

**CUADERNILLO DE ACTIVIDADES DE RECUPERACIÓN****MATEMÁTICAS 4º ESO OPCIÓN B****ÍNDICE**

TEMA 1: NÚMERO REAL.....	4
TEMA 2: POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS.....	8
TEMA 3: ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS.....	15
TEMA 4: FUNCIONES.....	27
TEMA 5: TRIGONOMETRÍA.....	46
TEMA 6: GEOMETRÍA ANALÍTICA.....	53

I

**TEMA 1: NÚMERO REAL.**

1.- Expresa en forma decimal las siguientes fracciones e indica qué tipo de decimal has obtenido (exacto, puro o mixto):

$$\frac{3}{4}, \quad \frac{3}{7}, \quad \frac{5}{14}, \quad \frac{13}{25}, \quad \frac{17}{15}, \quad \frac{3}{22}$$

**Sol:** 0,75 exacto; 0,428571 puro; 0,3571428 mixto; 0,52 exacto; 1,13 mixto; 0,136 mixto.

2.- Pasa a fracción los siguientes números decimales, simplificando el resultado al máximo:

$$0,75, \quad 1,1\overline{8}, \quad 0,12\overline{3}, \quad 2,25, \quad 1,2\overline{3}, \quad 2.\overline{3}$$

**Sol:**  $\frac{3}{4}; \frac{13}{11}; \frac{37}{300}; \frac{9}{4}; \frac{37}{30}; \frac{7}{3}$

3.- Calcula las siguientes potencias repasando antes sus propiedades:

$$9^2, \quad (-9)^2, \quad -9^2, \quad 2^{-1}, \quad 3^{-2}, \quad (1/3)^0, \quad (1/3)^3, \quad (3/2)^{-1}, \quad 1.241^0$$

**Sol:** 81; 81; -81;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{9}$ ; 1;  $\frac{1}{27}$ ;  $\frac{2}{3}$ ; 1

4.- Pasa a potencia única:

$$7^{-2} \cdot 7^3, \quad 9^0 \cdot 9^3, \quad 10^{-20} \cdot 10^{-4}, \quad 10^{20} \div 10^4, \quad 9^{-2} \div 9^{-5}, \quad 7^{-2} \div 7^3, \quad (2^{-1})^{-3}$$

**Sol:**  $7; 9^3; 10^{-24}; 10^{16}; 9^3; 7^{-5}; 2^3$

5.- Calcula: a)  $\frac{2^0 \cdot 2^{-1} \cdot (-2)^3}{2^{-2} \cdot (-2)^2 \cdot (-2)^{-2}}$

b)  $3^{-1} \cdot 3 - 3^0 + 1 - 25^1$

**Sol:** a) -16; b) -24

6.- Calcula, simplificando los resultados:

a)  $\left(3 - \frac{1}{5}\right) - \left(6 - \frac{3}{4}\right) + (-6 - 2)$

b)  $(-1 - 6) - \left(6 - \frac{1}{3}\right) + \left(1 - \frac{8}{5}\right)$

c)  $\frac{\left(2 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(6 + \frac{1}{2}\right)}{1 - \frac{1}{2}}$

d)  $\frac{3 - \frac{3}{4}}{\left(2 + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right)}$

**Sol:** a) -209/20, b) -199/15, c) 65/3, d) 225/176

7.- Halla la fracción generatriz de los siguientes números:

a)  $0,25$

b)  $2,7$

c)  $0,1\overline{6}$

d)  $12,3$

e)  $5,01\overline{6}$

**Sol:** a)  $\frac{1}{4}$ , b)  $\frac{27}{10}$ , c)  $\frac{16}{99}$ , d)  $\frac{37}{3}$ , e)  $\frac{2483}{495}$

8.- Expresa en notación científica estas cantidades:

a) La longitud del ecuador terrestre: 400.000.000 m

b) La velocidad de la luz: 300.000 Km/s

c) La masa del electrón: 0'000 000 000 000 000 000 000 000 910 8

d) Radio del universo: 15.000.000.000 años luz

e) Espesor de un billete de 5.000 ptas: 1 milímetro

**Sol:** a)  $4 \cdot 10^8$  m; b)  $3 \cdot 10^5$  km/s; c)  $9,108 \cdot 10^{-31}$ ; d)  $1,5 \cdot 10^{10}$  años luz; e)  $1 \cdot 10^{-3}$  m.

9.- Completa el siguiente cuadro:

Número	hasta las	Redondeo
5.47	décimas	
0.2435	milésimas	
3.48261	diezmilésimas	
1.3627895	millonésimas	

**Sol:** 5,5; 0,244; 3,4826; 1,362790

10.- Efectúa las siguientes operaciones:

$$a) \frac{2^5 \cdot 6^{-3} \cdot (-3)^8}{18^{-2} \cdot (-12)^3} \quad b) \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^{-2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{a}} \quad \text{Sol: a) } -\frac{3^6}{2^2}; b) \sqrt[3]{\frac{1}{a}}$$

11.- Efectúa las siguientes operaciones con calculadora y da el resultado en notación científica:

$$a) \frac{5,12 \cdot 10^3 \cdot 4,2 \cdot 10^7}{1,8 \cdot 10^{15}} \quad b) 4 \cdot 10^{13} - 7 \cdot 10^6 + 5,3 \cdot 10^{15} \quad \text{Sol: a) } 1,19 \cdot 10^{-4} \quad b) 5,34 \cdot 10^{15}$$

$$12.- \text{Calcula y simplifica: } \sqrt{32} - \frac{\sqrt{50}}{2} + \frac{5}{\sqrt{18}}. \quad \text{Solución: } \frac{7}{3}\sqrt{2}$$

13.- Expresa como una desigualdad y como un intervalo la siguiente frase: “x es un número mayor o igual que -3 y menor que 5”.

**Sol:** Como desigualdad:  $-3 \leq x < 5$ . Como intervalo:  $[-3, 5)$ .

14.- Simplifica los siguientes radicales:

$$a) \sqrt[3]{24}; b) \sqrt[6]{27}; c) \sqrt[3]{-108} \quad \text{Sol: a) } 2\sqrt[3]{3}; b) \sqrt{3}; c) -3\sqrt[3]{4}$$

15.- Racionaliza y simplifica el resultado:

$$a) \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{18}} \quad b) \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \quad \text{Sol: a) } \frac{\sqrt{6}}{3}; b) \frac{2-\sqrt{2}}{2}$$

16.- Realiza las siguientes operaciones con calculadora y da el resultado en notación científica:

$$a) \frac{2 \cdot 10^{-7} - 3 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^6 + 10^5} \quad b) \frac{60000^3 \cdot 0,00002^4}{100^2 \cdot 72000000 \cdot 0,0002^5} \quad \text{Sol: a) } -7,27 \cdot 10^{-12}; b) 1,5 \cdot 10^2$$

17.- Aproxima el número 560.856 a centenas, y el número 0'08532... a centésimas y a décimas. Da una acotación del error absoluto en los tres casos.

**Sol:** 560.900 con un error  $< 50$ ; 0,09 con un error  $< 0,005$ ; 0,1 con un error  $< 0,05$ .

18.- Para fotocopiar y encuadernar unos apuntes se consulta en dos tiendas:

- La 1ª cobra 400 céntimos por la encuadernación y 8 por cada fotocopia.

- La 2ª pide 300 céntimos por la encuadernación y 9 por cada fotocopia.

¿Cuál de las dos tiendas es más barata?

**Sol:** Para más de 100 fotocopias es más barata la 1ª.

19.- Para alquilar un local para celebrar una fiesta se consultan dos agencias:

- La agencia *Pásalobien* cobra 50 euros fijos más 10 euros por persona asistente.
- La agencia *Vayamarcha* pide 20 euros más 15 por cada participante en la fiesta.

a) ¿Cuál de ellas tiene la oferta de alquiler más ventajosa?

b) Si han confirmado su asistencia a la fiesta 14 personas, ¿cuál elegirías?

**Sol:** a) Para más de 6 personas es mejor la 1ª. b) La 1ª.

20.- Escribe mediante potencias de 10:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{300000}{(1000)^{-1}} & \text{b) } (0'00001)^{-2} \cdot 100 & \text{c) } \frac{37000000}{(100)^2} & \text{d) } \frac{2000 \cdot 5000}{10^{-2}} \\ \text{e) } \frac{4}{1000} \cdot \frac{0'25}{100000} & \text{f) } \frac{2'7}{100000} \cdot 10^{-2} & \text{g) } \frac{27000000}{(200)^{-2}} & \end{array}$$

**Sol:** a)  $3 \cdot 10^8$ , b)  $10^{12}$ , c)  $3'7 \cdot 10^3$ , d)  $10^9$ , e)  $10^{-8}$ , f)  $2'7 \cdot 10^{-7}$ , g)  $1'08 \cdot 10^{12}$

21.- Escribe mediante potencias de 10:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{300.000}{(1000)^{-1}} & \text{b) } (0'00001)^{-2} \cdot 100 & \text{c) } \frac{37000000}{(100)^2} \end{array}$$

**Sol:** a)  $3 \cdot 10^8$ ; b)  $10^{12}$ ; c)  $37 \cdot 10^2$

22.- Representa los siguientes números:  $7/3$  y  $3/5$ .

23.- Calcula:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \sqrt[3]{343} & \text{b) } \sqrt[4]{-3^4} & \text{c) } \sqrt[5]{-3^5} & \text{d) } \sqrt[4]{81} \end{array}$$

**Sol:** a) 7; b) No puede realizarse; c) -3; d) 3.

24.- Calcula:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } (-3)^2 & \text{d) } 9^{-1/2} & \text{f) } 9^{-5/2} & \text{h) } 16^{1/5} \\ \text{b) } (-5)^{-3} & \text{e) } 49^{3/2} & \text{g) } 4^{-0'5} & \\ \text{c) } -(4)^{-2} & & & \end{array}$$

**Sol:** a) 9; b) -1/125; c) -1/16; d)  $\pm 1/3$ ; e) 343; f) 1/243; g)  $\pm 1/2$ ; h) 64.

25.- Calcula las siguientes potencias:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (2\sqrt{6} - 3)^2 & \text{b) } (5 + 3\sqrt{2})^2 \end{array}$$

**Sol:** a)  $33 - 12\sqrt{6}$ ; b)  $43 + 30\sqrt{2}$

26.- Efectúa las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2\sqrt{2}) & \text{b) } (3\sqrt{5} - \sqrt{2})(5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}) \end{array}$$

**Sol:** a)  $1 - \sqrt{6}$ ; b)  $-40 + 17\sqrt{10}$ .

27.- Efectúa las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 2\sqrt{50} - 3\sqrt{40} - 5\sqrt{90} - 4\sqrt{128} - \sqrt{160} & \text{Sol: } -22\sqrt{2} - 25\sqrt{10} \\ \text{b) } 3\sqrt{18} + 5\sqrt{27} - 9\sqrt{512} - 4\sqrt{243} + \sqrt{726} + \sqrt{432} - \sqrt{54} & \text{Sol: } -135\sqrt{2} - 9\sqrt{3} + 8\sqrt{6} \end{array}$$

28.- Efectúa las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sqrt{8} - 3\sqrt{50} + 5\sqrt{98} + \sqrt{200} & \text{b) } \sqrt{27} + \sqrt{12} - 3\sqrt{75} - 4\sqrt{3} \end{array}$$

**Sol:** a)  $32\sqrt{2}$ ; b)  $-14\sqrt{3}$

29.- Calcular:

$$\text{a) } \left[ \left( -\frac{1}{3} \right)^4 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{b) } (3xy^2)^4$$

$$\text{c) } \left( x^{\frac{2}{3}} \cdot y \right)^3$$

**Sol:** a)  $1/9$ ; b)  $3^4 \cdot x^4 \cdot y^8$ ; c)  $x^2 \cdot y^3$ .

30.- Efectúa:

$$\frac{7}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} - \frac{3}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} \quad \text{Sol: } \frac{-5\sqrt{3} + 2\sqrt{7}}{2}$$

31.- Dibuja: a)  $\sqrt{10}$ ; b)  $\sqrt{13}$ ; c)  $\sqrt{6}$ ; d)  $\sqrt{17}$

32.- Reduce a mínimo común índice:

$$\text{a) } \sqrt{2^3}, \sqrt[3]{3^2}, \sqrt[4]{5^3} \quad \text{b) } \sqrt[3]{5^2}, \sqrt{7^3}, \sqrt[6]{5^5}.$$

