

# Ministeste de Métodos Probabilísticos para Engenharia Informática

18 de Outubro de 2015, 15:00

Duração: uma hora

Não repita código nas várias respostas do mesmo grupo de perguntas. Se uma variável for inicializada na resposta de uma alínea, pode usá-la na resposta de uma alínea posterior.

Nome: \_\_\_\_\_

Nº Mec.: \_\_\_\_\_

12.0 1) Duas variáveis aleatórias, X e Y, têm a seguinte distribuição de probabilidades conjunta:

$x \backslash y$	0	2	3
1	0.01	0.07	0.02
2	0.04	$\beta$	0.08
3	0.04	0.15	0.09
4	0.01	0.20	0.01

(Cada entrada da tabela contém o valor de  $P[X = x \cap Y = y]$ .)

1.5 1.a) Qual o valor de  $\beta$ ?

Resposta:  $\beta = 0,28$

Código matlab/octave:  $pY0 = 0,01 + 0,04 + 0,04 + 0,01;$   
 $pY2inc = 0,07 + 0,15 + 0,20;$   
 $pY3 = 0,02 + 0,08 + 0,09 + 0,01;$   
 $beta = 1 - pY0 - pY2 - pY3;$

2.0 1.b) Calcule as funções de probabilidade marginais de X e de Y.

Resposta:

$x$	$P[X = x]$
1	0,1
2	0,4
3	0,28
4	0,22

$y$	0	2	3
$P[Y = y]$	0,1	0,7	0,2

Código matlab/octave:  $pY2 = 0,07 + beta + 0,15 + 0,20;$   
 $pX1 = 0,01 + 0,07 + 0,02;$   
 $pX2 = 0,04 + beta + 0,08;$   
 $pX3 = 0,04 + 0,15 + 0,09;$   
 $pX4 = 0,01 + 0,20 + 0,01;$

2.0 1.c) Com base nas funções de probabilidade marginais, calcule a média e variância de X e de Y.

Resposta: média de X = 2,62      variância de X = 5,12  
              média de Y = 2      variância de Y = 2,6

Código matlab/octave:  $x = [1 \ 2 \ 3 \ 4];$   
 $px = [pX1 \ pX2 \ pX3 \ pX4];$   
 $y = [0 \ 2 \ 3];$   
 $py = [pY0 \ pY2 \ pY3];$   
 $mediaX = sum(x.*px);$   
 $mediaY = sum(y.*py);$   
 $varX = sum(x.^2.*px) - mediaX^2;$   
 $varY = sum(y.^2.*py) - mediaY^2;$

2.0 **1.d)** As variáveis X e Y são independentes? Justifique.

Resposta: não

Código matlab/octave (e justificação da resposta):

```
if p_x(1) * p_y(3) ~= 1
    disp('não');
end
```

Para serem independentes  $p(x, y) = p_x(x) p_y(y)$  e  $p_x(0) \times p_y(3) \neq 0,01$

3.0 **1.e)** Calcule a correlação, covariância e coeficiente de correlação entre Y e X.

Resposta: correlação= 0,1588 covariância= -5,0812

coef. corr.= -1,3927 → esta mal → tem que pertencer a  $[-1, 1]$  → não sei o que esta mal

Código matlab/octave:

```
cov = p_x(1) * p_y(0) * 0,01 + p_x(1) * p_y(2) * 0,07 + p_x(1) * p_y(3) * 0,02 + ...
      p_x(2) * p_y(0) * 0,04 + p_x(2) * p_y(2) * esta + p_x(2) * p_y(3) * 0,08 + ...
      p_x(3) * p_y(0) * 0,04 + p_x(3) * p_y(2) * 0,15 + p_x(3) * p_y(3) * 0,09 + ...
      p_x(4) * p_y(0) * 0,01 + p_x(4) * p_y(2) * 0,20 + p_x(4) * p_y(3) * 0,01 ;
```

$cov = cov - media X * media Y;$

$r_{xy} = cov / (\sqrt{var(x)} * \sqrt{var(y)});$

1.5 **1.f)** Calcule o valor esperado de  $Y^2 \sqrt{X+1}$ .

Resposta:  $E[Y^2 \sqrt{X+1}] =$  8,7521

Código matlab/octave:  $E = \sum (y.^2 .* p_y) * (media X + 1)^(1/2);$

- 8.0** **2)** Um conjunto de 4 países (Angola, Brasil, Chile e Dinamarca) faz ao longo do tempo trocas de mercadorias usando contentores. Todas as expedições (envio de contentores com mercadorias) são efectuadas no dia 1 de cada mês e o que nos interessa é a tonelagem de mercadoria transaccionada, em toneladas. As trocas comerciais, iniciadas em 1 de Janeiro de 2014, consistem em: Angola envia 10% do total da tonelagem existente em cada dia 1 para o Brasil, 5% para o Chile e 1% para a Dinamarca; O Brasil expede 10 % para cada um dos outros países (ou seja, no total 30%); Do Chile seguem para a Dinamarca 20%; A Dinamarca envia 50% para Angola, 10% para o Brasil e 10% para a Chile. Considere que no final de 2013 - ou seja antes da primeira expedição - a tonelagem de mercadoria em contentores em cada país é: Angola: 1 milhão de toneladas, Brasil: 2 milhões de toneladas, Chile: 10 milhões de toneladas, Dinamarca: 5 milhões de toneladas.

Assumindo, para simplificar, que a tonelagem é um número real, e que todos os contentores chegam ao destino em menos de 2 semanas, responda às seguintes questões:

- 2.5** **2.a)** Antes da expedição de 1 de Agosto de 2014, qual a tonelagem de contentores existente em cada um dos países?

Resposta: Angola \_\_\_\_\_ Chile \_\_\_\_\_  
Brasil \_\_\_\_\_ Dinamarca \_\_\_\_\_

Código matlab/octave:

- 2.5** **2.b)** Qual o valor máximo de tonelagem atingido em cada um dos países?

Resposta: Angola \_\_\_\_\_  
Brasil \_\_\_\_\_  
Chile \_\_\_\_\_  
Dinamarca \_\_\_\_\_

Código matlab/octave:

**3.0** **2.c)** Em que dia, no formato dia do mês e mês, passa a Dinamarca a ter menos de 2 milhões de toneladas disponíveis no seu território?

Resposta: \_\_\_\_\_

Código matlab/octave: