

Ficha 4

Semântica das Linguagens de Programação

2019/20

1. Considere o seguinte programa P da linguagem **While**:

```
x := x + y;  
y := x - y;  
x := x - y;
```

Construa uma prova do seguinte triplo de Hoare:

$$\{x > 0 \wedge y > 0 \wedge x = x_0 \wedge y = y_0\} P \{x = y_0 \wedge y = x_0\}$$

2. Relembre a questão da Ficha 1 em que se estendia a linguagem **While** com ciclos *for*:

$$\mathbf{Stm} \ni C ::= \dots \mid \mathbf{for} (C_1; b; C_3) \mathbf{do} C_2$$

com a seguinte semântica informal

O comando C_1 é executado; em seguida, a expressão booleana b é testada, e caso seja verdadeira é executada uma iteração de C_2 , seguida de C_3 , seguida de novo teste de b ; enquanto b for verdadeiro são executadas iterações de C_2 seguido de C_3 ; se b for falso termina a execução.

- (a) Escreva uma ou mais regras da lógica de Hoare para esta forma de ciclo.
- (b) Prove a correcção das regras que escreveu usando os seguintes métodos (alternativos)
 - i. directamente utilizando a noção de *regra derivada* na lógica de Hoare, tendo em conta a equivalência provada na Ficha 1

$$\mathbf{for} (C_1; b; C_3) \mathbf{do} C_2 \quad \text{e} \quad C_1; \mathbf{while} b \mathbf{do} \{C_2; C_3\}$$

- ii. utilizando as regras de semântica operacional que definiu para estes ciclos

3. Considere o seguinte programa que calcula o quadrado de um número natural.

```
r := 0;
i := 0;
a := 1;
while i < x do {
  i := i + 1;
  r := r + a;
  a := a + 2
}
```

- (a) Escreva a especificação descreva de forma adequada o que este programa faz, e encontre um invariante do ciclo que lhe permita provar a correcção do programa face à especificação.
- (b) Determine um variante que lhe permita provar a correcção total e apresenta a prova.

4. Considere o seguinte programa E da linguagem **While**

```
i := 1;
y := 1;
while i <= z do {
  y := y * x;
  i := i + 1
}
```

- (a) Escreva asserções ϕ e ψ tais que o triplo de Hoare $\{\phi\}E\{\psi\}$ descreva de forma adequada o que este programa faz.
- (b) Escreva também um invariante para o ciclo de E que seja suficiente para derivar o triplo, e apresenta a árvore de derivação.

5. Relembre o comando **do** C **while** b apresentado na Ficha 2 e o resultado de equivalência dos comandos

do C **while** b e C ; **while** b **do** C

Escreva a regra da lógica de Hoare para esta forma de ciclo e prove a sua correcção (sugestão: recorra à noção de regra derivada).