**Sol:** a)  $\sqrt[12]{2^{18}}, \sqrt[12]{3^8}, \sqrt[12]{5^9}$ ; b)  $\sqrt[6]{5^4}, \sqrt[6]{7^9}, \sqrt[6]{5^5}$

33.- Reduce a mínimo común índice:

$$\text{a) } \sqrt[7]{2^2 \cdot 3^4 \cdot 7^5}, \sqrt[4]{3^5 \cdot 2^7} \quad \text{b) } \sqrt{5^3 \cdot 11^5}, \sqrt[6]{3^7 \cdot 10^3}$$

**Sol:** a)  $\sqrt[28]{2^8 \cdot 3^{16} \cdot 7^{20}}, \sqrt[28]{3^{35} \cdot 2^{49}}$ ; b)  $\sqrt[6]{5^9 \cdot 11^{15}}, \sqrt[6]{3^7 \cdot 10^3}$

34.- Ordena de menor a mayor las siguientes raíces:  $\sqrt{2}, \sqrt[5]{5}, \sqrt[3]{3}$  **Sol:**  $\sqrt[5]{5} < \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$

35.- Racionalizar: a)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ; b)  $\frac{6}{\sqrt{3}}$ ; c)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ ; d)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$ ; e)  $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$ ; f)  $\frac{1}{\sqrt[5]{5^3}}$

**Sol:** a)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ; b)  $2\sqrt{3}$ ; c)  $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ; d)  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ; e)  $\frac{\sqrt[3]{5^2}}{5}$ ; f)  $\frac{6\sqrt[5]{5^2}}{5}$

36.- Racionalizar: a)  $\frac{3}{\sqrt[5]{3^2}}$ ; b)  $\frac{2}{\sqrt[4]{2^3}}$ ; c)  $\frac{ab}{\sqrt[6]{a^2b^3}}$ . **Sol:** a)  $\sqrt[5]{3^3}$ ; b)  $\sqrt[4]{2}$ ; c)  $\sqrt[6]{a^4b^3}$

37.- Racionalizar: a)  $\frac{2}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ ; b)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$ ; c)  $\frac{1}{1 + \sqrt{2}}$ ; d)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 3}$ .

**Sol:** a)  $-2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ ; b)  $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2}$ ; c)  $\sqrt{2} - 1$ ; d)  $\frac{1 + \sqrt{3}}{-2}$

38.- Racionalizar: a)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}$ ; b)  $\frac{1}{\sqrt[5]{7}}$ ; c)  $\frac{4 - a^2}{\sqrt{2} - \sqrt{a}}$ .

**Sol:** a)  $\frac{5 + 2\sqrt{15}}{-7}$ ; b)  $\frac{\sqrt[5]{7^4}}{7}$ ; c)  $(2 + a)(\sqrt{a} + \sqrt{2})$

39.- Razona si son verdaderas o falsas las identidades:

a)  $\sqrt{x} \sqrt{y} = \sqrt[4]{xy}$ ; b)  $2\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{8x}$ ; c)  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ .

**Sol:** a) falsa; b) verdadera; c) falsa

40.- Simplificar, expresando con una sola potencia:

$$\frac{3^{-2} \cdot \sqrt[4]{3^3}}{3^{-4/3}} : \frac{\sqrt{3} \sqrt[5]{3^{-1}}}{3^{5/2}} \quad \text{Sol: } 3^{137/60}$$

41.- Efectúa los siguientes productos:

$$a) \sqrt[5]{16a^4bc^3} \cdot \sqrt[5]{8ab^3c^2} \cdot \sqrt[5]{64a^4b^3c^2}; \quad b) \sqrt[4]{27x^3y^2} \cdot \sqrt[4]{9x^2y^3} \cdot \sqrt[4]{3xy^3}$$

**Sol:** a)  $4abc\sqrt[5]{8a^4b^2c^2}$ ; b)  $3xy^2\sqrt{3x}$

42.- Efectúa los siguientes productos:

$$a) \sqrt[3]{a^2b} \cdot \sqrt{2ab} \cdot \sqrt[4]{2^3ab^3}; \quad b) \sqrt[10]{64a^8x^5} \cdot \sqrt[5]{8a^3x^2} \cdot \sqrt{32a}$$

**Sol:** a)  $2ab^{1/2}\sqrt[4]{2^3a^5b^7}$ ; b)  $2^3a^{10}\sqrt[10]{2^7a^9x^9}$

43.- Efectúa la siguiente operación:

$$\frac{\sqrt[3]{ab^2} \cdot \sqrt{2ax} \cdot \sqrt[3]{4a^2xb} \cdot \sqrt{2x}}{\sqrt[3]{2x^2} \cdot \sqrt[4]{8a^3x^2} \cdot \sqrt{b}}$$

**Sol:**  $\sqrt[12]{2^7a^9b^6x^2}$

44.- Efectúa y expresar el resultado mediante radicales:

$$a) \frac{a^{2/5} \cdot b^{3/4}}{a^{-1/2} \cdot b^{7/8}}; \quad b) \left(5a^{1/2}b^{3/4}c^{-2}\right)^2 \cdot a^{-1/2}b^{2/3}c^{1/5}.$$

**Sol:** a)  $\frac{\sqrt[10]{a^9}}{\sqrt[8]{b}}$ ; b)  $\frac{25\sqrt{a}\sqrt[6]{b^{13}}}{\sqrt[5]{c^{19}}}$

45.- Realiza las siguientes operaciones con radicales:

$$a) 7\sqrt{150} - 3\sqrt{18} + \sqrt{24} - 5\sqrt{8} - \sqrt{6} \quad b) \sqrt{2450} + \sqrt{882} - \sqrt{4050} + \sqrt{200} - \sqrt{800}$$

$$c) \left(\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[4]{125}\right) : \sqrt[3]{5} \quad d) \frac{27^{-3} \cdot \sqrt[3]{9}}{81^{-1}} \quad e) \frac{\sqrt{\sqrt[3]{5}} \cdot \sqrt[4]{125}}{\sqrt[6]{25}}$$

$$f) \sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{250} + \sqrt[3]{16} + \sqrt[6]{256} \quad g) \frac{3}{5}\sqrt{98} - \frac{2}{3}\sqrt{50} + \sqrt{72} \quad h) \frac{\sqrt[3]{16}\sqrt[4]{8^{-3}}}{\sqrt[3]{\sqrt{32^{-2}}}}$$

46.- Racionaliza y simplifica las siguientes expresiones con radicales:

$$a) \frac{6}{\sqrt[3]{3}}$$

$$e) \frac{x+3}{\sqrt{x+3}}$$

$$i) \frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2}$$

$$b) \frac{5 - \sqrt{2}}{5 + \sqrt{2}}$$

$$f) \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

$$j) \frac{11}{2\sqrt{5} + 3} + \frac{1 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$$

$$c) \frac{\sqrt{10} + \sqrt{5}}{\sqrt{10} - \sqrt{5}}$$

$$g) \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$d) \frac{12}{\sqrt[3]{6^2}}$$

$$h) \frac{7 - 3x}{\sqrt[4]{x-4}}$$

47.- Expresa, en forma de intervalos, los conjuntos de números que cumplen cada una de las siguientes desigualdades:

$$a) |2x - 6| \leq 12$$

$$b) |10 - 4x| \leq 30$$

$$c) |6x - 3| > 15$$

$$d) |3 - 2x| < -8$$

$$e) |-x - 6| \geq -3$$

$$f) \left|1 + \frac{2}{3}x\right| \leq 4$$

$$g) |5x - 6 + x| > 6$$

$$h) |-3x - 7| > -10$$

**TEMA 2: POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS.**

1.- Dados  $Q(x) = 2x^2 - 6x + 7$  y  $R(x) = 3x^2 + 7x$ , calcula  $P(x)$  para que  $P(x) + Q(x) = R(x)$ .

**Sol:**  $P(x) = x^2 + 13x - 7$

2.- Realiza las siguientes operaciones:

a)  $(r^3 + 7r^2 + 6r + 4) - (r^3 + 3r^2 + 2r + 1)$

**Sol:**  $4r^2 + 4r + 3$

b)  $(3x^4 + 2x^3 + x - 8) - (x^4 - 3x^3 - 9)$

**Sol:**  $2x^4 + 5x^3 + x + 1$

c)  $(12u^5 - 21u^3 + 9u - 10) - (-28u^6 + 14u^5 - 21u^3 + u^2 - 2)$

**Sol:**  $28u^6 - 2u^5 - u^2 + 9u - 8$

3.- Calcula las siguientes restas:

a)  $(3a^2 + 4a - 4) - (12a^3 - 4a + 8)$

**Sol:**  $-12a^3 + 3a^2 + 8a - 12$

b)  $(2x^4 + 2x^3 - 7x^2 + 9) - (2x^4 - 2x^3 + x - 7)$

**Sol:**  $4x^3 - 7x^2 - x + 16$

4.- Dados  $P(x) = 16x^3 - 23x^2 + x - 19$ ,  $Q(x) = 23x^4 + 7x^2 - x + 6$ ,  $R(x) = -6x^4 + 3x^3 + x - 8$ . Calcula:

a)  $R(x) - (Q(x) + P(x))$

**Sol:**  $-29x^4 - 13x^3 + 16x^2 + x + 5$

b)  $(R(x) - Q(x)) + P(x)$

**Sol:**  $-29x^4 + 19x^3 - 30x^2 + 3x - 33$

5.- Halla un polinomio que, restado de  $4x^3 - 2x^2 + x - 1$ , sea  $3x^3 - x^2 + x - 3$ . **Sol:**  $x^3 - x^2 + 2$

6.- Calcula:

a)  $(x + 3)^3$  **Sol:**  $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

b)  $(x - 1)^3$  **Sol:**  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

c)  $\left(\frac{x}{3} - \frac{2}{3}\right)^3$  **Sol:**  $\frac{x^3}{27} - \frac{2x^2}{9} + \frac{4x}{9} - \frac{8}{27}$

7.- Factoriza:

a)  $x^2 - 6x + 9$  **Sol:**  $(x - 3)^2$

b)  $x^2 - 9$  **Sol:**  $(x - 3)(x + 3)$

c)  $x^2 - 64$  **Sol:**  $(x - 8)(x + 8)$

d)  $2x^2 - 2x$  **Sol:**  $2x(x - 1)$

e)  $x^2 - 4x + 4$  **Sol:**  $(x - 2)^2$

f)  $\frac{25}{4}x^2 - 5x + 1$  **Sol:**  $\left(\frac{5}{2}x - 1\right)^2$

8.- Efectúa las siguientes divisiones:

a)  $(x^6 - 3x^5 + 5x^4 + 6x^3 + 2x^2 - 4x + 2) : (x^3 - 2x + 3)$  **Sol:**  $C(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 3$ ,  $R = 25x^2 - 31x + 11$

b)  $(6x^6 - x^5 - 12x^4 + 8x^3 - x^2) : (x^4 - 2x^2 + x)$  **Sol:**  $C(x) = 6x^2 - x$ ,  $R = 0$

9.- Halla un polinomio que al dividirlo por  $x + 2$ , dé como cociente  $2x^2 - x + 4$  y como resto 3.

**Sol:**  $2x^3 + 3x^2 + 2x + 11$

10.- Calcula por la regla de Ruffini, el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a)  $(x^6 - 3x^5 + 9x^3 - x^2 + 1) : (x - 1)$

**Sol:**  $C(x) = x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 7x^2 + 6x + 6$ ,  $R = 7$

b)  $(2x^4 - 3x^3 + x^2 - 8x + 1) : (x - 3)$

**Sol:**  $C(x) = 2x^3 + 3x^2 + 10x + 22$ ,  $R = 67$

c)  $(2x^4 - 3x^3 + 6x + 2) : (x + 3)$

**Sol:**  $C(x) = 2x^3 - 9x^2 + 27x - 75$ ,  $R = 227$

11.- Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios para  $x = 2$ :

a)  $P(x) = 3x^4 - 2x^3 + 9$  **Sol:**  $P(2) = 41$

b)  $Q(x) = 9x^3 - 5$

**Sol:**  $Q(2) = 67$

12.- Dado  $P(x) = x^3 - 4x^2 + 7$ , halla  $P(-2)$ .

