	0.006226021	-0.014341775	0.0008564629	0.0001172257	0.02220
X9	0.2185331055	0.025307716	-0.007787455	-0.0002549713	-0.0053713577	0.02648
X10	0.0253077155	0.330831822	0.002805873	-0.0156807747	0.0051051573	0.00820
X11	-0.0077874547	0.002805873	0.249187253	0.0071985295	0.0014271296	-0.00375
X12	-0.0002549713	-0.015680775	0.007198530	0.2000433723	0.0113360651	-0.02535
X13	-0.0053713577	0.005105157	0.001427130	0.0113360651	0.4021835700	0.01657
X14	0.0264885622	0.008201819	-0.003752996	-0.0253522388	0.0165721376	0.28473
X15	-0.0200774339	-0.006760613	0.018953186	-0.0118468825	0.0082830171	-0.01032
X16	-0.0055658898	-0.001406057	-0.007156682	-0.0042069976	-0.0042554417	0.00311

Matriz de Correlação da PCA



Matriz de Correlação da FA





## (g) Variância Explicada

PCA:

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5
SS loadings	5.93	3.19	2.56	1.13	0.65
Proportion Var	0.35	0.19	0.15	0.07	0.04
Cumulative Var	0.35	0.54	0.69	0.75	0.79
Proportion Explained	0.44	0.24	0.19	0.08	0.05
Cumulative Proportion	0.44	0.68	0.87	0.95	1.00

FA:

	MR1	MR2	MR3	MR4	MR5
SS loadings	5.67	2.86	2.28	0.63	0.35
Proportion Var	0.33	0.17	0.13	0.04	0.02
Cumulative Var	0.33	0.50	0.64	0.67	0.69
Proportion Explained	0.48	0.24	0.19	0.05	0.03
Cumulative Proportion	0.48	0.72	0.92	0.97	1.00

## (h) Escores Fatoriais

### Método da Regressão:

#### Measures of factor score adequacy

	MR1	MR2	MR3	MR4	MR5
Correlation of (regression) scores with factors	0.98	0.95	0.95	0.78	0.75
Multiple R square of scores with factors	0.96	0.91	0.90	0.60	0.56
Minimum correlation of possible factor scores	0.92	0.81	0.80	0.21	0.12

### Método dos Componentes:

#### Measures of factor score adequacy

	MR1	MR2	MR5	MR3	MR4
Correlation of (regression) scores with factors	0.98	0.93	0.94	0.95	0.78
Multiple R square of scores with factors	0.95	0.86	0.88	0.91	0.61
Minimum correlation of possible factor scores	0.91	0.72	0.76	0.81	0.21

A comparação entre os métodos indica que para os quatro primeiros fatores ambos produzem escores fatoriais com alta correlação com os fatores latentes, apresentando desempenho praticamente equivalente. Entretanto, para o quinto fator observa-se diferença substancial: o método da regressão apresenta correlação de 0,75 e  $R^2$  de 0,56, enquanto o método dos componentes apresenta correlação de 0,94 e  $R^2$  de 0,88, indicando que este último fornece uma estimação muito mais estável e representativa para o quinto fator. Assim, conclui-se que os métodos são equivalentes para os fatores principais, mas o método dos componentes apresenta melhor desempenho na estimação do fator de menor ordem.