

Exercícios resolvidos da Ficha 9

Exercício 4

Considere a seguinte definição na linguagem de programação funcional estudada:

$$\text{letrec map} \equiv \lambda f. \lambda l. \text{listcase } l \text{ of } (\text{nil}, \lambda h. \lambda t. f \ h :: \text{map } f \ t) \ \dots$$

1. Apresente a avaliação CBN da expressão $\text{letrec map} \equiv \dots \text{ in map } (\lambda x. 2 * x) (7 :: \text{nil})$ até à sua forma canónica.
2. No âmbito da semântica CBN que estudou, a lista infinita de números naturais pode ser codificada por $\text{letrec map} \equiv \dots \text{ in rec } (\lambda l. 0 :: \text{map } (\lambda x. x + 1) l)$
Apresente uma definição alternativa para a lista de naturais chamada **natlist**.

Resolução

1. Sequência de redução seguindo a estratégia CBN. Começa-se por traduzir o açúcar sintático.

$$\begin{aligned} \text{letrec map} &\equiv \lambda f. \lambda l. \text{listcase } l \text{ of } (\text{nil}, \lambda h. \lambda t. f \ h :: \text{map } f \ t) \text{ in map } (\lambda x. 2 * x) (7 :: \text{nil}) \\ &\doteq \text{let map} \equiv \underbrace{\text{rec } (\lambda \text{map}. \lambda f. \lambda l. \text{listcase } l \text{ of } (\text{nil}, \lambda h. \lambda t. f \ h :: \text{map } f \ t))}_{\mathbf{F}} \text{ in map } (\lambda x. 2 * x) (7 :: \text{nil}) \\ &\doteq (\lambda \text{map}. \text{map } (\lambda x. 2 * x) (7 :: \text{nil})) (\text{rec } \mathbf{F}) \\ &\rightarrow (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) (7 :: \text{nil}) \\ &\rightarrow \mathbf{F} (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) (7 :: \text{nil}) \\ &\rightarrow^3 \text{listcase } (7 :: \text{nil}) \text{ of } (\text{nil}, \lambda h. \lambda t. (\lambda x. 2 * x) \ h :: (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) \ t) \\ &\rightarrow (\lambda h. \lambda t. (\lambda x. 2 * x) \ h :: (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) \ t) \ 7 \ \text{nil} \\ &\rightarrow^2 (\lambda x. 2 * x) \ 7 :: (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) \ \text{nil} \quad \textbf{forma canónica CBN} \end{aligned}$$

2. Lista de números naturais.

$$\begin{aligned} \text{letrec map} &\equiv \dots \text{ in} \\ \text{letrec natlist} &\equiv 0 :: \text{map } (\lambda x. x + 1) \text{ natlist in} \\ \text{natlist} \end{aligned}$$