**Sol:**  $P(-2) = -17$

13.- Calcula el resto, sin hacer ningún tipo de división, de las siguientes divisiones:

a)  $(x^{150} - x + 7) : (x - 1)$  **Sol:** 7

b)  $(x^{17} - x - 3) : (x + 1)$  **Sol:** -3

14.- Calcula  $m$ , si el resto de dividir el polinomio  $x^3 - x^2 + mx - 4$  por  $x - 3$  es -1. **Sol:**  $m = -5$ .

15.- Calcula  $a$  sabiendo que al dividir el polinomio  $(x^4 - ax)^2$  por  $x + 1$ , el resto es 0. **Sol:**  $a = -1$

16.- Factoriza los siguientes polinomios:

a)  $x^3 - 7x^2 + 12x$  **Sol:**  $x(x - 3)(x - 4)$

b)  $x^2 + 2x + 1$  **Sol:**  $(x + 1)^2$

c)  $x^2 + 1$  **Sol:** No se puede factorizar

- d)  $x^2 - 16$  **Sol:**  $(x - 4)(x + 4)$   
 e)  $x^3 - 8x^2$  **Sol:**  $x^2(x - 8)$   
 f)  $x^2 - 4x - 12$  **Sol:**  $(x + 2)(x - 6)$   
 g)  $5x^2 - 7x - 6$  **Sol:**  $5(x - 2)(x + 3/5)$   
 h)  $3x^3 - 5x^2 + 2x$  **Sol:**  $3x(x - 1)(x - 2/3)$   
 i)  $2x^3 + x^2 - 8x - 4$  **Sol:**  $2(x - 2)(x + 2)(x + 1/2)$   
 j)  $2x^3 - 4x^2 - 10x + 12$  **Sol:**  $2(x - 1)(x + 2)(x - 3)$

17.- Calcula m.c.d. y m.c.m. de  $A(x) = x^4 - 81$  y  $B(x) = x^3 + 2x^2 - 9x - 18$ .

**Sol:** m.c.d. =  $(x - 3)(x + 3)$ , m.c.m. =  $(x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)(x + 2)$

18.- Realiza la siguiente operación:

- a)  $\frac{3x}{x+2} - \frac{1}{x^2+5x+6} + \frac{7x+3}{x+3}$  **Sol:**  $\frac{10x^2+26x+5}{x^2+5x+6}$   
 b)  $\frac{x}{x^2-1} + \frac{2x-1}{x+1} - \frac{3}{x-1}$  **Sol:**  $\frac{2x^2-5x-2}{x^2-1}$

19.- Simplifica:

- a)  $\frac{x+1}{x^2+2x+1}$  **Sol:**  $\frac{1}{x+1}$  d)  $\frac{x^3-5x^2}{x^2-25}$  **Sol:**  $\frac{x^2}{x+5}$   
 b)  $\frac{(x-1)^2(x+1)}{x^2-1}$  **Sol:**  $x-1$  e)  $\frac{x+1}{x^2+x}$  **Sol:**  $\frac{1}{x}$   
 c)  $\frac{x^2-4x+4}{2x-4}$  **Sol:**  $\frac{x-2}{2}$  f)  $\frac{2x^2-7x+3}{2x^2-5x-3}$  **Sol:**  $\frac{2x-1}{2x+1}$

20.- Si  $p(x) = 2x^3 + 6x$ ;  $q(x) = x^2 - 2x + 3$ ; y  $r(x) = 2x^3 + x^2 - 1$ , calcula:

- a)  $p(x) + q(x) - r(x)$   
 b)  $p(x) - (q(x) - r(x))$   
 c)  $-q(x) + r(x) - p(x)$

21.- Dados los polinomios  $p(x) = 3x^2 - x + 2$ ,  $q(x) = x^3 - 2$ ,  $r(x) = \frac{1}{2}x + 1$ , calcula:

- a)  $p(x) - q(x)r(x)$  d)  $(q(x))^3 r(x)$   
 b)  $(p(x))^2 - q(x)$  e)  $(p(x) + q(x))^2$   
 c)  $(p(x) - q(x))(r(x) - p(x))$  f)  $q(x)(r(x))^2 + p(x)$

22.- Expresa:

- a)  $9x^4 - 12x^2 + 4$  como cuadrado de otro polinomio.  
 b)  $x^3 - 12x^2 + 48x - 64$  como cubo de un polinomio.  
 c)  $x^{2n} + 2ax^n + a^2$  como cuadrado de un polinomio.

23.- Divide y comprueba el resultado:

- a)  $6x^5 - x^4 - 8x^3 + 15x^2 - 8x + 2$  por  $2x^2 - 3x + 2$   
 b)  $4x^3 + 2x^2 - 3x + 1$  por  $2x + 1$   
 c)  $x^7 - x^6 + x^2 + 3$  por  $x^4 - x^2$   
 d)  $2x^3 + 2x + 1$  por  $x^2 - x + 1$   
 e)  $3,2x^2 - 2,4x + 1,2$  por  $2x + 3$



f)  $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$  por  $x+1$

g)  $x^{81}$  por  $x^{20} + 1$

h)  $x^{15} - a^{15}$  por  $x^3 - a^3$

i)  $x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$  por  $x^2 - 1$

j)  $x^9 - x^8 + x^7 - x^6 + x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$  por  $x - 1$

k)  $x^{15} - 2x^6$  por  $x^3 + 1$

l)  $4x^{2n} + x^n$  por  $2x^n + 1$

m)  $ax^4 + b$  por  $x - 1$

24.- ¿Qué valor hay que darle a  $k$  para que el resto de la división de  $8x^3 + 2x^2 + kx + 6$  por  $2x - 1$  sea 3?

25.- Determina  $a$  y  $b$  con la condición de que al dividir  $3x^3 + 2x^2 + ax + b$  por  $x^2 - x + 1$  el resto sea 0.

26.- Si  $\text{gr}(p(x)) = 8$  y  $\text{gr}(q(x)) = 4$ , justifica cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas:

a) El polinomio  $q(x)^2 + p(x)$  puede ser de tercer grado.

b) El polinomio  $p(x) - x^5q(x)$  es de grado 9.

c) El cociente de dividir  $p(x)$  por  $q(x)$  es de segundo grado.

d) El resto de la división entera de  $p(x)$  por  $q(x)$  puede ser de segundo grado.

27.- Sean  $p(x) = 6x^4 - x^3 + 6x^2 - 2$  y  $c(x) = 3x^2 + x - 1$  el dividendo y el cociente de una división entera. Halla el divisor y el resto.

28.- Calcula el valor de  $k$  para que al dividir:

a)  $x^2 - 6x + k$  entre  $x - 2$  se obtenga de resto 2.

b)  $x^2 - \frac{4}{3}x + k$  entre  $x - \frac{1}{3}$  se obtenga de resto  $\frac{6}{9}$ .

29.- ¿Es  $9x^2 - 25$  múltiplo del polinomio  $3x + 5$ ? Razónalo.

30.- ¿Es  $2x + 1$  un divisor de  $4x^2 - 1$ ? ¿Por qué?

31.- Efectúa las siguientes divisiones mediante la regla de Ruffini:

a)  $2x^3 - 5x^2 + 3$  entre  $x - 2$

e)  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$  entre  $x - 1$

b)  $x^4 - 3x^3 + 1$  entre  $x + 2$

f)  $2 - 3x^2 + 4x^4$  entre  $x - 3$

c)  $x^4 + 1$  entre  $x + 1$

g)  $\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}x + 3$  entre  $x - 2$

d)  $x^3 - 1$  entre  $x + \frac{1}{3}$

32.- Halla el valor de  $c$  para que el polinomio  $5x^2 - 7x + c$  sea divisible por  $x + 2$ .

33.- Comprueba sin dividir que:

a)  $x^8 - 1$  es divisible por  $x - 1$

d)  $x^2 + 4$  no es divisible por  $x + 2$

b)  $x^3 - 8$  es divisible por  $x - 2$

e)  $x^5 + 1$  no es divisible por  $x - 1$

c)  $x^3 + 27$  es divisible por  $x + 3$

f)  $x^2 - 36$  es divisible por  $x + 6$

34.- ¿Qué resto se obtiene al dividir  $x^3 + 2x^2 + \frac{14}{25}x + \frac{1}{5}$  entre  $x + \frac{1}{5}$ ?

35.- Halla el valor de:

- a) m para que al dividir  $4x^3 - mx + 2$  entre  $x - 2$  se obtenga resto 4.  
 b) n para que el polinomio  $2x^3 + nx^2 - 7$  sea divisible por  $x + 1$ .  
 c) k para que el polinomio  $5x^3 - kx^2 + 3x - 2$  sea divisible por  $x + 2$ .

36.- ¿Verdadero o falso? Razona tu respuesta.

- a)  $x + 5$  es divisor de  $x^2 - 25$ .  
 b)  $x^2 + 9$  es múltiplo de  $x + 3$ .  
 c)  $x^2 - 4$  es múltiplo de  $x - 2$ .  
 d)  $x^2 - 36$  es múltiplo de  $x + 6$ .  
 e)  $x + 7$  es divisor de  $x^2 + 49$ .  
 f)  $x + \frac{1}{2}$  es divisor de  $x^2 - \frac{1}{4}$ .  
 g)  $x^3 - x^2 + x - 1$  es divisor de  $x^4 - 1$ .  
 h)  $x^2 - 3$  es divisor de  $x^4 - 9$ .  
 i)  $x^4 - 1$  es múltiplo de  $x^2 + 1$ .  
 j)  $x^6 - 2^6$  es divisible por  $x - 2$ .  
 k)  $x^6 - 2^6$  es divisible por  $x + 2$ .  
 l)  $x^8 - 5^8$  es divisible por  $x + 5$ .  
 ll)  $x^8 - 5^8$  es divisible por  $x - 5$ .  
 m)  $x^4 + 3^4$  es divisible por  $x + 3$ .  
 n)  $x^4 + 3^4$  es divisible por  $x - 3$ .  
 ñ)  $x^3 - 5^3$  es divisible por  $x + 5$ .  
 o)  $x^3 - 5^3$  es divisible por  $x - 5$ .  
 p)  $x^9 + 2^9$  es divisible por  $x + 2$ .  
 q)  $x^7 + 2^7$  es divisible por  $x - 2$ .

37.- En el polinomio  $p(x) = 3x^4 - mx^2 + 3x - 2$  se verifica que  $p(2) = 10$ . Calcula el valor de m.

38.- Al dividir  $x^2 + bx + c$  por  $x - 3$  se obtiene resto 2. ¿Cuánto valen b y c si este polinomio es divisible por  $x - 2$ ?

39.- ¿Es divisible el polinomio  $x^{13} - 1$  por  $x - 1$ ? ¿Y por  $x + 1$ ?

40.- Escribe, si es posible, como producto de polinomios de primer grado:

- a)  $p(x) = x^2 + 2x - 3$       b)  $q(x) = x^2 + 5x + 10$       c)  $t(x) = 4x^2 - 8x + 3$

41.- Factoriza los siguientes polinomios:

- a)  $4x^2 - 36$       d)  $\frac{9}{25}x^2 - 4$   
 b)  $x^2 - 10x + 25$   
 c)  $x^3 + 3x^2 - 4x$       e)  $9x^4 + 12x^3 + 4x^2$

42.- De los siguientes polinomios, di cuáles son divisibles por  $x - 1$ :

- a)  $x^2 - 2x + 1$       c)  $(x - 1)(x + 5)$       e)  $5x^2 - 6$   
 b)  $x^2 - 1$       d)  $x^2 + 2x - 3$       f)  $8x^2 - 8$

43.- De los siguientes polinomios, di cuáles son divisibles por  $x + 2$ :

- a)  $x^3 - 10$       b)  $x^2 + 4x + 4$       c)  $(x - 2)(x + 5)$       d)  $x^2 - 3x - 10$

44.- ¿Verdadero o falso? Justifica tu respuesta:

- a)  $-3$  es una raíz de  $x^2 - 9$ .  
 b)  $-3$  es una raíz de  $9 + x^2$ .  
 c)  $5$  es una raíz de  $x - 5$ .  
 d)  $-2$  es una raíz de  $8 + x^3$ .  
 e)  $\frac{1}{5}$  es una raíz de  $x^2 - \frac{1}{25}$ .

45.- Escribe un polinomio tal que:

- a) tenga por raíces 1, 5 y  $-2$ .  
 b)  $p(0) = p(-3) = p(1/2) = 0$ .

