

# Semântica das Linguagens de Programação

1º Teste (4 de Abril de 2017)

**Questão 1** Seja  $P$  o seguinte programa da linguagem WHILE:

$$x := 1; \textbf{while } x \leq b \textbf{ do } \{ y := y + a; x := x + 1 \}$$

Recorrendo à semântica de transições (*small-step*) simule a execução do programa  $P$  a partir do estado inicial  $s$  em que  $s a = 10$ ,  $s b = 1$  e as restantes variáveis têm valor 0. Apresente as árvores de prova que justificam as 4 primeiras transições.

**Questão 2** Pretende-se estender a linguagem WHILE com uma nova forma de ciclo de acordo com a seguinte sintaxe abstracta:

$$\mathbf{Stm} \ni C ::= \dots \mid \textbf{repeat } C \textbf{ until } b$$

A descrição informal da semântica deste comando é a seguinte: *O comando  $C$  é executado repetidamente enquanto o valor da expressão  $b$  for falso, sendo o teste feito depois da execução do comando.*

1. Especifique formalmente o comportamento deste novo ciclo, escrevendo regras apropriadas para a *semântica natural* da linguagem. As regras não devem fazer referência a outros ciclos.
2. Uma propriedade expectável é a *equivalência* entre os dois comandos seguintes:

$$\textbf{repeat } C \textbf{ until } b \qquad \text{e} \qquad C ; \textbf{while } \neg b \textbf{ do } C$$

Escreva formalmente essa propriedade e, tendo em conta as regras que propôs, demonstre uma das implicações (à sua escolha) envolvidas na prova dessa equivalência.

3. Proponha uma regra da Lógica de Hoare para os ciclos **repeat  $C$  until  $b$**  (sem recorrer a outras formas de ciclo) e prove a sua correcção tendo em conta a alínea anterior.

**Questão 3** Sejam  $P_1, P_2 \in \mathbf{Stm}$  os seguintes programas da linguagem WHILE:

$$\begin{array}{l|l} P_1 \equiv \begin{array}{l} x := 1; \\ \textbf{if } \neg(y = x) \textbf{ then } \{ y := x + x; z := y \} \\ \textbf{else } z := x * x \end{array} & P_2 \equiv \begin{array}{l} x := 1; \\ \textbf{if } (y = 1) \textbf{ then } z := 1; \\ \textbf{else } \{ y := 2; z := 2 \} \end{array} \end{array}$$

1. Com base na noção de equivalência de programas e no processo de compilação para a máquina abstracta AM, comente a seguinte frase: “O programa  $P_2$  é uma optimização do programa  $P_1$ ”. Apresente uma justificação formal das afirmações que fizer no seu comentário.
2. Apresente a *interpretação denotacional* do programa  $P_1$ .