46.- Factoriza los siguientes polinomios y calcula sus raíces:

a)  $u(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

d)  $t(x) = 3x^3 - x^2 - 7x + 5$

b)  $v(x) = -2x^3 + 2x^2 + 18x - 18$

e)  $r(x) = -x^3 + 25x$

c)  $s(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

f)  $m(x) = x^3 - 8$

47.- ¿Cuáles de las siguientes factorizaciones son erróneas?

a)  $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)(x - 5)$

d)  $x^2 - \frac{1}{4} = (x - \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2})$

b)  $4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$

c)  $x^2 - 14x + 49 = (x + 7)(x - 7)$

e)  $x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$

48.- Factoriza y calcula las raíces de:

a)  $p(x) = x^4 - 25x^2$

b)  $q(x) = x^3 + 12x^2 + 36x$

c)  $r(x) = 49x^2 - 36$

d)  $s(x) = \frac{4}{49}x^2 - \frac{1}{81}$

49.- Escribe un polinomio ordenado que cumpla:

a) grado 3 y raíces 1, -3, -4.

b) grado 4, raíces 0, 1, 2, -3 y coeficiente líder 2.

50.- ¿Verdadero o falso? ¿Por qué?

a)  $x - 3$  divide a  $x^3 - 3^3$

d)  $x^3 - 2^3$  es divisible por  $x + 2$

b)  $x^2 - 36$  es divisible por  $x - 6$

e)  $x^4 - 1^4$  es divisible por  $x - 1$

c)  $x^2 + 3^2$  es divisible por  $x + 3$

f)  $x^3 + 1^3$  es múltiplo de  $x + 1$

51.- Halla un divisor y un múltiplo comunes para cada par de polinomios:

a)  $\begin{cases} p(x) = x + 1 \\ q(x) = x^2 - 1 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} p(x) = x - 5 \\ q(x) = x^2 - 4x - 5 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} p(x) = x - 6 \\ q(x) = 2x^2 - 15x + 18 \end{cases}$

52.- Calcula el m.c.d. y m.c.m. de los polinomios:

a)  $p(x) = (x + 3)(x - 4)$  y  $q(x) = (x - 2)(x - 4)$

b)  $p(x) = (x - 3)^3$  y  $q(x) = x^2 - 9$

c)  $p(x) = (x + 1)(x^2 - 4)$  y  $q(x) = (x + 2)^2$

d)  $p(x) = x^3 - x^2 - 6x$  y  $q(x) = x^2 - 2x - 8$

53.- Halla el valor numérico del polinomio  $2x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 5x + 3$  para  $x = 1$  y para  $x = -1$

54.- Simplifica, cuando sea posible, las fracciones.

a)  $\frac{x^3 + 2x^2}{x + 2}$

b)  $\frac{(x + a)^2}{x^2 - a^2}$

c)  $\frac{(x - 1)(x - 2)^2}{(x - 1)^3(x - 2)}$

d)  $\frac{2y^2 + 2y - 4}{y^2 + 5y + 6}$

e)  $\frac{3x}{3+x}$

f)  $\frac{8}{x^8}$

55.- Reduce a común denominador:

a)  $\frac{x+2}{x}$  y  $\frac{x+3}{x^2}$

b)  $\frac{2x+6}{x-1}$  y  $\frac{x}{x^2+x+2}$

56.- Calcula:

a)  $\frac{1}{t} + \frac{1-t}{t^2+2t} - \frac{2}{t+2}$

d)  $\frac{1}{x^3-8} : \frac{1}{2-x}$

b)  $\frac{1}{x+a} - \frac{1}{(x+a)^2} - \frac{1}{x-a} + \frac{1}{x^2-a^2}$

e)  $(5x-1) : \frac{x+2}{x-3}$

c)  $\frac{(2n+1)(n-2)}{n-3} \cdot \frac{n^2}{(2-n)(n+3)}$

57.- Averigua si son equivalentes las siguientes fracciones algebraicas:

a)  $\frac{x^2-3x+2}{x^2-5x+6}$  y  $\frac{x^2-5x+4}{x^2-7x+12}$

b)  $\frac{x^2+5}{3x+5}$  y  $\frac{x^2}{3x}$

58.- Simplifica cuando sea posible:

a)  $\frac{6x^2-x-2}{3x^2+4x-4}$

d)  $\frac{(x^2-4)(x-3)^2}{(x-3)(x+2)}$

g)  $\frac{4x^3+x^2-5x}{2x^2-5x+3}$

b)  $\frac{x^2+x+1}{x+1}$

e)  $\frac{(x+1)^3+(x-1)^3}{x^2+3}$

h)  $\frac{x^2+bx+c}{x^2+bx-c}$  con  $c \neq 0$

c)  $\frac{x^5-x^3}{x^7+x^4}$

f)  $\frac{3x^3+x^2+9x+3}{2x^4+5x^2-3}$

i)  $\frac{x-a}{x^5-a^5}$

j)  $\frac{x^4-81}{(x+3)^2}$

k)  $\frac{x^8-5x^7-2x+10}{x^6-5x^5+2x-10}$

l)  $\frac{x^4-x^3-x^2-x-2}{2x^3-x^2-5x-2}$

II)  $\frac{[p(x)]^2 q(x)}{p(x)[q(x)]^5}$

m)  $\frac{[p(x)]^2 q(x) + p(x)[q(x)]^2}{[p(x)]^2 [q(x)]^3}$

ñ)  $\frac{8x^3+4x^2-10x+3}{8x^3+20x^2+6x-9}$  con  $x = \frac{1}{2}$  es raíz de ambos términos.

59.- Si  $A = \frac{x-1}{x+1}$ ;  $B = \frac{3}{x^2-1}$ ;  $C = \frac{(x-1)^2}{x}$  calcula:

a)  $A - BC$

b)  $\frac{AC}{B}$

c)  $(A + 2B - C)^2$

**TEMA 3: ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS.**

1.- Dada la ecuación  $x^2 + bx - 24 = 0$ , hallar b sabiendo que una de las raíces es -3. **Sol:** b = - 5

2.- Sea  $x^2 - 23x + c = 0$ , halla c sabiendo que una de sus soluciones es 15. **Sol:** c = 120

3.- Escribe la ecuación de 2º grado cuyas soluciones son: 4 y 1/4. **Sol:**  $x^2 - \frac{17}{4}x + 1 = 0$

4.- Escribe la ecuación de 2º grado cuyas soluciones son: -1/2 y -3/4. **Sol:**  $x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{3}{8} = 0$

5.- La suma de un número y su inverso es 50/7. Hállalo. **Sol:** 7

6.- Resuelve:

a)  $\frac{x}{9} = \frac{2}{x-3}$  **Sol:** 6; - 3

b)  $(x-2)(3x-1) = 0$  **Sol:** 0; 1/3

c)  $(3x+3)(3x-2) = 0$  **Sol:** -1; 2/3

d)  $1 - \frac{x+1}{6} = \frac{x}{2} + \frac{x-1}{3}$  **Sol:** 1

e)  $\frac{3x+2}{x+1} - \frac{3}{4} = 2$  **Sol:** 3

f)  $\frac{8}{x} - 1 = \frac{4}{x}$  **Sol:** 4

g)  $\frac{x}{6} - \frac{2x-1}{6} - \frac{1}{3}\left(\frac{2}{5} - \frac{x}{3}\right) = 0$  **Sol:** 3/5

h)  $(x+2)(x-2) = 2(x+5) + 21$  **Sol:** 7; -5

i)  $x+1 = \frac{6}{x}$  **Sol:** 2; 3

j)  $\frac{9}{x} - \frac{x}{3} = 2$  **Sol:** 3; -9

k)  $(x^2-5)(x^2-3) = -1$  **Sol:** -2; 2

l)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$  **Sol:** -3; -2; 2; 3

m)  $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$  **Sol:** -2/3; 2/3

n)  $\sqrt{x^2-5} = 2$  **Sol:** 3; -3

ñ)  $3x - 3\sqrt{x+3} = x+3$  **Sol:** 6

o)  $\sqrt{x^2+9} + x^2 = 21$  **Sol:** 4; -4

p)  $\sqrt{x-2} - \sqrt{x-14} = 1$  **Sol:** 177/4

q)  $\sqrt{x^2-5x+1} = 2x-1$  **Sol:** 0; -1/3

r)  $\frac{1-x}{3} + \frac{2x+1}{5} - \frac{x}{5} = \frac{29}{60}$  **Sol:** 3/8

s)  $\frac{2x+3}{6} - x - \frac{5-x}{9} = 2 - \frac{x}{3}$  **Sol:** - 37/4

u)  $8x^2 + 17x = 0$  **Sol:** 0; - 17/8

x)  $3x^2 - 7 = 0$  **Sol:**  $\pm \frac{\sqrt{21}}{3}$

y)  $7x^2 - 5 = 0$  **Sol:**  $\pm \frac{\sqrt{35}}{7}$

z)  $(x+1) \cdot (x-1) = 8x - 13$  **Sol:** 2; 6

a')  $(2x+6) \cdot (2x-6) = 64$  **Sol:** 5; - 5

b')  $-3x^2 - x + 2 = 0$  **Sol:** - 1; 2/3

c')  $(4x+9)^2 + 5x = 41x + 137$  **Sol:**  
 $\frac{-9 \pm \sqrt{305}}{8}$

d')  $(x+2)^2 - 7x = x+1$  **Sol:** 1; 3

e')  $(x-2)^2 - 3x = 4 - x^2 + x$  **Sol:** 0; 4

f')  $(x-1)^2 + 2x = 170$  **Sol:** 13; - 13

g')  $(x+3)^2 + (x+5)^2 = 10$  **Sol:** - 2; - 6

h')  $y^2 + y = 0$  **Sol:** 0; - 1

i')  $z^2 + 16 = 0$  **Sol:** No tiene

7.- Los reyes de una dinastía tuvieron 9 nombres diferentes. La tercera parte del número de reyes llevó el primero de estos nombres; la cuarta parte, el segundo; la octava parte, el tercero; la doceava, el cuarto, y cada uno de los nombres restantes lo llevó un solo rey. Halla el número de reyes de la dinastía. **Sol:** 24 reyes.

8.- Dos albañiles hacen un trabajo en 3 horas. Uno de ellos lo haría en sólo 4 horas. Calcula el tiempo que tardaría en hacerlo el otro solo. **Sol:** 12 horas.

9.- El dividendo de una división es 1.081. El cociente y el resto son iguales, y el divisor es doble del cociente. ¿Cuál es el divisor? **Sol:** 46 ó -47

10.- ¿Cuántos litros de leche con 35% de grasa han de mezclarse con leche de 4% de grasa para obtener 20 litros de leche con 25% de grasa? **Sol:** 13,55 de la 1ª y 6,45 de la 2ª.

11.- Resuelve las inecuaciones siguientes:

a)  $\frac{3}{2}x + 1 > 2x - \frac{4}{3}$  **Sol:**  $x \in \left] -\infty, \frac{14}{3} \right[$

b)  $2(3+x) < \frac{8+x}{3}$  **Sol:**  $x \in \left] -\infty, -2 \right[$

c)  $(2x+2) - (4-x) \leq 3x-5$  **Sol:** No tiene

d)  $x^3 - 11x^2 + 10x < 0$   
**Sol:**  $x \in \left] -\infty, 0 \right[ \cup \left] 1, 10 \right[$

e)  $x^3 - 12x^2 + 32x \geq 0$   
**Sol:**  $x \in [0, 4] \cup [8, +\infty[$

f)  $\frac{1}{x} \leq 1$  **Sol:**  $x \in \left] -\infty, 0 \right[ \cup \left] 1, +\infty \right[$

g)  $\frac{x}{x-5} > \frac{1}{2}$  **Sol:**  $x \in \left] -\infty, -5 \right[ \cup \left] 5, +\infty \right[$

h)  $\frac{x-1}{x+1} > \frac{x}{x-1}$  **Sol:**  $x \in \left] -\infty, -1 \right[ \cup \left] \frac{1}{3}, 1 \right[$

i)  $x^2 + 2x - 8 \leq 0$  **Sol:**  $x \in [-4, 2]$

j)  $x^2 + 2x + 8 < 0$  **Sol:** No tiene

k)  $x^2 + 4x + 4 \geq 0$  **Sol:** Todo nº real

12.- Disponemos de dos tipos de vino: uno de ellos cuesta 1 euro el litro y el otro 1'20 el litro. Nos solicitan 50 litros que debemos vender a 1'15 euros el litro. ¿Qué cantidad mezclaremos de cada uno de ellos? **Sol:** 12,5 litros del 1º y 37,5 litros del segundo.

13.- Hallar tres números pares naturales consecutivos sabiendo que su producto es cuatro veces su suma. **Sol:** 2, 4 y 6.

14.- Hallar la edad de tres hermanos sabiendo que el primero tiene tres años más que el segundo y éste nueve años más que el tercero. La suma de las edades de los tres es 39 años. **Sol:** 6, 15 y 18 años.

15.- Hallar tres n<sup>os</sup> consecutivos sabiendo que la suma es igual al doble del mayor. **Sol:** 1, 2 y 3.

16.- En la clase de Matemáticas, con 35 estudiantes, han aprobado el mismo número de chicas que de chicos. El número de chicas aprobadas supone un 80% sobre las que hay en la clase. Para los chicos el porcentaje es del 60%. Hallar el número de chicas y chicos de la clase así como el número de aprobados de cada sexo. **Sol:** 20 chicos y 15 chicas.

17.- Hallar dos números naturales impares consecutivos sabiendo que la suma de sus cuadrados es 970. **Sol:** 21 y 23.

18.- La suma de las edades de los hermanos Juan y Pepe, y la de su madre es igual a 60 años. Sabiendo que la edad de Juan es triple que la de su hermano, y que la edad de la madre es doble que la suma de las edades de sus hijos, hallar la edad de cada uno de ellos. **Sol:** Pepe 5 años, Juan 15 y la madre 40.

19.- La edad de Ana es doble de la de María, y hace siete años la suma de las edades era igual a la edad actual de Ana. ¿Cuáles son las edades de Ana y de María, y cuándo Ana ha tenido el triple de años que María? **Sol:** Ana 28 años y María 14. Hace 7 años.

20.- La quinta parte de una huerta está plantada de cebollas, las dos terceras partes de tomates y el resto de lechugas. Sabiendo que las cebollas ocupan 200 metros cuadrados más que la parte que ocupan las lechugas, hallar la superficie de la huerta. **Sol:** 3.000 m<sup>2</sup>.

21.- La madre de Luis va al mercado. En el puesto de pescado se gasta la mitad del dinero que lleva, en el puesto de la carne se gasta un tercio del dinero que le queda, y finalmente, en el puesto de la fruta se gasta los tres cuartos del dinero que le queda, saliendo del mercado con 5'3 euros. ¿Cuánto dinero tenía cuando entró en el mercado? **Sol:** 63'6 euros.

22.- En un hotel consumen el vino de un tonel del siguiente modo: El domingo consumen la cuarta parte del tonel; el lunes los dos séptimos del resto; el martes los tres décimos de lo que queda; el miércoles un tercio de lo que queda; y, finalmente, el jueves terminan los 140 litros que sobran. ¿Qué capacidad tenía el tonel? **Sol:** 560 litros.

23.- Una fuente llena un depósito en 6 horas, y junto con otra lo llena en 4 horas. Hallar el tiempo que tarda la segunda fuente sola en llenar el depósito. **Sol:** 12 horas.

24.- Halla dos números cuya suma sea 32 y su producto 255. **Sol:** 15 y 17

25.- Resuelve:

a)  $\begin{cases} 10x - 30y = 7 \\ 8x - 33y + 2 = -22x + 57y - 1 \end{cases}$  **Sol:** S. I.

c)  $\begin{cases} x + \frac{3}{4}y = 15 \\ 9x - 2y = 30 \end{cases}$  **Sol:**  $x = 6, y = 12$

b)  $\begin{cases} \frac{x}{2} - y = 3 \\ 2x - 4y = 12 \end{cases}$  **Sol:** S. C. D.

d)  $\begin{cases} 3x + y = 17 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$  **Sol:**  $x = 41/9; y = 10/3$

26.- Resuelve las siguientes inecuaciones, expresando las soluciones en forma de intervalo y representándolas sobre la recta:

a)  $4 - 5 \cdot (3 - 2x) + 7 \cdot (x + 4) \leq 0$

d)  $3 - 7 \cdot (2x - 9) \geq 2x + 9$

b)  $5 - \frac{3 - 6x}{4} + x > 1$

e)  $1 + \frac{3x - 9}{5} - x - \frac{8 - 5x}{10} < 3 + x$

c)  $\frac{2}{3} - \frac{x}{6} + 2x - 3 < 3 + \frac{x}{4} - \frac{5}{3}$

f)  $\frac{1}{2} - \frac{x}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5x}{6} - \frac{7}{8} < 0$

**Sol:** a)  $(-\infty, -1]$ ; b)  $\left(-\frac{13}{10}, +\infty\right)$ ; c)  $\left(-\infty, \frac{44}{19}\right)$ ; d)  $\left(-\infty, \frac{57}{16}\right]$ ; e)  $\left(-\frac{46}{11}, +\infty\right)$ ; f)  $\left(-\infty, \frac{1}{4}\right)$

27.- Representa en el plano la región factible de los siguientes sistemas de inecuaciones lineales:

a)  $\begin{cases} 3x - 2y + 1 > 0 \\ 4x + 2y - 3 < 0 \end{cases}$  b)  $\begin{cases} \frac{2x - 3y}{4} - \frac{y - x}{3} \leq \frac{1}{6} \\ 3 \cdot (x - 2) + 5 \cdot (y + 1) \geq -1 \end{cases}$  c)  $\begin{cases} \frac{4x}{3} + \frac{5y + 8}{2} < 0 \\ \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}y + 1 \geq 0 \end{cases}$

28.- Resuelve las siguientes ecuaciones lineales:

a)  $5 - \frac{5 - 3x}{4} - \frac{5}{3} = \frac{2x - 7}{6} - \frac{3x + 8}{10} + x$  b)  $\frac{x - 9}{x + 5} = \frac{x - 5}{x + 4}$  c)  $\frac{3x + 5}{6x + 7} = \frac{2x - 9}{4x - 1}$   
d)  $5 + \frac{7}{2}x + \frac{5}{6} + x = -\frac{3}{5} - x$  e)  $\frac{4 + 7x}{21} + \frac{6x - 9}{14} - \frac{7 - 2x}{6} = 0$  f)  $\frac{5 - 7x}{11 - 21x} = \frac{2x + 7}{9 + 6x}$   
g)  $7 + \frac{5x}{3} - \frac{1}{2}x - \frac{7}{12} = 12 - \frac{4 - 3x}{8}$  h)  $\frac{7x + 18}{20} - \frac{-3 - 4x}{15} - \frac{2 - 5x}{6} - \frac{3 + 2x}{10} = 0$

**Sol:** a)  $x = \frac{243}{17}$ ; b)  $x = -\frac{11}{5}$ ; c)  $x = -\frac{58}{57}$ ; d)  $x = \frac{-193}{165}$ ; e)  $x = \frac{34}{23}$ ; f)  $x = \frac{8}{23}$ ;

g)  $x = \frac{122}{19}$ ; h)  $x = -\frac{28}{75}$

29.- La suma de tres números enteros consecutivos es 54. Hállalos. **Sol:** 17, 18 y 19.

30.- Tres amigos juegan un décimo de lotería que resulta premiado con un 6.000 €. Calcula cuánto debe corresponderle a cada uno sabiendo que el primero juega el doble que el segundo, y éste el triple que el tercero. **Sol:** 600 €, 1800 € y 3600 €.

31.- A un chico le preguntan la edad de su padre y contesta: "Si al doble de mi edad se le suman 6 años más que la edad de mi padre, y a la mitad de esa suma se le quitan 18, resulta la edad de mi padre". El chico tiene ahora 15 años. ¿Cuántos tiene el padre? **Sol:** Sin solución.

32.- El perímetro de un rectángulo es 48 cm. Halla la longitud de sus lados sabiendo que el largo es doble que el ancho. **Sol:** 8 cm y 16 cm

33.- Un hotel tiene habitaciones dobles y sencillas, siendo un total de 50 habitaciones y de 87 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo. **Sol:** 13 sencillas y 37 dobles.

34.- En una reunión de chicos y chicas el número de éstas excede en 25 al de aquellos. Salen de la reunión 10 chicas y 10 chicos, quedando entonces doble número de chicas que de chicos. ¿Cuántos chicos y chicas había en la reunión? **Sol:** 35 chicos y 60 chicas.

35.- Resuelve las ecuaciones:

a)  $\frac{4t+1}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}t$

b)  $\frac{45x+9}{\sqrt{3}} = \frac{27x-12}{3\sqrt{3}}$

c)  $\sqrt{3}x + \sqrt{2}x = 1$

d)  $x^3 - 9x = 0$

e)  $5x^3 - 20x^2 = 0$

f)  $x^3 - x^2 - 6x = 0$

g)  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$

h)  $\frac{x^2-3x}{x^2-9} - \frac{2x-3}{x-3} = \frac{3x+1}{x+3}$

i)  $\frac{2x^2-x+1}{x^2-5x+6} + \frac{x+3}{x-6} + \frac{1}{x} = 0$

36.- Clasifica las siguientes identidades en identidades y ecuaciones:

a)  $(x+1)^2 - x^2 = 2x+1$

b)  $(x+1)^2 - x^2 = 3x+2$

c)  $3^2 - (x+y)^2 = (3+x+y)(3-x-y)$

d)  $\frac{x}{2} + 5 = 2x + 11$

e)  $(x+3)(x-1) + 4 = (x+1)^2$

f)  $\frac{2x-1}{3} + 2 - \frac{x}{3} = 1 + \frac{2}{3} + \frac{x}{3}$

37.- Entre las siguientes ecuaciones, di cuáles no tienen solución y cuáles tienen infinitas soluciones:

a)  $5x - (x+3) = 5 - (1-4x)$

b)  $5 + 2(x-1) = 4x - (2x-3)$

c)  $8 + (2-3x) = 9 - (3x-1)$

d)  $-5(2x+3) = -4x - (4+6x)$

e)  $-x + 5(x-1) = 2(2x-3) + 1$

38.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a)  $\begin{cases} 3x - 5y = 40 \\ 2x + 6y = 0 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 4x - y = 9 \\ -3x + y = -7 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x + y = 23 \\ x - y = 11 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 3(x-2) - 5y = 4 \\ 2x - 3(y-1) = 2x \end{cases}$



$$e) \begin{cases} x - 3y = 11 \\ -2x + 6y = 5 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x - 12y = 4 \\ -3x + 41y = -7 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} x - y = 11 \\ \frac{x}{2} = 3 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} y = x + 5 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} 4x + y = 2 \\ 3x - \frac{y}{2} = 3 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ 3x - 2(y + 5) = 0 \end{cases}$$

$$ll) \begin{cases} -x + 4y = 3 \\ 3x - 12y = 0 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} x + y = 5 \\ -2x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$n) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{2} = -2 \end{cases}$$

$$\tilde{n}) \begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{6} \\ 2x + y = \frac{13}{2} \end{cases}$$

$$o) \begin{cases} 2,5x + 0,7y = 15 \\ 7,5x + 2,1y = 12 \end{cases}$$

$$p) \begin{cases} \frac{2y+2}{8} - \frac{x+4}{2} = y - \frac{x}{4} \\ \frac{x-4}{6} - \frac{2y-2}{12} = -1 + \frac{x}{3} \end{cases}$$

39.- Clasifica los siguientes sistemas en incompatibles (sin solución) y en compatibles indeterminados (infinitas soluciones):

$$a) \begin{cases} x + 3y - 8 = 0 \\ 2x - y + 6 = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y = 5 \\ -2x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2x - 3y = -2 \\ 6y - 4x = 4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -x + 4y = 3 \\ 3x - 12y = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x - 20y + 1 = 0 \\ -3x + 60y - 3 = 0 \end{cases}$$

40.- Halla el valor de las letras (a, m, b) para que estos sistemas tengan infinitas soluciones:

$$a) \begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ 10x + ay = 6 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5x - \frac{1}{3}y = 2 \\ mx + y = -6 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - \frac{5}{2}y = 4 \\ 8x - 10y = b \end{cases}$$

41.- Pedro tiene 86 céntimos en monedas de 2 y de 5 céntimos. Si en total tiene 28 monedas, ¿cuántas son de 5 y cuántas de 2 céntimos?

42.- Por el desierto va una caravana formada por camellos y dromedarios. En total se cuentan 440 patas y 160 jorobas (ningún mercader es jorobado). ¿Cuántos camellos y cuántos dromedarios había en la caravana?

43.- En un bar:

Cuenta de la mesa 3: 2 cafés y 4 refrescos importan 6,50 €.

Cuenta de la mesa 5: 3 cafés y 2 refrescos importan 5,15 €.

¿Cuánto vale 1 café y 1 refresco en ese bar?

44.- Un comerciante está preparando sus rebajas. Si descuenta un 30 % sobre el precio de venta de una marca de camisa, aún gana 3 € sobre el precio de coste. Si rebaja un poco más, y descuenta el 40 % entonces pierde 2 € en cada camisa de esa marca. ¿Cuál era el precio de coste y el de venta de ese tipo de camisa?

45.- Observa detenidamente la relación entre los coeficientes de cada uno de los siguientes sistemas e intenta determinar cómo es cada uno y resuelve los que sean compatibles determinados:

- a)  $\begin{cases} -3x + y = 6 \\ x - 5y = -2 \end{cases}$  **Sol:** Compatible determinado  $(-2, 0)$
- b)  $\begin{cases} -x + 5y = -3 \\ 2x - 10y = 7 \end{cases}$  **Sol:** Incompatible, no tiene solución
- c)  $\begin{cases} 3x - 4y = 12 \\ -6x + 8y = -24 \end{cases}$  **Sol:** Compatible indeterminado, infinitas soluciones.

46.- En una caseta de tiro de una feria el tirador recibe 2 puntos por cada blanco y abona 1' 5 puntos por cada error. Un tirador hace 25 disparos y debe al dueño de la caseta 9' 5 puntos. ¿Cuántas veces acertó y cuántas erró? **Sol:** Acertó 8 y erró 17.

47.- Resuelve:

- a)  $\begin{cases} x + y = 10 \\ 6x - 7y = 34 \end{cases}$  **Sol:**  $x = 8; y = 2$
- b)  $\begin{cases} 3x + y = 17 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$  **Sol:**  $x = 41/9; y = 10/3$
- c)  $\begin{cases} 2x + 3y = -15 \\ 3x + 5y = -26 \end{cases}$  **Sol:**  $x = 3; y = -7$
- d)  $\begin{cases} 10x - 30y = 7 \\ 8x - 33y + 2 = -22x + 57y - 1 \end{cases}$  **Sol:** Sistema incompatible.

48.- Calcular dos  $n^{\text{os}}$  sabiendo que su diferencia es 14 y su media aritmética 17. **Sol:** 24 y 10

49.- Halla dos números tales que uno de ellos es igual al triple del otro más uno y que su suma es igual al doble de su diferencia menos uno. **Sol:** Indeterminado.

50.- Resuelve cuando sea posible comprobando las soluciones obtenidas:

- |   |                                    |
|---|------------------------------------|
| a) $2x^2 - 6 = 0$                                 | k) $3x^2 - x = 0$                  |
| b) $x^2 + 16 = 0$                                 | l) $5x^2 + 125x = 0$               |
| c) $1 - 8x^2 = 0$                                 | ll) $\frac{x^2}{3} = -\frac{x}{5}$ |
| d) $(x - 5)(x + 5) = 0$                           | m) $\frac{x^3}{2} = x$             |
| e) $\frac{1}{5}x^2 - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$   | n) $\frac{x(x+1)}{5} = 2x^2 - 4x$  |
| f) $\frac{x^2 - 1}{3} = 5$                        | ñ) $x^2 - 4x - 6 = 0$              |
| g) $(x - 2)^2 = 9$                                | o) $4x^2 - 20x + 25 = 0$           |
| h) $(x - 4)^2 = -9$                               | p) $x^2 + 2x + 5 = 0$              |
| i) $(x + 3)^2 = 0$                                | q) $x^2 - 2x - 2 = 0$              |
| j) $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ | r) $3x^2 - 6x - 12 = 0$            |

s)  $4x^2 + 8x - 12 = 0$   
 t)  $x^2 - 2,4x + 0,8 = 0$

u)  $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 0$

51.- Determina para qué valores de m existen soluciones de la ecuación:

a)  $x^2 + 2x + m = 0$   
 b)  $x^2 + mx + 2 = 0$

52.- La diferencia entre las soluciones de  $3x^2 - 8x + m = 0$  es 3. Determina dichas soluciones y m.

53.- Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales, descartando las soluciones ficticias cuando existan:

a)  $\sqrt{x^2 + x - 2} = 2x + 4$   
 b)  $\sqrt{x^2 + x - 2} = -2x - 4$   
 c)  $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 3$

54.- Resuelve:

a)  $x^4 - 10x^2 + 25 = 0$   
 b)  $2x^4 - 8x^2 + 6 = 0$   
 c)  $x^4 + x^2 + 3 = 0$   
 d)  $8x^2 - 10x - 7 = 0$   
 e)  $2835x^2 + 4725x + 1890 = 0$   
 f)  $t^4 - 4t^2 + 1 = 0$

g)  $\frac{2}{5}x^2 + 2x + \frac{5}{2} = 0$   
 h)  $0,4x^2 + x + 0,6 = 0$   
 i)  $2,64y^2 + 3,25y - 1,08 = 0$   
 j)  $x^2 - 4,5x + 2,2 = 0$   
 k)  $2x^2 + \sqrt{17}x - 1 = 0$

55.- Resuelve:

a)  $x^2 = (2x+1)(x-1) - 5$   
 b)  $(2x-3)^2 = x(1-3)$   
 c)  $(x-2)(x+3) = (x+4) + (x+5)$   
 d)  $(x+2)^3 = x^3 + 2$   
 e)  $\frac{2x}{x+2} = x-1$   
 f)  $\frac{2x}{x^2 - 6x + 5} = \frac{1}{x-1}$   
 g)  $4x^{53} - 9x^{51} = 0$   
 h)  $4x^9 + 4x^8 - 3x^7 = 0$

i)  $(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 3) = 0$   
 j)  $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x+4} = 1$   
 k)  $\frac{x+1}{x} + 1 = \frac{x}{x-1}$   
 l)  $\frac{2(x+1)}{6} = \frac{x(2-x)}{3}$   
 ll)  $\frac{x-a}{a} = \frac{2a}{x-a}$

56.- Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean  $2 + \sqrt{5}$  y  $2 - \sqrt{5}$ .

57.- Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

a)  $\sqrt{2x+1} = x-1$   
 b)  $3 + \sqrt{x+4} = 2 + \sqrt{3x+1}$   
 c)  $\sqrt{x+\sqrt{x}} = 2$   
 d)  $1 + \sqrt{x^2 - x - 1} = x$

58.- Resuelve las ecuaciones bicuadradas:

a)  $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$   
 b)  $x^2(4x^2 - 3) = 6x^2 - 2$   
 c)  $(x-3)(x+3) = (2-x^2)^2$

59.- Resuelve  $x^5 - 3x^3 + 2x = 0$ .

60.- Escribe la ecuación bicuadrada que tiene las soluciones -2, 2, -3 y 3.

61.- Resuelve los siguientes sistemas de segundo grado:

a)  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} xy = 16 \\ (x+5)(y-1) = 22 \end{cases}$       c)  $\begin{cases} x^2 + xy + 2 = 5 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$

62.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $2x^2 - 3x = 0$       b)  $(3x+2)^2 - (x-2)^2 = 0$

c)  $(2x-3)^2 - (3x-2)^2 = 0$       d)  $\frac{5-x}{5} = \frac{-5}{x-5}$

e)  $\frac{2x}{27} = \frac{3}{2x}$       f)  $\frac{2x+5}{x-7} = \frac{x+2}{x-5}$

g)  $(2x-1) \cdot (x+4) - (2x-3)^2 = x^2 + 19x - 13$

63.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $5x^2 + 6x - 8 = 0$

b)  $x^2 - 3x + 2 = 0$

c)  $3x^2 - 5x + 2 = 0$

d)  $5x^2 + 2x - 1 = 0$

e)  $x = \frac{2}{x-1}$

f)  $x^2 + x + 1 = 0$

g)  $2x^2 - 31x + 0'42 = 0$

h)  $25x \cdot (x+1) = -4$

i)  $(x-3) \cdot (x+1) = 21$

j)  $(2x-3)^2 = 8x$

k)  $x+1 = \frac{6}{x}$

l)  $x^2 + 6x + 9 = 0$

m)  $\frac{x}{9} = \frac{2}{x-3}$

n)  $(x+2) \cdot (x+3) = 6$

ñ)  $\frac{x-2}{5} = \frac{2}{x+1}$

o)  $\frac{3x}{2} - \frac{x^2+4}{4} = 1$

p)  $\frac{x^2}{6} + \frac{x}{3} + \frac{2}{3} - 1 = \frac{x^2}{4}$

q)  $\frac{x^2+2}{5} - \frac{x^2+x}{2} = \frac{3x+1}{10}$

r)  $(x+2) \cdot (x-2) = 2 \cdot (x+5) + 21$

s)  $\frac{x+1}{2} - \frac{x^2}{4} = \frac{3}{8}$

t)  $2x \cdot (3x-4) - (1-3x) \cdot (1+x) = -2$

64.- Sabiendo que la ecuación:

a)  $4x^2 + 12x + c = 0$  tiene dos soluciones iguales, halla c. **Sol:**  $c = 9$

b)  $x^2 + hx + 25 = 0$  tiene una solución doble, halla h.

65.- En la ecuación:

a)  $x^2 + bx + 15 = 0$ , una solución es 5. ¿Cuál es la otra solución? ¿Cuánto vale b?

b)  $x^2 + 2kx + 12 = 0$ , una solución es 6. ¿Cuál es la otra solución? ¿Cuánto vale k?

66.- Escribir una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean:

a) 3 y 5.

b)  $3/5$  y  $1/6$ .

67.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $(x+2)(x-2) = 2(x+5) + 21$  **Sol:** 7; -5

b)  $x+1 = \frac{6}{x}$  **Sol:** 2; 3

c)  $\frac{9}{x} - \frac{x}{3} = 2$  **Sol:** 3; -9

d)  $(x^2-5)(x^2-3) = -1$  **Sol:** -2; 2

e)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$  **Sol:** -3; -2; 2; 3

f)  $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$  **Sol:** -2/3; 2/3

g)  $\sqrt{x^2-5} = 2$  **Sol:** 3; -3

h)  $3x - 3\sqrt{x+3} = x+3$  **Sol:** 6

i)  $\sqrt{x^2+9} + x^2 = 21$  **Sol:** 4; -4

j)  $\sqrt{x-2} - \sqrt{x-14} = 1$  **Sol:** 177/4

k)  $\sqrt{x^2-5x+1} = 2x-1$  **Sol:** 0; -1/3

68.- Resuelve los siguientes sistemas e interpreta gráficamente la solución o soluciones:

a)  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 21 \\ x + y = 3 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 9 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x + y = 7 \\ x \cdot y = -30 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} x + y = 2 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{2}{3} \end{cases}$

e)  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 17 \\ xy = 4 \end{cases}$

f)  $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ x(x-y) = 2(y^2-4) \end{cases}$

g)  $\begin{cases} x^2 - y + 3 = 0 \\ 4x - y = 1 \end{cases}$

h)  $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 17 \\ 5x^2 - 2y^2 = 2 \end{cases}$

i)  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 24 \\ xy = 5 \end{cases}$

j)  $\begin{cases} x + y = 51 \\ x^2 - xy = -3 \end{cases}$

69.- Carmen pregunta a Maribel sobre las calificaciones que ha obtenido en matemáticas y en física. Maribel contesta: "la suma de las dos calificaciones es 16 y el producto es 63". Carmen hace los cálculos y le da la enhorabuena. ¿Qué calificaciones ha obtenido Maribel?

70.- En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 17 cm y sus dos catetos suman 23 cm. Halla la longitud de estos.

71.- Resuelve las siguientes inecuaciones dando la solución de manera gráfica y en forma de intervalo:

a)  $x \leq 2$

b)  $x > 3$

c)  $x \leq -5$

d)  $x > -3$

e)  $x - 4 > 0$

f)  $x + 8 < 0$

g)  $x - 3 > 5$

h)  $x + 2 \geq 8$

i)  $3 - x > 2$

j)  $5 \leq x - 3$

k)  $2x \leq -6$

l)  $2x + 3 \leq 5$

ll)  $-2x + 3 \geq -5$

m)  $\frac{3}{2}x < \frac{5}{4}$

n)  $-\frac{1}{2}x \geq -5$

ñ)  $\frac{3}{5}x < -\frac{2}{4}$

o)  $4x - 9 > 2x + 1$

p)  $12x + 28 - 3x \leq 5(x - 3) + 45$

q)  $\frac{x}{3} + 5 < \frac{x}{2} + 3$

r)  $\frac{4x-9}{3} - x + 1 \geq \frac{3x-9}{5}$

s)  $x \geq 5/2$

t)  $x \leq -3/2$

u)  $x \leq 3,4$

v)  $\frac{x}{3} \leq -1$

w)  $-2x + 1 \leq 3$

x)  $5x \leq -20$

y)  $-6 \leq 3x$

z)  $-x \leq -5$

a')  $2x + 3 < 9$

b')  $-2x + 3 \geq -9$

c')  $-\frac{x}{3} \leq 4$

d')  $5x - \frac{3}{4} \geq \frac{2}{5}$

e')  $\frac{3}{2}x - \frac{2}{3} \geq \frac{x}{5} - \frac{6}{15}$

f')  $\frac{x}{2} + 3 < \frac{x}{3} - 1$

g')  $\frac{2-x}{3} \geq x - 1$

h')  $\frac{3x-1}{2} \leq x + \frac{1}{3}$

i')  $\frac{4x+1}{8} \geq \frac{2x-1}{3}$

j')  $\frac{x+7}{10} - \frac{x-5}{5} > \frac{x-9}{3}$

72.-Resuelve los sistemas:

a)  $\begin{cases} x < 3 \\ 3x < -3 \end{cases}$

f)  $-5 < 2x - 1 < 9$

g)  $3 \leq |x| \leq 5$

ll)  $\begin{cases} x \geq 2 \\ x < -8 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 2x \geq 1 \\ -5 \leq -x \end{cases}$

h)  $-1,5 \leq x \leq 2$

i)  $\begin{cases} 7x - 15 \geq 4x + 13 \\ 20 - 5x \leq 12 + 3x \end{cases}$

m)  $-5 < x - 3 < 1$

n)  $-1 \leq 2x - 3 \leq 3$

c)  $\begin{cases} x + 5 > 4x - 4 \\ 2x - 7 < 3x - 3 \end{cases}$

j)  $-3 < 8x + 5 < 4$

ñ)  $|x| \leq 2$

o)  $\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$

d)  $\begin{cases} 3x - 7 < x + 1 \\ 2x - 2 > x + 8 \end{cases}$

k)  $-4 < 8 - 3x \leq \frac{2}{5}$

e)  $\begin{cases} 2x + 4 > 4x - 1 \\ x + 4 \geq 3x - 4 \end{cases}$

l)  $\begin{cases} x \geq 1 \\ x < 3 \end{cases}$

73.- Un satélite se encuentra entre 50 y 200 km sobre la superficie de la Tierra. Si llamamos h a la altura del satélite, escribe dos inecuaciones que debe verificar h. ¿A qué intervalo pertenece h?

74.- ¿Verdadero o falso? Razona tu respuesta:

a) Si  $x - 2$  es positivo, entonces  $x < 2$ .b) Si  $5x \leq 5y$ , se puede deducir que  $x \leq y$ .c) De  $-2x > -2y$  se puede deducir que  $x > y$ .

d) Un número negativo es siempre más pequeño que su opuesto.

e) Si  $0 < a < 3$  entonces  $\frac{1}{a} < \frac{1}{3}$ .f) Si  $x > 1$  entonces  $x^2 > x$ .g) Si  $x \in \mathbb{N}$  se cumple siempre que  $x < x^2$ .h) Si  $x < 100$  e  $y < 1$  se tiene que  $\frac{x}{10} + 10y < 20$ .

75.- Comprueba si los números -3; 0; 3 son soluciones de las inecuaciones:

a)  $x < 2$

b)  $\frac{3x-1}{2} \leq x + \frac{1}{3}$

c)  $\frac{2-x}{x} \geq x-1$

76.- Cuáles son los números x tales que al restar su quíntuplo y su triplo, nos da un resultado superior a 20.

77.- Para preparar un viaje de un día se contacta con dos agencias:

Agencia Norte: cobra 120 € más 0,40 € por km.

Agencia Sur: cobra 160 € más 0,30 € por km.

a) ¿Para qué número de kilómetros ambas agencias cobrarían lo mismo?

b) ¿Para cuántos km sería más económica la Agencia Norte?

c) En un viaje de 520 km, ¿cuál elegirías? ¿Y para 380 km?

78.- Para comprar un regalo, Emilia ha ido reuniendo monedas de 1 y 2 euros, juntando en total 20 monedas. Si el precio del regalo es mayor que 32 €, y menor que 36 €, ¿qué número de monedas podía tener de 2 €?

79.- Resuelve las inecuaciones siguientes:

$$a) \frac{3}{2}x + 1 > 2x - \frac{4}{3} \quad \text{Sol: } x < \frac{14}{3}$$

$$b) 2(3+x) < \frac{8+x}{3} \quad \text{Sol: } x < -2$$

$$c) (2x+2) - (4-x) \leq 3x-5 \quad \text{Sol: No tiene sol}$$

$$d) 2x - (x-1) + 3 < 3x - 6 \quad \text{Sol: } x > 5$$

$$e) \frac{x}{2} + \frac{x-2}{6} \geq \frac{x-5}{3} \quad \text{Sol: } x \geq -4$$

$$f) y \geq 2x + 3$$

$$g) y \leq x + 1$$

$$h) y > -x + 2$$

80.-Cuál es el conjunto de puntos que verifican las siguientes condiciones:

a) Los números, y, menores o iguales que la mitad de otro, x.

b) Los números, y, mayores que la cuarta parte de otro número, x, menos 3.

81.- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones, y expresa numéricamente alguna de sus soluciones:

$$a) \begin{cases} y > x + 2 \\ y \leq 4 - x \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5 + 4x - 3y \leq 2 - 5x \\ 2y < 10 - 2x \end{cases}$$

82.- Al llevar a tu sobrino a una pequeña feria de pueblo, te encuentras con que montar 5 minutos en el tren fantasma cuesta 5 euros, y 10 minutos en el tiovivo 6 euros. Si dispones como máximo de una hora y de 40 euros, ¿cuántas veces subirás a tu sobrino al tren fantasma y cuántas al tiovivo?

83.- Para fotocopiar y encuadernar los apuntes del curso pasado de mi compañera Carmen, he consultado dos tiendas diferentes:

- La primera cobra 4 euros por la encuadernación y 8 céntimos por cada fotocopia.
- La segunda pide 3 euros por la encuadernación y 9 céntimos por cada fotocopia.

a) ¿Cuál de las dos tiendas es más barata?

b) Si te interesa fotocopiar y encuadernar, por separado, los apuntes de Carmen de tres asignaturas diferentes de 105, 140 y 175 páginas, ¿a qué tienda los llevarías?

84.- Paseando por su barrio, Pedro descubre una oferta en la papelería de la esquina: cuadernos a 1 euro y bolígrafos a 0'50. Si sólo lleva 4'50 euros en el bolsillo, ¿cuántos cuadernos y bolígrafos puede comprar?

85.- Resuelve:

$$a) 3 - 4x \geq -5$$

$$b) \begin{cases} 3x - 2 > 1 \\ x - 1 \leq 5 \end{cases}$$

$$c) \frac{3x-2}{4} - \frac{2x+1}{3} > \frac{5(x+1)}{2}$$

$$d) \frac{3-2x}{4} \leq 5-x$$

$$e) \frac{4x-5}{2} - x + 1 < 5(x+1)$$

$$f) -x + 2 \geq 3 + 2x$$

$$g) \begin{cases} 5x+1 \leq 11 \\ x-2 > 3 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} \frac{x+1}{2} < 4 \\ 2-x \leq 3 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 3(2x+1) \leq 5(x+1) \\ 5x-3 > 12 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} \frac{x}{3} + 1 \geq 2 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$k) x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$l) \frac{x+2}{x-3} < 0$$

$$m) x^2 - 2x - 8 < 0$$

$$n) x^2 - 1 \geq 0$$

$$ñ) x^2 < 4$$

$$o) 6x^2 + 7x - 3 < 0$$

p)  $x^2 + 1 \leq 0$

q)  $(x+2)(x-1) \geq 0$

r)  $(2x+1)(3x-2) < 0$

s)  $\frac{x+4}{2x-4} > 0$

t)  $\frac{2x-6}{x+3} \leq 0$

u)  $x+y \geq 4$

v)  $x \leq 1$

w)  $y > 1$

x)  $2x+y \geq 1$

y)  $x \geq y$

z)  $x \leq 3$

α)  $y \geq 0$

β) 
$$\begin{cases} x+y \geq 4 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \end{cases}$$

γ) 
$$\begin{cases} x+y \geq 4 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \leq 6 \end{cases}$$

δ) 
$$\begin{cases} x+y \geq 4 \\ x \leq y \\ x \geq 0 \\ y \leq -2 \end{cases}$$

ε) 
$$\begin{cases} 2x+y \geq 2 \\ x-y \leq 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

ζ) 
$$\begin{cases} y \geq 2x-1 \\ x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 3 \end{cases}$$

η) 
$$\begin{cases} 2x+3y \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$

θ) 
$$\begin{cases} -x+y \leq 3 \\ x+y \geq 0 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

ι) 
$$\begin{cases} x-2y \geq 1 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

κ) 
$$\begin{cases} x-2y \geq 1 \\ 0 \leq x \leq 3 \\ y < -2 \end{cases}$$



**TEMA 4: FUNCIONES.**

1.- Asocia cada gráfica con su función:

$$f(x) = 3x^2 + 4x - 3$$

$$f(x) = -2x^2 - 5x - 4$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$f(x) = 3x^2 + 4x - 3$$

$$f(x) = 2x^2 + 2x + 2$$

$$f(x) = -2x^2 + 3x - 1$$

$$f(x) = -2x + 3$$

$$f(x) = 4x + 8$$

$$f(x) = -\frac{3}{2}x - 2$$

$$f(x) = \frac{1}{5}x - \frac{4}{7}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x$$

$$f(x) = 3x$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{2}{x+1} - 3$$

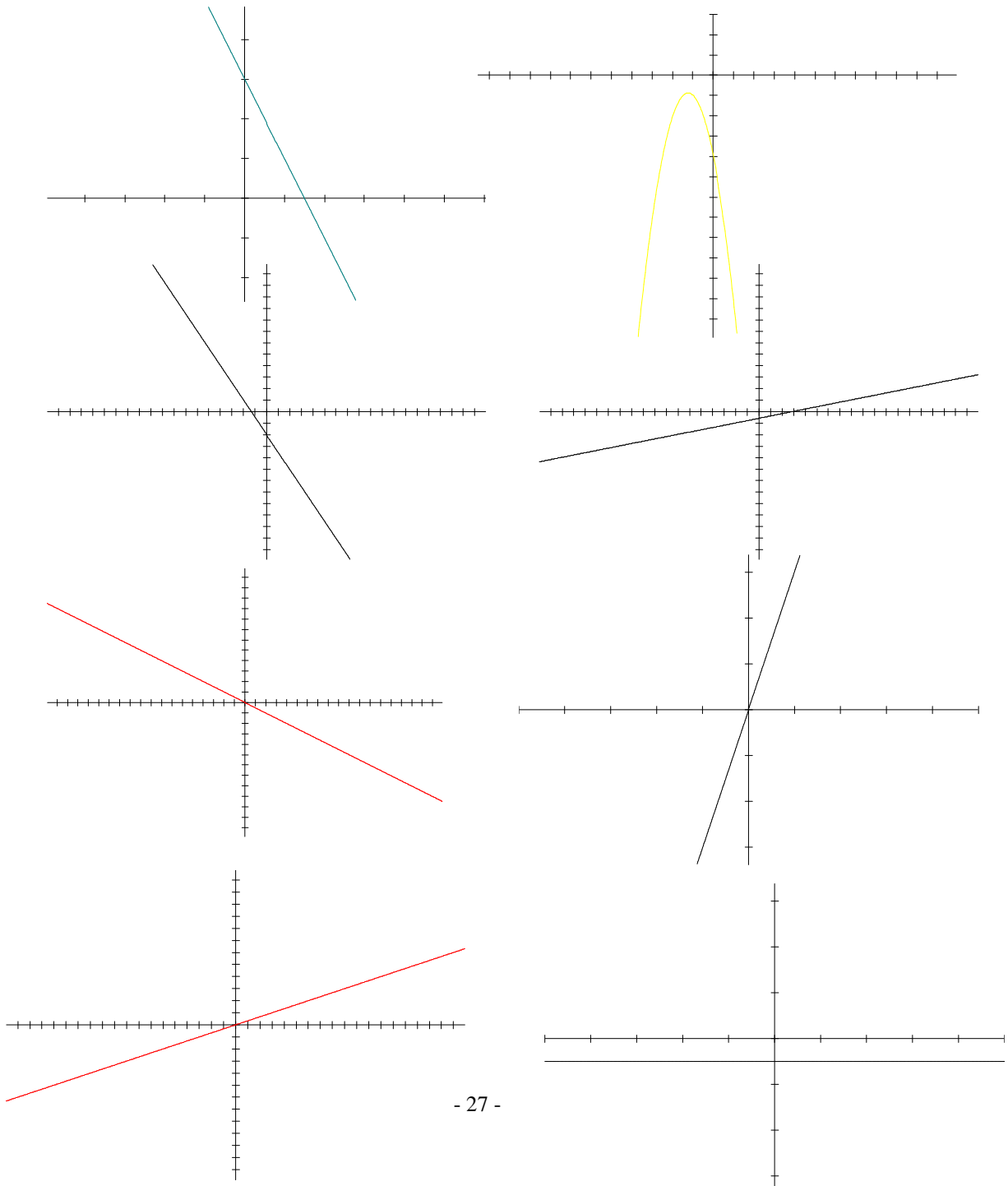
$$f(x) = \frac{-1}{2x+8} - 2$$

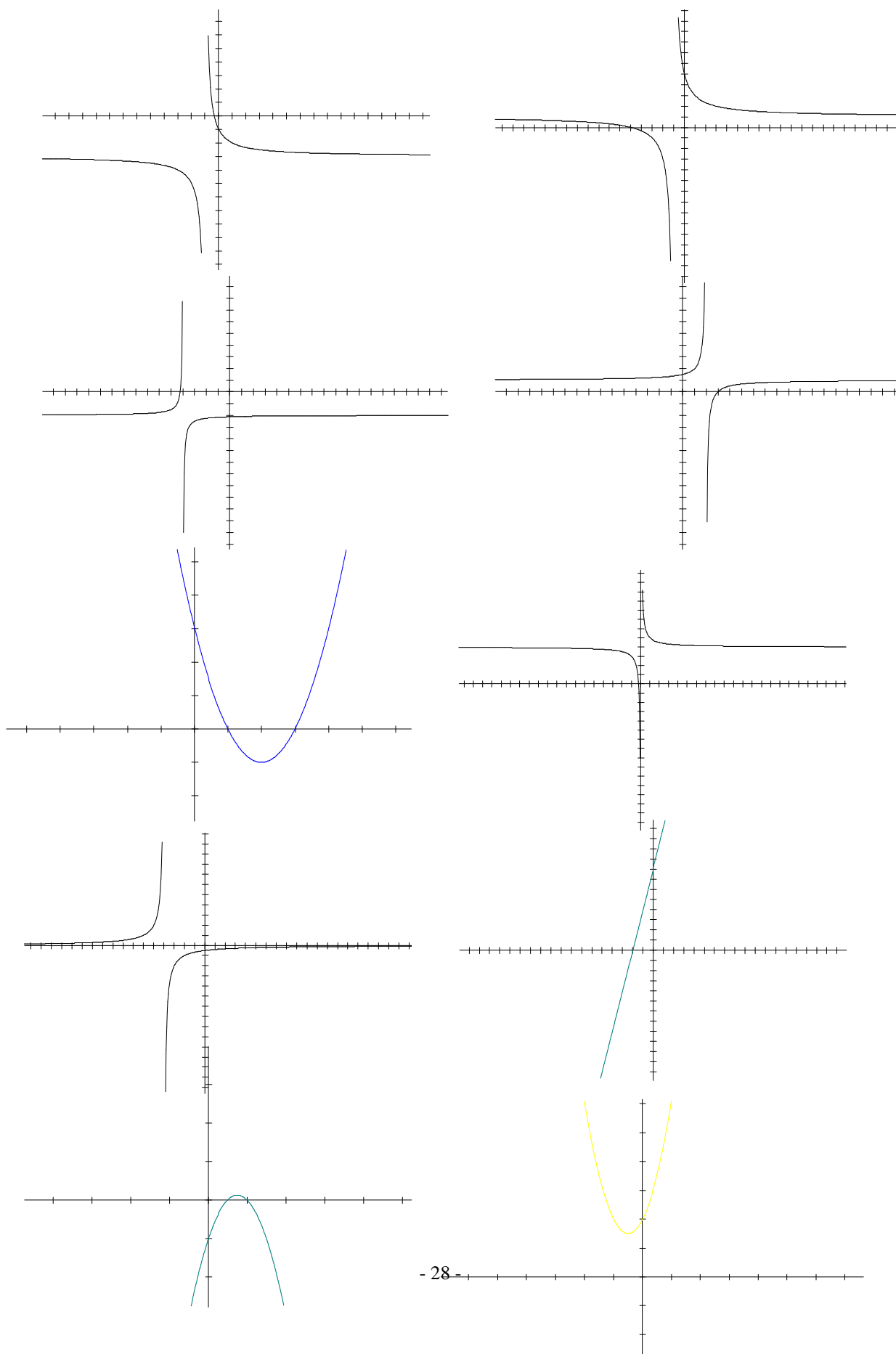
$$f(x) = \frac{-1}{x-2} + 1$$

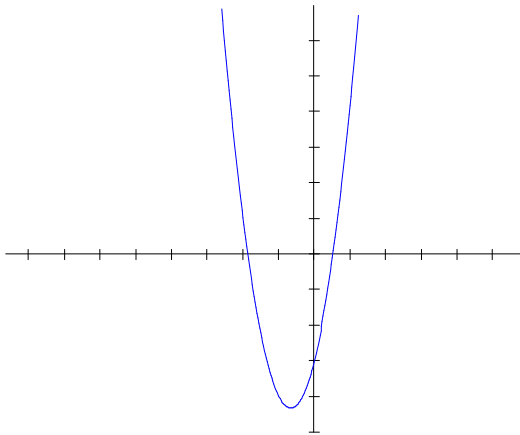
$$f(x) = \frac{4}{x+1} + 1$$

$$f(x) = \frac{-2}{x+4}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} + 4$$







2.- Representa las siguientes funciones:

$$f(x) = |3x^2 + 4x - 3|$$

$$f(x) = |-2x^2 - 5x - 4|$$

$$f(x) = |x^2 - 4x + 3|$$

$$f(x) = |3x^2 + 4x - 3|$$

$$f(x) = |2x^2 + 2x + 2|$$

$$f(x) = |-2x^2 + 3x - 1|$$

$$f(x) = |-2x + 3|$$

$$f(x) = |4x + 8|$$

$$f(x) = \left| -\frac{3}{2}x - 2 \right|$$

$$f(x) = \left| \frac{1}{5}x - \frac{4}{7} \right|$$

$$f(x) = \left| -\frac{1}{2}x \right|$$

$$f(x) = \left| \frac{1}{3}x \right|$$

$$f(x) = |3x|$$

$$f(x) = \left| -\frac{1}{2} \right|$$

3.- Dada la función  $f(x) = x^2 - x - 2$ , hallar:  $f(-3)$ ,  $f(a-5)$  y  $f(f(-1))$ . **Sol:** 10,  $2a^2 - 11a + 28$ , -2

4.- Dada la función  $f(x) = x^2 - 7x + 7$ , se pide:

a) Imagen de  $(\sqrt{2} + 1)$

b) Antiimagen de 1

**Sol:** a)  $-5\sqrt{2} + 3$ , b)  $\{1, 6\}$

5.- En la función afín  $f(x) = 3x - 1$  se pide calcular las imágenes por  $f$  de:

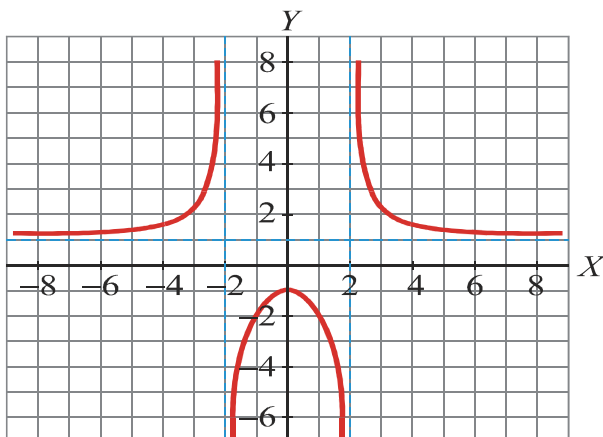
a) 3,2

b) -1,5

c) 5/3

d)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

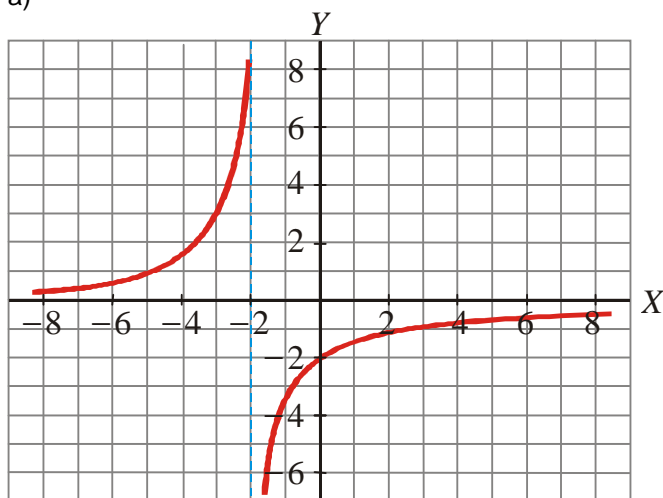
6.- Hacer un estudio completo de esta función:



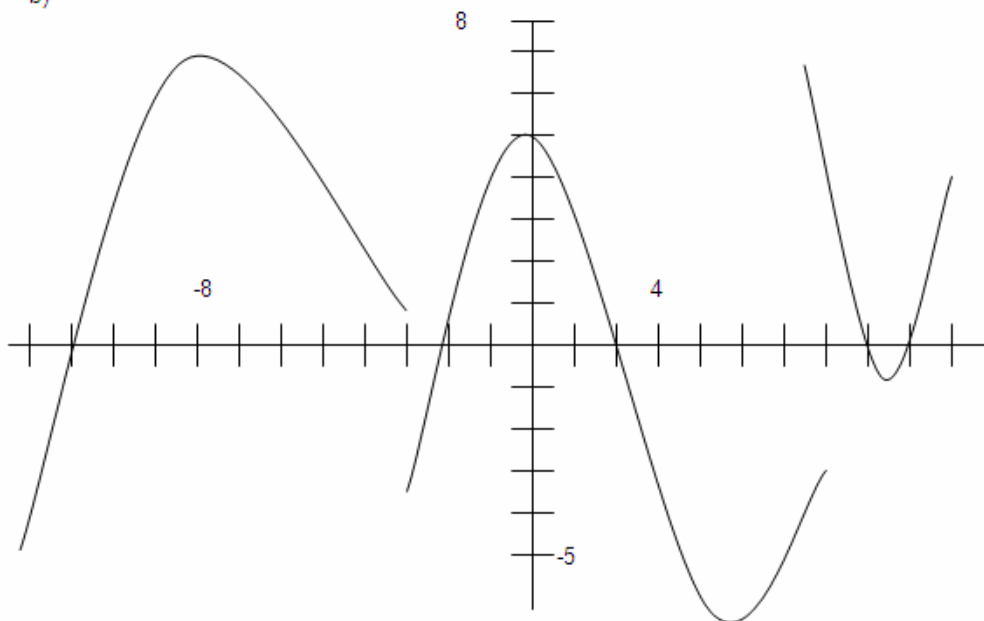
- Determinar el dominio y el recorrido.
- Determinar los puntos de corte con los ejes.
- Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Determinar los máximos y mínimos.
- Determinar los puntos de discontinuidad.
- Simetrías y Periodicidad.

7.- Idem para las funciones:

a)



b)



8.- Dada la función  $f(x) = \begin{cases} 2x-3, & x < 2 \\ -x+2, & x > 2 \end{cases}$ , representarla y hacer un estudio completo de ella.

9.- Representar la función  $f(x) = |x^2 - 4|$  y hacer un estudio completo en el intervalo  $[-5, 5]$ .

10.- Calcular el dominio, puntos de corte y el crecimiento y decrecimiento en los puntos  $x = -3$ ,  $x = 0$  y  $x = 5$  de las siguientes funciones. Calcular también las simetrías.

a)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

b)  $f(x) = \frac{-x}{x-2}$

c)  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$